

# LES LAURÉATS DU PRIX SHAW EN MATHÉMATIQUES

Textes traduits par Nicolas BACAËR





Les lauréats du prix Shaw  
en mathématiques

Textes traduits par Nicolas Bacaër

Textes sources :

[www.shawprize.org](http://www.shawprize.org)

Les textes ont été traduits automatiquement avec le logiciel DeepL  
puis relus et corrigés par

Nicolas BACAËR

Institut de recherche pour le développement, Bondy

[nicolas.bacaer@ird.fr](mailto:nicolas.bacaer@ird.fr)

Couverture : Hong Kong, vue de la promenade du front de mer,  
photographie de Lai Fong au XIX<sup>e</sup> siècle (Paris, musée Guimet).

# Sommaire

2004 : Shiing-Shen Chern	1
2005 : Andrew Wiles	7
2006 : David Mumford et Wu Wenjun	12
2007 : Robert Langlands et Richard Taylor	19
2008 : Vladimir Arnold et Lioudvig Faddeïev	27
2009 : Simon Donaldson et Clifford Taubes	36
2010 : Jean Bourgain	44
2011 : Demetrios Christodoulou et Richard Hamilton	49
2012 : Maxim Kontsevitch	56
2013 : David Donoho	61
2014 : George Lusztig	66
2015 : Gerd Faltings et Henryk Iwaniec	71
2016 : Nigel Hitchin	79
2017 : János Kollár et Claire Voisin	84
2018 : Luis Caffarelli	91
2019 : Michel Talagrand	96
2020 : Alexander Beilinson et David Kazhdan	101
2021 : Jean-Michel Bismut et Jeff Cheeger	109
2022 : Noga Alon et Ehud Hrushovski	117

**2023 : Vladimir Drinfeld et Shing-Tung Yau** **125**

**2024 : Peter Sarnak** **132**

**Index** **137**

## 2004 : Shiing-Shen Chern

« pour avoir créé le domaine de la [géométrie différentielle](#) globale et pour être resté à la pointe de ce domaine, ce qui a donné lieu à de magnifiques développements qui sont au cœur des mathématiques contemporaines avec des liens profonds avec la [topologie](#), l'[algèbre](#) et l'[analyse](#), bref, avec toutes les grandes branches des mathématiques de ces soixante dernières années ».

### Présentation

Shiing-Shen Chern<sup>1</sup> est le plus grand géomètre de notre époque. Son travail mathématique, centré sur la géométrie et s'étendant sur près de sept décennies, a façonné de vastes domaines des mathématiques modernes. Plus que tout autre mathématicien, il a développé le champ de la géométrie différentielle globale, l'un des domaines centraux des mathématiques contemporaines. La profondeur et l'originalité de son intuition mathématique se retrouvent dans les nombreux concepts fondamentaux des mathématiques modernes auxquels son nom est attaché : les [classes de Chern](#), l'[homomorphisme](#) de Chern-Weil, la [connexion](#) de Chern, les formes de [Bott-Chern](#), les invariants de Chern-Moser et les invariants de Chern-Simons.

Le talent de Chern s'est manifesté très tôt. Il a obtenu sa licence à l'université de Nankai et sa maîtrise à l'université Tsinghua. Dans les années 1930, on l'a envoyé en Europe, où il a étudié avec [Wilhelm Blaschke](#) à Hambourg et [Élie Cartan](#) à Paris. Guidé par leur influence, il rédigea en fait deux thèses : l'une sur la théorie des tissus et l'autre sur les invariants différentiels d'une [équation différentielle ordinaire](#) d'ordre 3. Les deux travaux ont été publiés et restent d'actualité.

Chern est ensuite retourné en Chine pour enseigner à l'université Tsinghua, qui avait déménagé pendant la guerre à Kunming dans le sud-ouest de la Chine. Après plusieurs années passées à Kunming, il a quitté la Chine en guerre et a réussi à atteindre les États-Unis par un itinéraire détourné passant par l'Afrique. Chern a alors entamé un

---

1. NDT. Avec le nom avant le prénom, « Chén Xīngshēn » en pinyin et « Tch'en Singchen » selon le système de transcription de l'École française d'Extrême-Orient.

séjour très productif à l'Institut d'étude avancée de Princeton à l'invitation d'Oswald Veblen et de Hermann Weyl. C'est au cours de cette période qu'il a donné la première démonstration intrinsèque de la formule générale de Gauss-Bonnet. Rétrospectivement, on peut dire que de cette démonstration sont nés de nombreux concepts fondamentaux en topologie, tels que la transgression dans les fibrés en sphères, introduits du point de vue de la géométrie différentielle. En outre, il a commencé le travail monumental qui a introduit les classes de Chern avec comme sous-produit les débuts de la géométrie différentielle hermitienne. Ce travail a mis en évidence la relation entre la géométrie différentielle et la topologie ; il a également ouvert de nouveaux domaines fertiles pour d'autres mathématiciens et reste d'une importance capitale à ce jour.

Il a achevé ses travaux sur les classes de Chern lors d'un bref retour en Chine après la guerre. Il s'est ensuite installé à l'université de Chicago, où il a contribué à créer avec Weil et d'autres l'un des principaux départements de mathématiques au monde. Au cours de cette période, son travail est arrivé au centre de la vie mathématique. Grâce à ses travaux et à l'influence qu'il a exercée sur ses collègues, Chern a orienté le domaine de la géométrie différentielle et l'a fait interagir avec pratiquement tous les aspects de la géométrie, y compris la topologie, la géométrie algébrique, la géométrie intégrale, la géométrie complexe, les systèmes différentiels extérieurs, l'analyse globale et les équations aux dérivées partielles.

Les contributions de Chern commencent généralement lorsqu'il s'attaque à un problème particulier. Ensuite, grâce à sa perspicacité géométrique et à sa maîtrise des calculs, il le résout. Enfin, son travail s'avère ouvrir de nouveaux domaines fructueux que d'autres mathématiciens pourront développer. Ce schéma, qui se poursuit encore aujourd'hui, est une extension de la tradition classique de Cartan, complétée par une perspective globale profonde et de grande portée.

Deux exemples, l'un particulier et l'autre général, peuvent servir à illustrer l'influence persistante des travaux mathématiques de Chern dans la communauté scientifique. L'un d'eux, d'un grand intérêt actuel, découle des invariants de Chern-Simons, qui influencent à la fois la physique théorique et la topologie en dimension 3. Une autre est la reconnaissance par Chern du rôle particulier que joue une structure complexe dans la géométrie différentielle. On en trouve des exemples dans toute son œuvre, notamment l'introduction des classes de Chern des fibrés vectoriels holomorphes par le biais des formes de courbure, l'étude des surfaces minimales et des applications harmoniques à l'aide

---

de la structure conforme, la géométrisation par Chern de la théorie des [fonctions holomorphes](#), ainsi que la géométrie des structures CR. Reflétant le rôle omniprésent des structures complexes, les propriétés de géométrie différentielle des [variétés algébriques](#) complexes sont d'une importance capitale en physique théorique moderne et en théorie des nombres.

Chern s'est installé à la fin des années cinquante à l'université de Californie à Berkeley, où il a été professeur de mathématiques. En 1980, il est devenu le premier directeur de l'Institut de recherche en sciences mathématiques ([MSRI](#)). Quelques années plus tard, il a également créé un institut de mathématiques à l'université de Nankai, où il avait obtenu sa licence. Il a poursuivi sa vie professionnelle à Berkeley jusqu'à il y a cinq ans, date à laquelle il a déménagé pour résider à Nankai. Tout au long de cette période, il est resté actif dans le domaine des mathématiques et a récemment relancé le thème de la géométrie [finslérienne](#).

À Berkeley, comme dans tous les postes de direction qu'il a occupés, l'influence de Chern en tant que praticien des mathématiques n'a eu d'égale que sa cordialité et ses compétences en tant qu'enseignant et dirigeant. Il a toujours été un conseiller attentif et généreux pour les plus jeunes. Lorsque l'un d'entre nous ([Griffiths](#)) s'est rendu pour la première fois à Princeton en tant qu'étudiant, son directeur de thèse l'a envoyé à Berkeley au cours de l'été 1961. À son arrivée, Chern l'a immédiatement invité à déjeuner, initiant ainsi une amitié et une collaboration professionnelle qui dure encore aujourd'hui.

Ami accueillant et coopératif, Chern n'aime rien tant que de réunir des personnes de tous âges et de tous horizons pour parler de mathématiques. Il a pris un plaisir particulier à faire progresser la vie professionnelle de ceux qui ont eu l'occasion de travailler avec lui. Il a toujours été l'un des premiers à comprendre l'importance des travaux de ses collègues et à les porter à l'attention de la communauté mathématique au sens large. Les anciens étudiants de Chern peuplent aujourd'hui les départements de mathématiques des grandes universités américaines et son influence a toujours été largement ressentie en Chine.

Le premier [prix Shaw](#) est décerné au professeur Chern en reconnaissance de ses contributions singulières à la vie mathématique de notre époque et de l'influence qu'il a exercée sur elle.

## Autobiographie

Je suis né en 1911 à Jiaxing dans la province de Zhejiang en Chine. J'ai obtenu ma licence à l'université de Nankai en 1930. J'ai ensuite passé quatre ans (1930-1934) à l'université Tsinghua à Peiping<sup>2</sup>, la première année en tant qu'assistant au département de mathématiques et les trois dernières années en tant qu'étudiant de deuxième cycle. En 1934, j'ai obtenu une maîtrise de Tsinghua et une bourse de deux ans pour étudier à l'étranger. Je suis allé à l'université de Hambourg en Allemagne pour étudier avec le professeur Wilhelm Blaschke et j'ai reçu un doctorat en 1936. L'année suivante, j'ai travaillé avec le professeur Élie Cartan à Paris et progressé dans mes recherches, ce qui a eu des répercussions sur l'ensemble de mon travail scientifique.

En 1937, j'ai été nommé professeur à l'université Tsinghua. Malheureusement, l'agression japonaise est devenue plus manifeste cette année-là suite à l'incident du pont Marco-Polo. L'université a été contrainte de déménager vers l'intérieur du pays. Je suis devenu professeur à l'Université associée du Sud-Ouest, située à Kunming dans le sud-ouest de la Chine.

En 1942, j'ai reçu une invitation de l'Institut d'étude avancée de Princeton. J'étais impatient d'accepter l'invitation, mais le voyage de Kunming à Princeton semblait très difficile. À l'époque, la Chine et les États-Unis étaient alliés dans la guerre contre le Japon. Les États-Unis envoyaient de l'aide à la Chine avec des avions presque vides au retour. Le gouvernement chinois m'a donc offert une place dans un avion de l'armée de l'air états-unienne de Calcutta en Inde à Miami aux États-Unis. Le voyage a duré une semaine et a traversé l'Afrique et l'Amérique du Sud.

J'ai travaillé à l'Institut d'étude avancée de l'été 1943 à l'automne 1945. C'est probablement au cours de cette période que j'ai réalisé certains de mes meilleurs travaux mathématiques.

La Seconde guerre mondiale a pris fin et j'avais prévu de retourner à Tsinghua à Peiping pour enseigner. Je suis arrivé à Shanghai au printemps 1946. Il s'est avéré que l'Academia sinica, l'académie des sciences de la république de Chine, prévoyait de créer un institut de mathématiques. On m'a confié cette tâche.

De 1946 à 1948, j'ai voyagé entre Shanghai et Nankin (la capitale de l'époque) pour organiser le nouvel institut.

En septembre 1948, j'ai reçu de manière inattendue une invitation

---

2. NDT. Nom officiel de la ville de Pékin entre 1928 et 1949.

de [Robert Oppenheimer](#), alors directeur de l'Institut d'étude avancée, pour visiter l'institut. J'ai accepté et je suis parti avec ma famille. Ce fut le début d'un long séjour aux États-Unis, alors que des changements considérables se produisaient en Chine.

J'ai quitté la Chine le 31 décembre 1948 et suis arrivé à San Francisco le 1<sup>er</sup> janvier 1949. En 1949, j'ai rejoint le département de mathématiques de l'université de Chicago, qui faisait l'objet d'une réorganisation par [Marshall Stone](#), connue plus tard sous le nom de « période Stone ». En 1960, j'ai quitté Chicago pour l'université de Californie à Berkeley, où j'ai pris ma retraite en 1989.

Mon élection à l'Académie nationale des sciences des États-Unis a été un facteur déterminant pour l'obtention de la citoyenneté américaine. En 1960, j'ai été informé de la possibilité d'être membre de l'académie. Comprenant qu'une citoyenneté était nécessaire, j'en ai fait la demande. Le processus a été ralenti en raison de mes liens avec Oppenheimer. Je suis finalement devenu citoyen américain environ un mois avant d'être élu membre de l'académie.

La Fondation américaine pour les sciences naturelles a créé un premier institut de recherche mathématique baptisé MSRI (Institut de recherche en sciences mathématiques), dont j'ai été le premier directeur. J'ai occupé ce poste jusqu'en 1985, année où je suis devenu directeur de l'Institut de mathématiques de mon université d'origine, l'université de Nankai à Tianjin en République populaire de Chine. Je suis devenu directeur émérite en 1993.

J'ai été honoré par de nombreuses académies nationales dans le monde en tant que membre ou membre étranger. Parmi elles, on peut citer les suivantes :

- *Academia sinica* (1948) ;
- Académie nationale des sciences des États-Unis (1961) ;
- Société américaine de philosophie (1989) ;
- Société royale de Londres (1985) ;
- Academie des sciences à Paris (1989) ;
- Académie des sciences de Russie (2001) ;
- Académie chinoise des sciences (1994) ;
- Académie des Lyncéens (1988) ;
- Académie des sciences du tiers monde (1983) ;
- Académie brésilienne des sciences (1971).

J'ai également reçu des doctorats honorifiques des universités suivantes :

- université de Hambourg (1971) ;

- université de Chicago (1969) ;
- École polytechnique fédérale de Zurich (1982) ;
- université Notre Dame (1994) ;
- université de l'État de New York à Stony Brook (1985) ;
- université de Nankai (1985) ;
- université technique de Berlin (2001) ;
- université chinoise de Hong Kong (1969).

J'ai reçu les prix suivants :

- [prix Chauvenet](#) de l'Association mathématique d'Amérique (1970) ;
- [prix Steele](#) de la Société mathématique américaine (1983) ;
- médaille nationale de la science, aux États-Unis (1975)
- prix Wolf, en Israël (1984)
- [prix Lobatchevski](#), à Kazan en Russie (2003) ;

Pour mes études et ma carrière, je dois une profonde gratitude à la fois à mon pays d'origine et à mon pays d'adoption. J'espère sincèrement que l'amitié entre les deux peuples perdurera.

## 2005 : Andrew Wiles

« pour sa démonstration du [dernier théorème de Fermat](#) ».

### Présentation

[Pierre de Fermat](#) était un juriste excentrique qui vivait en France au XVII<sup>e</sup> siècle et dont la véritable passion était les mathématiques. Il aimait particulièrement les propriétés mystérieuses et magnifiques des nombres entiers, les nombres de l'[arithmétique](#) de tous les jours. Fermat n'a pas publié d'articles scientifiques, mais il a tenu des carnets de notes détaillés dans lesquels on peut trouver les prémices d'une grande partie de l'arithmétique moderne.

En étudiant l'antique texte grec des « [Arithmétiques](#) » de [Dio-phante](#), Fermat est tombé sur la célèbre équation de [Pythagore](#)

$$a^2 + b^2 = c^2$$

que les élèves rencontrent en géométrie au collège. Un intérêt particulier est porté aux triangles rectangles dont les côtés sont des nombres entiers, comme

$$3^2 + 4^2 = 5^2.$$

On sait qu'il existe en fait une infinité de tels triangles et qu'ils peuvent tous être déterminés par la géométrie élémentaire. Fermat a ensuite étudié l'équation

$$a^3 + b^3 = c^3$$

et plus généralement, pour tout entier  $n$ ,

$$a^n + b^n = c^n.$$

Il a écrit dans la marge de l'un de ses carnets qu'il avait découvert une « démonstration merveilleuse » de l'affirmation selon laquelle cette équation n'a pas de solution entière pour  $n = 3, 4, 5, \dots$ , et il a seulement indiqué que la marge était trop petite pour l'écrire. En fait, Fermat a souvent fait des déclarations sans donner de démonstration, pour défier ou peut-être railler ses collègues mathématiciens.

À la fin du XVIII<sup>e</sup> siècle, tous les théorèmes de Fermat avaient été vérifiés à l'exception de celui ci-dessus, qui fut connu sous le nom de

« dernier théorème de Fermat ». Bien que l'équation du dernier théorème de Fermat puisse paraître assez particulière, elle a attiré l'attention de nombreux mathématiciens parmi les plus grands, en partie parce qu'en l'étudiant, on découvre des propriétés inattendues et profondes des nombres entiers ordinaires. À la fin du  $xx^e$  siècle, on savait que le dernier théorème de Fermat était vrai pour des exposants  $n$  jusqu'à 4 000 000, mais l'arithmétique est tellement imprévisible que la validité du dernier théorème de Fermat restait douteuse. En fait, quelques mathématiciens avaient même suggéré que le dernier théorème de Fermat pourrait être l'une des fameuses « propositions **indécidables** » de Gödel, dont la validité ne pouvait être établie d'une manière ou d'une autre.

Après de nombreuses années de stagnation, des changements tectoniques ont commencé à se produire au milieu des années quatre-vingt grâce aux travaux de Frey, Serre, Ribet et d'autres, ce qui a conduit à la reformulation de l'assertion en tant que conjecture principale de l'arithmétique moderne. En d'autres termes, elle est passée d'une simple équation déroutante à un domaine important et très actif des mathématiques contemporaines.

La reformulation portait sur la **courbe elliptique**

$$y^2 = x(x - a)(x - b),$$

dont la géométrie conduit en profondeur à une grande partie des mathématiques des  $xix^e$  et  $xx^e$  siècles. Si  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des solutions de l'équation de Fermat, la reformulation indiquait que cette courbe elliptique particulière devrait avoir des propriétés de symétrie très spéciales. En termes mathématiques, elle devrait être « **modulaire** », ce qui signifie que, par un processus hautement transcendant, elle devrait être définie par un groupe de matrices  $2 \times 2$  dont les entrées sont à peu près entières.

C'est là qu'entre en scène Andrew John Wiles, qui avait été attiré par Fermat lorsqu'il était écolier et qui s'était juré de résoudre un jour ce célèbre problème. Il avait mis de côté son projet lorsqu'on lui avait conseillé de poursuivre des recherches plus générales, des travaux qui l'avaient placé au premier rang de ses contemporains, mais il est revenu sérieusement à la résolution du problème de Fermat. Après sept ans d'efforts intenses, il a annoncé en 1992, lors d'une série de conférences à l'université de Cambridge, qu'il avait trouvé une solution du dernier théorème de Fermat. L'argument présentait une lacune que Wiles, en collaboration avec Richard Taylor, a pu combler au cours de l'année suivante. Il a qualifié sa solution de « moment le plus important de ma vie professionnelle. C'était d'une beauté indescriptible, c'était si simple

et si élégant, et je suis resté bouche bée pendant vingt minutes . »

La solution de Wiles du dernier théorème de Fermat est peut-être la réalisation la plus remarquable dans ce domaine ces derniers temps. Par la profondeur et l'ingéniosité des arguments, par l'étendue du vaste éventail de mathématiques modernes qui entrent en jeu, dont la plupart datent du dernier demi-siècle, la solution du dernier théorème de Fermat fait figure de jalon dans les mathématiques contemporaines. Non seulement elle a permis de résoudre un vieux problème qui n'avait pas été résolu par bon nombre des meilleurs esprits mathématiques depuis plus de 350 ans, mais la beauté et la complexité presque inimaginables des arguments, qui font appel à des domaines complexes de la [théorie des nombres](#), sont encore plus satisfaisantes. Ce couronnement a ouvert de vastes perspectives pour les spécialistes de la théorie des nombres qui continuent à sonder les mystères de ces objets mathématiques les plus élémentaires, les nombres ordinaires.

## Autobiographie

La rencontre la plus importante que j'ai eue avec les mathématiques au cours de ma scolarité a sans doute eu lieu lorsque j'ai trouvé un exemplaire du livre intitulé *Le dernier problème* d'E. T. Bell dans la bibliothèque de mon quartier. Du haut de mes dix ans, j'ai été immédiatement captivé par ce problème vieux de trois cents ans. La question était clairement énoncée sur la couverture : pouvez-vous démontrer qu'il n'existe aucune solution en nombres rationnels non nuls de l'équation

$$x^n + y^n = z^n,$$

lorsque  $n$  est un entier supérieur ou égal à trois ? Fermat avait déclaré dans la marge de son exemplaire d'un livre classique du mathématicien grec Diophante qu'il « avait vraiment une démonstration merveilleuse, mais cette marge est trop petite pour la contenir ».

J'ai passé de nombreuses heures de mon enfance à essayer de résoudre ce problème. Aucun de mes parents n'était mathématicien, mais ils avaient tous deux de la sympathie pour ce domaine. Ma mère avait étudié les mathématiques et la physique et mon père était théologien. Mais il a toujours aimé les énigmes et a été déchiffreur de codes pendant la guerre. Après des études de premier et deuxième cycles à Oxford, je suis allé à Cambridge pour étudier en troisième cycle la théorie des nombres, la branche des mathématiques qui tente de résoudre des problèmes tels que celui de Fermat.

Avec mon directeur de thèse [John Coates](#), j'ai travaillé sur des problèmes liés aux courbes elliptiques. Ces problèmes remontent à mille ans, mais leur étude moderne a commencé avec Fermat. Nous avons réussi à faire les premiers progrès sur une conjecture fondamentale dans ce domaine, due à [Birch et Swinnerton-Dyer](#).

Après avoir terminé mon doctorat à Cambridge, j'ai obtenu mon premier poste à Harvard où, après deux ans d'apprentissage des [formes](#) et des courbes modulaires, j'ai entamé une collaboration très fructueuse avec [Barry Mazur](#). Cette collaboration a abouti à la résolution de la [conjecture d'Iwasawa](#).

En 1982, après un intermède en Europe, j'ai déménagé à Princeton, où je suis resté depuis à l'exception de congés à l'étranger. Les premières années, j'ai poursuivi la généralisation de ce que j'avais fait à Harvard. Cependant, en 1986, à mon retour d'un congé à Paris, j'ai appris qu'une nouvelle approche du dernier théorème de Fermat avait vu le jour grâce aux nouvelles idées de Frey, Serre et Ribet. Cela a transformé ma vie professionnelle. Les méthodes que j'avais essayé d'utiliser dans mon enfance et pendant mes études étaient épuisées et je les ai mises de côté lorsque j'ai commencé mes études supérieures. J'avais maintenant une nouvelle occasion de travailler sur le problème, cette fois en utilisant la théorie des courbes elliptiques et celle des courbes modulaires. De plus, il s'agissait exactement des théories que j'avais étudiées à l'époque de Cambridge et de Harvard. Le défi s'est avéré irrésistible.

Pendant les sept années suivantes, j'ai travaillé sur cette approche du problème de Fermat. C'était une période discrète, car je me suis vite rendu compte qu'il était déconseillé de parler de ce sur quoi je travaillais. Ce fut une période de travail intense, à la recherche d'indices dans ce qui avait été fait, essayant et réessayant des idées jusqu'à ce que je puisse les forcer à prendre forme, une période de frustration aussi, mais ponctuée de soudaines découvertes passionnantes qui m'encourageaient à penser que j'étais sur la bonne voie. Puis, au bout de cinq ans, j'ai fait une profonde découverte. Je pouvais réduire le problème à une question qui était précisément du type de celles que j'avais étudiées à Harvard et au cours de mes premières années à Princeton.

Au cours des deux années suivantes, j'ai travaillé frénétiquement pour essayer d'aboutir. Finalement, en mai 1993, j'ai cru que j'y étais parvenu. J'ai présenté les résultats de mon travail en juin 1993 lors d'une conférence à Cambridge. À la fin de l'été, on m'a signalé un problème qui conduisait à une erreur dans une partie de la démonstration. J'ai dû me mettre à la recherche d'un chemin alternatif pour

cette section. Il m'a fallu attendre septembre 1994 pour trouver le remède, période pendant laquelle j'ai bénéficié de l'aide d'un collègue, [Nick Katz](#) (qui m'avait signalé le problème), puis d'un de mes anciens étudiants, Richard Taylor, avec qui j'ai rédigé une partie de la version finale. Le moment d'illumination où j'ai trouvé la clé finale a été un moment d'excitation et de soulagement sans pareil.

L'année que j'ai passée à corriger l'argument n'a pas été facile. Heureusement, en 1988, j'avais épousé ma femme Nada et nous avons deux filles au moment de la conférence de Cambridge. Notre troisième fille est née en mai 1994, à temps pour la résolution finale. Je ne peux imaginer cette période sans le soutien et les exigences d'une famille. Il m'a été difficile de m'arracher à l'idée de penser au problème à chaque instant, mais heureusement, mes filles ont réussi à me distraire juste assez pour maintenir un certain équilibre dans ma vie.

La démonstration a été publiée en mai 1995 dans la revue *Annals of Mathematics*, quelque 350 ans après que Fermat a écrit le problème pour la première fois.

## 2006 : David Mumford et Wu Wenjun

« pour les contributions de David Mumford aux mathématiques et aux nouveaux domaines interdisciplinaires de la [reconnaissance de formes](#) et de la théorie de la vision ; et pour les contributions de Wu Wenjun<sup>3</sup> au nouveau domaine interdisciplinaire de la mécanisation des mathématiques ».

### Présentation

David Mumford et Wu Wenjun ont tous deux commencé leur carrière en mathématiques pures (respectivement en [géométrie algébrique](#) et en [topologie](#)), mais ils se sont ensuite considérablement orientés vers les mathématiques appliquées, en direction de l'informatique.

Mumford a travaillé sur les aspects informatiques de la vision et Wu sur les [démonstration automatique de théorèmes](#) de preuve dans le domaine de la géométrie. Dans les deux cas, leurs contributions novatrices à la recherche et au développement du domaine ont été remarquables. Ils ont formé de nombreux scientifiques de premier plan dans ces domaines.

Les premiers travaux de Mumford, qui lui ont valu la [médaille Fields](#) en 1974, portaient sur la géométrie algébrique et plus particulièrement sur l'étude des [courbes algébriques](#). Il s'agit d'un sujet ancien et central en mathématiques, auquel ont contribué de nombreux grands noms du passé. Malgré cela, il restait beaucoup à faire et la grande réussite de Mumford a été de revitaliser et de faire avancer la théorie des modules. Les courbes algébriques dépendent d'un entier important, le genre  $g$ . Pour  $g = 0$ , la courbe est [unicursale](#) (rationnelle), pour  $g = 1$ , elle est [elliptique](#) et dépend d'un paramètre continu supplémentaire ou module. Pour  $g > 2$ , il existe  $3g - 3$  modules, qui forment un espace (compliqué) dont les caractéristiques nous renseignent sur l'ensemble des courbes. Mumford a jeté les bases d'une étude systématique et fructueuse de cet [espace de modules](#). Cette étude a eu une grande influence, y compris, de manière surprenante, sur la physique de la théorie des cordes.

Après deux décennies dans ce domaine, Mumford a opéré un virage radical vers la [vision par ordinateur](#), où il a utilisé ses capacités mathé-

---

3. NDT. Le nom est avant le prénom. Dans le système de l'École française d'Extrême-Orient, « Wou Wentsiun ».

---

matiques et sa perspicacité pour apporter des contributions originales et fondamentales. Il a contribué à fournir un cadre conceptuel et des exemples de solutions particulières qui peuvent en principe être généralisées à toute une série de problèmes. Son article de 1985 avec Shah sur les approches variationnelles du [traitement du signal](#) a récemment été récompensé par l'Institut des ingénieurs électriciens et électroniciens (IEEE).

Les nombreuses contributions originales de Mumford à la reconnaissance des formes et à la recherche sur la vision ont été décrites dans son livre de 1999 intitulé *Motifs à deux et trois dimensions du visage* (publié aux éditions A. K. Peters) et dans l'ouvrage à paraître *La théorie des formes à travers des exemples*.

Wu Wenjun est l'un des géomètres les plus influencés par Shiing-Shen Chern (lauréat du [prix Shaw](#) en 2004). Ses premiers travaux dans la période d'après-guerre ont porté sur la topologie des [variétés](#) qui sous-tend la [géométrie différentielle](#) et le domaine dans lequel les fameuses [classes de Chern](#) fournissent des informations importantes. Wu a découvert un autre ensemble d'invariants, aujourd'hui appelés « classes de Wu », qui se sont révélés presque aussi importants. Wu a ensuite utilisé ses classes pour obtenir un remarquable résultat sur le problème du [plongement](#) des variétés dans l'espace euclidien.

Dans les années soixante-dix, Wu s'est intéressé aux questions de calcul, en particulier à la recherche de méthodes efficaces pour les démonstrations automatiques en géométrie. En 1977, Wu a introduit une méthode mécanique puissante, basée sur le concept dû à Ritt des ensembles caractéristiques. Cette méthode transforme un problème de géométrie élémentaire en un énoncé algébrique sur les polynômes qui se prête à un calcul efficace.

Cette méthode de Wu a complètement révolutionné le domaine, provoquant effectivement un changement de paradigme. Avant Wu, l'approche dominante consistait à utiliser des méthodes de recherche d'IA, qui se sont révélées être une impasse sur le plan informatique. En introduisant des idées mathématiques sophistiquées, Wu a ouvert une toute nouvelle approche qui s'est avérée extrêmement efficace pour un large éventail de problèmes, et pas seulement en géométrie élémentaire.

Wu est également revenu à ses premières amours, la topologie, et a montré comment la [théorie de l'homotopie](#) rationnelle de [Dennis Sullivan](#) pouvait être traitée de manière algorithmique, unissant ainsi les deux domaines de sa vie mathématique.

Dans son livre intitulé *Principes de base de la démonstration mécanique de théorèmes en géométrie* publié en 1994 par Springer et dans son livre intitulé *Mécanisation des mathématiques* publié en 2000 par Science Press, Wu a décrit ses idées révolutionnaires et les développements qui ont suivi. Sous sa direction, la mécanisation des mathématiques s'est développée ces dernières années pour devenir une discipline en plein essor, englobant la recherche en géométrie algébrique computationnelle, en [calcul formel](#), en démonstration de théorèmes par ordinateur et en [théorie des codes](#).

Bien que les carrières mathématiques de Mumford et de Wu aient été parallèles plutôt que contiguës, elles ont beaucoup de points communs. En commençant par le domaine mathématique traditionnel de la géométrie, en contribuant à son développement moderne, puis en s'orientant vers les nouveaux domaines et les nouvelles possibilités offertes par l'avènement de l'ordinateur, ils mettent en évidence l'étendue des mathématiques. Ensemble, ils représentent un nouveau modèle pour les mathématiciens de demain et méritent d'être les lauréats du prix Shaw.

## Autobiographie de David Mumford

Je suis née le 11 juin 1937 à Three Bridges dans le Sussex en Angleterre, d'un père britannique et d'une mère américaine. Je crois que j'ai hérité de mes bons gènes mathématiques de la mère de mon père, Edith Read, qui a été l'une des toutes premières femmes à obtenir un prix en mathématiques à l'université de Cambridge. J'ai grandi aux États-Unis, à l'Académie Phillips Exeter, où j'ai remporté un prix dans le cadre du concours de talents scientifiques Westinghouse avec un ordinateur primitif à relais qui s'est court-circuité, a brûlé sa bande de papier et n'a plus jamais bougé. Lorsque je suis entré à l'université Harvard en première année en 1953, je me suis donc orienté vers les mathématiques pures. Les cours de [George Mackey](#) et d'[Oscar Zariski](#) m'ont particulièrement inspiré. Je suis resté à l'université Harvard jusqu'en 1995, devenant finalement professeur de mathématiques sur la chaire Higgins.

Suivant l'exemple de Zariski, j'ai passé la première moitié de ma carrière à travailler dans le domaine de la géométrie algébrique, une partie des mathématiques pures qui étudie les objets géométriques définis comme les lieux des zéros d'un ou de plusieurs polynômes (mais avec une particularité : les zéros peuvent se trouver dans n'importe

quel [corps de nombres](#). [Artin](#), [Hironaka](#) et moi-même étions tous étudiants lorsque [Grothendieck](#) est arrivé à Harvard avec ses nouvelles idées extraordinaires. Sa synthèse des outils plus anciens de l'école géométrique italienne, plus intuitive, avec les outils français plus récents de la [cohomologie](#), ainsi que son utilisation des fonctions [nilpotentes](#) pour algébriser le [calcul infinitésimal](#), étaient très excitantes et ont conduit à des progrès rapides dans le domaine. Mes contributions particulières sont venues de l'application des idées de la théorie classique des [invariants](#) (en particulier les idées de [Hilbert](#)) et des [fonctions thêta](#) au problème de la construction de ce que l'on appelle l'espace de modules pour l'ensemble des courbes algébriques d'un genre fixé. Cet espace de modules est une sorte de carte, une manière de rassembler toutes les courbes algébriques possibles en un seul objet universel. J'ai reçu la médaille Fields pour ce travail en 1974. Un de mes intérêts à long terme était la structure globale de cet espace de modules : l'un des aspects les plus passionnants des mathématiques est lorsqu'un tel objet universel – que l'on aime appeler un « don de Dieu » – s'avère non pas être simple, mais avoir sa propre nature interne. Par exemple, j'ai démontré plus tard avec [Joe Harris](#) que ces espaces de modules pour les genres impairs élevés sont « de type général » (cela a été étendu aux genres pairs élevés par [Eisenbud](#) et Harris). Il s'agit d'une façon faible de dire qu'ils reflètent les courbes qu'ils classent, que la nature de l'atlas imite le territoire qu'il représente.

Au début des années quatre-vingt, influencé par les travaux de Benoît Mandelbrot et de David Marr, je suis revenu à mes premiers intérêts pour l'informatique et le cerveau, la question centrale étant pour moi de savoir quel est le bon modèle mathématique pour comprendre les processus de la pensée. Une première digression a consisté à mettre les ordinateurs, désormais plus fiables, à l'épreuve en dessinant une sorte de déclinaison fractale des espaces de modules, appelés ensembles de points limites kleinien, un projet qui a débouché sur le livre en partie de vulgarisation publié récemment, *Les perles d'Indra*, en collaboration avec [Caroline Series](#) et Dave Wright. Mais depuis lors, je me suis surtout intéressé à l'étude de la vision, à la fois au processus de vision dans les intelligences naturelles et aux algorithmes qui permettent de réduire ces capacités à du code informatique. Le livre de Marr intitulé *Vision* a mis en avant l'idée qu'à un certain niveau théorique, la compréhension de la vision pour une application d'ingénierie et la vision dans un système biologique devraient vraiment être des problèmes identiques. Avec Jayant Shah, nous avons introduit l'outil mathématique du calcul

variationnel et des problèmes de frontière libre dans la théorie de la vision.

Une deuxième révélation a été la découverte de la puissance et de l'omniprésence du raisonnement statistique dans la perception et, plus généralement, dans toute pensée. Cette idée a été lancée par Ulf Grenander et ses collaborateurs à l'université Brown, où j'ai déménagé en 1995 en raison de sa culture interdisciplinaire florissante. Au cours des dix dernières années, j'ai travaillé sur des modèles et des analyses statistiques de nombreux aspects des images naturelles et sur des algorithmes qui permettent d'en déduire la structure du monde. Par exemple, l'idée intuitive que le monde est désordonné, que chaque scène contient des objets de toutes tailles, des objets qui se décomposent en parties et sous-parties, a une traduction mathématique précise en termes de distribution de probabilité pour les images naturelles : elle devrait être [autosimilaire](#) et avoir un [kurtosis](#) élevé.

Plus récemment, j'ai étudié la reconnaissance d'objets dans des images par l'analyse de la forme de l'objet. On peut appliquer la même approche mathématique que celle qui a conduit aux espaces de modules pour les courbes algébriques : former une « carte » abstraite de toutes les formes possibles. Cette carte est maintenant un espace de dimension infinie avec des diagrammes de coordonnées locales (les pages de l'atlas) : c'est ce que les mathématiciens appellent une variété. Avec Peter Michor et bien d'autres, nous explorons la géométrie de cet objet fascinant.

J'ai eu la chance d'avoir seize doctorants en vision et vingt-neuf en géométrie algébrique. Par-dessus tout, j'ai été fortement soutenu tout au long de ma carrière par l'amour et la compréhension inlassables de deux femmes merveilleuses : ma première épouse, la poétesse Erika Jentsch Mumford (décédée en 1988), avec qui j'ai eu quatre enfants, et mon épouse actuelle, l'artiste Jenifer Gordon Mumford. Ayant réuni deux familles, nous bénéficions aujourd'hui d'une autre bénédiction : sept enfants et douze petits-enfants. Pour moi, la recherche est un travail d'équipe : le travail avec les étudiants et les collègues et l'encouragement que seule une famille peut vous donner.

## **Autobiographie de Wu Wenjun**

Je suis né à Shanghai, en Chine, le 12 mai 1919. J'ai obtenu ma licence en mathématiques à l'université Jiaotong de Shanghai en 1940, pendant la guerre contre le Japon (1937-1945). Après avoir obtenu mon

diplôme, j'ai dû, en raison de la guerre, enseigner pendant des années dans des collèges, ce qui a mis un terme à mon apprentissage des mathématiques. En 1946, j'ai rencontré le grand géomètre Chern Shiing-Shen. Chern est particulièrement connu pour l'introduction des classes de Chern et des nombres de Chern des [fibrés](#) unitaires, qui sont d'une extrême importance parmi les différents types de [classes caractéristiques](#) des fibrés. À l'époque, Chern était responsable de l'institut de mathématiques nouvellement créé au sein de l'Academia Sinica. Cette rencontre avec Chern a été décisive pour l'avenir de ma carrière en mathématiques.

Chern m'a admis comme l'un des jeunes étudiants de son institut, tous apprenant la topologie algébrique sous sa direction. Un an plus tard, j'ai publié mon premier article sur une démonstration simple de la formule pour le produit des fibrés en sphères découverte par [H. Whitney](#), dont la démonstration originale était extrêmement compliquée et n'avait jamais été publiée.

En 1946, j'ai également réussi l'examen national pour l'envoi d'étudiants à l'étranger. En 1947, j'ai été envoyé pour étudier les mathématiques en France dans le cadre d'un programme d'échange sino-français. Je suis allé à Strasbourg pour étudier avec le professeur [Ch. Ehresmann](#). En 1949, j'ai soutenu ma thèse de doctorat et je suis allé à Paris pour étudier avec le professeur [H. Cartan](#). Pendant mon séjour à Strasbourg, j'ai fait la connaissance de [R. Thom](#), qui était également un étudiant de Cartan, mais qui, pendant son séjour à Strasbourg, a également eu de nombreux contacts avec Ehresmann. Cette collaboration a été très fructueuse. En 1950, Thom a découvert l'invariance topologique des [classes de Stiefel-Whitney](#), tandis que j'ai découvert avec l'aide de Cartan les classes et les formules qui portent aujourd'hui mon nom.

En 1951, je suis retourné en Chine. En 1953, je suis devenu chercheur à l'Académie chinoise des sciences (CAS), où je suis encore aujourd'hui. À partir de 1953, j'ai effectué une étude quelque peu systématique de problèmes topologiques classiques mais non homotopiques qui étaient ignorés à l'époque en raison du développement rapide de la [théorie de l'homotopie](#). J'ai introduit la notion de classes de plongement et établi une théorie du plongement, de l'[immersion](#) et de l'[isotopie](#) des [polyèdres](#) dans les espaces euclidiens, qui a été publiée sous forme de livre plus tard en 1965. En 1965, j'ai reçu l'un des trois premiers prix nationaux en sciences naturelles pour mes travaux sur les classes caractéristiques et les classes de plongement.

Pendant la révolution culturelle, on m'a envoyé dans une usine de

fabrication d'ordinateurs. J'ai d'abord été frappé par la puissance de l'ordinateur. Je me suis également consacré à l'étude des [mathématiques chinoises](#) anciennes et j'ai commencé à comprendre ce qu'elles étaient réellement. J'ai été très frappé par la profondeur et la puissance de leur pensée et de leurs méthodes. C'est sous cette influence que j'ai étudié la possibilité de démontrer des théorèmes de géométrie de manière mécanique. En 1977, j'ai finalement réussi à mettre au point une méthode qui permet de démontrer des théorèmes de géométrie mécanique. Cette méthode a été appliquée pour démontrer ou même découvrir des centaines de théorèmes difficiles non triviaux dans les géométries élémentaires sur un ordinateur de manière simpliste. Elle est désormais appelée « méthode de Wu » dans la littérature. La découverte de la méthode de Wu marque le deuxième tournant de ma vie scientifique, le premier étant ma rencontre avec Chern. Depuis lors, j'ai complètement changé l'orientation de mes recherches et concentré mes efforts sur l'extension de la méthode dans diverses directions, à la fois théoriques et pratiques, en vue de ce que j'ai appelé la « mécanisation des mathématiques ».

Parmi les distinctions que j'ai reçues pour mes recherches, on peut citer les éléments suivants.

En 1991, j'ai reçu le prix de mathématiques de l'Académie des sciences pour le monde en développement (anciennement appelée Académie des sciences du tiers monde), dont je suis devenu membre. En 1997, j'ai reçu le [prix Herbrand](#) dans le domaine des preuves assistées par ordinateur pour ma résolution de théorèmes en géométrie mécanique. En 2001, le gouvernement chinois m'a décerné le premier prix suprême de la science et de la technologie en reconnaissance de mes réalisations dans le domaine de la recherche en mathématiques, à la fois en mathématiques pures et en mécanisation des mathématiques.

Enfin, Mumford et moi-même avons été récompensés par le prix Shaw 2006 en sciences mathématiques pour nos recherches en mathématiques pures, en particulier en ce qui concerne les applications informatiques aux mathématiques, qui représentent un nouveau modèle pour les mathématiciens de demain.

## 2007 : Robert Langlands et Richard Taylor

« pour avoir initié et développé une grande vision unificatrice des mathématiques qui relie les nombres premiers à la symétrie ».

### Présentation

Les travaux de Robert Langlands et de Richard Taylor, pris ensemble, nous offrent une extraordinaire vision unificatrice des mathématiques. Cette vision commence par la « réciprocité », pilier fondamental de l'arithmétique des siècles précédents, héritage de Gauss et de Hilbert. Langlands a eu la perspicacité d'intégrer la réciprocité dans un vaste réseau de relations qui n'avait jamais été imaginé auparavant. Le cadre de Langlands a façonné et continuera de façonner, d'unifier et de faire progresser certains des programmes de recherche les plus importants dans l'arithmétique ainsi que dans la théorie des représentations de notre époque. Les travaux de Taylor ont, par une voie aussi fructueuse que fascinante, établi dans un passé récent divers aspects du programme de Langlands qui ont de profondes implications pour la résolution d'importants problèmes ouverts en théorie des nombres.

Pour un nombre premier  $p$ , formons la fonction (apparemment élémentaire) qui associe à un entier  $n$  la valeur  $+1$  si  $n$  est un carré modulo  $p$ , la valeur  $-1$  s'il ne l'est pas, et la valeur  $0$  s'il est divisible par  $p$ . Cela faisait certainement partie de la vision initiale de Langlands que de telles fonctions et leurs propriétés arithmétiques pourraient être des guides relativement fidèles à la vaste structure arithmétique dissimulée dans la panoplie des formes automorphes associées aux groupes algébriques généraux. Langlands, considérant les formes automorphes comme certains types de représentations (généralement de dimension infinie) de groupes algébriques, a découvert une unification des deux sujets, la théorie des nombres et la théorie des représentations, qui a fourni aux mathématiques l'étonnant dictionnaire qu'elles sont aujourd'hui en train de développer et d'appliquer. Il s'agit de la philosophie de Langlands : un dictionnaire entre la théorie des nombres et la théorie des représentations qui présente l'étrange caractéristique que de nombreuses relations élémentaires de la théorie des représentations deviennent après traduction par ce dictionnaire des relations profondes et

insoupçonnées de la théorie des nombres, et inversement.

Au milieu des années soixante, Robert Langlands a été l'un des principaux acteurs du développement de la théorie analytique générale des formes automorphes et de leur relation avec la théorie des représentations. On notera en particulier sa très célèbre théorie générale des séries d'Eisenstein. Très rapidement, il a pu énoncer de manière assez précise l'audacieuse « philosophie de Langlands » qui a guidé le sujet depuis lors. Cela inclut sa « conjecture de réciprocité » extrêmement générale qui relie les formes automorphes à la théorie des nombres et son « principe de [fonctorialité](#) », une belle conjecture qui reprend toutes ces idées sous forme de propriétés internes des représentations. Dans les années soixante-dix et quatre-vingt, Langlands s'est attaqué à de nombreux cas spéciaux importants de ses conjectures en utilisant des généralisations de la [formule des traces de Selberg](#). On notera en particulier sa théorie du changement de base cyclique pour  $GL(2)$ , un exemple de « fonctorialité » qui a de profondes applications en théorie des nombres. Il a été le premier à utiliser la formule des traces pour étudier les [variétés de Shimura](#). Il a également élaboré un plan très détaillé (la théorie de l'« endoscopie ») sur la manière de surmonter les problèmes profonds rencontrés lors de l'application de la formule des traces à l'analyse des variétés de Shimura ou à la démonstration de cas de fonctorialité. En résumé, la vision de Langlands nous offre une grande unification, déjà utilisée pour établir certaines des avancées les plus profondes en théorie des nombres au cours des dernières années.

En effet, c'est grâce aux travaux de Richard Taylor que nous disposons aujourd'hui de certaines de ces avancées. Pour citer la plus récente de ces avancées, Taylor et ses collègues ([Michael Harris](#), [Laurent Clozel](#) et [Nicholas Shepherd-Barron](#)) ont établi une partie importante d'une conjecture de base qui existe depuis quarante ans. Dans le même temps, ils ont étendu de manière étonnante notre capacité à utiliser les idées de Langlands, en combinaison avec le travail d'autres personnes, à des fins arithmétiques. L'énoncé technique de ce qu'ils ont fait est d'avoir démontré la [conjecture de Satō-Tate](#) pour les [courbes elliptiques](#) sur des [corps totalement réels](#), à condition que la courbe ait une réduction multiplicative. La conjecture de Satō-Tate prédit que certains termes d'erreur dans une large classe d'importantes fonctions numériques sur les nombres premiers se conforment à une loi de probabilité particulière. Dans ce travail récent, nous voyons des sous-disciplines mathématiques autrement séparées se réunir et se raccorder les unes aux autres d'une manière instructive. En outre, la stratégie adoptée, conformément au

principe de fonctorialité de Langlands, implique une suite infinie de formes automorphes attachées à des groupes algébriques de rang de plus en plus élevé. Tout ceci n'est certainement que le début d'une histoire beaucoup plus vaste, telle qu'elle a été envisagée par Langlands.

Les travaux antérieurs de Richard Taylor comprennent sa célèbre collaboration avec Wiles sur la résolution du [dernier théorème de Fermat](#), suivie de sa contribution significative à l'effort de collaboration visant à achever complètement la [modularité](#) des courbes elliptiques sur le corps des nombres rationnels, sa collaboration avec Michael Harris qui a abouti à la résolution de la [conjecture de Langlands locale](#) pour le [groupe général linéaire](#) de degré  $n$ , et son travail de résolution de la [conjecture classique d'Artin](#) pour une classe assez importante de [représentations galoisiennes](#) non résolubles de degré deux.

Les travaux de Robert Langlands et de Richard Taylor témoignent de la profondeur et de la vigueur de la théorie moderne des nombres et des représentations. Ensemble, ils méritent amplement l'honneur du [prix Shaw](#).

## Autobiographie de Robert Langlands

Je suis né le 6 octobre 1936 à New Westminster, en Colombie-Britannique au Canada, de Kathleen Johanna (née Phelan) Langlands et de Robert Langlands. En 1956, j'ai épousé Charlotte Lorraine Cheverie. Nous avons quatre enfants, William, Sarah, Robert et Thomasin, et plusieurs petits-enfants.

J'ai fait mes études primaires et secondaires à New Westminster et à White Rock, une localité voisine. J'ai ensuite obtenu une licence et une maîtrise à l'université de Colombie-Britannique, au Canada, puis, en 1960, un doctorat à l'université Yale, à New Haven dans le Connecticut.

Au cours des années suivantes, de 1960 à 1972, j'ai occupé des postes à l'université de Princeton, à l'université Yale et, pour des périodes d'un an, à l'Institut d'étude avancée de Princeton, à l'université de Californie à Berkeley, à l'université technique du Moyen-Orient à Ankara en Turquie, et à l'université de Bonn en Allemagne. Depuis 1972, je suis professeur à l'Institut d'étude avancée de Princeton, mais après le mois de juin de cette année (2007), je serai professeur émérite. Pendant mon séjour à l'institut, j'ai passé de brèves périodes, de quelques mois à un an, au Centre de recherches mathématiques de Montréal, à l'université de Bonn et dans plusieurs autres instituts en Allemagne, en particulier à Berlin et à Heidelberg, ainsi que dans plusieurs instituts et universi-

tés en France. Il y a également eu une longue visite à l'institut Tata de recherche fondamentale à Mumbai, ainsi que plusieurs courtes visites en Turquie, en particulier à l'université Yıldız d'Istanbul.

Bien que ma thèse ait porté sur l'analyse fonctionnelle et les équations aux dérivées partielles (voir le livre *Opérateurs elliptiques et groupes de Lie* de Derek Robinson), mon intérêt s'est rapidement porté en partie sous l'influence d'un cours de Steven Gaal à Yale sur les idées de Hecke et Selberg, donc sur les fonctions zêta et en pratique sur la théorie des séries d'Eisenstein. Cet intérêt, ainsi qu'un intérêt naissant pour la théorie des corps de classes qui a débuté à Princeton, a été encouragé par Salomon Bochner. Atle Selberg avait développé pour  $SL(2, \mathbf{Z}) \backslash SL(2, \mathbf{R})$  et pour d'autres sous-groupes discrets de rang un la théorie des séries d'Eisenstein, mais il n'a pas été en mesure d'étendre la théorie à des sous-groupes discrets de rang supérieur. Je pense qu'il est juste de dire que c'est moi qui l'ai créée au début des années soixante. Je connaissais bien sûr les méthodes de Selberg, ainsi que la théorie générale de la réduction récemment développée par Borel et Harish-Chandra, et le concept général de forme parabolique introduit par Israel Gelfand. Les nouvelles difficultés dans les rangs supérieurs proviennent en grande partie du fait que la théorie est une théorie spectrale pour plusieurs opérateurs non bornés qui commutent. Elle n'a pas encore été bien comprise par les analystes, mais en plus de ma propre présentation de la théorie, il existe un excellent livre de Moeglin et Waldspurger. Il y a aussi un exposé précoce de Harish-Chandra, qui après Bochner a été le mathématicien responsable de la première reconnaissance de mes efforts, mais l'exposé de Harish-Chandra s'est arrêté avant la théorie pour les dimensions supérieures, qui est un élément essentiel de la formule des traces, créée d'abord pour  $SL(2)$  par Selberg et développée en général par Arthur, un développement qui lui-même est encore largement négligé par les analystes et peu compris à l'exception d'un très petit nombre de spécialistes. À mon avis, elle est maintenant au cœur de la théorie analytique des formes automorphes et, par conséquent, de l'arithmétique également.

La théorie générale des séries d'Eisenstein a conduit à une bien meilleure compréhension des types de fonctions L qui peuvent être associées aux formes automorphes, et ensuite à la notion de fonctorialité, encore aujourd'hui en grande partie conjecturale, mais avec quelques cas d'importance inattendue qui ont été démontrés. Ces conjectures, inspirées en partie par la loi de réciprocité d'Artin et avec le prolongement analytique de toutes les fonctions L d'Artin comme conséquences

immédiates, sont peut-être ma contribution majeure. Elles ont été suivies, dans les deux décennies qui ont suivi leur découverte, par diverses recherches destinées à permettre la formulation détaillée des conjectures et de leurs conséquences, à établir des liens avec les fonctions L de l'arithmétique, au-delà de celles d'Artin, et à développer des méthodes pour leur démonstration, mon outil favori étant la formule des traces et les variétés de Shimura en étant le principal exemple. Je continue à réfléchir à ces questions, très encouragé par les travaux récents de [Laumon](#) et [Ngô](#), eux-mêmes influencés par les travaux antérieurs de Kottwitz, [Goresky](#) et [MacPherson](#), sur le [lemme fondamental](#). Il reste encore beaucoup à faire.

Ce fut un grand plaisir pour moi, mais aussi une grande surprise, lorsque Wiles a incorporé une partie du travail sur la fonctorialité et, par conséquent, la formule des traces dans la démonstration du [dernier théorème de Fermat](#) en tant qu'ingrédient essentiel.

Outre la théorie des formes automorphes, j'ai également étudié, en partie avec Yvan Saint-Aubin et d'autres collaborateurs, divers aspects de la physique mathématique. Ici, plus encore qu'ailleurs, je n'ai pas atteint mes objectifs, mais je suis certain que les travaux numériques sur la [percolation](#) et les probabilités de croisement ont influencé les travaux importants de [Smirnov](#) sur l'invariance conforme et ceux de [Schramm](#) sur l'évolution de [Schramm-Loewner](#). J'en suis très heureux et j'ai beaucoup de chance, mais j'aimerais néanmoins pouvoir découvrir une véritable approche mathématique de l'analyse de la [renormalisation](#).

## Autobiographie de Richard Taylor

Je suis née le 19 mai 1962 à Cambridge en Angleterre, mais deux ans plus tard, nous avons déménagé à Oxford où j'ai passé le reste de mon enfance. Ma mère Mary était professeur de piano et mon père John physicien théoricien. J'ai aimé les mathématiques dès mon plus jeune âge et j'ai eu la chance d'avoir plusieurs professeurs de mathématiques intéressants, parmi lesquels Tony Middleton à l'école du collège Magdalen. Même si je n'ai jamais été un champion, j'ai beaucoup apprécié les [olympiades de mathématiques](#), qui m'ont permis de travailler pour la première fois sur des problèmes dont la résolution ne prenait pas que quelques minutes. Mais l'influence la plus importante sur mon développement scientifique précoce a sans aucun doute été celle de mon père, qui m'a appris à ne jamais être satisfait tant que je n'avais pas compris

complètement quelque chose. Il m'a également appris à ne pas craindre de poser des questions simples.

J'ai fait mes études au collège Clare à Cambridge. J'ai alors développé une passion pour les voyages et l'alpinisme, en visitant les Alpes, l'Himalaya indien et plus tard le Karakoram et les volcans équatoriens. Je trouvais que c'était un excellent moyen de me détendre des mathématiques qui, autrement, pouvaient être très accaparantes. Il m'est également apparu clairement que la théorie des nombres était le domaine qui me passionnait le plus. J'étais attiré par la combinaison de problèmes simples, de belles structures et de la variété des techniques employées. Cependant, j'ai failli choisir de faire des études supérieures dans un autre domaine parce que je pensais que mes capacités étaient insuffisantes pour avoir un impact dans un domaine aussi difficile avec autant de praticiens exceptionnels. J'ai surmonté ces doutes et j'ai fait des études supérieures à Princeton. C'est là que j'ai choisi de travailler avec Andrew Wiles, attiré à la fois par la beauté de son travail et par sa facilité d'approche. Ce fut un choix judicieux. L'influence d'Andrew sur mon travail a été énorme. Après avoir terminé mon doctorat, j'ai passé un an à l'Institut des hautes études scientifiques, près de Paris, avant de retourner à l'université de Cambridge et au collège Clare. J'y suis resté pendant les six années suivantes, au cours desquelles j'ai grandement bénéficié du soutien de [John Coates](#).

En 1994, j'ai eu la chance de rencontrer Christine Chang, qui a rendu ma vie beaucoup plus heureuse. Nous nous sommes mariés en août 1995 et avons maintenant deux enfants : Jeremy (né en 1998) et Chloe (née en 2000). Depuis lors, j'ai consacré beaucoup moins de temps aux mathématiques, mais mes travaux mathématiques se sont paradoxalement améliorés.

Dans le but de combiner nos deux carrières scientifiques, j'ai quitté l'université de Cambridge après mon mariage avec Christine, d'abord pour la [chaire savillienne de géométrie](#) à Oxford, puis, un an plus tard, pour l'université Harvard, où j'occupe actuellement le poste de professeur de mathématiques de la chaire Herchel Smith. À Harvard, j'ai trouvé un environnement favorable et stimulant avec des collègues et des étudiants incomparables.

Mes intérêts mathématiques se concentrent sur la relation entre deux types de symétrie très différents : certaines symétries discrètes d'équations polynomiales découvertes par [Galois](#) dans la première moitié du XIX<sup>e</sup> siècle, et d'autres symétries continues qui apparaissent en géométrie. Dans le cas le plus simple (commutatif), cette relation a été

---

l'une des grandes réalisations mathématiques de la première moitié du XX<sup>e</sup> siècle (théorie des corps de classe). Plus récemment, une théorie beaucoup plus générale (non commutative) s'est développée, souvent décrite de manière approximative comme le programme de Langlands. Je suis fasciné par la façon dont ces idées relient deux types de mathématiques très différents (l'un provenant de l'algèbre, l'autre plus étroitement lié à l'analyse) qui, à première vue, n'ont aucune raison d'être liés. Je suis également très impressionné par la manière dont les progrès réalisés dans le cadre de ce « programme » ont permis de résoudre d'anciens problèmes concrets dans le domaine de la théorie des nombres. Le cas le plus notable, mais certainement pas le seul, est la démonstration par Andrew Wiles du dernier théorème de Fermat. Ce fut une merveilleuse occasion lorsqu'en décembre 1993, Andrew m'a demandé de l'aider à combler les lacunes de sa première tentative de démontrer le dernier théorème de Fermat, tâche que nous avons réussie en moins d'un an, bien que nous ayons utilisé un argument tout à fait inattendu.

La théorie des corps de classes peut être considérée comme le cas unidimensionnel du programme. Mes premiers travaux portent sur le cas bidimensionnel, notamment mon travail avec Wiles mentionné ci-dessus et sa continuation avec Breuil, Conrad et Diamond pour démontrer la [conjecture complète de Shimura-Taniyama](#) qui a d'importantes applications à l'arithmétique des courbes elliptiques. J'ai également découvert de résultats potentiels de modularité, qui ont conduit à la démonstration du prolongement [mérormorphe](#) et de l'équation fonctionnelle des fonctions L de tous les motifs réguliers de rang deux. Par la suite, Khare et Wintenberger ont à nouveau utilisé ces idées dans leur démonstration révolutionnaire de la [conjecture de Serre](#). Plus récemment, j'ai porté mon attention sur le cas d'un nombre quelconque de dimensions, le plus souvent dans le cadre d'une longue collaboration avec [Michael Harris](#). Je considère que notre démonstration de la conjecture de Langlands locale et notre travail (en partie avec Clozel et Shepherd-Barron) sur les théorèmes de relèvement modulaire et les théorèmes de modularité potentielle en un nombre quelconque de dimensions sont les points forts de ce travail. Une application de ces travaux est la démonstration de la conjecture de Satō-Tate (pour les courbes elliptiques avec un [j-invariant](#) non entier). Ce compte rendu montre clairement que je suis quelqu'un qui travaille mieux en collaboration avec d'autres. J'ai la chance d'avoir eu des collaborations fructueuses et très agréables avec de nombreux collègues. J'ai également la chance d'avoir pu travailler

avec vingt doctorants très talentueux.

## 2008 : Vladimir Arnold et Lioudvig Faddeïev

« pour leurs contributions nombreuses et influentes à la physique mathématique ».

### Présentation

Au fil des siècles, les mathématiques et la physique ont entretenu une longue et étroite relation. L'ère moderne a été inaugurée par Galilée, qui a soutenu que les lois de la nature étaient écrites dans le langage des mathématiques. Isaac Newton a fait un pas de géant en développant et en appliquant le calcul infinitésimal à l'étude de la dynamique. Depuis lors, tout le cadre théorique de la physique a été formulé en termes d'équations différentielles.

Les deux lauréats du prix Shaw en sciences mathématiques pour 2008, Vladimir Arnold et Lioudvig Faddeïev, s'inscrivent dans cette grande tradition. Les contributions d'Arnold concernent principalement la mécanique classique, en mettant l'accent sur les aspects géométriques développés au fil des siècles par Newton, Riemann et Poincaré. Faddeïev a été davantage attiré par les défis de la théorie quantique et le formalisme algébrique associé.

Arnold a apporté de nombreuses contributions importantes à une grande variété de problèmes à la frontière de l'analyse et de la géométrie, mais sa plus célèbre contribution est la théorie de Kolmogorov-Arnold-Moser (KAM). Cette théorie montre la persistance d'orbites quasi périodiques de systèmes dynamiques sous l'effet de perturbations convenables. Issue des travaux de Newton sur une orbite planétaire unique, elle traite du problème plus général à  $N$  corps, a exercé une influence considérable et a des applications importantes, du système solaire aux accélérateurs de particules. Arnold a également mis en évidence (en 1964) une instabilité subtile, aujourd'hui appelée diffusion d'Arnold, qui a été très étudiée par les mathématiciens et les physiciens.

La théorie générale de la mécanique hamiltonienne (dans laquelle l'énergie est conservée) a une formulation élégante en termes géométriques : la géométrie symplectique. Arnold a étudié ce sujet en profondeur et a formulé des conjectures profondes sur les flots hamiltoniens et la topologie. Ces conjectures ont été très influentes et ont conduit à un

développement fructueux au cours des décennies suivantes, aboutissant à la démonstration de certaines versions des conjectures d'Arnold par [Andreas Floer](#) et d'autres.

Les structures géométriques présentent souvent des [singularités](#), un sujet d'étude pour les algébristes et les géomètres depuis longtemps, mais l'intérêt d'Arnold pour ces singularités est centré sur leur apparition en tant que [caustiques](#) dans la propagation des ondes. Il a mis l'accent sur l'approche géométrique dans ce domaine, mais a incorporé de nouveaux résultats issus de l'algèbre et de la topologie.

Arnold a également été un pionnier de l'approche géométrique de l'étude des [équations d'Euler](#) pour la dynamique des fluides parfaits, une approche qui a eu une grande influence au cours des trente dernières années. En 1966, il a obtenu des critères généraux pour la stabilité à la fois linéaire et non linéaire des équations d'Euler, tandis qu'en 1974, il a fourni une interprétation de l'invariant d'[hélicité](#) des équations d'Euler en tant qu'invariant de [Hopf](#) asymptotique des lignes de tourbillon.

Un autre lien entre la géométrie et l'analyse émerge de la [géométrie algébrique](#) réelle associée aux [caractéristiques](#) des [équations aux dérivées partielles](#). Alors que la géométrie algébrique complexe dispose d'une théorie riche et magnifique, celle-ci disparaît en grande partie pour les nombres réels. Pour les courbes planes, l'un des célèbres [problèmes de Hilbert](#) posait des questions sur la disposition des ovales réels. Arnold s'est attaqué à ce problème par une approche topologique très ingénieuse et efficace qui a donné les meilleurs résultats à cette époque.

Lioudvig Faddeïev a apporté de nombreuses contributions importantes à la physique quantique et aux équations différentielles qui la sous-tendent.

Il est surtout connu pour son travail avec [Victor Popov](#), qui a montré la bonne façon de quantifier les [théories de jauge](#) non abéliennes qui sont à la base de tous les travaux contemporains sur la physique subatomique. La [symétrie de jauge](#) est bien comprise dans la théorie électromagnétique telle qu'elle a été formulée par [Maxwell](#) : elle équivaut à l'ambiguïté du [potentiel vecteur](#). Le défi consistait à étendre cette situation linéaire simple au cas non linéaire des équations de [Yang-Mills](#) pertinentes pour la physique des particules. La réponse réside dans l'introduction de ce que l'on appelle aujourd'hui les « [fantômes](#) de Faddeïev et Popov ». Ceux-ci ont totalement transformé la théorie d'une manière élégante et conceptuelle, conduisant en temps voulu aux travaux de [t Hooft](#) et [Veltman](#) qui ont été récompensés par le prix Nobel de physique en 1999.

L'un des résultats surprenants des cinquante dernières années a été la découverte qu'un certain nombre d'équations aux dérivées partielles non linéaires intéressantes, qui apparaissent dans certaines situations physiques simplifiées, sont « intégrables ». Cela signifie qu'elles peuvent être résolues explicitement grâce à une structure mathématique à la fois belle et quelque peu mystérieuse. La [quantification](#) de certaines de ces théories a un sens physique et Faddeïev, en collaboration avec plusieurs de ses étudiants, a développé une version quantique de l'intégrabilité, qui a conduit à la notion de [groupe quantique](#). Cette notion a eu des applications importantes en physique du solide ainsi que dans les travaux récents sur la [théorie des cordes](#).

Un domaine d'étude important de la physique mathématique est celui de la « théorie de la [diffusion des ondes](#) ». On envisage ici une sorte d'obstacle qui détourne ou reflète un flux d'ondes entrantes, par exemple des ondes lumineuses, la diffusion étant la manière dont les ondes entrantes sont liées aux ondes sortantes. Dans la pratique, on s'intéresse souvent au [problème inverse](#), c'est-à-dire à la manière d'extraire des informations sur l'obstacle à partir des données de diffusion.

[Peter Lax](#) et [Ralph Phillips](#) ont développé cette théorie (en 1964) dans le contexte de la [théorie spectrale des opérateurs différentiels](#) linéaires. Faddeïev et Boris Pavlov ont ensuite magistralement appliqué cette théorie à la géométrie du demi-plan supérieur et à l'[action](#) du [groupe modulaire](#). Ils ont trouvé un lien très surprenant entre cette théorie de la diffusion des ondes et la célèbre [hypothèse de Riemann](#) (toujours non démontrée) en [théorie des nombres](#) sur les zéros de la [fonction zêta](#). Ce lien entre la théorie des nombres et la physique par le biais d'une analyse spectrale subtile illustre l'étendue des centres d'intérêt et de la perspicacité de Faddeïev.

Bien que les contributions particulières d'Arnold et de Faddeïev ne se chevauchent pas, elles couvrent ensemble un large éventail de sujets en physique mathématique. Enracinés dans le passé, mais intégrant des idées nouvelles et passionnantes de notre époque, leurs travaux témoignent de la vitalité continue de la physique mathématique d'une manière qui aurait réjoui à la fois Galilée et Newton. Arnold et Faddeïev sont des lauréats dignes du prix Shaw.

## Autobiographie de Vladimir Arnold

Je suis né le 12 juin 1937 à Odessa et j'ai étudié à l'université de Moscou de 1954 à 1959.

J'ai été candidat en sciences physiques et mathématiques avec une thèse sur la résolution du [treizième problème de Hilbert](#) à l'[institut de mathématiques appliquées Keldych](#) en 1961. J'ai obtenu le titre de docteur en sciences physiques et mathématiques en 1963 avec une thèse sur la stabilité des systèmes hamiltoniens, dans le même institut. Ces travaux ont été encadrés par [A. N. Kolmogorov](#).

Depuis 1965, je suis professeur sur la chaire d'équations différentielles de la faculté de mathématiques et de mécanique de l'université d'État de Moscou et, depuis 1986, à l'[institut de mathématiques Steklov](#) de Moscou. J'ai été élu membre de l'Académie des sciences de Russie en 1990.

J'ai été vice-président de l'[Union mathématique internationale](#) (1999-2003) et président de la [Société mathématique de Moscou](#).

La liste des revues scientifiques dans lesquelles j'ai siégé au comité de rédaction comprend notamment : *Doklady RAN*, *Izvestia RAN*, *Russian Mathematical Surveys*, *Functional Analysis and its Applications*, *Functional Analysis and Other Mathematics*, *Proceedings of Petrovski Seminar*, *Inventiones Mathematicae*, *Physica D-Nonlinear Phenomena*, *Quantum*, *Bulletin des sciences mathématiques*, *Selecta*, *Journal of Geometry and Physics*, *Topological Methods in Nonlinear Analysis*.

Professeur à l'université de Moscou pendant trente ans, j'ai également été professeur à l'université Paris-Dauphine de 1993 à 2005 (je reste aujourd'hui professeur honoraire).

J'ai publié plusieurs dizaines de livres. En voici quelques exemples :

- *Problèmes ergodiques de la mécanique classique* (avec A. Avez) ;
- *Équations différentielles ordinaires* ;
- *Méthodes mathématiques de la mécanique classique* ;
- *Chapitres supplémentaires de la théorie des équations différentielles ordinaires* ;
- *Théorie des catastrophes* ;
- *Singularités des caustiques et des fronts d'onde* ;
- *Problèmes pour les enfants de 5 à 15 ans* ;
- *Huygens et Barrow, Newton et Hooke – premiers pas du calcul infinitésimal et de la théorie des catastrophes* ;
- *Hier et autrefois* ;
- *Géométrie de contact et propagation des ondes* ;
- *Leçons sur les équations aux dérivées partielles* ;
- *Topologie pseudopériodique* (avec M. Kontsevitch et A. Zoritch) ;
- *Les fractions continues* ;
- *Les groupes d'Euler et l'arithmétique des suites géométriques* ;

- 
- *Dynamique, statistique et géométrie projective des corps finis* ;
  - *Le nouvel obscurantisme et le système éducatif russe* ;
  - *Les mathématiques sont-elles utiles dans les lycées ?*
  - *Géométrie des nombres complexes, des quaternions et des spins* ;
  - *Les mathématiques expérimentales* ;
  - *Qu'est-ce que les mathématiques ?*
  - *Les découvertes expérimentales de faits mathématiques* ;
  - *La science des mathématiques et l'art des mathématiciens* ;
  - *Géométrie*.

Dix manuels universitaires figurent dans la liste ci-dessus.

Mes articles mathématiques les plus connus traitent des systèmes hamiltoniens (y compris la découverte de la « diffusion d'Arnold » et la création de la topologie symplectique).

Mes articles sur la « théorie des catastrophes quantiques » contiennent des études sur les bifurcations des caustiques, basées sur ma découverte de liens inattendus entre les points critiques simples des fonctions et les algèbres de Lie simples (et aussi les groupes de réflexion de Coxeter).

J'ai établi un lien entre la géométrie algébrique réelle des courbes planes et la topologie en dimension 4 (et la théorie quantique des champs). Cette découverte a donné lieu à de nombreuses études par de nombreux mathématiciens de la partie relative à la géométrie algébrique du seizième problème d'Hilbert.

Mes travaux récents sur la turbulence arithmétique fournissent des propriétés statistiques inattendues des diagrammes de Young des cycles de permutations aléatoires de  $N$  points avec  $N \rightarrow \infty$ .

Parmi les nombreux domaines des mathématiques modernes issus de mes articles, on peut citer par exemple :

- les théories du cobordisme de Lagrange et de Legendre (pour les topologies symplectiques et les topologies de contact) ;
- les statistiques des représentations de groupes finis les plus fréquentes ;
- la théorie ergodique des permutations de segments ;
- la théorie de la dynamo planétaire (en magnétohydrodynamique) ;
- les statistiques des fractions continues de dimension supérieure ;
- la théorie des singularités de la distribution des galaxies ;
- la découverte par Arnold de la « dualité étrange » des triangles de Lobatchevski (qui a conduit à la théorie de la symétrie miroir de la physique quantique des champs) ;

- les statistiques asymptotiques des suites géométriques de résidus de [Fermat-Euler](#) ;
- la théorie de l'asymptotique faible (pour les distributions des solutions des problèmes diophantiens) ;
- la description des singularités de la frontière des problèmes de contrôle optimal (en termes de géométrie de l'[icosaèdre](#)) ;
- la théorie topologique de Galois (de la non-résolubilité par radicaux pour les équations algébriques de degrés  $\geq 5$ ) ;
- la création des théories des classes caractéristiques pour les [tresses](#) et pour les [fonctions algébriques](#) ;
- la découverte par Arnold des raisons topologiques des divergences des séries de la théorie des permutations (y compris la classification des voisinages et dans les espaces des orbites des systèmes dynamiques) ;
- l'étude asymptotique des fréquences des [représentations irréductibles](#) (dans les espaces propres du [laplacien](#) sur une [variété riemannienne](#) symétrique) ;
- la classification topologique des courbes planes lisses immergées ;
- la théorie ergodique et la [géométrie projective](#) des [corps finis](#) ;
- les statistiques des polygones convexes dont les sommets sont des points entiers du plan ;
- l'interprétation topologique de la formule du multipôle de Maxwell pour les [harmoniques sphériques](#) ;
- la théorie des palindromes pour les fractions continues périodiques des [irrationnels quadratiques](#) ( $x^2 + px + q = 0$ ) ;
- la découverte par Arnold de la validité de la [loi de Gauss-Kuzmin](#) pour les fractions continues périodiques aléatoires ;
- la découverte par Arnold de la violation de la loi statistique de Gauss-Kuzmin pour les fractions continues périodiques des valeurs propres des [matrices aléatoires](#) (dans  $SL(2, \mathbb{Z})$ ) ;
- l'invention par Arnold de la [classe caractéristique](#) impliquée dans les conditions de quantification ;
- la théorie de la géométrie symplectique d'Arnold sur le tore de Lagrange dans les systèmes hamiltoniens complètement [intégrables](#) ;
- les « [chats d'Arnold](#) » des physiciens ([F. Dyson](#), [I. Persival...](#)) du point de vue ergodique et du point de vue de la théorie des nombres.

Pour comprendre les liens naturels entre des sujets aussi différents que ceux mentionnés ci-dessus, je recommande la lecture de mes articles

(environ 700) qui expliquent ces liens.

## Autobiographie de Faddeïev

Je suis né le 10 mars 1934 à Léninegrad (aujourd'hui Saint-Pétersbourg), où j'ai vécu la majeure partie de ma vie. La seule exception a été pendant la guerre, de la mi-1941 au début de 1945, lorsque j'ai été évacué de Léninegrad et que j'ai vécu dans plusieurs endroits à l'Est, principalement à Kazan.

Mes deux parents étaient mathématiciens. Les intérêts de mon père étaient très vastes, mais il se considérait comme un algébriste. On reconnaît aujourd'hui qu'il a été un des créateurs de l'algèbre [homologique](#). Ma mère a travaillé sur des problèmes appliqués; ses contributions les plus connues concernent les méthodes numériques pour l'[algèbre linéaire](#).

Au lycée, j'avais de nombreux centres d'intérêt, notamment la photographie, la radio et le ski de fond. J'étais bon en mathématiques en classe, mais je n'étais pas un « garçon des Olympiades ». J'ai décidé de faire des études supérieures au département de physique de l'université de Léninegrad afin d'être indépendant de mon père, qui était professeur au département de mathématiques.

Mais c'est là que les mathématiques m'ont rattrapé. Grâce à l'influence des académiciens [V. A. Fock](#) et [V. I. Smirnov](#), la formation mathématique des étudiants du département de physique était parfaitement organisée. Mon tuteur à partir de la troisième année de licence était le professeur [O. A. Ladyjenskaïa](#), une spécialiste renommée des EDP. Elle ne m'a pas poussé vers ce domaine de la physique mathématique classique. Elle m'a plutôt proposé de lire des articles sur le problème de la diffusion quantique. Le premier était un article de [N. Levinson](#) sur l'unicité de la reconstruction du potentiel de l'opérateur de [Schrödinger](#) radial à partir du déphasage. Je devais également lire le livre de [K. O. Friedrichs](#) intitulé *Aspects mathématiques de la théorie quantique des champs* et en faire le compte rendu lors du séminaire spécial. Bien entendu, j'ai suivi tous les cours traditionnels de physique théorique. J'ai donc eu beaucoup de chance de recevoir une excellente éducation à la fois en physique théorique et en mathématiques, ce qui a marqué ma future carrière de physicien mathématicien avec un intérêt particulier pour la théorie quantique.

J'ai terminé mes études de premier cycle en 1956 et j'ai obtenu le diplôme de candidat en sciences en 1959. Pendant cette période, j'ai eu

le bonheur d'épouser Anna Veselova. Nous avons deux filles et quatre petits-enfants, déjà bien adultes.

Mon premier article scientifique a été publié en 1956, ce qui signifie que je participe activement à des travaux scientifiques depuis plus de cinquante ans. J'ai commencé par traiter les questions mathématiques de la théorie de la diffusion quantique, à la fois les problèmes directs et inverses. Le traitement de la théorie de la diffusion quantique pour le système de trois particules, basé sur les [équations intégrales](#) qui portent maintenant mon nom, m'a valu mon premier succès. Ce travail a été très apprécié par les spécialistes de la physique nucléaire. L'attention des mathématiciens est venue plus tard et aujourd'hui la théorie de la diffusion quantique sur de nombreux corps est un sujet actif de la physique mathématique moderne. Cependant, j'estime personnellement plus ma solution du problème inverse surdéterminé à plusieurs dimensions pour l'opérateur de Schrödinger avec un potentiel local. Récemment, j'ai entendu dire que ce travail trouve des applications pratiques en tomographie.

Ce premier succès et la soutenance de ma thèse de doctorat en sciences en 1963 m'ont permis de me tourner vers la théorie quantique des champs, mon rêve de jeunesse. À l'époque, cette théorie était pratiquement interdite en Union soviétique en raison de la censure (purement scientifique) de [Landau](#). Heureusement, comme je vivais à Leningrad, je n'étais pas soumis à l'influence de Moscou et j'étais libre de faire ce que je voulais. Après avoir lu la conférence polonaise de [R. Feynman](#) et le livre d'[André Lichnerowicz](#) sur la théorie des [connexions](#), j'ai décidé de travailler sur le problème de la quantification du champ de Yang-Mills. À l'automne 1966, en collaboration avec un jeune et brillant collègue, Victor Popov, je suis parvenu à formuler correctement cette théorie en termes d'intégrale fonctionnelle. Nous avons calculé la mesure formelle, sur la variété des classes de connexions à équivalence de jauge près. Plus tard, certains ont dit que nous avons surpassé Feynman dans son domaine. Notre court article, publié en 1967, n'est devenu populaire que plusieurs années plus tard, lorsque le champ de Yang-Mills a été incorporé dans la théorie unifiée des interactions électromagnétiques et faibles par [S. Weinberg](#) et [A. Salam](#).

En 1970, V. Zakharov m'a présenté la méthode de diffusion inverse pour résoudre l'équation d'évolution non linéaire dans un espace-temps à deux dimensions. Notre premier résultat commun, l'interprétation hamiltonienne et l'intégrabilité complète de l'[équation de Korteweg-de Vries](#), a marqué mon activité pendant vingt ans. Les principales réali-

sations, effectuées avec un grand groupe d'excellents étudiants (aujourd'hui appelés « école de Leningrad »), sont l'élucidation de la structure algébrique des modèles quantiques intégrables (équation de Yang-Baxter) et la formulation de l'Ansatz de Bethe algébrique. Ce développement est finalement devenu la base de la construction des groupes quantiques par V. Drinfeld.

Il est très stimulant pour moi de voir comment ce formalisme a été ressuscité dans le traitement moderne de la théorie de Yang-Mills.

Plus tard, je suis également revenu à la théorie de Yang-Mills, mais sans lien avec l'intégrabilité. Avec mon collègue, A. Niemi, j'essaie de trouver une image adéquate pour les excitations semblables à des particules dans cette théorie. Nous envisageons pour elles une structure de soliton en forme de nœud. Cependant, ce travail n'en est qu'à un stade préliminaire.

Aujourd'hui, je vis assez confortablement à Saint-Petersbourg. J'apprécie les contacts avec mes anciens étudiants, qui vivent en Europe et aux États-Unis, et j'espère en recruter de nouveaux parmi la génération qui a plus de cinquante ans de moins que moi.

## 2009 : [Simon Donaldson](#) et [Clifford Taubes](#)

« pour leurs nombreuses et brillantes contributions à la géométrie en dimensions 3 et 4 ».

### Présentation

Au cours des trente dernières années, la géométrie en dimensions 3 et 4 a été totalement révolutionnée par les nouvelles idées issues de la physique théorique. D'anciens problèmes ont été résolus mais, plus important encore, de nouvelles perspectives se sont ouvertes, qui occuperont les mathématiciens pendant les décennies à venir.

Si l'étincelle initiale est venue de la physique (où [Edward Witten](#) s'est penché sur le sujet), le développement mathématique détaillé a nécessité tout l'arsenal de l'analyse non linéaire, où les arguments techniques profonds doivent être soigneusement guidés par une vision géométrique et des considérations topologiques.

Simon K. Donaldson et Clifford H. Taubes sont les deux principaux pionniers qui ont initié et développé des aspects essentiels de ce nouveau domaine. Avec leurs étudiants, ils ont établi une école de recherche active qui est à la fois variée, originale et profonde. La plupart des résultats, y compris certains très récents, leur sont dus.

Pour planter le décor, il est utile de revenir sur les deux siècles précédents. Le XIX<sup>e</sup> siècle a été dominé par la géométrie des surfaces bidimensionnelles, en commençant par les travaux d'[Abel](#) sur les [fonctions algébriques](#) et en se développant jusqu'à la théorie des [surfaces de Riemann](#) complexes. Au début du XX<sup>e</sup> siècle, [Poincaré](#) avait introduit des idées topologiques qui allaient s'avérer très fructueuses, notamment dans les travaux de [Hodge](#) sur la [géométrie algébrique](#) en dimension supérieure et aussi dans l'analyse globale des [systèmes dynamiques](#).

Dans la seconde moitié du XX<sup>e</sup> siècle, des progrès spectaculaires ont été réalisés dans la compréhension de la [topologie](#) des [variétés](#) de dimensions supérieures. Des résultats assez complets ont été obtenus dans les dimensions 5 ou plus. Les deux « dimensions basses », 3 et 4, sans doute les plus importantes pour le monde physique réel, présentaient de sérieuses difficultés, mais on s'attendait à ce qu'elles soient surmontées selon des principes établis dans un avenir proche.

Dans les années quatre-vingt, cette vision simpliste a été ébranlée par l'impact des nouvelles idées issues de la physique. La première percée a été réalisée par Simon K. Donaldson dans sa thèse de doctorat, où il a utilisé les équations de [Yang-Mills](#) de la [théorie de jauge](#)  $SU(2)$  pour étudier des variétés lisses (différentiables) de dimension 4. Plus précisément, Donaldson a étudié l'[espace de modules](#) (ou paramètres) de tous les [instantons](#)  $SU(2)$ , solutions des équations de Yang-Mills  $SU(2)$  auto-duales (qui minimisent la fonctionnelle de Yang-Mills), et l'a utilisé comme outil pour obtenir des résultats sur la variété quadridimensionnelle. L'espace de modules des instantons dépend du choix de la [métrique riemannienne](#) sur la variété quadridimensionnelle, mais Donaldson a réussi à obtenir des résultats qui étaient indépendants de la métrique.

La réalisation de ce programme pose de sérieuses difficultés analytiques. Donaldson a dû s'appuyer sur les travaux antérieurs de [Karen Uhlenbeck](#) et de Clifford H. Taubes. Au fur et à mesure que ces nouvelles idées étaient développées par Donaldson, Taubes et d'autres, des résultats spectaculaires sont apparus. Voici une liste abrégée, qui montre l'écart considérable et inattendu entre les 4-Variété topologique@Variété topologique (où les problèmes venaient d'être résolus par [Michael Freedman](#)) et les 4-variétés lisses :

- de nombreuses 4-variétés topologiques compactes qui n'ont pas de structure lisse ;
- de nombreuses structures lisses non équivalentes sur les 4-variétés compactes ;
- un nombre non dénombrable de structures lisses non équivalentes sur l'espace euclidien de dimension 4 ;
- de nouveaux invariants pour les structures lisses.

Les invariants du dernier point ont été introduits pour la première fois par Donaldson à l'aide de son espace de modules d'instantons. Par la suite, une approche alternative et un peu plus simple est apparue, toujours en physique, sous la forme de la [théorie de Seiberg-Witten](#). Dans ce cas, il suffit de compter le nombre fini de solutions des équations de Seiberg-Witten (c'est-à-dire que l'espace de modules est désormais de dimension zéro).

L'une des grandes réalisations de Taubes a été de relier les [invariants de Seiberg-Witten](#) à ceux introduits précédemment par [Gromov](#) pour les [variétés symplectiques](#). De telles variétés apparaissent à la fois comme des espaces de phase en mécanique classique et en géométrie algébrique complexe, par le biais de la métrique [kählerienne](#) héritée de

l'espace projectif et exploitée par Hodge. Bien que les variétés symplectiques ne possèdent pas nécessairement une structure complexe, elles possèdent toujours une [structure presque complexe](#) (c'est-à-dire non intégrable). Gromov a introduit l'idée de « [courbes pseudo-holomorphes](#) » sur les variétés symplectiques et a obtenu des invariants en comptant convenablement ces courbes. Dans une série d'articles longs et difficiles, Taubes a démontré que, pour un 4-variété symplectique, les invariants de Seiberg-Witten coïncident essentiellement avec les invariants de Gromov-Witten (une extension des invariants de Gromov). L'étape clé du travail de Taubes est la construction d'une courbe pseudoholomorphe à partir d'une solution des équations de Seiberg-Witten. Cette étape est fondamentale, car elle permet de relier la théorie de jauge (une théorie des potentiels et des champs) à des sous-variétés (des courbes). En gros, il s'agit d'une sorte de dualité non linéaire.

En fait, l'extension de la géométrie algébrique complexe aux variétés symplectiques (de n'importe quelle dimension paire) a été à nouveau initiée par Donaldson qui a démontré divers théorèmes d'existence tels que l'existence de sous-variétés symplectiques. Dans le fossé apparemment grand entre la géométrie algébrique et la physique théorique, les variétés symplectiques forment un pont naturel et les résultats récents de Donaldson, Taubes et d'autres fournissent, pour ainsi dire, une rampe pour traverser le pont.

Tous ces travaux en dimension 4 ont un impact en dimension 3, en particulier grâce aux travaux d'[Andreas Floer](#). Taubes a apporté de nombreuses contributions dans cette direction. Son résultat le plus remarquable est sa démonstration très récente, en dimension 3, d'une conjecture ancienne d'[Alan Weinstein](#). Cette conjecture affirme l'existence d'une orbite fermée pour un [champ de Reeb](#) sur une [3-variété de contact](#). Les 4-variétés de contact apparaissent naturellement comme des ensembles de niveaux de hamiltoniens (d'énergies) sur un 4-variété symplectique. La conjecture de Weinstein affirme alors l'existence d'une orbite fermée du [champ de vecteurs](#) hamiltonien. Ce dernier tour de force de Taubes démontre sa puissance réelle en analyse géométrique.

Ces dernières années, Donaldson s'est intéressé au problème difficile de trouver des métriques hermitiennes de [courbure scalaire](#) constante sur des variétés complexes compactes. La célèbre solution de [Yau](#) à la conjecture de [Calabi](#) est un exemple de ce type de problème. Donaldson a refondu le problème de la courbure scalaire constante en termes d'[application moment](#), une idée issue de la [géométrie symplectique](#) qui a joué un rôle clé dans la théorie de jauge. Cette construction de mé-

triques est un problème beaucoup plus profond, étant extrêmement non linéaire, mais Donaldson a déjà fait des progrès importants sur les questions analytiques impliquées. Ce nouveau travail de Donaldson représente une nouvelle avancée passionnante qui attire actuellement beaucoup d'attention.

Ce bref résumé des contributions de Donaldson et Taubes montre comment ils ont transformé notre compréhension des dimensions 3 et 4. De nouvelles idées issues de la physique, ainsi qu'une analyse profonde et délicate dans un cadre topologique, ont été la marque de fabrique de leur travail. Ils méritent pleinement le [prix Shaw](#) en sciences mathématiques pour 2009.

## Autobiographie de Donaldson

Je suis né en 1957 à Cambridge, en Angleterre, troisième d'une famille de quatre enfants. À l'époque, mon père travaillait comme ingénieur électricien au département de physiologie de l'université. Ma mère avait été élevée à Cambridge et y avait obtenu un diplôme en sciences. Lorsque j'ai eu douze ans, nous avons déménagé dans un village du Kent à la suite de la nomination de mon père à la tête d'une équipe londonienne chargée de mettre au point des implants neurologiques.

La passion de ma jeunesse a été la voile. C'est ainsi que j'ai commencé à m'intéresser à la conception des bateaux et, par voie de conséquence, aux mathématiques. À partir de l'âge de seize ans environ, j'ai passé beaucoup de temps à étudier des livres, à résoudre des problèmes et à essayer d'explorer. À l'école, j'avais de bons résultats en mathématiques et en physique, mais pas de manière exceptionnelle.

En 1976, je suis retourné à Cambridge pour ma licence. La matière que je préférais était la géométrie, bien qu'il y en ait eu assez peu dans le cursus de Cambridge à l'époque et que ma formation principale ait été l'analyse, la topologie et la physique mathématique traditionnelle. Le mot « géométrie » peut donner une impression trompeuse. Le sujet moderne est très éloigné de celui d'Euclide, et il est peut-être préférable de penser au calcul vectoriel et, par exemple, à la notion géométrique de « flux » d'un champ de vecteurs.

En 1980, j'ai déménagé à Oxford pour préparer un doctorat sous la direction de [Nigel Hitchin](#). C'était une période passionnante à Oxford. La « [théorie des twisteurs](#) » de [Penrose](#) était dominante, un exemple précoce de l'interaction désormais omniprésente entre la géométrie et la physique fondamentale. [Michael Atiyah](#), qui a dirigé mon travail par la

suite, était un acteur majeur dans ce domaine. Quelques années auparavant, Hitchin, [Drinfeld](#) et [Manin](#) avaient réalisé des travaux célèbres sur les instantons de Yang-Mills, en utilisant la théorie des twisteurs et la géométrie des variables complexes. Ces instantons résolvent des généralisations des [équations de Maxwell](#).

Dans ma thèse, j'ai étudié deux sujets différents mais liés, qui sont devenus les deux thèmes de la plupart de mes recherches ultérieures. Le premier thème est l'interaction entre la [géométrie différentielle](#) et la géométrie algébrique. Le problème que Hitchin m'a proposé était de relier les instantons sur les espaces complexes aux « [fibrés](#) » étudiés par les spécialistes de géométrie algébrique. Ce qui était inhabituel par rapport à l'environnement d'Oxford, c'est que j'ai essayé d'aborder ce problème en utilisant des techniques analytiques. Ce type d'approche n'était pas du tout nouveau pour d'autres problèmes et dans d'autres parties du monde, mais ce n'était pas une tradition bien ancrée au Royaume-Uni. J'ai appris le métier en étudiant les prépublications de Cliff Taubes et de Karen Uhlenbeck, qui ont ouvert la voie à l'approche analytique de la théorie de Yang-Mills.

Je me suis d'abord concentré sur le cas d'un espace complexe, mais certaines questions centrales ont un sens sur n'importe quelle variété de dimension 4. Ma réflexion sur ces questions, combinée à un résultat d'existence démontré par Taubes, m'a conduit à l'autre sujet de ma thèse : l'application de la théorie de Yang-Mills à la topologie des 4-variétés. C'était tout à fait inattendu. Bien que l'argument de base me « sautait aux yeux » grâce à ma formation en topologie, un travail acharné a été nécessaire pour le mener à bien en détail.

J'en viens maintenant à la décennie 1983-1993. J'ai passé un an à Princeton et j'ai rencontré mon épouse Nora lors d'une visite à l'université du Maryland. Nos trois enfants, Andres, Jane et Nicholas, sont nés, rejoignant ainsi ma belle-fille Adriana. Andres et Jane sont maintenant tous deux diplômés de Cambridge et Nicholas est sur le point de terminer ses études au lycée. Adriana enseigne les mathématiques. Dans le domaine de la recherche, je me suis attaché à développer les applications topologiques pour en faire une théorie générale. Cela s'inscrivait dans le cadre d'une vaste entreprise à laquelle participaient de nombreux mathématiciens du monde entier. J'ai écrit un livre avec [Kronheimer](#) sur ces idées et une autre sur la théorie de Floer, qui les étend aux variétés de dimension 3. J'ai été nommé professeur à Oxford en 1985 et j'ai eu la chance d'avoir de nombreux doctorants.

À partir de 1994 environ, j'ai développé un autre domaine de re-

---

cherche en introduisant des techniques de topologie symplectique. Les idées s'accordaient bien avec les résultats obtenus par Taubes à la même époque. Après deux décennies de développement spectaculaire, la théorie des 4-variétés a atteint un état beaucoup plus stable. Bien que nous sachions beaucoup de choses, il y a d'énormes parties où nous sommes totalement ignorants. Ce volet était un exemple de tentative de trouver une nouvelle approche.

Nous avons passé l'année 1997-1998 à Stanford, puis je suis retourné à mon poste actuel au Collège impérial de Londres. Ma femme dirige une unité de statistiques médicales au King's College. À l'époque, il y avait peu de géométrie au Collège impérial. Mais aujourd'hui, en grande partie grâce au dynamisme de mon collègue [Richard Thomas](#), nous disposons de l'un des principaux centres de recherche dans ce domaine. Mon travail au cours de la dernière décennie est en quelque sorte revenu au problème de ma thèse, mais s'est étendu à la [géométrie riemannienne](#). C'est un domaine qui a une histoire plus longue et les problèmes sont beaucoup plus difficiles, mais la théorie se développe de manière passionnante. De nombreux jeunes et excellents mathématiciens du monde entier se lancent dans ce domaine et contribuent à ces développements.

## Autobiographie de Taubes

J'ai obtenu une licence de physique à l'université Cornell en 1975, puis j'ai continué mes études pendant un an au département d'astronomie de l'université de Princeton. Je n'ai pas trouvé cela à mon goût, mais j'ai eu la chance de rencontrer [Bill Press](#), qui m'a aidé pour mon transfert à l'université Harvard, où je me suis inscrit en deuxième cycle au département de physique. J'ai travaillé pendant un an sous la tutelle de Bill Press et de Larry Smarr (alors jeune chercheur à Harvard), mais je suis rapidement passé à l'aspect plus théorique de ce département. Mon premier article important sur les mathématiques des théories de jauge a été la conséquence heureuse d'une conférence donnée à Harvard par le physicien Eric Weinstein de Columbia. Il a posé un problème concernant l'existence de solutions des « équations pour les tourbillons » ; celles-ci proviennent du modèle de [Ginzburg-Landau](#) pour les tourbillons supraconducteurs. Je suis rentré chez moi et je suis tombé sur une démonstration que les solutions postulées existaient bel et bien. C'était à peu près en 1978. À mon grand amusement, ces mêmes équations pour les tourbillons m'ont accompagné sous une forme ou une

autre au cours des trente dernières années.

J'ai poursuivi mes travaux pour élucider la structure des solutions de ces équations pour les tourbillons, mais j'ai également étudié un analogue non abélien appelé « équations du monopôle de Bogolmony ». Ces équations provenaient d'une version de la nouvelle théorie de [Weinberg](#) et [Salam](#) qui unifie les forces faibles et électromagnétiques. À l'époque, il n'existait qu'une seule solution à cette dernière. Pendant cette période à Harvard, c'est [Raoul Bott](#) qui m'a le plus influencé. Raoul avait son cours de géométrie différentielle et de topologie. Nous étions tous captivés par ses magnifiques conférences.

J'avais plus ou moins terminé la rédaction de ma thèse de doctorat à l'automne 1979 et, à six mois de la remise des diplômes en juin 1980, j'étais un peu perdu. Raoul Bott m'a suggéré d'aller à l'Institut d'étude avancée pour discuter avec une spécialiste des équations différentielles du nom de Karen Uhlenbeck. [Steve Adler](#) a eu la gentillesse d'organiser une sorte de séjour non officiel, et je me suis donc rendu à Princeton. Karen a eu un effet profond sur ma vision des mathématiques. Elle m'a appris (et continue à m'apprendre) énormément de choses, bien que je sois trop faible pour apprendre plus qu'une fraction de sa sagesse.

C'est en visitant l'Institut que je suis tombé sur un théorème d'existence générale pour les monopôles de Bogolmony. Cette découverte s'est faite tard dans la nuit, à la bibliothèque de Princeton.

Peu après avoir obtenu mon doctorat, j'ai appliqué mes techniques pour l'équation du monopôle afin de démontrer un théorème d'existence pour l'équation des instantons sur des espaces à 4 dimensions. Je commençais à bénéficier d'une bourse de recherche de Harvard, avec un bureau au département de mathématiques de Harvard. Mon premier théorème exigeait que l'espace ambiant ait une [forme d'intersection](#) définie positive. J'ai parlé de mon théorème à Raoul, qui m'a demandé : « Peux-tu m'indiquer des espaces avec de telles formes d'intersection ? » J'ai répondu : « Je ne sais pas, peut-être la 4-sphère et le [plan projectif complexe](#) ? » Je n'ai pas donné suite à cette question. Ce fut la première d'une longue série de graves erreurs de jugement de ma part.

Mon collègue lauréat du prix Shaw, Simon Donaldson (alors étudiant de troisième cycle à Oxford), a eu le bon sens de poser et de poursuivre cette question de la forme d'intersection, et il est ainsi parvenu à son premier grand théorème sur les 4-variétés lisses. J'ai rencontré Simon environ un an plus tard, alors que je passais l'automne à Oxford à l'invitation de Michael Atiyah. C'est là que j'ai véritablement commencé l'étude des mathématiques que j'ai menée toute ma

vie, sous la direction inconsciente de Simon. J'admets volontiers que j'ai une dette énorme envers Simon pour tout ce que j'ai appris de lui (et que j'apprends encore) au cours des années qui ont suivi, ainsi que pour sa gentillesse à mon égard.

Les travaux sur les équations des instantons et leurs applications par Simon, puis par d'autres, ont ouvert une nouvelle et vaste perspective en ce qui concerne l'interaction entre la géométrie et la topologie en dimensions 3 et 4. J'ai eu la chance d'être présent au début et d'avoir découvert plus que ma part de théorèmes utiles.

Une deuxième grande voie s'est ouverte avec la suggestion d'Ed Witten en 1994 d'utiliser ce que l'on appelle les équations de Seiberg-Witten pour étudier des questions de [topologie différentielle](#) en dimension 4. J'ai de nouveau eu la chance d'être au début de cette nouvelle révolution et d'avoir Tom Mrowka et Peter Kronheimer comme grands amis et compatriotes dans les recherches ultérieures sur la proposition de Witten. Je leur dois à tous deux une dette énorme qui ne cesse de s'accroître.

J'attribue mon succès à la chance. J'ai eu beaucoup, beaucoup de chance dans la vie, et j'ai aussi été influencé par des personnes formidables et sages. J'en ai déjà mentionné quelques-unes ; deux autres qui m'ont appris à la fois la vie et les mathématiques sont [Rob Kirby](#) et S.-T. Yau.

## 2010 : Jean Bourgain

« pour ses travaux profonds en [analyse](#) et ses applications aux [équations aux dérivées partielles](#), à la [physique mathématique](#), à la [combinatoire](#), à la [théorie des nombres](#), à la [théorie ergodique](#) et à l'[informatique théorique](#) ».

### Présentation

L'analyse s'intéresse à l'étude des processus infinitésimaux et le [calcul différentiel](#) de [Newton](#) et [Leibniz](#) en est le cœur. Il a fourni les fondements et le langage de la mécanique newtonienne et de l'ensemble de la physique mathématique. Au cours des trois derniers siècles, il a imprégné une grande partie des mathématiques et de la science.

Le processus de passage à la limite s'accompagne de nombreuses « estimations » ou inégalités techniquement difficiles, de nature combinatoire ou algébrique, qui préparent le terrain et justifient le passage à la limite. Ces estimations sont souvent extrêmement difficiles car elles traitent d'un aspect subtil et important du problème en question. Leur démonstration devient une étape clé, ouvrant la porte à une grande variété d'applications.

Au cours des trente dernières années, cette étude a connu une mini-révolution au cours de laquelle une succession de problèmes difficiles de cette nature ont été résolus à l'aide d'une variété de techniques et d'idées nouvelles qui dépassent souvent les frontières disciplinaires et stimulent des fertilisations croisées.

Jean Bourgain est l'un des principaux analystes au monde aujourd'hui et il a joué un rôle majeur dans cette révolution. Il est très admiré, en particulier par ceux qui utilisent régulièrement la multitude de techniques puissantes qu'il a mises à leur disposition. Il a écrit plus de 350 articles, tous de première qualité, dont certains contiennent des solutions à des problèmes centraux anciens.

Parmi les domaines dans lesquels il a apporté de telles contributions fondamentales figurent l'[analyse harmonique](#), l'[analyse fonctionnelle](#), la théorie ergodique, les équations aux dérivées partielles, la physique mathématique, la combinatoire et l'informatique théorique. Parmi les problèmes bien connus qu'il a résolus, on peut citer le plongement avec le moins de distorsion possible d'[espaces métriques](#) finis dans un [espace](#)

de Hilbert, la généralisation du [théorème ergodique de Birkhoff](#) à des suites arithmétiques peu denses très générales, et le caractère borné dans l'espace  $L^p$  de la fonction maximale circulaire en dimension 2.

Il a également réalisé une percée fondamentale dans l'étude de l'[équation de Schrödinger non linéaire](#) défocalisante avec un exposant critique, en introduisant de nouveaux outils qui ont permis de réaliser des progrès significatifs sur ce problème difficile.

Un domaine entier où Bourgain a ouvert la voie, et qui mérite une mention spéciale, est le domaine de la combinatoire arithmétique et de ses applications. Un exemple notable est sa solution de la version « locale » de la conjecture d'[Erdős-Volkmann](#). La conjecture originale affirme que tout [sous-anneau mesurable](#) de la droite réelle a une dimension égale à 0 ou 1. Elle a été démontrée par Edgar et Miller en 2003. À peu près au même moment, Bourgain a démontré la version locale de la conjecture. Cette dernière fournit une quantification précise et puissante de ce phénomène et constitue techniquement un tour de force.

En 2004, Bourgain, [Katz](#) et [Tao](#) ont démontré leur célèbre analogue pour les [corps finis](#), connu sous le nom de « théorème somme-produit ». Il s'agit d'une quantification élémentaire et fondamentale du fait que les corps finis n'ont pas de sous-anneaux ; il mesure une disjonction fondamentale entre les opérations d'addition et de multiplication dans un corps fini. Bourgain a développé et étendu ce phénomène pour en faire une théorie. Une première application est l'estimation des sommes algèbro-géométriques de caractères. Pour cela, l'outil standard a été la fameuse solution des [conjectures de Weil](#), obtenue par [Deligne](#) en utilisant la théorie de la [cohomologie](#) de [Grothendieck](#). Cependant, pour que ces méthodes donnent des informations non triviales, il faut que les [nombres de Betti](#) des variétés correspondantes soient petits par rapport à la taille du corps fini. Ce qui est remarquable dans les résultats de Bourgain, c'est qu'ils donnent des résultats même lorsque les nombres de Betti sont grands.

Une autre application de la théorie de Bourgain, développée en collaboration avec Gamburd, est une démonstration de la conjecture d'expansion de Lubotsky pour le groupe  $SL_2(\mathbb{F}_p)$  et de la conjecture du trou spectral pour les éléments du groupe  $SU(2)$ . Ces conjectures concernent les spectres des images, dans les [représentations](#) de grande dimension de ces groupes, des éléments de leurs [algèbres de groupe](#). Elles donnent des taux d'[équidistribution](#) exponentiellement précis pour les [marches aléatoires](#) dans ces groupes et sont essentielles pour des problèmes tels

que les [cribles](#) classiques en théorie des nombres et les [pavages aperiódiques](#) de l'espace tridimensionnel.

Bourgain a également développé des applications remarquables de sa théorie à l'informatique théorique en donnant une construction explicite très recherchée d'objets [pseudo-aléatoires](#) appelés « extracteurs ». Ces derniers, ainsi que les [graphes expandeurs](#), sont des éléments de base utilisés dans les algorithmes rapides de [dérandomisation](#).

Les contributions spectaculaires de Bourgain aux mathématiques modernes font de lui un lauréat tout à fait digne du [prix Shaw](#) 2010 en sciences mathématiques.

## Autobiographie

Je suis né en 1954 à Ostende (en Belgique) dans une famille de médecins. Ma mère était pédiatre et mon père professeur de physiologie. C'est là que j'ai fait mes études primaires et secondaires avant de m'inscrire en 1971 à la *Vrije Universiteit* à Bruxelles en tant qu'étudiant en mathématiques. J'avais commencé à m'intéresser aux mathématiques quelques années plus tôt, peut-être en feuilletant les livres de calcul différentiel que nous avions à la maison.

Les classes de l'université étaient relativement petites, ce qui permettait une attention plus personnalisée que dans la plupart des grandes institutions. J'ai obtenu ma « licence » en 1975 et j'ai commencé à travailler dans des domaines tels que la [théorie descriptive des ensembles](#) et l'analyse fonctionnelle. J'ai obtenu mon doctorat en 1977 et une habilitation en 1979 pour mes travaux sur la théorie structurelle des [espaces de Banach](#) et la relation entre leurs propriétés locales et celles liées à la dimension infinie.

À partir de 1975 (et jusqu'en 1984), j'ai eu la chance d'occuper un poste au Fonds de la recherche scientifique belge, ce qui m'a permis de faire de la recherche et de voyager sans autres obligations. De fréquentes visites dans des institutions françaises (comme le centre de mathématiques de l'École polytechnique) et en Israël (Jérusalem et Tel Aviv) ont élargi mes contacts professionnels et mes centres d'intérêt. L'année 1984-1985 a été particulièrement importante pour moi. J'ai été invité à l'Institut des hautes études scientifiques de Bures-sur-Yvette pour participer à une année spéciale sur la [convexité](#) en grande dimension. En collaboration avec [V. Milman](#), nous avons résolu à l'aide de ces méthodes un vieux problème de [K. Mahler](#) sur le volume des corps convexes et de leurs [polaires](#), en démontrant la réciproque de l'inégalité

de Santaló. L'une des motivations initiales résidait dans la [géométrie des nombres](#), mais notre travail est devenu par la suite également important pour l'informatique théorique.

En 1985, j'ai été nommé professeur à l'IHÉS. La même année, j'ai commencé à travailler à mi-temps à l'université de l'Illinois en tant que professeur titulaire de la chaire [J. L. Doob](#). Mes centres d'intérêt en matière de recherche avaient évolué vers l'analyse harmonique, la théorie ergodique et les équations aux dérivées partielles. En France, il y avait des groupes actifs à Orsay, à l'Institut Henri-Poincaré et à l'université Paris 7. En plus de mes collègues de l'IHÉS, j'ai eu de fréquentes discussions avec des personnes comme [M. Herman](#) et J.-P. Thouvenot.

Depuis le début des années quatre-vingt-dix, j'ai passé beaucoup de temps à travailler sur divers aspects des équations d'évolution hamiltoniennes. Si l'on met de côté les cas intégrables, qui sont particuliers, les quantités conservées disponibles peuvent ne pas suffire à démontrer l'existence des solutions ou être inadéquates pour traiter d'importantes classes de données initiales. Elles ne nous éclairent pas non plus sur le comportement des solutions en temps long. En faisant appel à des méthodes issues de la [théorie des probabilités](#) et de celle des [systèmes dynamiques](#) lisses, il est parfois possible d'obtenir des informations supplémentaires. Dans ce contexte, j'ai réussi à utiliser mon travail sur les « phénomènes de restriction de [Fourier](#) » pour établir une dynamique bien définie sur le support de la mesure de [Gibbs](#), qui joue le rôle d'une mesure invariante pour le flot. Certains cas particuliers avaient été étudiés auparavant par [J. Lebowitz](#) et ses collaborateurs et [P. Malliavin](#) avait également obtenu des résultats qualitatifs dans cette direction. Mais comprendre dans quelle mesure les mesures de Gibbs sont un substitut à une quantité conservée, d'un point de vue plus classique, était un défi.

C'est en 1994 que j'ai rejoint le département de mathématiques de l'Institut d'étude avancée de Princeton. La vie scientifique y était (et reste) particulièrement intense pour moi, en raison des nombreux séminaires organisés à l'institut et à l'université de Princeton et de l'exposition à un flux infini de membres invités. Au départ, j'ai continué à travailler sur les équations différentielles et les problèmes de physique mathématique, en développant une théorie des solutions [quasi périodiques](#) pour les équations d'évolution en dimension supérieure et en contribuant à la [théorie spectrale](#) des opérateurs de Schrödinger discrets qui modélisent le transport dans des milieux inhomogènes.

Quelques années après mon arrivée à l'Institut d'étude avancée, nous avons lancé une nouvelle orientation à l'institut, à savoir l'informatique théorique. Elle a été intégrée au département de mathématiques. Au départ, personne ne pouvait prédire comment l'interaction avec les activités mathématiques de base évoluerait à long terme. À mon avis, elle a été extraordinaire. J'en ai grandement bénéficié. Un exemple de cela est lié à mes travaux antérieurs sur l'analyse harmonique de l'espace euclidien et au problème des « [ensembles de Kakeya](#) », qui joue un rôle crucial. La compréhension de la structure des ensembles de Kakeya tridimensionnels (il s'agit simplement d'ensembles contenant un segment dans toutes les directions) s'est avérée avoir des liens inattendus qui m'ont occupé au cours de la dernière décennie. Parmi eux, on trouve des développements dans les aspects combinatoires des corps finis (les phénomènes « produit-somme »), la théorie des sommes exponentielles, le pseudo-aléatoire en informatique et les propriétés d'expansion des [graphes de Cayley](#) des [groupes linéaires](#) .

La collaboration et les discussions avec certains de mes collègues à l'intérieur et à l'extérieur de l'institut ont été très importantes pour moi et je leur en suis très reconnaissant.

# 2011 : Demetrios Christodoulou et Richard Hamilton

« pour leurs travaux très novateurs sur les [équations aux dérivées partielles](#) non linéaires en [géométrie lorentzienne](#) ou [riemannienne](#) et leurs applications à la [relativité générale](#) et à la [topologie](#) ».

## Présentation

Après l'introduction par [Newton](#) du [calcul infinitésimal](#) et en particulier des [équations différentielles](#) pour décrire le mouvement des planètes, la physique et la géométrie classiques se sont développées et des phénomènes plus complexes ont naturellement été formulés en termes d'équations aux dérivées partielles. L'[équation d'Einstein](#) en relativité générale et l'équation du [flot de Ricci](#) en géométrie riemannienne sont deux équations aux dérivées partielles géométriques célèbres. La première décrit la géométrie de l'espace-temps à quatre dimensions et relie la gravitation à la [courbure](#). La seconde donne une évolution des géométries riemanniennes dans laquelle le flot à un moment donné est dicté par la courbure de l'espace à ce moment-là. Ces deux équations sont très élégantes dans leur formulation. Il s'agit d'équations aux dérivées partielles non linéaires pour plusieurs quantités inconnues qui dépendent à leur tour de plusieurs variables. Bien qu'elles présentent des caractéristiques très différentes en termes de classification, ces équations ont en commun le fait qu'elles sont notoirement difficiles à étudier rigoureusement (même sur un ordinateur). Pour comprendre les solutions, il est essentiel de savoir si elles forment ou non des [singularités](#) et, dans l'affirmative, quelle est leur nature. Dans le cadre de l'espace-temps, les trous noirs et plus généralement l'effondrement gravitationnel sont des exemples de singularités. Dans le flot de Ricci, si des singularités apparaissent au cours de l'évolution, elles doivent être éliminées pour certaines applications. Christodoulou, dans le cas des équations d'Einstein, et Hamilton, dans le cas du flot de Ricci, ont réalisé de nombreuses percées fondamentales dans la théorie de ces équations géométriques et en particulier dans la compréhension de leurs singularités. Leurs travaux ont des applications spectaculaires tant en mathématiques qu'en

physique.

## Demetrios Christodoulou

Christodoulou travaille sur la physique mathématique et en particulier sur les équations différentielles qui décrivent les phénomènes physiques classiques. Son étude soutenue et approfondie du comportement global des solutions de l'équation d'Einstein a joué un rôle déterminant dans notre compréhension actuelle des caractéristiques critiques de ces solutions. En particulier, sa démonstration récente et frappante du développement dynamique de surfaces piégées dans le cadre de l'équation d'Einstein dans le vide montre que les trous noirs peuvent être formés uniquement par l'interaction d'ondes gravitationnelles. Auparavant, il avait fait une percée dans l'étude de l'équation d'Einstein avec une symétrie sphérique, en montrant que des singularités nues peuvent se produire pour ces équations, mais qu'elles sont rares et instables. Ce travail a permis de résoudre le problème très débattu de la « censure cosmique faible » pour ces cas symétriques. Son travail en collaboration avec S. Klainerman établissant la stabilité non linéaire de l'espace-temps de Minkowski, recherchée depuis longtemps, est désormais l'un des théorèmes classiques de la théorie. Dans d'autres travaux très novateurs, Christodoulou a donné le premier traitement détaillé du problème délicat de la formation de singularités, appelées « chocs », dans les équations de l'écoulement des fluides en trois dimensions. Le travail de Christodoulou combine une compréhension profonde de la physique sous-jacente avec une technique mathématique brillante. Cela lui a permis de résoudre des problèmes centraux qui ont résisté au progrès pendant des générations.

## Richard Hamilton

Les travaux de Hamilton portent sur l'analyse géométrique. Il a fourni la théorie et l'un des outils les plus puissants pour étudier les formes (en d'autres termes la topologie, où nous autorisons les déformations mais pas les déchirures) des espaces de petite dimension. Il a introduit le flot de Ricci sur les géométries d'une forme donnée comme moyen de déformer une géométrie donnée en une géométrie régulière. Un des premiers succès de sa théorie a été la démonstration que tout espace tridimensionnel à courbure positive est une sphère tridimensionnelle ordinaire. Cela lui a permis de s'attaquer au problème beaucoup

plus général de la classification de toutes les formes tridimensionnelles. Ce problème de classification pour les espaces à deux dimensions est compris depuis plus de cent ans. Grâce aux travaux de [Thurston](#), on pouvait dès 1980 s'attendre à une classification correspondante en trois dimensions. Elle est formulée dans la conjecture de [géométrisation](#) de Thurston, qui est elle-même une extension de la célèbre [conjecture de Poincaré](#). Au cours des trois dernières décennies, Hamilton a développé une série de techniques originales pour étudier le comportement en temps long de la géométrie sous son flot de Ricci. Parmi celles-ci, sa technique de [chirurgie](#) permet de prolonger le flot en cas de formation de singularités. Ses méthodes lui ont notamment permis de classer les espaces quadridimensionnels à courbure positive. Il a également poursuivi l'application de ses techniques à l'étude de flots géométriques apparentés, tels que le flot de raccourcissement des courbes et les flots de [courbure de Gauss](#) et de [courbure moyenne](#). Ses idées et ses techniques ont été utilisées par d'autres pour résoudre un certain nombre de problèmes anciens en topologie et en géométrie. En particulier, le [programme de Hamilton](#) en trois dimensions a été complété par les brillants travaux de [Perelman](#), qui ont abouti à une solution complète des conjectures de Poincaré et de Thurston. Cette classification des formes tridimensionnelles constitue l'une des plus belles réalisations des mathématiques.

## Autobiographie de Christodoulou

Je suis né à Athènes en 1951 dans une famille de la classe moyenne inférieure. Mon père est né à Alexandrie de parents grecs originaires de Chypre qui avaient immigré en Égypte. Ma mère est née à Athènes dans une famille de réfugiés grecs d'Asie mineure. Aucun de mes parents n'a fait d'études supérieures, mais mon père m'a inspiré pendant mon enfance en me racontant des histoires d'un passé lointain où la Grèce antique avait apporté une contribution exceptionnelle à la civilisation humaine. Un problème de [géométrie euclidienne](#) a été l'étincelle qui a déclenché en moi au cours de l'été 1966 un intérêt brûlant pour les mathématiques et la physique théorique. Mon cas a été porté à l'attention d'[Achilles Papapetrou](#), un physicien grec de l'Institut Henri-Poincaré, qui à son tour a contacté [John Wheeler](#), professeur de physique à Princeton, en congé à Paris à l'époque. Au début de l'année 1968, je suis donc venu à Paris et ils m'ont interrogé. C'est ainsi que j'ai été admis en deuxième cycle au département de physique de Princeton à l'automne 1968.

Un tournant décisif dans ma carrière s'est produit en 1977, alors que j'étais postdoctorant à l'institut Max Planck d'astrophysique de Munich. C'est là que [Jürgen Ehlers](#), le chef du groupe dans lequel je travaillais, bien que lui-même physicien, s'est rendu compte que j'avais un talent pour les mathématiques et m'a donné un congé illimité avec solde pour étudier les mathématiques à Paris sous la direction d'[Yvonne Choquet-Bruhat](#). C'est ainsi que j'ai enfin trouvé ma véritable vocation et que j'ai étudié l'analyse mathématique à l'école française de 1977 à 1981.

En 1981, je suis retourné aux États-Unis. L'un des premiers scientifiques que j'ai rencontrés a été le célèbre mathématicien chinois [Shing-Tung Yau](#). J'ai été étroitement associé à lui pendant cinq ans, une association qui a joué un rôle décisif dans ma formation mathématique. C'est auprès de Yau que j'ai appris la géométrie et la manière de combiner efficacement la géométrie et l'analyse dans ce que l'on appelle aujourd'hui l'analyse géométrique, un domaine dont Yau a été le pionnier. Je peux résumer ma contribution scientifique depuis lors comme l'extension de l'analyse géométrique du domaine initial des [équations elliptiques](#) au domaine des [équations hyperboliques](#).

Le premier travail d'analyse géométrique des équations hyperboliques a été mon travail avec Sergiu Klainerman sur la stabilité de l'espace-temps de Minkowski, le fruit d'un effort intensif dans la période 1984-1991. Ce travail a démontré la stabilité de l'espace-temps plat de la relativité restreinte dans le cadre de la théorie générale et a donné une description détaillée du comportement asymptotique des solutions. Fondamentalement, une perturbation initiale dans le tissu de l'espace-temps se propage, comme la perturbation d'un lac tranquille causée par le jet d'une pierre, sous forme d'ondes, appelées ondes gravitationnelles. Cependant, comme je l'ai montré dans un autre article de 1991, il existe une différence subtile avec le paradigme du lac. En effet, alors que l'espace-temps redevient, comme le lac, plat après le passage des ondes, l'espace-temps plat final est lié d'une manière non triviale à l'espace-temps plat initial, ce qui conduit à un effet observable : le déplacement permanent des masses témoins d'un détecteur d'ondes gravitationnelles.

[Roger Penrose](#) avait introduit en 1965 le concept de surface piégée et avait démontré qu'un espace-temps contenant une telle surface ne peut être complet. Un peu plus tard, on a démontré sous la même hypothèse qu'il existe une région de l'espace-temps inaccessible à l'observation depuis l'infini : le trou noir. Cependant, les méthodes mathématiques

disponibles étaient incapables d'étudier comment les surfaces piégées se forment au cours du temps et de révéler la nature du bord de l'espace-temps. Penrose a conjecturé que le bord est toujours contenu dans un trou noir, une conjecture appelée « censure cosmique ». En cherchant à répondre à ces questions dans un cadre plus simple, j'ai étudié dans une série d'articles rédigés entre 1984 et 1997 l'équation d'Einstein à symétrie sphérique avec un champ scalaire comme modèle de matière. Un résultat inattendu a été que des singularités nues, c'est-à-dire des singularités non contenues dans un trou noir, peuvent également se former. Néanmoins, j'ai démontré que ces singularités sont instables, établissant ainsi une version générique de la censure cosmique dans ce cadre.

En tant que professeur de mathématiques à l'institut Courant de 1988 à 1992 et à Princeton de 1992 à 2001, j'ai bénéficié d'un environnement scientifique très stimulant. En 2001, je suis retourné en Europe pour occuper mon poste actuel de professeur de mathématiques et de physique à l'École polytechnique fédérale de Zurich.

La période 2001-2008 a été pour moi celle de l'effort intellectuel le plus intense. Je me suis tourné vers l'étude de la formation des chocs dans les fluides compressibles dans le cas physique de 3 dimensions spatiales. L'objectif était d'effectuer l'analyse jusqu'à la frontière singulière. Les [équations d'Euler](#) de la mécanique des fluides ont des affinités avec l'équation d'Einstein de la relativité générale, les deux constituant des systèmes non linéaires de type hyperbolique. Parallèlement, je me suis tourné vers l'étude de la formation de surfaces piégées en relativité générale, dans le vide et sans aucune hypothèse de symétrie, par la focalisation d'ondes gravitationnelles entrantes. Les percées ont eu lieu en 2004, et les deux travaux ont été achevés en 2006 et 2008 respectivement. Dans le cas du second travail, la percée a pris la forme d'une nouvelle méthode qui exploite l'hypothèse que les données initiales contiennent quelque part un changement abrupt et qui nous permet d'attaquer des problèmes qui semblaient inatteignables.

## Autobiographie de Hamilton

Je suis né à Cincinnati, dans l'Ohio, en 1943. Mon père était chirurgien. Il venait de terminer son internat à la clinique Mayo lorsque les Japonais ont bombardé Pearl Harbor. Il s'est porté volontaire comme chirurgien naval pendant la guerre et a été stationné à Portsmouth, en Angleterre, pendant mes deux premières années de vie, où il soignait les

pilotes blessés. Ma mère et moi avons vécu avec ma grand-mère, ainsi que mon frère Billie, qui n'avait qu'un an de plus que moi, jusqu'au retour de mon père.

J'ai fréquenté l'école primaire Lotspeich, où j'ai reçu une excellente éducation. En CM1, par curiosité, je suis allé à la bibliothèque et j'ai pris un livre sur la première année d'algèbre. J'ai appris moi-même l'algèbre de première année en un mois, et je suis retourné chercher le livre d'algèbre de deuxième année. J'ai ensuite fréquenté le lycée Walnut Hills, l'un des meilleurs du pays, qui était un lycée public accueillant les enfants les plus brillants de toute la ville. J'ai sauté l'année de terminale et je suis allé à Yale à seize ans, en même temps que mon frère. Les cours les plus intéressants étaient ceux de grec ancien, où nous lisions les tragédies, les comédies et les grands orateurs ( dans leur version originale), et mes cours de philosophie avec Brand Blanshard, un vieil érudit merveilleux qui n'avait pas changé ses idées philosophiques depuis avant la Première Guerre mondiale.

J'ai fait mes études de deuxième et troisième cycle à Princeton, rédigeant ma thèse à l'âge de 23 ans, en 1966, sur les [surfaces de Riemann](#), avec Bob Gunning. Pendant cette période, je me suis marié (et j'ai divorcé quelques années plus tard) et mon fils unique Andrew est né. Mon premier poste universitaire a été à Cornell, où j'ai eu le plaisir de travailler pendant plusieurs années avec Jim Eells fils, qui venait de terminer son article révolutionnaire avec Joe Sampson sur le flot d'[applications harmoniques](#). Il s'agissait du premier exemple d'utilisation d'un flot parabolique non linéaire pour résoudre une équation elliptique en géométrie. C'est ce qui m'a inspiré pour créer le flot de Ricci. Mon fils Andrew me rendait visite et nous pouvions faire du ski en hiver, du ski nautique et de la plongée sous-marine en été.

Au milieu des années soixante-dix, j'ai commencé à travailler sur le flot de Ricci et j'ai publié le premier résultat en 1982 sur le cas des [3-variétés](#) avec une courbure de Ricci positive. Ce travail a suscité beaucoup d'intérêt et j'ai été invité à visiter l'Institut de recherche en sciences mathématiques ([MSRI](#)) de Berkeley en Californie la première année de son ouverture, avec S. T. Yau et [Rick Schoen](#). L'année suivante, Yau, Rick et moi-même avons tous déménagé à l'université de San Diego (UCSD) en Californie. [Gerhard Huisken](#) est également venu nous rendre visite. Avec tous ces excellents mathématiciens travaillant sur des problèmes similaires en analyse géométrique, c'était l'environnement idéal pour développer davantage le flot de Ricci. Yau avait déjà fait remarquer que le flot de Ricci pouvait se pincer le long des cols et

que cela pouvait constituer la première étape de la démonstration, en divisant la variété en morceaux plus simples qui pourraient supporter des géométries à courbure constante.

Plus tard, je suis retourné sur la côte Est, à l'université Columbia, où je suis aujourd'hui professeur titulaire de la chaire Davies. Dans le flot de Ricci, j'ai étendu les résultats à quatre dimensions, obtenu l'importante estimation de type Li-Yau pour la courbure, développé la classification des singularités par des solutions anciennes et démontré de nombreuses propriétés des solutions anciennes, montré que la courbure en dimension 3 est pincée pour devenir positive ou nulle, développé la méthode de la chirurgie analytique pour contourner les pincements, méthode que j'ai utilisée pour classer les 4-variétés avec une courbure isotrope positive. J'ai également montré comment on pouvait compléter la démonstration de la conjecture de Poincaré en dimension 3 à condition de pouvoir effectuer des opérations chirurgicales similaires en dimension 3, et j'ai expliqué le programme à Grigori Perelman, en soulignant l'importance d'éviter les effondrements. Dans une série d'articles brillants publiés en 2003, Perelman y est parvenu grâce à un résultat très astucieux de non-effondrement dérivé d'une nouvelle estimation de type Li-Yau pour l'équation de la chaleur adjointe.

Je me penche à présent sur les futurs développements possibles du flot de Ricci, y compris les applications possibles à la topologie en dimension 4, à la géométrie kählérienne et aux solutions stationnaires de la relativité.

## 2012 : Maxim Kontsevitch

pour ses travaux novateurs en algèbre, géométrie et physique mathématique, en particulier pour la quantification des déformations, l'intégration motivique et la symétrie miroir.

### Présentation

Traditionnellement, l'interaction entre les mathématiques et la physique théorique a porté sur des sujets allant des systèmes dynamiques et des équations aux dérivées partielles à la géométrie différentielle et à la théorie des probabilités. Au cours des deux dernières décennies, l'algèbre moderne et la géométrie algébrique (qui est l'étude des solutions des systèmes d'équations polynomiales en plusieurs variables par des méthodes algébriques) ont pris une position centrale dans cette interaction. Les connaissances physiques et l'intuition, en particulier celle provenant de la théorie des cordes, ont conduit à un certain nombre de prédictions inattendues et frappantes en géométrie algébrique classique ou moderne. Grâce aux efforts de nombreux mathématiciens, de nouvelles techniques et théories ont été développées et certaines de ces conjectures ont été démontrées.

Maxim Kontsevitch a ouvert la voie à un certain nombre de ces développements. Parmi ses nombreuses réalisations, on peut citer ses premiers travaux sur la conjecture de Witten concernant la topologie et la géométrie des espaces de modules (c'est-à-dire de paramètres) de toutes les courbes algébriques d'un genre donné, sa solution du problème de la quantification des déformations, ses travaux sur la symétrie miroir et, dans une autre direction, la théorie de l'intégration motivique.

La quantification est le processus de passage de la mécanique classique à la mécanique quantique et fait l'objet de différentes théories mathématiques. L'une d'entre elles est la théorie algébrique de la quantification par déformation. Cette quantification a lieu sur une variété de Poisson (c'est-à-dire une variété avec un crochet de Poisson sur les fonctions) pour laquelle il existe deux algèbres naturelles, les observables classiques qui sont les fonctions avec la multiplication ponctuelle et l'algèbre de Poisson où la multiplication provient de la structure de

Poisson. Le problème est de donner une déformation formelle en puissances d'un paramètre  $h$ , dans laquelle le terme d'ordre zéro est l'algèbre classique des observables et le terme d'ordre suivant est l'algèbre de Poisson donnée. La construction d'une telle déformation a été réalisée dans des cas particuliers (Weyl, Moyal, Fedosov...) mais le cas général s'est avéré redoutable. Il a été brillamment résolu par Kontsevitch en utilisant des idées de la [théorie quantique des champs](#).

La découverte par les physiciens de paires miroir de [variétés de Calabi-Yau](#) a conduit à une théorie mathématique riche et en constante évolution de la symétrie miroir. La physique prédit qu'il existe une relation entre la [géométrie symplectique](#) (c'est-à-dire une géométrie issue de la mécanique classique) sur une telle variété et la géométrie algébrique ou [complexe](#) de la variété miroir. Dans certains exemples pour lesquels des calculs explicites peuvent être effectués, cela a conduit à des prédictions remarquables en [géométrie énumérative](#) classique, concernant le comptage des courbes dans des espaces de dimension supérieure. Certaines de ces prédictions ont été démontrées depuis. Kontsevitch a introduit la symétrie miroir homologique qui prédit que des objets plus raffinés associés à la géométrie symplectique de la variété sont liés à ceux associés à la géométrie complexe de sa variété miroir. Ces conjectures et leurs généralisations ont été démontrées dans des cas particuliers significatifs. Depuis le début, Kontsevitch a joué un rôle de premier plan dans le développement de la théorie mathématique de la symétrie miroir. Il continue à revisiter la formulation originale et à fournir des réponses conceptuelles plus claires à la question mathématique : « Qu'est-ce que la symétrie miroir ? »

L'intégration motivique est une autre invention de Kontsevitch. Il s'agit d'une théorie de l'intégration qui s'applique dans le cadre de la géométrie algébrique. Contrairement à l'intégrale habituelle du calcul différentiel dont la valeur est un nombre, l'intégrale motivique a ses valeurs dans un grand anneau qui est construit à partir de la collection de toutes les variétés (les ensembles d'annulation d'équations polynomiales). Elle possède de nombreuses propriétés similaires à l'intégrale habituelle et, bien qu'elle semble assez abstraite, lorsqu'elle est calculée et comparée dans différents contextes, elle fournit des informations d'une grande portée sur les [variétés algébriques](#) ainsi que sur leurs singularités. Elle a été utilisée pour résoudre certaines questions fondamentales sur les invariants des variétés de Calabi-Yau. Elle est également au cœur de nombreux développements récents concernant la structure uniforme du comptage des points sur les variétés sur des

corps et des anneaux finis.

Grâce à son habileté technique à résoudre des problèmes centraux, à sa perspicacité conceptuelle et à ses idées très originales, Kontsevitch a joué un rôle important dans l'élaboration de l'algèbre moderne, de la géométrie algébrique et de la physique mathématique, et en particulier des liens qui existent entre ces disciplines.

## Autobiographie

Je suis né en 1964 dans la banlieue de Moscou, à proximité d'une grande forêt. Mon père est un spécialiste reconnu de la langue et de l'histoire coréennes, ma mère était ingénieur (elle est maintenant à la retraite) et mon frère aîné est un spécialiste de la [vision par ordinateur](#). L'appartement où j'ai grandi était très petit et rempli de livres, dont la moitié en coréen ou en chinois.

J'ai commencé à m'intéresser aux mathématiques à l'âge de dix ou onze ans, principalement sous l'influence de mon frère. Plusieurs livres de vulgarisation m'ont beaucoup inspiré. Mon frère était également abonné au célèbre magazine mensuel *Kvant*, qui contient de nombreux articles intéressants sur les mathématiques et la physique destinés aux lycéens, expliquant parfois même de nouveaux résultats ou des problèmes non résolus. J'ai également participé à des olympiades à différents niveaux avec succès.

En Union soviétique, certaines écoles disposaient de classes spéciales pour les enfants doués, avec quatre heures supplémentaires par semaine consacrées à un enseignement extrascolaire (généralement en mathématiques ou en physique) dispensé par des étudiants de l'université qui étaient eux-mêmes passés par le même système. Entre treize et quinze ans, j'ai fréquenté une telle école à Moscou. De 1980 à 1985, j'ai étudié les mathématiques à l'université d'État de Moscou. En raison de ma formation antérieure au lycée, je n'ai jamais suivi de cours réguliers, mais j'ai assisté à plusieurs séminaires de niveau supérieur et de recherche où j'ai appris énormément de choses. Mon tuteur était [Israel Gelfand](#), l'un des plus grands mathématiciens du  $xx^e$  siècle. Son séminaire hebdomadaire, le lundi, était totalement imprévisible et couvrait tout le spectre des mathématiques. D'éminents mathématiciens, soviétiques ou étrangers, y donnaient des conférences. D'une certaine manière, j'ai grandi dans ces séminaires et j'ai eu la chance d'assister à la naissance de la [théorie conforme des champs](#) et de la théorie des cordes au milieu des années quatre-vingt. L'interaction avec la physique

théorique reste pour moi d'une importance vitale, même aujourd'hui. Après ma thèse, je suis devenu chercheur à l'Institut pour les problèmes de transmission de l'information. Simultanément, j'ai commencé à apprendre à jouer du violoncelle et, pendant plusieurs années, j'ai apprécié la bonne compagnie de mes amis musiciens avec lesquels j'ai joué quelques pièces obscures de musique baroque ou de la Renaissance.

En 1988, je suis allé à l'étranger pour la première fois, en Pologne et en France. Toujours en 1988, j'ai écrit un court article sur deux approches différentes de la théorie des cordes et, peut-être grâce à ce résultat, j'ai été invité à visiter l'institut Max-Planck de mathématiques à Bonn pendant trois mois en 1990. À la fin de mon séjour, il y a eu une réunion annuelle informelle de mathématiciens principalement européens, appelée *Arbeitstagung*, au cours de laquelle les derniers résultats les plus récents ont été présentés. La conférence d'ouverture de [Michael Atiyah](#) portait sur une nouvelle conjecture surprenante de Witten concernant les modèles matriciels et la topologie des espaces de modules des courbes algébriques. En deux jours, j'ai eu l'idée de relier les espaces de modules, mais avec un tout nouveau type de modèle matriciel, et je l'ai expliquée à Atiyah. Les gens de l'institut Max-Planck de mathématiques ont été très impressionnés et m'ont invité à revenir l'année suivante. Au cours des trois ou quatre années suivantes, j'ai surtout visité Bonn, ainsi que l'Institut d'étude avancée à Princeton et Harvard. Ma future épouse, Ekaterina, que j'avais rencontrée à Moscou, m'accompagnait et nous nous sommes mariés en 1993. À Bonn, j'ai terminé plusieurs travaux qui sont devenus très célèbres : un sur les invariants de [Vassiliev](#) et un autre sur la [cohomologie](#) quantique (avec [Yuri Manin](#), dont j'avais suivi le séminaire à Moscou). Sur le plan scientifique, j'ai vécu un moment très important au printemps 1993, lorsque j'ai découvert l'idée de la symétrie miroir homologique, qui m'a ouvert de nouvelles perspectives. En 1994, j'ai accepté une offre de Berkeley, mais un an plus tard, j'ai déménagé à l'Institut des hautes études scientifiques en France, où je continue à travailler. En 1999, ma femme et moi avons obtenu la nationalité française (tout en conservant notre nationalité russe). En 2001, notre fils est né.

Pendant quelques années, j'ai visité simultanément l'université Rutgers, où mon professeur Gelfand s'est installé après la perestroïka, et l'Institut d'étude avancé à Princeton. Au cours des six dernières années, je me suis rendu régulièrement à l'université de Miami.

Dans mon travail, je change souvent de sujet, passant des graphes de Feynman à l'algèbre abstraite, à la géométrie différentielle, aux sys-

tèmes dynamiques, aux corps finis. Cependant, la symétrie miroir reste le fil conducteur. Au cours des deux dernières décennies, l'interaction entre les mathématiques et la physique théorique a donné lieu à une étonnante série de percées. Je suis très heureux de participer à ce dialogue, non seulement en absorbant les idées mathématiques de la théorie des cordes, mais aussi en donnant quelque chose en retour comme une formule récente « traversant les murs », que j'ai découverte avec mon collaborateur de longue date Yan Soibelman, et qui est devenue un outil très important dans les mains des physiciens, en répondant simultanément à des questions concernant les particules [supersymétriques](#) et résolvant le problème classique de l'asymptotique pour les équations qui dépendent d'un petit paramètre.

## 2013 : David Donoho

« pour ses contributions profondes à la [statistique mathématique](#) moderne et en particulier pour le développement d'[algorithmes](#) optimaux pour l'estimation statistique en présence de bruit et de techniques efficaces pour la représentation et la récupération de données peu denses dans de grands ensembles de données ».

### Présentation

Depuis plus de vingt ans, David Donoho est une figure de proue de la statistique mathématique. En proposant de nouveaux outils et de nouvelles idées mathématiques, il a contribué à façonner les aspects théoriques et appliqués de la statistique moderne. Son travail se caractérise par le développement d'algorithmes de calcul rapides et d'analyses mathématiques rigoureuses pour un large éventail de problèmes statistiques et de problèmes d'ingénierie.

Un problème central en statistique est de concevoir des méthodes optimales et efficaces pour estimer des fonctions (éventuellement non lisses) à partir de données observées qui ont été polluées par un bruit (souvent inconnu). L'optimalité signifie ici que, lorsque la taille de l'[échantillon](#) augmente, l'erreur dans l'estimation doit diminuer aussi rapidement que celle d'une [interpolation](#) optimale de la fonction sous-jacente. La méthode de [régression](#) des [moindres carrés](#), largement utilisée, est connue pour ne pas être optimale pour de nombreuses classes de fonctions et de bruits rencontrés dans des applications importantes, par exemple les fonctions non lisses et les bruits non [gaussiens](#). Avec [Iain Johnstone](#), Donoho a développé des algorithmes pour l'estimation de fonctions dans des [bases d'ondelettes](#), pour lesquels on peut démontrer qu'ils sont presque optimaux (c'est-à-dire à un facteur près qui est une puissance du logarithme de la taille de l'échantillon). Leur algorithme de « seuillage doux » est aujourd'hui l'un des algorithmes les plus utilisés dans les applications statistiques.

Un thème clé des recherches de Donoho est la reconnaissance et l'exploitation du rôle fondamental de la parcimonie dans l'estimation des fonctions à partir de données bruitées de grande dimension. La parcimonie se réfère ici à une propriété particulière des fonctions qui

peuvent être représentées par seulement un petit nombre de vecteurs de base choisis de manière appropriée. Une façon de caractériser cette parcimonie est de minimiser la [norme  \$L^0\$](#)  des coefficients dans de telles représentations. Malheureusement, la norme  $L^0$  n'est pas convexe et elle est très peu lisse, ce qui rend difficile le développement d'algorithmes rapides pour son calcul. En plus d'être un pionnier de l'exploitation de la parcimonie, Donoho a également introduit le cadre numérique pour l'utilisation de la norme  $L^1$  en tant que convexification de la norme  $L^0$ . Cela a conduit à une explosion d'algorithmes de calcul efficaces exploitant la parcimonie, qui ont été utilisés efficacement dans une grande variété d'applications, y compris le [traitement d'images](#), l'[imagerie médicale](#), l'[exploration de données](#) et la complétion de données.

L'un des développements récents les plus appréciés dans ce domaine est l'[acquisition comprimée](#) (un terme forgé par Donoho). La [compression de données](#) est largement utilisée de nos jours, par exemple dans la norme JPEG pour la compression des données d'image. En règle générale, les données sont recueillies par des capteurs (par exemple un appareil photo) et sont ensuite comprimées (c'est-à-dire représentées par un nombre beaucoup plus faible de coefficients dans une base appropriée, tout en préservant autant de précision que possible). Les algorithmes de décompression correspondants sont ensuite utilisés pour récupérer les données originales. L'idée révolutionnaire de l'acquisition comprimée est de raccourcir cette approche standard et de « comprimer tout en acquérant », c'est-à-dire de collecter un petit nombre d'échantillons de données choisis de manière appropriée, à partir desquels les données originales peuvent être récupérées (d'une manière dont on peut démontrer qu'elle est exacte sous des hypothèses appropriées) par des algorithmes de décompression correspondants. Les ingrédients clés sont encore une fois la parcimonie (le plus souvent dans une base d'ondelettes), l'utilisation de la norme  $L^1$  pour la récupération, et l'utilisation d'une moyenne aléatoire dans l'acquisition. Avec [Emmanuel Candès](#) et [Terence Tao](#), Donoho est largement reconnu comme l'un des pionniers de ce domaine de recherche en pleine explosion, ayant apporté des idées fondamentales, des cadres théoriques, des algorithmes de calcul efficaces et de nouvelles applications. Il s'agit encore d'un domaine de recherche florissant avec de nombreuses applications, mais de nombreux résultats étonnants ont déjà été obtenus (à la fois théoriques et pratiques).

## Autobiographie

Mon père Paul était professeur de physique à l'université Rice. Je me souviens de la poussière de craie, des tableaux d'ardoise et des couloirs de marbre de son bureau à l'université, ainsi que des lasers et des gadgets à basse température de son laboratoire. Paul a emmené notre famille en congé sabbatique à Grenoble, en France, où j'ai été scolarisé en 6<sup>e</sup>, une expérience éducative marquante.

Pour l'université, ma mère Julia a choisi Princeton, un foyer d'étudiants brillants et ambitieux (par exemple [Eric Lander](#)!). Mon père m'a conseillé d'apprendre l'informatique; j'ai donc développé un logiciel d'[analyse de données](#) pour le département de statistique. [John Tukey](#), l'inventeur de la [transformée de Fourier rapide](#) et des mots « *bit* » et « *software* » (logiciel), était mon tuteur en premier cycle. Tukey préconisait des méthodes statistiques robustes, telles que l'ajustement d'équations en minimisant la norme  $\ell_1$  des résidus plutôt que la norme  $\ell_2$ . Il critiquait la statistique mathématique « classique » comme étant à la recherche de réponses polies à des problèmes d'hier.

Après la licence, j'ai travaillé dans la recherche de gisements pétroliers pour la société Western Geophysical. J'ai assisté à la révolution du traitement des signaux sismiques grâce à la mesure numérique et grâce à des algorithmes informatiques passionnants. Les expériences en cours sur le [débruitage](#) aveugle et la récupération de signaux à partir de mesures très incomplètes ont connu un succès phénoménal. Expérimentalement, la minimisation de la norme  $\ell_1$  du signal reconstruit (plutôt que la norme  $\ell_2$  du résidu) s'est avérée miraculeusement efficace. Les interactions étranges entre les signaux rares, les données sous-échantillonnées et la minimisation de la norme  $\ell_1$  m'ont incité (à l'âge de 21 ans!) à poursuivre l'étude des mathématiques « non classiques », afin d'expliquer et d'utiliser un jour de tels phénomènes.

À Berkeley, pendant mes années de postdoctorat et d'enseignement (1985-1990), j'étais dans la Mecque de la statistique mathématique classique, mais j'ai poursuivi mes recherches « non-classiques ». Iain Johnstone et moi-même avons montré comment « débruiter » de manière optimale des signaux peu denses observés en présence de bruit, injectant ainsi de la « rareté » dans les revues de statistiques les plus prestigieuses. Un signal rare s'élève ici et là au-dessus du bruit, comme des marguerites au-dessus des mauvaises herbes; notre débruiteur, basé sur la minimisation  $\ell_1$ , élimine les mauvaises herbes tout en laissant les marguerites. Jeff Hoch et Alan Stern ont appliqué avec succès ces idées

à la spectroscopie par résonance magnétique.

Pour publier des travaux « non classiques » sur les mesures sous-échantillonnées de signaux rares, je me suis tourné vers les revues de mathématiques appliquées. Philip Stark et moi-même avons découvert qu'un signal très rare pouvait être parfaitement récupéré à partir de mesures de [Fourier](#) (légèrement) incomplètes choisies au hasard, par minimisation  $\ell_1$  sur le signal récupéré. Ben Logan et moi-même avons étendu la thèse de doctorat de Logan et les travaux de Santosa et Symes pour montrer que des signaux rares qui manquent d'informations de basse fréquence pouvaient être parfaitement récupérés, là encore par minimisation  $\ell_1$  sur le signal récupéré. Enfin, les signaux rares manquant de hautes fréquences ne nécessitent que très peu de mesures, si le signal rare est positif ou nul.

Les « ondelettes 1 » ont déferlé sur les mathématiques appliquées en 1988-1992, sous l'impulsion d'[Yves Meyer](#), d'[Ingrid Daubechies](#) et de [Stéphane Mallat](#). La transformée en ondelettes permettait de décomposer les signaux et les images ; cela m'a inspiré ! Iain Johnstone, [Dominique Picard](#), Gérard Kerkyacharian et moi-même avons utilisé les ondelettes pour éliminer de manière optimale le bruit de certains types de signaux et d'images. La transformée en ondelettes a remplacé les images bruitées par des signaux rares incorporés dans le bruit, et nous avons pu sauver les marguerites parmi les mauvaises herbes en utilisant la minimisation  $\ell_1$ .

[Coifman](#) et Meyer ainsi que Mallat et Zhang ont proposé au début des années quatre-vingt-dix de représenter les signaux en combinant plusieurs transformées, ce qui est controversé pour la plupart des spécialistes, car les équations seraient sous-déterminées. Mais cela a été pour moi une source d'inspiration. Scott Chen, [Michael Saunders](#) et moi-même avons montré que la minimisation  $\ell_1$  (la « [poursuite de base](#) ») permettait souvent de trouver des solutions peu denses à de tels systèmes.

À la fin des années quatre-vingt-dix, j'ai cherché une théorie pour expliquer ces succès. Xiaoming Huo, Michael Elad et moi-même avons donné des conditions d'« incohérence » sur les systèmes sous-déterminés qui garantissent que la minimisation  $\ell_1$  trouve parfaitement des solutions suffisamment peu denses. Très vite, beaucoup d'autres personnes se sont intéressées à ce domaine. En 2004, Emmanuel Candès et Terence Tao ont obtenu des résultats beaucoup plus solides grâce à des mathématiques intéressantes et profondes, ce qui a déclenché un raz-de-marée d'intérêt.

---

Mon article de 2004 intitulé « Acquisition comprimée » expliquait que, puisque la transformée en ondelettes rend les images peu denses, il est possible de récupérer des images à partir d'un nombre relativement faible de mesures aléatoires grâce à la minimisation  $\ell_1$ . La thèse de Michael Lustig à Stanford en 2007 a utilisé l'acquisition comprimée pour les IRM. Avec ses coauteurs, il a poussé l'IRM à résoudre des problèmes apparemment insolubles : la minimisation  $\ell_1$  à partir de mesures sous-échantillonnées permet des domaines d'application totalement nouveaux, comme les films du cœur battant ou l'imagerie spectroscopique (qui révèle le métabolisme). Lors des dernières conférences sur l'IRM, l'acquisition comprimée est devenue le sujet le plus populaire.

Entre 2004 et 2010, [Jared Tanner](#) et moi-même avons découvert le compromis précis entre la densité et le sous-échantillonnage, en montrant quand la minimisation  $\ell_1$  peut fonctionner avec succès avec des mesures aléatoires. Notre travail a permis de développer la [géométrie discrète](#) des solutions peu denses des systèmes sous-déterminés, un sujet magnifique qui fait intervenir des [polytopes](#) aléatoires de grande dimension. Ce que j'ai toujours considéré en privé comme des mathématiques « non classiques » a été absorbé par la géométrie convexe classique en grande dimension.

Arian Maleki, Andrea Montanari et moi-même avons découvert en 2009 une nouvelle approche du compromis entre densité et sous-échantillonnage. La résolution de systèmes aléatoires sous-déterminés par minimisation  $\ell_1$  s'est révélée identique au débruitage de signaux peu denses plongés dans du bruit. Deux fils distincts de ma vie de chercheur se sont alors unifiés.

Ce compte-rendu brutalement comprimé omet les travaux approfondis de beaucoup d'autres, souvent plus pénétrants que les miens, ainsi qu'une grande partie de la préhistoire. Je remercie mes mentors Peter Bickel, Raphy Coifman, [Persi Diaconis](#), Brad Efron, Peter Huber, [Lucien Le Cam](#) et Yves Meyer, tous mes coauteurs, étudiants et postdoctorants, ainsi que mon épouse Miki et mon fils Daniel.

## 2014 : George Lusztig

« pour ses contributions fondamentales à l'algèbre, à la géométrie algébrique et à la théorie des représentations, et pour avoir tissé ces sujets ensemble afin de résoudre d'anciens problèmes et de révéler de nouvelles connexions magnifiques ».

### Présentation

Depuis plus de deux cents ans, les groupes de symétrie sont au centre des mathématiques et de leurs applications : dans les travaux de Fourier sur l'équation de la chaleur au début des années 1800, dans les travaux de Weyl et de Wigner sur la mécanique quantique au début des années 1900 et dans l'approche de la théorie des nombres initiée par Artin et Chevalley. Ces travaux classiques montrent que les réponses à presque toutes les questions impliquant un groupe de symétrie se trouvent dans la compréhension de ses réalisations en tant que groupe de transformations linéaires, c'est-à-dire au travers de ses représentations.

Les travaux de Lusztig ont complètement transformé notre compréhension de la théorie des représentations, en apportant des réponses complètes et précises à des questions fondamentales qui n'étaient comprises auparavant que dans des cas très particuliers. Ce qu'il a fait a permis de faire progresser toutes les mathématiques où les groupes de symétrie jouent un rôle : du programme de Langlands pour la compréhension des formes automorphes en théorie des nombres aux problèmes classiques de l'analyse harmonique sur les groupes de Lie réels.

Voici quelques indications sur les idées qui sont au cœur des travaux de Lusztig. Le groupe de symétrie le plus élémentaire en mathématiques est  $GL(n)$ , le groupe des matrices  $n \times n$  inversibles (les entrées des matrices sont différentes selon les problèmes). L'un des invariants les plus importants d'une matrice est l'ensemble de ses  $n$  valeurs propres. Les valeurs propres ne sont pas ordonnées et peuvent donc être réarrangées à l'aide du groupe de permutations  $S_n$  (composé des  $n!$  permutations de  $(1, 2, \dots, n)$ ). Une conséquence (déjà comprise au XIX<sup>e</sup> siècle) est que certaines des propriétés du groupe (grand et compliqué)  $GL(n)$  peuvent être codées par le groupe (plus petit et plus simple)  $S_n$ .

Toutes les permutations de  $(1, \dots, n)$  peuvent être construites à partir de  $n - 1$  « transpositions élémentaires » : les permutations qui échangent  $i$  avec  $i + 1$ , et laissent tout le reste inchangé. Par exemple, on peut inverser l'ordre de  $(1, 2, 3)$  en échangeant d'abord le 1 et le 2, puis le 2 et le 3, et enfin en échangeant à nouveau le 1 et le 2 :

$$(1, 2, 3) \rightarrow (2, 1, 3) \rightarrow (3, 1, 2) \rightarrow (3, 2, 1).$$

Des résultats élémentaires d'algèbre linéaire fournissent une belle décomposition de  $GL(n)$  en morceaux définis par des permutations ; il s'agit essentiellement des variétés de Schubert pour  $GL(n)$ . Le morceau défini par la permutation triviale est constitué des matrices triangulaires supérieures, pour lesquelles tous les problèmes d'algèbre linéaire sont faciles à résoudre. Le morceau défini par la transposition élémentaire consiste en des matrices avec une seule entrée non nulle sous la diagonale, dans la colonne  $i$  et la ligne  $i + 1$ . Au fur et à mesure que la permutation devient plus compliquée, les matrices correspondantes deviennent de moins en moins triangulaires supérieures, et la variété de Schubert correspondante devient de plus en plus compliquée.

L'un des premiers thèmes des travaux de Lusztig est que les subtilités algébriques de la théorie des représentations correspondent parfaitement aux subtilités topologiques et géométriques des variétés de Schubert. Bien que cette idée ait été préfigurée dans des travaux antérieurs, tels que ceux de Borel et Weil dans les années cinquante sur les représentations des groupes compacts, les résultats de Lusztig ont révolutionné le domaine. Les mathématiciens parlent de théorie géométrique des représentations pour distinguer ce qui est possible aujourd'hui de ses antécédents.

Les représentations sont compliquées, tout comme les variétés de Schubert auxquelles les travaux de Lusztig les rattachent. Un deuxième thème de ses travaux est la création d'outils combinatoires, faciles à décrire mais presque sans précédent en mathématiques, pour décrire de manière extrêmement détaillée la topologie et la géométrie des variétés de Schubert. Ce thème apparaît dans un article publié en 1979 avec David Kazhdan et se poursuit dans les travaux les plus récents de Lusztig. L'idée est de construire des variétés de Schubert compliquées à partir de variétés plus simples, exactement comme les permutations compliquées sont construites à partir de permutations plus simples, par composition de transpositions élémentaires. Cette description des permutations est étudiée en combinatoire depuis plus de cent ans, mais les idées de Lusztig ont ouvert de nouveaux champs de recherche.

Un troisième thème dans les travaux de Lusztig est le nouveau domaine des **groupes quantiques**, introduit par **Vladimir Drinfeld** dans les années quatre-vingt. Lusztig a déclaré que le test d'une nouvelle théorie est de savoir si l'on peut l'utiliser pour répondre à des questions qui ont été posées avant que la nouvelle théorie n'existe. Il a fait en sorte que les groupes quantiques passent ce test de plusieurs manières étonnantes. Par exemple, sa théorie des **bases canoniques** (qui ne peut être introduite qu'en utilisant des groupes quantiques) lui a permis d'étendre la théorie classique des « matrices totalement positives » de  $GL(n)$  à tous les **groupes réductifs**.

Il y aurait encore beaucoup à dire sur les travaux de Lusztig : sur la théorie des représentations modulaires, sur les **algèbres de Hecke affines** et sur les groupes  $p$ -adiques, par exemple. Il a abordé des parties des mathématiques très éloignées les unes des autres, les a remodelées et les a reliées entre elles. Il a jeté de nouvelles passerelles entre la théorie des représentations, la **combinatoire** et la géométrie algébrique, en résolvant des problèmes classiques dans ces disciplines et en en créant de nouveaux. Il s'agit d'une carrière remarquable, aussi passionnante à observer aujourd'hui qu'elle l'était à ses débuts, il y a plus de quarante ans.

## Autobiographie

Je suis né en 1946 à Timișoara en Roumanie. Mes deux parents étaient comptables et nous parlions hongrois à la maison (j'ai appris le roumain à l'âge de 3 ans, lorsque je suis allé à l'école maternelle). Mon épouse, Li Gongqin, est née à Wuhan en Chine. Elle a suivi une formation en mathématiques, mais travaille aujourd'hui dans le domaine du développement de logiciels. J'ai deux filles issues de mon précédent mariage : Irene (née en 1974) et Tamar (née en 1982).

J'ai fréquenté l'école primaire et le lycée de Timișoara. En cinquième, ma matière préférée était la chimie. Mais en quatrième (1960), après quelques succès aux olympiades de mathématiques, j'ai commencé à passer la majeure partie de mon temps à résoudre des problèmes de mathématiques tirés d'un magazine de mathématiques destiné aux lycéens et j'ai décidé de devenir mathématicien. Au cours de mes deux dernières années de lycée, j'ai rencontré Maria Neumann, professeur à l'université de Timișoara, qui m'a prêté des livres sur les fondements de la géométrie et sur la **géométrie non euclidienne**, dont nous discutons lors de nos réunions. Je pense que ces discussions ont été très bénéfiques

pour mon développement mathématique.

À la fin de mes études secondaires (1963), je suis allé à Bucarest et me suis inscrit comme étudiant au département de mathématiques de l'université de Bucarest. Le professeur qui m'a le plus influencé pendant ces années à Bucarest (1963-1968) a été Kostake Teleman, membre d'une famille de mathématiciens bien connue. J'ai suivi son cours d'algèbre linéaire, basé sur le livre d'Artin *Algèbre géométrique*, et son cours de [géométrie différentielle](#), qui était son principal domaine d'expertise. J'ai également suivi ses cours plus avancés : l'un sur la théorie de [Gelfand-Naïmark](#) des [représentations induites](#) (dans lequel j'ai appris ce qu'étaient les variétés de [drapeaux](#)) et l'autre sur le [théorème de l'indice d'Atiyah-Singer](#). Ces deux cours ont été très importants pour mon développement.

En 1968, j'ai terminé mes études à l'université de Bucarest et j'ai obtenu un poste d'assistant à l'université de Timișoara, mais je n'y suis resté que six mois. Au cours de l'été 1968, j'ai participé à un cours d'été sur les [opérateurs pseudo-différentiels](#) à Stresa en Italie, où j'ai rencontré [I. M. Singer](#). Je lui ai dit que j'avais été invité à l'université de Warwick pour un semestre spécial sur les [systèmes dynamiques](#), mais que j'étais plus intéressé par la théorie de l'indice. Il m'a suggéré de rencontrer [M. F. Atiyah](#) pendant mon séjour en Angleterre. C'est ce que j'ai fait, et après un mois à Warwick, Atiyah a pris des dispositions pour que j'aille à Oxford. Lorsque j'ai rencontré Atiyah pour la première fois, il m'a expliqué un problème sur la semi-caractéristique d'une variété fermée de dimension  $4k + 1$  qu'il était en train d'étudier avec Singer. Après plusieurs semaines, j'ai trouvé une solution à ce problème. Pendant mon séjour de deux mois à Oxford, j'ai également démontré certains résultats sur la constance du nombre de [Lefschetz](#) holomorphe dans une action de cercle, qu'Atiyah a ensuite utilisés dans son travail avec [Hirzebruch](#) sur l'annulation du genre  $\hat{A}$ . Avant de quitter Oxford, j'ai reçu une invitation de l'Institut d'étude avancée de Princeton dans le New Jersey, sur la recommandation d'Atiyah qui était sur le point de s'y installer.

En 1969, je suis donc allé travailler avec Atiyah à l'Institut d'étude avancée. J'y suis resté deux ans. Comme je n'avais pas de doctorat, j'ai demandé à [W. Browder](#) à la fin de la première année si je pouvais obtenir un doctorat de l'université de Princeton sur la base d'un article sur les hautes signatures de [Novikov](#) que je venais de terminer. Il a répondu par l'affirmative. En 1971, j'ai donc obtenu mon doctorat.

Entre-temps, je me suis beaucoup intéressé à la théorie des représen-

tations des [groupes algébriques](#) finis. En 1971, l'université de Warwick au Royaume-Uni m'a proposé un poste de lecteur, que j'ai accepté notamment en raison de la présence de [J. A. Green](#), avec lequel j'espérais apprendre la théorie des représentations. Au cours de mes premières années à Warwick, j'ai collaboré avec R. Carter, ce qui m'a permis de mieux comprendre les groupes réductifs. J'ai également réussi à trouver une construction de [représentations de la série discrète](#) pour  $GL(n)$  sur un [corps fini](#) pour lequel seuls les caractères étaient connus auparavant (grâce aux travaux de Green).

Au printemps 1974, lors d'une visite à l'Institut des hautes études scientifiques, j'ai commencé un travail en collaboration avec [P. Deligne](#) dans lequel nous avons construit les [représentations irréductibles](#) génériques des groupes réductifs sur un corps fini en utilisant la [cohomologie étale](#) de certaines [variétés algébriques](#); ce travail s'est achevé au printemps 1975. Vers le milieu de l'année 1974, j'ai été promu professeur à l'université de Warwick et j'ai passé les années suivantes à essayer de classifier toutes les représentations irréductibles des groupes réductifs sur un corps fini.

En 1978, je suis devenu professeur à l'institut de technologie du Massachusetts, où je suis encore aujourd'hui. Vers 1980, après mon travail en collaboration avec Kazhdan, la [cohomologie d'intersection](#) est devenue l'un de mes principaux outils. J'ai utilisé cet outil très souvent, en particulier dans la théorie des faisceaux caractères que j'ai commencé à développer dans les années quatre-vingt et qui m'occupe encore aujourd'hui, ainsi que dans la théorie des bases canoniques issues des groupes quantiques que j'ai commencé à développer vers 1990.

## 2015 : Gerd Faltings et Henryk Iwaniec

« pour l'introduction et le développement d'outils fondamentaux en [théorie des nombres](#), qui leur ont permis, ainsi qu'à d'autres, de résoudre des problèmes classiques anciens ».

### Présentation

La théorie des nombres est l'une des plus anciennes branches des mathématiques. Elle remonte à plus de deux mille ans en Chine, en Grèce et en Inde. Elle concerne l'étude des nombres entiers, des [nombres premiers](#) et des [équations polynomiales](#) qui les mettent en jeu. Ces dernières sont appelées [équations diophantiennes](#), d'après le mathématicien grec [Diophante d'Alexandrie](#). [Gauss](#), qui a jeté les bases de la théorie moderne des nombres, l'appelait la « reine des mathématiques ». À l'époque, et pendant de nombreuses années par la suite, cette théorie a été considérée comme faisant partie des [mathématiques pures](#). Cependant, dans notre monde numérique moderne, les vérités profondes et les techniques qui ont été développées pour étudier les nombres entiers jouent un rôle de plus en plus important dans les applications.

De nombreux problèmes centraux de la théorie des nombres sont élémentaires et faciles à énoncer, mais l'expérience de générations de mathématiciens montre qu'ils peuvent être extraordinairement difficiles à résoudre. Le succès, lorsqu'il survient, repose souvent sur des outils sophistiqués issus de nombreux domaines des mathématiques. Ce n'est pas une coïncidence, puisque certains aspects de ces domaines ont été introduits et développés dans le cadre des efforts déployés pour résoudre les problèmes classiques de la théorie des nombres.

Faltings et Iwaniec ont développé un grand nombre des outils modernes les plus puissants pour l'[algèbre](#), l'[analyse](#), la [géométrie algébrique](#) et la [géométrie arithmétique](#), les [formes automorphes](#) et la théorie des [fonctions zêta](#). Avec d'autres, ils ont utilisé ces outils pour résoudre des problèmes anciens en théorie des nombres.

## Gerd Faltings

Une équation polynomiale de degré  $n$  à une variable dont les coefficients sont des [nombres rationnels](#) n'a que  $n$  [nombres complexes](#) comme solutions. Une telle équation possède un [groupe de symétrie](#), son [groupe de Galois](#), qui décrit comment ces solutions complexes sont liées les unes aux autres.

Une équation polynomiale en deux variables avec des coefficients rationnels a une infinité de solutions complexes, qui forment une [courbe algébrique](#). Dans la plupart des cas (c'est-à-dire lorsque la courbe a un [genre](#) supérieur ou égal à 2), une telle équation diophantienne n'a qu'un nombre fini de solutions dont les coordonnées sont des nombres rationnels. Cette affirmation a été pendant plus de soixante ans une [conjecture](#) célèbre de [Mordell](#), jusqu'à ce que Faltings la démontre enfin. Sa démonstration inattendue a fourni de nouveaux outils fondamentaux en géométrie arithmétique et en géométrie d'[Arakelov](#), ainsi qu'une démonstration d'un autre théorème fondamental de finitude, la conjecture de [Chafarevitch](#) et [Tate](#) pour les équations polynomiales en plusieurs variables. Plus tard, en développant une méthode de [Vojta](#) tout à fait différente, Faltings a établi un théorème de finitude en dimension supérieure d'une grande portée pour les solutions rationnelles des systèmes d'équations sur les [variétés abéliennes](#) (les conjectures de [Lang](#)). Pour étudier les solutions rationnelles d'équations polynomiales par la géométrie, on a besoin de versions arithmétiques des outils de la [géométrie complexe](#). L'un de ces outils est la [théorie de Hodge](#). Les contributions fondamentales de Faltings à la théorie de Hodge sur les [nombres  \$p\$ -adiques](#), ainsi que son introduction d'autres techniques nouvelles et puissantes, sont au cœur de certaines des avancées récentes reliant les groupes de Galois (d'équations polynomiales en une ou plusieurs variables) et la théorie moderne des formes automorphes (une vaste généralisation de la théorie des [fonctions périodiques](#)). Les travaux récents et remarquables de [Peter Scholze](#) sur les représentations galoisiennes sont un bon exemple de la puissance de ces techniques.

## Henryk Iwaniec

Les travaux d'Iwaniec concernent l'aspect analytique de l'analyse diophantienne, où l'objectif est généralement de démontrer que les équations ont des solutions en nombres entiers ou premiers, et idéalement d'estimer combien il y en a jusqu'à une taille donnée.

L'une des plus anciennes techniques pour trouver les nombres premiers est la [théorie des cribles](#), qui trouve son origine dans la description par [Érastosthène](#) d'une méthode pour dresser la liste des nombres premiers. Les travaux fondamentaux et les percées d'Iwaniec dans le domaine de la théorie des cribles et de ses applications constituent une grande partie de ce domaine actif des mathématiques. Sa démonstration (avec [John Friedlander](#)) qu'il existe une infinité de nombres premiers de la forme  $X^2 + Y^4$  est l'un des résultats les plus frappants que l'on connaisse sur les nombres premiers ; les techniques introduites pour le démontrer sont à la base de nombreux autres travaux. La théorie de la [fonction zêta de Riemann](#), et plus généralement celle des [fonctions L](#) associées aux formes automorphes, joue un rôle central dans l'étude des nombres premiers et des équations diophantiennes. Iwaniec a inventé de nombreuses techniques puissantes pour étudier les fonctions L des formes automorphes, qui sont largement utilisées aujourd'hui. En particulier, ses techniques d'estimation des [coefficients de Fourier](#) des [formes modulaires](#) de poids demi-entier et d'estimation des fonctions L sur leurs droites critiques (en collaboration avec William Duke et John Friedlander) ont permis de résoudre un certain nombre de problèmes anciens en théorie des nombres, notamment l'un des [problèmes de Hilbert](#) : les équations quadratiques en nombres entiers (en trois variables ou plus) peuvent toujours être résolues, à moins qu'il n'y ait une raison « évidente » pour qu'elles ne puissent l'être.

Dans une série d'articles remarquables tant par leur concept que par leurs techniques novatrices, Iwaniec et différents auteurs ([Étienne Fouvry](#), puis [Enrico Bombieri](#) et John Friedlander) ont démontré des résultats sur la distribution des nombres premiers dans les progressions arithmétiques qui vont au-delà de la fameuse [hypothèse de Riemann](#). Cela a ouvert la porte à des applications potentiellement très frappantes. Le résultat récent et très célèbre de [Zhang Yitang](#)<sup>4</sup> sur les écarts bornés entre les nombres premiers s'appuie fortement sur les travaux d'Iwaniec et de ses collaborateurs. Les travaux d'Iwaniec mentionnés ci-dessus, ainsi que ses nombreux autres travaux techniquement brillants, occupent une position centrale dans la [théorie analytique des nombres](#) moderne.

---

4. NDT. Le nom est avant le prénom.

## Autobiographie de Gerd Faltings

Je suis né le 28 juillet 1954 à Gelsenkirchen, une ville industrielle située dans la Ruhr, la région des mines de charbon de l'Allemagne de l'époque. Mes parents, originaires de la région de Hambourg, étaient titulaires d'un doctorat en physique et en chimie. Après l'école primaire, j'ai fréquenté le lycée Max-Planck de Gelsenkirchen, où j'ai obtenu mon baccalauréat en 1972. Au cours de mes dernières années de lycée, j'ai participé deux fois avec succès au « Concours fédéral de mathématiques », un concours destiné aux lycéens intéressés par les mathématiques. En conséquence, je suis devenu membre de la *Studienstiftung*, une fondation allemande dédiée au soutien des étudiants talentueux.

À l'automne 1972, j'ai commencé à étudier les mathématiques à l'université de Münster, près de Gelsenkirchen. Interrompu par quinze mois de service militaire obligatoire, j'ai terminé mes études en 1978 avec un « diplôme » (sur la [cohomologie](#) locale) et un doctorat (sur la « macaulayfication »). Mon directeur de thèse était le professeur H. J. Nastold, qui était un spécialiste d'[algèbre commutative](#). Les sujets abordés relevaient donc de ce domaine. Il a co-organisé un colloque régulier à Oberwolfach (avec Berger, Kunz, [Szpiro](#)) sur l'algèbre commutative.

Le doctorat m'a permis d'obtenir une allocation de la Fondation allemande pour la recherche pour passer un an à l'université Harvard. Mon hôte était le professeur [Hironaka](#), à qui j'ai été recommandé par le professeur [Matsumura](#), un vieil ami du professeur Nastold. C'est à Harvard que j'ai découvert les plongements toroïdaux, un sujet qui est devenu important pour moi par la suite. De retour à Münster, je suis devenu assistant du professeur Nastold et j'ai obtenu mon habilitation en 1981. Cela m'a permis de poser ma candidature à un poste de professeur et, à ma grande surprise, ma première candidature a été acceptée. De 1982 à 1984, j'ai été professeur à l'université de Wuppertal. J'y ai réussi à démontrer la conjecture de Mordell sur les [corps de nombres](#), et ce succès a considérablement modifié ma situation personnelle. Par exemple, j'ai reçu mon premier prix, le [prix Dannie-Heinemann](#) de l'Académie des sciences de Göttingen. Il s'agissait d'une somme d'argent considérable. Habituellement, de tels prix ne sont décernés qu'à des chercheurs établis qui n'ont plus besoin d'argent, ce qui constituait donc une agréable exception. C'est également à Wuppertal que j'ai rencontré ma future épouse, Angelika, et que nous nous sommes mariés en décembre 1984.

La conjecture de Mordell était un vieux problème ouvert qui avait

été résolu pour les [corps de fonctions](#) notamment par [Parchine](#) et Arakelov. Szpiro avait généralisé leur théorie aux caractéristiques positives et essayé d'utiliser la théorie d'Arakelov (une autre invention d'Arakelov) pour l'étendre aux corps de nombres. Malheureusement, il manquait un ingrédient (la classe de [Kodaira-Spencer](#)). J'ai eu la chance de découvrir qu'il pouvait être remplacé par un outil de la théorie des [représentations galoisiennes](#). J'ai également beaucoup profité d'un colloque à Oberwolfach sur l'article de [Harris](#) et [Mumford](#) qui démontre que l'[espace de modules](#) des courbes est généralement de type général. Jusque-là, ma connaissance de la théorie des espaces de modules ne couvrait que la construction, après quoi tout le monde semblait épuisé. Le fait qu'ils puissent servir à quelque chose était nouveau pour moi.

De 1985 à 1994, j'ai été professeur à l'université de Princeton. En 1986, j'ai reçu la [médaille Fields](#) au [Congrès international des mathématiciens](#) de Berkeley. Plus récemment, j'ai reçu un grand nombre de récompenses. C'est pendant mon séjour à Princeton que sont nées mes deux filles Christina et Ulrike (1985 et 1988). Mes mathématiques à Princeton se sont concentrées sur deux sujets pour lesquels une solution *ad hoc* était suffisante pour la conjecture de Mordell, mais l'image complète nécessitait plus de travail. Il s'agissait des compactifications toroïdales de l'espace des modules de [Siegel](#) et de la théorie de Hodge *p*-adique. Sur le premier sujet, j'ai écrit un livre en collaboration avec C. L. Chai ; sur le second sujet, j'ai généralisé les idées de J. Tate pour définir les « [revêtements](#) presque étales ». En outre, j'ai pris connaissance d'une nouvelle idée de Vojta conduisant à une nouvelle démonstration de la conjecture de Mordell par [approximation diophantienne](#). Tout le monde en parlait beaucoup mais personne ne semblait prêt à la déclarer correcte. Par sens du devoir, je l'ai étudiée et je l'ai trouvée correcte. En guise de récompense, j'ai également réalisé que la méthode permettait une vaste généralisation (via le « [théorème du produit](#) »). À Princeton, j'ai également assisté à des conférences d'[E. Witten](#) sur la [théorie des cordes](#). J'en ai conclu, premièrement, que la physique n'était pas une branche des mathématiques et, deuxièmement, j'ai été incité à étudier les espaces de modules des [fibrés vectoriels](#) sur les courbes, pour lesquels j'ai pu montrer de nouveaux résultats. À Princeton, j'ai également reçu une bourse de la fondation Guggenheim (1988).

En 1994, j'ai accepté une offre de la société Max-Planck pour devenir l'un des directeurs de l'[institut Max-Planck de mathématiques](#) à Bonn. J'y suis toujours. Peu après mon installation, j'ai reçu un [prix Leibniz](#) (1996). J'ai poursuivi mon travail et j'ai vu grandir mes filles.

Malheureusement, ma femme est décédée en 2011. Je suis donc veuf. Ces dernières années, j'ai été récompensé par plusieurs prix : le [prix von Staudt](#) en 2008, le [prix Heinz-Gumin](#) en 2010, un doctorat honorifique de l'université de Münster en 2012, le [prix international Roi-Fayçal](#) en 2014, et enfin le [prix Shaw](#) en 2015.

## Autobiographie de Henryk Iwaniec

Je suis né le 9 octobre 1947 à Elblag, en Pologne, huit heures avant mon frère jumeau Tadeusz. Nous avons grandi ensemble dans une famille unie, sans tradition universitaire.

Nous avons commencé à nous intéresser aux mathématiques dans un lycée technique (spécialisé dans les turbines à vapeur) où nous avons participé avec succès aux olympiades de mathématiques. Au lieu de poursuivre nos études d'ingénieur, nous sommes entrés au département de mathématiques de l'université de Varsovie en 1966. Cependant, nous ne partageons plus nos idées en mathématiques car nous souhaitions être plus indépendants intellectuellement.

À la fin de ma première année de licence, j'ai eu la chance d'attirer l'attention du professeur [Andrzej Schinzel](#), qui m'a invité à participer à son séminaire sur la théorie des nombres à l'institut de mathématiques de l'Académie polonaise des sciences et à y donner des conférences. Très tôt, j'ai été fasciné par la théorie analytique des nombres en raison de la grande variété d'outils utilisés pour établir des résultats de nature arithmétique. J'ai été particulièrement impressionné par les travaux de [Yu. V. Linnik](#). J'ai commencé seul à travailler sur les méthodes de cribles, tandis que le professeur Schinzel me donnait des conseils généraux et m'aidait également pour les questions éditoriales.

Un an avant de terminer mes études en 1971, deux articles ont été acceptés pour publication, dont l'un est devenu mon mémoire de maîtrise et l'autre ma thèse de doctorat. Je l'ai soutenue au printemps 1972 sans entrer en troisième cycle. L'obligation de passer un examen sur la philosophie du marxisme a retardé la soutenance de ma thèse !

De 1971 à 1983 (année où j'ai quitté la Pologne avec ma famille pour les États-Unis), j'ai travaillé à l'institut de mathématiques de l'Académie polonaise des sciences à Varsovie, période au cours de laquelle j'ai été promu professeur et élu membre correspondant de l'Académie polonaise des sciences.

Au cours de cette période, j'ai passé un an à l'École normale supérieure de Pise (1976-1977), où j'ai eu l'occasion de développer mon

intérêt pour les méthodes de crible sous l'influence d'[Enrico Bombieri](#) et en collaboration avec John Friedlander. Plus tard, aux États-Unis, ma collaboration avec John a évolué vers de nombreux autres sujets de la théorie des nombres : [sommets exponentielles](#) et sommes de caractères, distribution des nombres premiers, etc. Nos nombreux résultats communs constituent l'essentiel de mon travail.

Ensuite, mon séjour à l'université de Bordeaux en 1979-1980 et les visites qui ont suivi en 1980-1982 ont été déterminants pour orienter mon intérêt vers le domaine des formes automorphes. C'est là qu'a commencé ma collaboration avec [Jean-Marc Deshouillers](#). Nous avons développé de nouvelles estimations pour les coefficients de Fourier des [formes paraboliques](#) dans l'aspect spectral et pour les [sommets de Kloosterman](#). Tous ces éléments sont des outils de base de la théorie analytique des nombres moderne. Ils ouvrent la voie à l'utilisation de l'[analyse harmonique non commutative](#) pour étudier les entiers naturels.

Parallèlement, j'ai travaillé à Bordeaux avec Étienne Fouvry sur les nombres premiers dans les progressions arithmétiques. Nous avons réussi à obtenir des résultats d'équidistribution sur les classes de résidus, qui dépassent ceux qu'implique l'hypothèse de Riemann. Plus tard, nous avons amélioré la portée de ces résultats en collaboration avec Bombieri et Friedlander à l'Institut d'étude avancée de Princeton.

J'ai passé mes premières années aux États-Unis (septembre 1983-décembre 1986) à l'Institut d'étude avancée, avec deux interruptions semestrielles pour des visites à l'université du Michigan et en tant que professeur invité sur la chaire Ulam à l'université du Colorado à Boulder. J'ai également fait quelques voyages à l'université Stanford pour travailler avec [Peter Sarnak](#). À l'institut, j'avais l'impression d'être au paradis, d'avoir du temps libre pour penser aux mathématiques, pour discuter et pour partager des idées avec les membres du département de mathématiques, avec les visiteurs éminents, ainsi qu'avec le corps enseignant de l'université de Princeton. Une telle atmosphère stimule facilement les aspirations de chacun. J'ai été amené à explorer les eaux inexplorées de l'hypothèse de Riemann pour les variétés (un résultat de [Deligne](#)), en transformant certains de ces résultats en outils puissants pour la théorie analytique des nombres. En collaboration avec Friedlander et Fouvry, et avec l'aide de [Birch](#), Bombieri et [Katz](#), des améliorations cruciales ont été apportées aux formules asymptotiques pour certaines [fonctions arithmétiques](#), qui sont fondamentales pour la théorie des nombres premiers. J'ai également utilisé l'hypothèse de

Riemann pour les variétés dans mes travaux sur les fonctions L (en collaboration avec Brian Conrey) et sur les valeurs propres de Hecke (en collaboration avec William Duke). Il est gratifiant de constater que mes « enfants » mathématiques, Étienne Fouvry, Emmanuel Kowalski et Philippe Michel, vont beaucoup plus loin sur le plan conceptuel dans leur « théorie des fonctions traces », et produisent des résultats très solides qui unifient de nombreuses applications.

J'aime travailler en collaboration avec d'autres. Peter Sarnak et moi-même avons établi (entre autres) des résultats statistiques concernant les valeurs centrales des familles de fonctions L automorphes, qui jettent un nouvel éclairage sur l'hypothèse de Riemann. De plus, nous avons révélé de nouveaux liens avec les fameux problèmes de caractères exceptionnels. Brian Conrey, Kannan Soundararajan et moi-même avons démontré qu'une grande partie des zéros des fonctions L se trouvent sur la droite critique. John Friedlander et moi-même avons développé des axiomes supplémentaires pour la théorie des cribles qui permettent de briser la barrière de la parité, et donc de produire des nombres premiers dans des suites peu denses. La théorie algébrique des nombres et la théorie analytique des nombres coexistent admirablement dans mes travaux récents avec John Friedlander, Barry Mazur et Karl Rubin sur le *spin* d'idéaux premiers.

En janvier 1987, j'ai quitté l'Institut d'étude avancé pour l'université de Rutgers, où j'ai accepté le poste de professeur de mathématiques de l'État du New Jersey. Enseigner à des étudiants de troisième cycle à Rutgers est un grand plaisir ; cela me détend de la poursuite plus intense de mes recherches et me convainc que l'avenir de mon sujet bien-aimé, la théorie analytique des nombres, est prometteur.

## 2016 : Nigel Hitchin

« pour ses contributions majeures à la [géométrie](#), à la [théorie des représentations](#) et à la physique théorique. Les concepts fondamentaux et les techniques élégantes qu'il a introduits ont eu un large impact et sont d'une importance durable ».

### Présentation

Depuis l'Antiquité, la géométrie est au cœur des mathématiques. Les Grecs de l'Antiquité étaient fascinés par ce sujet et l'ont étudié en profondeur, ce qui nous a donné la [géométrie euclidienne](#). La vision moderne de la géométrie remonte au milieu du XIX<sup>e</sup> siècle, lorsque [Gauss](#) a introduit et développé la théorie des surfaces courbes. Il a été suivi par [Riemann](#), qui a élaboré la théorie des espaces courbes de dimensions supérieures, aujourd'hui appelée [géométrie riemannienne](#). Leurs travaux ont marqué le début d'une période d'épanouissement de la géométrie. Notre compréhension actuelle du sujet émane directement de leurs travaux.

Nigel Hitchin est l'un des géomètres les plus influents de notre époque. L'impact de ses travaux sur la géométrie et sur de nombreux domaines connexes des mathématiques et de la physique est profond et durable. À de nombreuses reprises, il a découvert des facettes élégantes et naturelles de la géométrie qui se sont révélées d'une importance capitale. Ses idées se sont révélées cruciales dans des domaines des mathématiques et de la physique très éloignés du contexte dans lequel il les a développées. En explorant les recoins ignorés de la géométrie, Hitchin a découvert à plusieurs reprises des joyaux, bien plus nombreux que ceux décrits ci-dessous, qui ont changé le cours des développements en géométrie et dans les domaines connexes, ainsi que la façon dont les mathématiciens envisagent ces sujets.

Au cours de la période moderne, la géométrie a connu un essor et une expansion considérables. Avec le développement de la [topologie](#) (qui peut être décrite comme l'étude des formes, en permettant la déformation mais pas la déchirure) en tant que discipline indépendante des mathématiques vers 1900, le champ d'application de la géométrie s'est étendu pour inclure des objets auxiliaires associés à des espaces.

Les [théories de jauge](#), qui étudient la géométrie de certaines structures courbes sur des espaces connus sous le nom de « [fibrés](#) », en sont un excellent exemple.

La géométrie a des liens étroits avec d'autres parties des mathématiques telles que la théorie des représentations, qui est liée à l'étude des symétries, les [équations différentielles](#) et les [systèmes dynamiques](#), ainsi que la [théorie des nombres](#). Elle a eu un impact profond sur la topologie. Ses liens avec la physique sont également anciens : Einstein a formulé la relativité générale en termes de géométrie de l'espace-temps courbe à quatre dimensions, essentiellement sous la forme introduite par Riemann. Plus récemment, le modèle standard de la physique des particules est formulé en utilisant la géométrie des théories de jauge, et une grande partie de la physique théorique des hautes énergies au-delà du modèle standard est formulée de manière géométrique.

Si Hitchin a introduit de nombreux concepts et techniques importants en géométrie, l'un de ses travaux les plus influents est son étude des [fibrés de Higgs](#) sur une [surface de Riemann](#). L'espace des paramètres de tous les fibrés de Higgs sur une surface fixée est lui-même un fibré sur cette surface. Sur ces fibrés, Hitchin a défini une fonction naturelle qui produit un [système hamiltonien](#) algébriquement complètement [intégrable](#) sur l'espace. Le résultat est ce que l'on appelle aujourd'hui la « [fibration de Hitchin](#) » de l'espace des fibrés de Higgs. L'un des aspects de ces espaces est qu'ils fournissent des exemples fondamentaux d'objets importants connus sous le nom de variétés hyperkähleriennes. Mais l'impact des fibrations de Hitchin ne se limite pas aux fibrés de Higgs et aux variétés hyperkähleriennes. Les fibrations de Hitchin et leur quantification sont les pierres angulaires de la construction d'une branche moderne de la théorie des représentations appelée « [programme de Langlands géométrique](#) ». En outre, elles constituent un ingrédient fondamental des travaux récents de Ngô, récompensés par la [médaille Fields](#), sur la théorie des [formes automorphes](#) et la théorie des nombres. Dans un travail connexe, Hitchin a utilisé cette théorie pour construire des connexions projectivement plates sur les [espaces de modules](#) des surfaces de Riemann, qui avaient été prédites par l'analyse de Witten de la [théorie de Chern-Simons](#), une [théorie quantique des champs](#) topologique tridimensionnelle. Les fibrations de Hitchin ont également servi de point de départ aux physiciens dans leurs études de certaines théories quantiques des champs à quatre et six dimensions. L'histoire des fibrations de Hitchin est un parfait exemple de la capacité de Hitchin à trouver des questions attrayantes et naturelles qui avaient été négligées

auparavant, mais dont les réponses sont d'une importance fondamentale dans un large spectre de mathématiques et de physique.

Les travaux de Hitchin avec [Atiyah](#), [Drinfeld](#) et [Manin](#) ont permis aux mathématiques de s'attaquer à une question d'importance fondamentale en physique, à savoir la description de l'espace de modules des [instantons](#) dans l'[espace euclidien](#) à quatre dimensions. Leur approche utilisant l'[algèbre linéaire](#) constitue, même aujourd'hui, trente ans plus tard, une base pour de nombreux travaux sur l'étude des instantons, tant en mathématiques qu'en physique théorique, et sert de pont important entre les mathématiques et la physique.

La conjecture de Kobayashi-Hitchin relative à la stabilité algébro-géométrique et aux solutions des [équations](#) aux dérivées partielles qui décrivent les instantons sur des surfaces algébriques complexes a été l'un des premiers exemples d'une relation étroite entre la notion de stabilité en [géométrie algébrique](#) et les solutions d'équations aux dérivées partielles non linéaires. Ce principe fondamental est réapparu sous diverses formes dans de nombreux domaines des mathématiques.

L'influence des travaux de Hitchin sur le vaste champ de la géométrie et de ses applications à des domaines connexes se fera sentir longtemps dans l'avenir. Ses nombreuses réalisations méritent amplement l'attribution du [prix Shaw](#) en sciences mathématiques.

## Autobiographie

J'ai grandi à Duffield près de Derby, dans les Midlands en Angleterre. En 1957, un nouveau collège y a ouvert ses portes et j'ai été l'un des premiers élèves, avec 73 autres enfants de 11 ans. Avec ce petit nombre d'élèves, chaque enseignant devait couvrir plusieurs matières. Pendant quelques années, les mathématiques ont donc été enseignées par le professeur de français. Finalement, au fur et à mesure que l'école grandissait, ils ont embauché un professeur de mathématiques et j'ai commencé à être attiré par cette matière.

En 1964, j'ai été admis à étudier les mathématiques au Collège de Jésus à Oxford. Mais comme c'était courant à l'époque, j'ai quitté l'école juste après l'examen d'entrée et j'ai obtenu un emploi temporaire dans le département informatique de Rolls-Royce à Derby. J'y étais entouré de diplômés en mathématiques et j'ai assimilé plusieurs notions qui étaient absentes de mon programme scolaire. On m'a également posé des problèmes intéressants qui nécessitaient une réflexion transversale.

Lorsque j'étais étudiant à Oxford, mes centres d'intérêt en mathé-

matiques se situaient plutôt du côté des [mathématiques pures](#). En 1968, j'ai commencé à faire des études de deuxième cycle sous la direction du spécialiste de topologie Brian Steer. À l'époque, Michael Atiyah avait quitté Oxford pour devenir membre permanent de l'Institut d'étude avancée à Princeton, mais il revenait chaque été. Une année, alors que mon directeur de thèse était en congé sabbatique, j'ai eu l'avantage d'être encadré par Atiyah. Cela m'a permis d'élargir considérablement mes horizons et mes centres d'intérêt en examinant des questions qui impliquaient la géométrie algébrique et la topologie, ainsi que la [géométrie différentielle](#). Ce mélange de sujets a été formateur pour mon travail futur.

En 1971, j'ai rejoint Princeton en tant qu'assistant d'Atiyah. Cette expérience m'a ouvert les yeux : j'ai échangé des idées avec de jeunes postdoctorants, j'ai appris des visiteurs chevronnés et j'ai été invité à donner des conférences dans diverses universités américaines. C'est là que j'ai rencontré ma femme Nedda, qui rendait visite à son cousin, l'un des autres mathématiciens membres de l'institut. Nous nous sommes mariés en 1973 et avons ensuite passé un an à New York. À l'université de New York, j'ai commencé à lire les articles de [Roger Penrose](#) sur les équations de champ avec une masse au repos nulle dans la théorie de la relativité.

Lorsque je suis retourné à Oxford en tant que postdoctorant l'année suivante, Penrose venait d'être nommé à une chaire. J'ai commencé par apprendre que, grâce à sa nouvelle [théorie des twisteurs](#), la géométrie riemannienne qui m'intéressait et la géométrie de la relativité étaient toutes deux placées sur le même pied d'égalité. Cela signifiait que les questions sur l'[équation d'Einstein](#) qui m'occupaient à l'époque prenaient tout leur sens dans ce nouveau contexte. C'est peut-être la première fois que j'ai réalisé qu'il existait une interface entre mes propres préoccupations et la physique que je pouvais exploiter.

En 1977, [Isadore Singer](#) est venu avec de nouvelles idées de ses collègues physiciens de l'institut de technologie du Massachusetts. Il s'agissait des instantons, versions euclidiennes des [équations de Yang-Mills](#) de la physique des particules. Le formalisme correspondait parfaitement à mes études antérieures. De plus, Richard Ward, un étudiant de Penrose, venait de montrer comment les méthodes de twisteurs pouvaient être appliquées à ces équations. Semaine après semaine, nous avons présenté de nouveaux résultats lors d'un séminaire consacré à ce sujet et finalement, en combinant des travaux récents en géométrie différentielle et en géométrie algébrique, Atiyah et moi-même (et indépendamment Drin-

feld et Manin à Moscou qui avaient également suivi ce développement) avons donné une solution complète au problème. En conséquence, j'ai beaucoup voyagé à cette époque pour donner des conférences (malheureusement pour ma femme au moment de la naissance de notre premier enfant). En 1979, j'ai finalement obtenu un poste permanent de lecteur à Oxford, avec une bourse de recherche au collège Sainte-Catherine.

J'ai poursuivi le travail sur les instantons en m'attaquant à un concept connexe, les monopôles magnétiques. En 1983-1984, j'ai passé un congé sabbatique à Stony Brook, où l'on m'avait proposé de rejoindre le groupe de géométrie différentielle. Au lieu de cela, je me suis retrouvé à discuter d'une idée de Martin Rocek dans le groupe de physique théorique. Il en est résulté un cadre de travail dans la géométrie hyperkählérienne qui expliquait un certain nombre de faits antérieurs et en annonçait beaucoup d'autres. Bien que nous l'ayons décrit dans un langage différent, il était clair que nous faisons la même chose. En fin de compte, malgré la proposition de [C.N. Yang](#), je suis retourné à Oxford.

Peu de temps après, le cadre fourni par ce travail a suggéré un nouveau concept de théorie des jauges qui pouvait naturellement être appliqué au domaine classique des surfaces de Riemann. Il s'agissait d'un point d'entrée dans toute une série de problèmes géométriques, fournissant un lien entre la géométrie algébrique et la théorie des représentations des groupes de surfaces. Presque incidemment, la géométrie algébrique a également permis une vaste généralisation des systèmes intégrables qui avaient été étudiés de manière fragmentaire pendant des décennies. Les conséquences de ce travail ont été progressivement élucidées par moi-même et divers étudiants en thèse et ont finalement attiré l'attention des théoriciens des cordes qui ont mis en évidence un lien avec le programme de Langlands géométrique.

Entre-temps, j'ai quitté Oxford pour devenir professeur à l'université de Warwick. En 1994, j'ai été nommé à la chaire Rouse-Ball à Cambridge (ce qui m'a rapproché des physiciens théoriciens), mais trois ans plus tard, j'ai accepté la [chaire savilienne de géométrie](#), de retour à Oxford.

Les travaux ultérieurs, comme à l'époque, ont souvent été guidés par l'intuition des physiciens, qui diffère de celle de la plupart des mathématiciens. J'ai constaté à maintes reprises que des idées mathématiques fertiles émergent lorsque les deux mondes interagissent.

## 2017 : János Kollár et Claire Voisin

« pour leurs résultats remarquables dans de nombreux domaines centraux de la [géométrie algébrique](#), qui ont transformé la discipline et permis de résoudre des problèmes anciens qui semblaient hors de portée ».

### Présentation

Depuis l'Antiquité, l'étude des [polynômes](#) et de leurs solutions est un thème central des mathématiques. La géométrie algébrique est l'étude des propriétés des ensembles de solutions d'[équations polynomiales](#) en plusieurs variables. Un exemple simple d'une telle équation est  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ , dont l'ensemble solution est la surface d'une sphère de rayon 1.

Comme le montre cet exemple, les ensembles de solutions d'équations polynomiales, connus sous le nom de [variétés](#), sont des objets géométriques. L'examen de l'interaction entre l'[algèbre](#) et la [géométrie](#) s'est avéré remarquablement fructueux. La géométrie algébrique est une branche majeure des mathématiques, dont l'étude a des conséquences profondes non seulement pour l'algèbre et la géométrie, mais aussi pour plusieurs autres domaines allant de la [théorie des nombres](#) à la [physique mathématique](#).

Pour chaque type de structure mathématique, il existe normalement une notion permettant de déterminer si deux exemples sont essentiellement identiques. Pour les variétés, cette notion est appelée « [équivalence birationnelle](#) » : on dit que deux variétés sont birationnellement équivalentes si, après avoir supprimé les sous-variétés de dimension inférieure si nécessaire, il existe une application rationnelle de l'une vers l'autre avec un inverse rationnel. Une application rationnelle est un quotient de deux polynômes. Les [variétés rationnelles](#) sont celles qui sont birationnellement équivalentes à un espace ordinaire à  $n$  dimensions, pour un certain  $n$ . Pour donner un exemple, pour tout nombre réel  $t$ , on peut vérifier que

$$\left(\frac{2t}{1+t^2}\right)^2 + \left(\frac{1-t^2}{1+t^2}\right)^2 = 1,$$

d'où il découle que l'application qui associe un nombre réel  $t$  le point

$$\left( \frac{2t}{1+t^2}, \frac{1-t^2}{1+t^2} \right)$$

envoie une droite infinie sur le cercle unité. On peut vérifier que l'application qui au point  $(x, y)$  du cercle unité associe le nombre réel  $(1-y)/x$  est l'application inverse. Il y a un petit problème ici car aucune valeur de  $t$  ne correspond au point  $(0, -1)$ . Mais ce point est en lui-même un sous-ensemble de dimension zéro, que nous sommes autorisés à ignorer. Ainsi, un cercle est birationnellement équivalent à l'espace ordinaire à une dimension, ce qui signifie que c'est une variété rationnelle.

Certaines des avancées les plus passionnantes de la géométrie algébrique au cours des dernières décennies ont consisté à mieux comprendre la classification birationnelle des variétés de dimensions supérieures. Par exemple, [Shigefumi Mori](#) a remporté la [médaille Fields](#) pour son « programme du modèle minimal », qui tente de trouver dans chaque classe d'équivalence birationnelle une variété unique la plus simple. Des avancées très importantes ont également été réalisées dans la caractérisation des variétés rationnelles, c'est-à-dire dans la recherche de moyens permettant de déterminer si une variété est rationnelle.

Avec ses travaux sur la classification birationnelle, les travaux les plus récents de Kollár s'inscrivent dans une direction qui affectera grandement la géométrie algébrique dans les décennies à venir, en tant que complément important du programme du modèle minimal : la définition et l'étude des [modules](#) des variétés de dimension supérieure, qui peuvent être considérés comme des structures géométriques sophistiquées dont les points représentent des classes d'équivalence de ces variétés. L'importance de ce domaine est illustrée par l'immense quantité d'articles sur le problème des modules en dimension 1, qui occupe aujourd'hui les spécialistes de [topologie](#) ou de [combinatoire](#) et peut-être surtout les physiciens. Déjà pour les surfaces, le traitement des modules est un problème extrêmement subtil et difficile. Les idées de Kollár ont pratiquement créé le domaine des modules en dimension supérieure.

Parmi les principales réalisations de Claire Voisin figure la solution du problème de [Kodaira](#), qui part de l'observation que toute déformation d'une [variété projective](#) complexe est une [variété kählérienne](#) (c'est-à-dire *grosso modo* un ensemble géométrique qui possède localement une structure compatible avec les nombres complexes), et qui demande si la réciproque est vraie. Elle a trouvé des contre-exemples, c'est-à-dire des variétés kählériennes qui non seulement ne sont pas des

déformations de variétés projectives, mais qui ne sont même pas topologiquement équivalentes à des variétés projectives. Une autre des réalisations originales de Claire Voisin est la mise au point d'une nouvelle technique pour montrer qu'une variété n'est pas rationnelle, une percée qui a conduit à des résultats qui auraient été impensables auparavant. Un troisième résultat remarquable est un contre-exemple à une généralisation de la [conjecture de Hodge](#), l'un des problèmes les plus difficiles en mathématiques (c'est l'un des sept [problèmes du prix du millénaire](#) de l'[Institut de mathématiques Clay](#)). Ce contre-exemple exclut plusieurs approches de la conjecture.

La géométrie algébrique est un domaine central des mathématiques qui a connu de nombreux développements remarquables au cours de son histoire, et ces développements se poursuivent jusqu'à aujourd'hui. Chacun à leur manière, János Kollár et Claire Voisin ont apporté à la géométrie algébrique des contributions profondes qui influenceront profondément l'avenir de cette discipline.

## Autobiographie de János Kollár

Je suis né en 1956 à Budapest, en Hongrie. Je suis l'aîné de six enfants d'une famille unie d'ingénieurs et de musiciens. J'étais un enfant studieux, qui s'intéressait surtout à l'histoire, aux récits d'aventures et aux sciences. Vers l'âge de huit ans, j'ai commencé à bégayer fortement, ce qui m'a poussé à lire. Le bégaiement s'est progressivement atténué au cours des quinze années suivantes, mais j'en garde des traces, surtout lorsque je suis fatigué de donner des conférences.

À l'école primaire, j'étais un élève peu brillant, obtenant des notes moyennes dans de nombreux cours, mais réussissant bien dans les quelques cours qui m'intéressaient. Heureusement, mes parents avaient confiance en moi et m'ont envoyé au lycée chez les pères piaristes. Leur école, appelée *Budapesti Piarista Gimnázium*, a été fondée en 1717. Pendant les années communistes, elle était à peine tolérée par le gouvernement, mais c'était probablement la meilleure école de Hongrie. Après avoir reçu de nombreuses mauvaises notes au cours des premières semaines, j'ai compris que je devais travailler dur et, à la fin de la première année, j'étais parmi les premiers de ma classe. C'est vraiment cette expérience qui m'a mis sur la voie de la connaissance et de la science. Mes deux professeurs les plus influents ont été János Pogány, qui enseignait les mathématiques, et Zoltán Fórián-Szabó, qui enseignait la physique et la chimie.

C'est également à cette époque que j'ai commencé à participer à des concours de mathématiques. Ceux-ci ont une longue tradition en Hongrie ; le premier concours pour les élèves de lycée a été créé en 1894. Ceux qui réussissaient étaient invités à participer à une réunion mensuelle au cours de laquelle nous travaillions à développer nos compétences en matière de résolution de problèmes. C'était une excellente occasion de rencontrer d'autres élèves également intéressés par les mathématiques et de s'encourager mutuellement à faire mieux. Chaque année, les meilleurs d'entre nous étaient envoyés aux [Olympiades internationales de mathématiques](#). J'ai été sélectionné deux fois et je suis revenu avec une médaille d'or à chaque fois.

Après une année de service militaire obligatoire, je me suis inscrit à l'université Loránd-Eötvös de Budapest en tant qu'étudiant en mathématiques. Au cours de ma première année, j'ai été principalement influencé par [László Babai](#) et, plus tard, par Ervin Fried. Ils m'ont dit qu'il existait une vaste branche des mathématiques, la géométrie algébrique, qui était totalement inconnue en Hongrie à l'époque. J'ai donc décidé de l'apprendre. Pendant deux ans, j'ai travaillé complètement seul, avec seulement quelques livres. C'était lent, je n'avais personne pour me conseiller, mais cela m'a permis d'apprendre très bien les fondements. J'ai ensuite passé deux semestres à Moscou dans le cadre d'un échange d'étudiants. J'y ai assisté aux conférences d'Iskovskikh et de [Manin](#), ainsi qu'au séminaire de [Chafarevitch](#). À la fin de l'université, j'ai posé ma candidature pour le programme de doctorat à Moscou. Les mathématiciens russes me soutenaient fermement. Mais à ma grande surprise, l'examineur m'a recalé à l'examen requis sur le marxisme-léninisme. J'étais très découragé, mais cela s'est avéré être l'un des grands coups de chance de ma vie.

J'avais rencontré [David Eisenbud](#) lorsqu'il s'était rendu en Hongrie pendant mes études de premier cycle. Lorsque le projet à Moscou est tombé à l'eau, je lui ai écrit pour lui demander d'étudier aux États-Unis. C'était quelque peu illégal à l'époque. Toute ma candidature a donc consisté en cette lettre. Il m'a accordé une bourse complète et je suis arrivé en 1981 à l'université Brandeis, où j'ai étudié avec Teruhisa Matsusaka. Il m'a appris à ne pas me contenter d'être un technicien, mais à devenir un scientifique, voire un philosophe naturel. C'est également là que j'ai rencontré ma femme, Jennifer Johnson.

J'ai soutenu ma thèse en 1984, puis j'ai bénéficié d'une bourse de recherche à Harvard. Cette bourse m'a permis de passer trois mois à Nagoya et de commencer ma collaboration avec Shigefumi Mori. Cette

collaboration s'est avérée avoir une influence décisive sur mon travail, à la fois dans nos articles communs, nos livres et dans mon travail depuis lors.

En 1987, j'ai accepté l'invitation de Herb Clemens et j'ai rejoint le département de mathématiques de l'université de l'Utah à Salt Lake City. Les douze années suivantes ont été très fructueuses, avec plusieurs visites de Mori, Miyaoka, Voisin, et trois séminaires d'été intenses où des dizaines de jeunes spécialistes de géométrie algébrique se sont réunis pour travailler sur le programme du modèle minimal qui se développait rapidement, sur la théorie des modules des modèles canoniques et sur les premiers stades de l'étude des variétés rationnellement [connexes](#). Ces trois sujets ont été mes principaux domaines de recherche depuis lors. C'est également à Salt Lake City qu'est née notre fille Alicia, qui est actuellement postdoctorante à Princeton en physique expérimentale.

En 1999, nous avons rejoint l'université de Princeton, où nous sommes restés depuis. Depuis lors, c'est de mes étudiants que j'ai le plus appris, en particulier grâce aux collaborations en cours avec [Alessio Corti](#), [Sándor Kovács](#) et [Chenyang Xu](#). J'espère continuer à apprendre pendant de nombreuses années.

## Autobiographie de Claire Voisin

Je suis née en 1962 dans une petite ville de la banlieue nord de Paris. Mes parents se sont mariés en 1945 et ont eu neuf enfants avant moi (ils ont fini par en avoir douze), j'ai donc grandi avec de nombreux frères et sœurs, la plupart plus âgés que moi, dans une atmosphère curieuse influencée par l'esprit des années soixante mais aussi très tournée vers la vie intellectuelle. Mon père était un ingénieur qui aimait les sciences. Il m'a beaucoup appris la géométrie classique (cercle et triangle). Ma mère, qui avait arrêté ses études pendant la Seconde Guerre mondiale, aimait beaucoup l'art. Elle était extrêmement enthousiaste à l'égard de la peinture impressionniste et du développement ultérieur de l'art moderne. Elle a commencé à étudier l'histoire de l'art à l'École du Louvre à l'âge de cinquante ans. J'ai quitté la maison familiale à l'âge de dix-sept ans, après avoir obtenu une bourse. J'ai d'abord étudié pendant deux ans en classes préparatoires au lycée Louis-le-Grand. J'ai ensuite intégré l'École normale supérieure de Sèvres : à l'époque, la branche féminine de l'ENS était encore séparée de celle d'Ulm, qui n'acceptait que des hommes. C'est là et à Jussieu que j'ai étudié toutes sortes de mathématiques jusqu'à ce que je commence ma thèse de doctorat à

Orsay sous la direction d'[Arnaud Beauville](#). Ma thèse, qui consistait à démontrer le théorème de [Torelli](#) pour les cubiques de dimension 4, impliquait déjà la théorie des [structures de Hodge](#) développée par [Griffiths](#), qui est toujours un ingrédient d'une grande partie de mes recherches, étant un outil riche pour étudier de nombreuses sortes de questions concernant les variétés algébriques et leurs modules.

J'ai soutenu ma thèse de doctorat en 1986, l'année même où j'ai obtenu un poste de chercheur permanent au CNRS, poste que j'ai conservé jusqu'en 2016. Je suis maintenant professeur au Collège de France, qui est une institution différente. En 1984, j'ai épousé le mathématicien [Jean-Michel Coron](#). Nous avons cinq enfants, nés entre 1987 et 1997. En 1987, j'ai rencontré Kollár, qui était alors professeur à l'université de l'Utah à Salt Lake City, où je devais rester en tant que postdoctorante avec Herb Clemens. Mais ayant laissé mon bébé à Paris, j'ai trouvé la séparation trop dure. Après un mois, j'ai finalement décidé de rentrer. À partir de cette période et pendant de nombreuses années, j'ai passé la plupart de mon temps à la maison, sauf bien sûr pour assister à des séminaires. J'ai trouvé qu'il était très pratique de faire de la recherche à la maison. Maintenant que nos enfants sont grands, je voyage beaucoup plus, mais je regrette parfois la période où ma vie était principalement centrée sur la maison et partagée entre la recherche et l'éducation de mes enfants. Bien sûr, je dois beaucoup au système français de garde d'enfants et aussi à mon mari qui a toujours partagé avec moi toutes les tâches familiales. Dans les années 2000, les week-ends, nous travaillions dans un endroit calme près de notre maison : j'y allais travailler le matin quand je me sentais plus fraîche, et Jean-Michel y travaillait l'après-midi.

Pendant longtemps, entre 1989 et 2012, nous avons vécu à Bourg-la-Reine, au sud de Paris, dans une grande maison familiale qui était parfaite pour une famille nombreuse et avait beaucoup de caractère, mais qui s'est avérée difficile à vendre lorsque nous avons décidé de commencer une nouvelle vie à Paris alors que nos enfants commençaient à partir. Nous vivons maintenant dans le 5<sup>e</sup> arrondissement, un quartier très calme de Paris où de nombreux instituts sont traditionnellement situés, comme la Sorbonne, l'[institut Henri-Poincaré](#), le Collège de France et l'École normale supérieure. J'aime ce quartier de Paris, parfois appelé la montagne Sainte-Geneviève ou le Quartier latin, où j'ai déjà vécu lorsque j'étais élève au lycée Louis-le-Grand, et plus tard lorsque je suivais des cours à Jussieu.

La période de 2002 à 2005 a été assez favorable à mes recherches. J'ai

obtenu des résultats sur les [syzygies](#) de courbes (la conjecture de Green pour les courbes canoniques génériques), une partie de ma recherche qui n'implique pas la théorie de Hodge. Puis j'ai résolu par la négative le problème de Kodaira, en construisant des variétés kählériennes [compactes](#) non [homéomorphes](#) à des variétés projectives. Ce travail était au contraire entièrement basé sur l'étude formelle des structures de Hodge. Le travail suivant dont je suis particulièrement fière est ma récente contribution au problème de [Lüroth](#), qui donne une méthode pour détecter les variétés irrationnelles. Ce travail a donné lieu à de nombreux développements spectaculaires. Il y a beaucoup d'autres aspects de la géométrie algébrique qui m'intéressent, comme les [groupes de Chow](#) et les conjectures de [Bloch](#), les variétés hyperkähleriennes (construction et modules), les problèmes de positivité pour les [cycles](#), les variations des structures de Hodge, etc. En fait, en vieillissant, je constate qu'il y a de plus en plus de problèmes ouverts auxquels j'aimerais m'attaquer.

Ce que j'aime dans la géométrie algébrique, c'est un bon équilibre entre l'algèbre et la géométrie et aussi un bon équilibre entre la théorie (grâce au travail fondateur des années cinquante et soixante) et les objets. La géométrie fournit un riche échantillon de classes d'objets. La découverte des outils adéquats pour comprendre ces différentes classes et les distinguer est réellement intéressante et nous permet d'apprécier pleinement la machinerie théorique générale à notre disposition, par exemple la théorie de Hodge ou la [K-théorie](#) et les groupes de Chow, et bien sûr la géométrie algébrique plus générale, les [schémas](#), la théorie de la [cohomologie](#), les modules, les schémas de [Hilbert](#)...

## 2018 : Luis Caffarelli

« pour ses travaux novateurs sur les [équations aux dérivées partielles](#), notamment pour la création d'une théorie de la régularité pour les équations non linéaires telles que l'[équation de Monge-Ampère](#) et les problèmes à frontière libre comme le [problème de l'obstacle](#), travaux qui ont influencé toute une génération de chercheurs dans ce domaine ».

### Présentation

Les [équations différentielles](#) sont fondamentales pour une grande partie des mathématiques, de la physique et même de toutes les sciences. Par exemple, si un système physique est dans un certain état et obéit à certaines lois, une équation différentielle vous indiquera l'état du système au bout d'un temps infinitésimal. En rassemblant tous ces changements infinitésimaux, on peut suivre l'évolution du système dans le temps. De même, si un système statique est maintenu par certaines forces, une équation différentielle peut souvent indiquer comment une partie du système dépend de ses voisins immédiats. La mise en commun de ces informations locales peut donner une description globale du système.

Les équations différentielles les plus simples, appelées [équations différentielles ordinaires](#), concernent les fonctions qui dépendent d'une seule variable. Par exemple, si une pierre est lancée verticalement en l'air, il existe une équation différentielle ordinaire qui décrit comment sa hauteur varie en fonction du temps, compte tenu de sa hauteur initiale et de sa vitesse initiale. Cependant, les équations les plus utiles, connues sous le nom d'équations aux dérivées partielles, concernent des [fonctions de plusieurs variables](#) (comme, par exemple, trois coordonnées spatiales et une coordonnée temporelle) et sont par conséquent beaucoup plus compliquées. Les équations aux dérivées partielles peuvent être utilisées pour modéliser le flux de chaleur, le mouvement des fluides, les ondes électromagnétiques, la mécanique quantique, la forme des bulles de savon et d'innombrables autres phénomènes physiques.

Quelques équations très simples peuvent être résolues explicitement, c'est-à-dire que l'on peut trouver une formule exacte pour leurs solu-

tions. Mais c'est l'exception plutôt que la règle. Il faut en général se contenter de pouvoir montrer que les solutions existent et de pouvoir dire quelque chose sur leur comportement.

Les [équations de Navier-Stokes](#), qui décrivent le mouvement d'un fluide visqueux, en sont un exemple très important. On ne sait pas si, compte tenu de conditions initiales appropriées, il doit exister une solution des équations de Navier-Stokes qui se comporte toujours bien, ou si des singularités apparaîtront nécessairement. En d'autres termes, si vous remuez un seau d'eau, y a-t-il un risque qu'il explose une semaine plus tard ? Probablement pas, mais personne ne sait comment le démontrer, et c'est l'un des principaux problèmes non résolus des mathématiques. En effet, il est considéré comme si important qu'il a été choisi comme l'un des [sept problèmes](#) pour la solution desquels l'[institut de mathématiques Clay](#) offre une récompense d'un million de dollars américains. L'un des problèmes ayant été résolu, il ne reste donc que six problèmes.

Bien que l'on ne sache pas comment résoudre les équations de Navier-Stokes, on peut trouver ce que l'on appelle des « solutions [faibles](#) », qui sont des objets abstraits qui résolvent les équations, mais pas tout à fait dans le sens que l'on souhaite. Cette idée très importante remonte à [Leray](#) en 1934, qui a étudié une suite d'approximations des équations de Navier-Stokes, trouvé pour chacune d'elles une solution, puis construit un objet limite qui peut être interprété comme une solution de l'équation de Navier-Stokes proprement dite. Cependant, ces objets limites ne sont pas de véritables fonctions : si l'on pouvait montrer qu'ils sont « réguliers », ils le seraient et le problème de Navier-Stokes serait résolu. Un résultat célèbre de Caffarelli, [Kohn](#) et [Nirenberg](#) est celui qui s'en rapproche le plus : il montre qu'il existe des solutions faibles qui sont régulières sauf sur un ensemble de singularités qui doit être très petit dans un sens mathématique précis.

Un autre domaine dans lequel Caffarelli a créé une théorie nouvelle et très influente est celui du problème de l'obstacle. Dans ce cas, on souhaite connaître la forme que prendra une membrane élastique avec un bord donné si elle doit se trouver au-dessus d'un certain obstacle. La forme prise sera celle qui minimise son énergie, mais les questions importantes concernent le comportement, ou la « régularité », d'une solution de ce type. Comme tous les problèmes importants liés aux équations aux dérivées partielles, celui-ci se pose dans de nombreux contextes qui semblent à première vue très différents, notamment la filtration des fluides dans les milieux poreux et les [mathématiques financières](#).

En général, comme on ne dispose pas de formules explicites pour les solutions des équations aux dérivées partielles, l'analyse de leurs propriétés est très difficile et dépend d'estimations extrêmement délicates. Caffarelli est passé maître en la matière et a souvent avancé des arguments qui ont étonné les autres chercheurs. Il continue de travailler à l'avant-garde du domaine et a exercé une influence considérable, tant par ses propres travaux que par ceux de ses doctorants, dont beaucoup sont eux-mêmes devenus des mathématiciens très éminents. Comme peu de mathématiciens l'ont fait même une fois, il a créé à plusieurs reprises, presque à partir de rien, des domaines importants qui sont encore très actifs aujourd'hui.

## Autobiographie

Je suis né à Buenos Aires de Luis et Hilda Caffarelli. J'ai deux sœurs, Maria Luisa et Alicia, ainsi qu'une grande famille de tantes, d'oncles et de cousins, qui ont tous partagé les bons et les mauvais moments et qui restent un groupe très soudé. Parmi mes souvenirs d'adolescence les plus chers, il y a le travail sur les chantiers navals de Buenos Aires en été, aux côtés de mon père, alors que le soleil se levait sur le Rio de La Plata.

Je suis marié par bonheur à Irene Martinez Gamba, également mathématicienne. Nous avons trois merveilleux fils, Alejandro, Nicolas et Mauro.

J'ai commencé mes études de mathématiques à l'université de Buenos Aires en 1966. Luis Santalo, Manuel Balanzat et Carlos Segovia m'ont appris à voir et à penser les mathématiques et m'ont apporté leur soutien, leurs conseils et leurs encouragements. Calixto Calderon est devenu mon mentor et, avec son aide et ses conseils, j'ai terminé ma thèse de doctorat en 1972.

Financé par le Conseil argentin de la recherche scientifique et technique, je suis parti pour le Minnesota afin de travailler avec Eugene Fabes et Calixto. Passer de la chaleur de l'été de Buenos Aires à l'hiver du Minnesota a été un changement radical, mais avec l'aide généreuse de Fabes et de Walter Littman, j'ai appris à aimer Minneapolis.

[Hans Lewy](#) est venu en visite un an après mon arrivée et a donné un magnifique cours sur la [théorie du potentiel](#). Il m'a également suggéré de jeter un coup d'œil à son récent travail avec [Stampacchia](#) sur le problème de l'obstacle.

Les mathématiques des simulations numériques se développaient et

ce problème était au cœur de la modélisation des [inéquations variationnelles](#) en mécanique des milieux continus : la minimisation de l'énergie sous des contraintes convexes données de rester au-dessus de l'obstacle. J'ai pu montrer des propriétés de régularité et de stabilité de la solution et de la surface de transition dans des conditions assez générales. Le problème de l'obstacle a refait surface dans la modélisation des écoulements dans les milieux poreux, de la [théorie des jeux](#), des isolations optimales, des membranes semi-perméables, qui impliquent des processus de diffusion locaux et intégraux. J'ai apporté plusieurs contributions significatives. Ce problème reste aujourd'hui une source de défis dans divers domaines des mathématiques.

À l'époque, j'ai apporté plusieurs contributions sur les problèmes à frontière libre également liés aux écoulements de cavitation le long d'un obstacle, ouvrant ainsi une nouvelle voie pour résoudre des problèmes fondamentaux difficiles en science et en ingénierie concernant les interactions fluide-solide, la propagation des flammes, l'isolation optimale, la ségrégation des espèces et les problèmes de transition de phase qui sont des sources d'inspiration pour de belles mathématiques fondamentales.

En 1980, j'ai rejoint l'[institut Courant](#) de l'université de New York, le cœur de l'analyse et des mathématiques appliquées. Ce fut une période exceptionnelle dans ma carrière. Avec Robert Kohn et Louis Nirenberg, nous avons démontré pour les solutions des équations de Navier-Stokes pour les fluides incompressibles que les ensembles de points singuliers ne pouvaient même pas former une courbe dans l'espace-temps. J'ai également développé, en collaboration avec Nirenberg et Joel Spruck, une théorie généralisée de l'existence et de la régularité pour les équations complètement non linéaires, des fonctions symétriques du [hessien](#) et de l'équation de Monge-Ampère. Ce dernier modèle est un sujet magnifique et difficile en raison de sa géométrie et de sa « fragilité », ainsi que de son rôle dans le [transport](#) optimal.

Peu après, dans ma trentaine, [Felix Browder](#) m'a invité à rejoindre l'université de Chicago. Felix m'a énormément soutenu à l'époque et au fil des ans. Je lui dois beaucoup.

Tout au long de cette période, j'ai rencontré certains des meilleurs jeunes mathématiciens à l'étranger. Entre les mathématiques et la famille, nous avons créé un merveilleux cercle d'amitiés durables.

En 1986, nous avons rejoint l'Institut d'étude avancée de Princeton. J'ai travaillé sur la théorie de la régularité faible pour l'équation de Monge-Ampère, sur le transport optimal et sur les transitions de phase paraboliques. Cependant, le fait d'avoir des doctorants me manquait.

---

Deux ans après qu'Irene a obtenu une bourse de la Fondation nationale pour la science pour travailler avec [Cathleen Morawetz](#) à l'institut Courant, nous avons tous les deux rejoint l'institut en 1994, ce qui a marqué le début de mon deuxième séjour à l'université de New York. Cette période s'est révélée propice à de nouveaux progrès.

En 1997, l'université du Texas à Austin nous a offert la possibilité de contribuer au développement des programmes de troisième cycle en analyse non linéaire et en analyse numérique, en réunissant la science et l'ingénierie au sein de l'Institut d'ingénierie et de sciences numériques. Irene et moi en sommes devenus membres permanents. De nombreuses idées ont surgi dans ce nouveau cadre : modélisation de la diffusion [fractionnaire](#), modèles stochastiques, transitions de phase, modèles complètement non linéaires.

Notre famille scientifique d'étudiants, de postdoctorants, de collaborateurs et de collègues n'a cessé de s'agrandir et de s'épanouir. Les fêtes d'Action de grâce (*Thanksgiving*) chez nous et les pique-niques au *ranch* Oden restent des moments forts qui ont soudé beaucoup d'entre nous. Nos vies scientifiques et personnelles se sont entrelacées dans un maillage d'objectifs communs et de soutien mutuel. Nous avons visité Buenos Aires et Mar del Plata, nos villes d'origine, afin de développer davantage le tutorat et la collaboration.

La reconnaissance de la fondation Shaw est un mérite qui s'étend à ceux qui ont participé à notre passion pour l'avancement des mathématiques. Il doit également être partagé avec nos enfants, qui sont devenus avocat, chercheur en sciences moléculaires et médecin, qui ont amené Elise, Camille et Camila dans notre famille, et qui nous ont donné nos petits-enfants Isabella et Luca.

Je suis profondément redevable à ma femme Irene pour son amour et son soutien inébranlables dans l'aventure de notre vie.

## 2019 : Michel Talagrand

« pour ses travaux sur les [inégalités de concentration](#), sur les [bornes supérieures](#) des [processus stochastiques](#) et sur des résultats rigoureux pour les [verres de spin](#) ».

### Présentation

Michel Talagrand travaille dans le domaine des [probabilités](#) et de la [géométrie](#) en grande dimension. En effet, une suite de [variables aléatoires](#), chacune prenant des valeurs numériques, peut être considérée comme les coordonnées d'une variable aléatoire unique qui prend des valeurs dans un espace de grande dimension. Un thème majeur de la [statistique](#) moderne est la difficulté d'extraire des informations utiles à partir de données qui dépendent de nombreuses variables, ce qui se modélise naturellement comme un problème d'identification de structure dans des ensembles de grande dimension.

Talagrand a apporté de profondes contributions à ces deux domaines, dont trois au moins peuvent être qualifiées de révolutionnaires.

Un premier thème majeur de ses recherches est l'étude des bornes supérieures des processus stochastiques. Un processus stochastique est une collection de variables aléatoires en interaction. Lorsque l'on dispose d'une grande collection de ce type, il est souvent d'une importance cruciale d'obtenir des informations sur la façon dont sa valeur maximale est distribuée. En commençant par le cas des [processus gaussiens](#) (où les variables aléatoires suivent une [loi gaussienne](#) donnée par la fameuse « courbe en cloche » et peuvent être [corrélées](#) d'une certaine manière) et en examinant ensuite des cas plus généraux, Talagrand a développé des outils tels que les mesures majorantes ou le chaînage générique, qui fournissent des inégalités puissantes et largement utilisées sur la façon dont ces valeurs maximales se comportent.

Le deuxième groupe de contributions concerne un phénomène connu sous le nom de [concentration de la mesure](#). En gros, cela signifie que de nombreuses fonctions qui dépendent d'un grand nombre de variables aléatoires raisonnablement [indépendantes](#) sont extrêmement susceptibles de prendre des valeurs proches de leur moyenne. Un exemple particulièrement simple, où les variables aléatoires sont totalement indépendantes, est celui d'une personne qui lance une pièce de monnaie

mille fois. L'espérance du nombre de « face » est 500. Il s'avère extrêmement improbable que le vrai nombre de « face » soit très éloigné de cette espérance : par exemple, la probabilité que le nombre de « face » soit compris entre 450 et 550 est d'environ 99,7 %, et la probabilité qu'il soit supérieur à 600 est d'environ deux milliardièmes de pour cent. Dans une telle situation, on dit que le nombre de « face » est concentré autour de sa moyenne. Ce phénomène, souvent associé au nom du mathématicien [Vitali Milman](#), est remarquablement général et a une multitude d'applications dans des domaines aussi divers que la géométrie des corps convexes, la théorie des graphes et l'informatique théorique. L'une des grandes réalisations de Talagrand a été d'examiner ce phénomène en détail et d'en améliorer considérablement notre compréhension. En particulier, il a démontré des inégalités célèbres, en utilisant des techniques complètement nouvelles, qui donnent de nouveaux résultats de concentration qui sont, une fois de plus, largement utilisés dans de nombreux contextes différents et importants.

Une troisième famille de résultats pour lesquels il est célèbre concerne des objets connus sous le nom de verres de spin, qui fournissent un modèle mathématique d'un phénomène physique impliquant des systèmes très désordonnés. Contrairement à de nombreux modèles issus de la physique statistique, les verres de spin comportent une double couche d'aléa. Tout d'abord, la manière dont les différentes variables aléatoires (les spins dans le langage des verres de spin) vont interagir est choisie au hasard, ce qui crée un paysage énergétique très complexe, puis les variables aléatoires elles-mêmes sont échantillonnées de manière aléatoire. On aimerait alors comprendre cette grande famille de variables aléatoires interagissant au hasard et décrire ses caractéristiques typiques. Les verres de spin ont une définition courte et simple, mais ils sont notoirement difficiles à analyser. Une avancée significative a été réalisée par le physicien théoricien [Giorgio Parisi](#), qui a proposé une formule pour l'énergie libre d'un verre de spin, une quantité importante qui contient des informations sur ce paysage énergétique aléatoire. Cependant, transformer les prédictions des spécialistes de la physique statistique en arguments mathématiquement rigoureux est souvent extrêmement difficile et constitue une source abondante de problèmes mathématiques fascinants. Trouver une démonstration rigoureuse complète dans ce cas semblait être bien au-delà de ce qu'il était réaliste d'espérer, malgré les idées et les progrès remarquables de Francesco Guerra. Mais Talagrand y est parvenu, fournissant ainsi pour la première fois un fondement mathématique complet pour cette théorie phy-

sique extrêmement importante.

Une caractéristique notable de la carrière de Talagrand, qui le distingue de nombreux autres mathématiciens, est que lorsqu'il résout un problème, il ne l'abandonne pas pour passer à autre chose. Au contraire, il continue à travailler sur le problème, améliorant sa compréhension et retravaillant ses arguments jusqu'à ce qu'il dispose d'une théorie bien développée qui peut être utilisée plus facilement par d'autres mathématiciens. Il a écrit des livres monumentaux et très influents sur les trois sujets mentionnés ci-dessus. Ceux-ci ont joué un rôle très important dans la diffusion de ses idées, qui sont maintenant au cœur du travail d'un grand nombre d'autres mathématiciens. Talagrand est un véritable cas unique, travaillant presque toujours seul, et obtenant des résultats extraordinaires et très inattendus qui ont changé le paysage mathématique.

## Autobiographie

Mes quatre grands-parents sont nés très pauvres dans de grandes familles paysannes. Contre toute attente, ils ont réussi à donner à mes parents l'accès à l'enseignement supérieur. Mon père est devenu professeur de mathématiques et c'est lui qui a éveillé mon intérêt pour les sciences.

Je suis né avec une malformation congénitale de la rétine et j'ai perdu un œil à l'âge de cinq ans. À l'âge de quinze ans, j'ai souffert de plusieurs décollements de la rétine consécutifs dans l'œil restant, ce qui m'a fait manquer l'école pendant six mois. Craignant de devenir bientôt aveugle, j'ai concentré mon énergie sur les études. J'ai appris que cette concentration et ce travail acharné pouvaient me rendre compétent en mathématiques et en physique. Je n'ai pas fréquenté une université d'élite, mais l'université locale de Lyon, près de l'endroit où vivaient mes parents. Mes années d'université ont été très heureuses et j'ai acquis de solides bases en mathématiques.

Ma grande chance a été que le Centre national de la recherche scientifique m'a offert en 1974 un poste de chercheur alors que je n'avais encore fait aucune recherche. Ce n'était pas courant et c'était la dernière année où de tels postes étaient proposés. J'ai gardé ce poste toute ma vie, car il me permettait de travailler sans contrainte sur les sujets qui me plaisaient.

J'ai commencé à faire de la recherche dans le groupe d'[analyse fonctionnelle](#) du professeur [Choquet](#) à Paris, où j'ai soutenu mon doctorat.

Les mathématiques du professeur Choquet étaient extrêmement élégantes et semblaient se faire sans effort. Malheureusement, ce n'est pas le style pour lequel je suis né. Mais plusieurs de mes contributions ultérieures n'auraient pas été possibles si je n'avais pas été inspiré par sa vision des mathématiques. Mes centres d'intérêt ont évolué au fil des ans, mais j'ai appartenu à ce groupe pendant toute ma carrière. Paris est un endroit fantastique pour un mathématicien. De nombreuses célébrités du monde des mathématiques y travaillent et il y a beaucoup de visiteurs éminents. J'ai énormément profité de l'interaction avec ces visiteurs et avec mes collègues lors des nombreuses conférences auxquelles j'ai participé. Mais dans l'ensemble, j'ai eu peu de collaborateurs.

Grâce aux mathématiques, j'ai rencontré une femme merveilleuse qui accorde une grande importance à la réussite dans les études. Elle a soutenu mon travail de toutes les manières possibles et imaginables, tout en m'apportant beaucoup de bonheur personnel.

Je me suis intéressé très tôt à la [théorie de la mesure](#). Même si, dans les années soixante-dix, cette théorie était loin d'être à son apogée, elle m'a permis d'apprendre à voir les choses de manière abstraite, ce qui m'a été très utile plus tard dans ma carrière. Cela a également déclenché mon intérêt pour les [espaces de Banach](#), même s'il était clair que je ne pouvais pas avoir le même impact que les ténors du domaine. L'arrivée de [Gilles Pisier](#) dans notre groupe en 1983 a marqué un tournant pour moi. Gilles m'a communiqué ses notes privées sur les probabilités dans les espaces de Banach, un domaine que je pouvais alors apprendre et dans lequel j'ai fini par avoir du succès. Il m'a également orienté vers le problème de la caractérisation de la [continuité](#) des processus gaussiens, sur lequel X. Fernique avait fait des progrès déterminants et que j'ai pu résoudre en 1985. C'est ainsi que j'ai commencé à travailler sur les bornes supérieures et inférieures des processus stochastiques. L'influence de Pisier a changé la nature même de mon travail, qui est devenu beaucoup plus quantitatif.

J'ai également été très influencé par Vitali Milman, qui exposait avec beaucoup d'énergie le concept de concentration de la mesure. Je n'ai pas compris la profondeur de ce concept au début, mais il m'a conduit à la découverte de plusieurs « inégalités de concentration » qui se sont révélées utiles depuis lors. La plus importante d'entre elles nécessitait de prendre une [enveloppe convexe](#) ; il était certainement plus facile de la découvrir après avoir été l'élève de Gustave Choquet.

J'ai débuté en mathématiques avec le modeste objectif d'en faire mon métier et j'ai commencé par travailler sur de petits problèmes

dans des domaines quelque peu exotiques. Mes intérêts se sont ensuite déplacés vers des domaines plus centraux des mathématiques, mais j'ai toujours travaillé sur les problèmes qui me plaisaient le plus, en suivant mes propres préférences. Le chemin de la découverte en mathématiques peut être très tortueux. La découverte de nouvelles classes d'inégalités de concentration est née de l'examen d'un problème d'intérêt apparemment secondaire. Souvent, ce que j'avais appris en écrivant un article d'une importance insignifiante s'est avéré être une étape clé dans l'élaboration d'un théorème bien plus important.

Assez tardivement, je me suis attaqué à un problème bien connu de la physique théorique. Les physiciens étudiaient des objets purement mathématiques (appelés verres de spin) en utilisant des méthodes qui n'appartiennent pas aux mathématiques. J'ai mis huit ans à démontrer que les mathématiques pouvaient apporter une solution beaucoup plus solide à ce problème.

Plus tard, j'ai essayé d'écrire des manuels pour communiquer l'expérience de toute une vie en théorie des probabilités et je n'ai pas hésité à les retravailler à plusieurs reprises.

La reconnaissance de la fondation Shaw est un honneur dont je n'aurais jamais pu rêver. Elle me permettra de créer un prix mathématique beaucoup plus modeste qui récompensera les réalisations de jeunes chercheurs dans les domaines auxquels j'ai consacré ma vie.

## 2020 : Alexander Beilinson et David Kazhdan

« pour leurs contributions profondes à la [théorie des représentations](#), ainsi qu'à de nombreux autres domaines des mathématiques ».

### Présentation

Alexander Beilinson et David Kazhdan ont apporté de profondes contributions à la branche des mathématiques connue sous le nom de théorie des représentations. Ils sont également célèbres pour l'influence fondamentale qu'ils ont exercée sur de nombreux autres domaines, tels que la [géométrie arithmétique](#), la [K-théorie](#), la [théorie conforme des champs](#), la [théorie des nombres](#), la [géométrie algébrique](#) et la [géométrie complexe](#), la [théorie des groupes](#) et l'[algèbre](#) de manière plus générale. En plus de démontrer eux-mêmes des théorèmes remarquables, ils ont créé des outils conceptuels qui ont été essentiels à de nombreuses percées d'autres mathématiciens. Grâce à leurs travaux d'une portée exceptionnellement large, de vastes domaines des mathématiques sont beaucoup plus avancés qu'ils ne l'auraient été autrement.

La théorie des groupes est intimement liée à la notion de symétrie. On peut considérer une représentation d'un groupe comme une « description » de celui-ci en tant que groupe de transformations ou de symétries d'un objet mathématique, généralement des [transformations linéaires](#) d'un [espace vectoriel](#). Les représentations de groupes réduisent de nombreux problèmes de théorie des groupes à de l'[algèbre linéaire](#), qui est bien comprise. Elles sont également importantes en physique, car elles décrivent par exemple comment le [groupe de symétrie](#) d'un système physique affecte les solutions des équations qui décrivent ce système. En termes généraux, la théorie des représentations est l'étude des symétries fondamentales des mathématiques et de la physique. De nombreux types de groupes se présentent naturellement comme des groupes de symétrie. Les [groupes finis](#) en sont un exemple évident, mais il existe également des groupes plus « continus », connus sous le nom de [groupes de Lie](#), qui sont extrêmement importants en physique, ainsi que des [groupes algébriques](#), qui sont des groupes définis à l'aide

d'équations polynomiales, et plusieurs autres classes de groupes. Cela explique en partie comment Beilinson et Kazhdan ont pu contribuer à tant de domaines différents.

L'une des idées les plus influentes de Kazhdan a été l'introduction d'une propriété des groupes connue sous le nom de « [propriété \(T\) de Kazhdan](#) ». Parmi les représentations d'un groupe, il y a toujours la « [représentation triviale](#) », qui n'est pas très intéressante et qui associe à chaque élément du groupe la « transformation » qui ne fait rien du tout à l'objet. Si la représentation triviale n'est pas intéressante en soi, la question de savoir à quel point une autre représentation peut être proche de la représentation triviale l'est beaucoup plus. La propriété (T) donne une signification quantitative précise à cette question. Kazhdan a utilisé la propriété (T) pour résoudre deux questions en suspens concernant les sous-groupes [discrets](#) des groupes de Lie. Depuis lors, cette propriété a eu d'importantes applications à la théorie des représentations de groupes, aux [réseaux](#) pour les groupes algébriques sur des [corps locaux](#), à la [théorie ergodique](#), à la [théorie géométrique des groupes](#), aux [graphes expandeurs](#), aux [algèbres d'opérateurs](#) et à la [théorie des graphes](#). Elle a été reconnue comme un concept véritablement fondamental en théorie des représentations. Après cette première percée, Kazhdan a résolu plusieurs autres problèmes en suspens concernant les réseaux dans les groupes de Lie et dans la théorie des représentations, tels que la conjecture de [Selberg](#) sur les réseaux non uniformes et la conjecture de [Springer](#) sur la classification des [algèbres de Hecke affines](#).

En travaillant avec [George Lusztig](#) sur ce dernier problème, il a introduit une famille importante de polynômes (les [polynômes de Kazhdan-Lusztig](#)) et formulé deux conjectures (équivalentes) très influentes à leur sujet. L'une des réalisations d'Alexander Beilinson a été de démontrer ces conjectures avec [Joseph Bernstein](#). Ces conjectures ont également été démontrées indépendamment par [Jean-Luc Brylinski](#) et [Masaki Kashiwara](#). Les méthodes introduites par Beilinson dans sa démonstration ont conduit au domaine connu sous le nom de « théorie géométrique des représentations », un domaine que Kazhdan a également contribué à développer, et qui vise à comprendre les structures géométriques et les [catégories](#) plus profondes qui sous-tendent souvent les représentations de groupes. Les connaissances qui en résultent ont été utilisées pour résoudre plusieurs problèmes ouverts.

Un autre concept célèbre, élaboré par Beilinson, Bernstein et [Pierre Deligne](#), est celui de [faisceau pervers](#). Il n'est pas possible de donner une

explication non technique de ce qu'est un faisceau pervers ; un compte rendu bien connu commence par indiquer utilement qu'il n'est ni pervers ni un faisceau. Mais c'est un concept que l'on peut qualifier de véritable découverte, en ce sens que sa définition est loin d'être évidente, mais qu'il est désormais considéré comme « l'un des objets les plus naturels et les plus fondamentaux de la [topologie](#) » (pour citer le même compte rendu). L'un des objectifs centraux des mathématiques, le [programme de Langlands](#), a été profondément influencé par ce concept. Par exemple, tout le travail de Ngô sur le « [lemme fondamental](#) » et les contributions de [Laurent](#) et [Vincent Lafforgue](#) (tous trois récompensés par des prix importants pour ces travaux) auraient été impensables sans cette notion. Kazhdan a lui aussi apporté un éclairage mathématique extraordinaire à ce cercle d'idées. En effet, dans une première tentative pour démontrer le lemme fondamental, il manquait à [Goresky](#), [Kottwitz](#) et [MacPherson](#) un moyen d'organiser certains objets algébriques en familles. Kazhdan a récemment eu l'idée que cela pouvait être réalisé en passant à la géométrie algébrique formelle en dimension infinie. C'est la source de travaux actuels prometteurs. Beilinson est également célèbre pour avoir formulé des conjectures profondes sur les [fonctions L](#) et la théorie motivique, qui ont complètement changé la compréhension de ces deux sujets et ont conduit à une explosion de travaux.

Beilinson et Kazhdan sont au cœur d'un grand nombre des développements les plus passionnants des mathématiques au cours des dernières décennies, développements qui se poursuivent encore aujourd'hui. C'est pour cela qu'ils reçoivent le [prix Shaw](#) 2020 en sciences mathématiques.

## Autobiographie d'Alexander Beilinson

Je suis né en 1957 à Moscou. La ville était beaucoup plus petite à l'époque et conservait encore un caractère rural : de petites maisons en bois avec des jardins, une charrette tirée par un cheval de temps en temps. Après la joie de la petite enfance, aller à l'école était un choc. Après la cinquième, je suis entré à l'école de mathématiques n° 2. Ce fut un véritable changement : des conférences et des séminaires sur des sujets mathématiques avancés enseignés par des professeurs et des étudiants de l'université, des cours brillants sur la littérature et l'histoire. J'ai fait la connaissance d'[Alexeï Parchine](#). En 1972, il m'a emmené au séminaire d'[Israel Gelfand](#) ; ce fut le début de ma vie de mathématicien. Après l'école, je suis entré à l'Institut pédagogique puis en 1977 à l'université pour devenir l'étudiant de [Youri Manin](#). L'assiduité n'était

pas imposée. Le fait de sécher tous les cours sans intérêt — un officier m'a informé que j'étais le champion de l'école buissonnière — laissait beaucoup de temps pour se promener dans les bois et pour faire des maths. J'ai soutenu ma thèse en 1980. V. Alekseïev m'a embauché dans son laboratoire d'informatique d'un centre cardiologique. Malheureusement, il est mort peu après. Par la volonté de Gelfand, je suis devenu ingénieur sans responsabilités à la division biologique du centre et j'ai retrouvé la même liberté que pendant mes années d'études.

Pour ceux qui souhaitaient voir les choses de leurs propres yeux et qui appréciaient le temps libre pour réfléchir sans se concentrer sur leur carrière, le Moscou de mon époque était un endroit très agréable. Depuis que Khrouchtchev avait annoncé que son prédécesseur était un criminel, une grande partie du public reléguait tout ce qui avait trait au pouvoir en place dans le domaine du ridicule. Les gens étaient liés par la circulation des livres, la poésie s'apprenait par cœur. Un art unique, léger et libre, a vu le jour : pour s'en faire une idée, on peut regarder les films d'animation de Iouri Norstein *Hérisson dans le brouillard* et *Le Conte des contes*, et lire Youri Koval (il est dommage que les meilleurs livres de Koval, la meilleure prose russe de l'époque, n'aient pas été traduits en anglais). Les mathématiques faisaient largement partie de cette culture.

Faire des mathématiques, c'est un peu comme développer une mélodie. Ses premiers sons sont généralement un cadeau de quelqu'un d'autre. Mon premier article a été écrit sur les traces de la classification d'[Atiyah-Drinfeld-Hitchin-Manin](#) (ADHM) des [instantons](#). J'ai eu l'idée des régulateurs supérieurs en préparant un exposé sur les travaux de [S. Bloch](#). Cela m'a conduit à des conjectures sur les valeurs des fonctions L (encore largement ouvertes) et à des spéculations sur les [motifs](#) mixtes (largement réalisées par [V. Voïevodski](#) et [A. Sousline](#)). Des conversations avec R. MacPherson et P. Deligne ont donné naissance à notre travail avec J. Bernstein sur la conjecture de Kazhdan-Lusztig ; nous avons joué avec bonheur avec les [D-modules](#) et les faisceaux pervers jusqu'à ce que Bernstein quitte la Russie au début de l'année 1981. Au milieu des années quatre-vingt, [A. Belavine](#) m'a enseigné les bases de la [théorie des cordes](#) et de la théorie conforme des champs. Son travail avec [A. Poliakov](#) et [A. Zamolodtchikov](#) a été à l'origine de l'idée de la géométrie de factorisation développée plus tard avec V. Drinfeld.

À la fin des années quatre-vingt, la *pérestroïka* a fait descendre dans les rues de Moscou des foules immenses qui réclamaient des changements. Ceux-ci sont arrivés : le pays a été divisé et pillé par les barons

voleurs, les pertes en vies humaines étant équivalentes à celles de la guerre civile 74 ans plus tôt. En 1989, j'ai rejoint l'institut Landau et j'ai passé à l'automne deux mois à l'institut de technologie du Massachusetts. Vers 1993, j'ai commencé à travailler avec Drinfeld sur son approche de la théorie de [Langlands géométrique](#) via la quantification de la fibration de Hitchin, et sur la géométrie de factorisation. En 1998, nous avons déménagé à Chicago. Drinfeld nous a rejoints dans l'année qui a suivi. Depuis lors, nous avons organisé un séminaire « Langlands géométrique » à l'université de Chicago, qui ressemble au séminaire de Gelfand d'antan.

En Amérique, il y a encore des forêts. Les arbres sont magnifiques, les animaux pleins de grâce et de sagesse. La vie est très douce pour moi. Mais on ne peut s'empêcher de voir partout l'effort du fou pour construire à son image un monde factice en détruisant le vrai, avec sa magie vivante dont nous faisons tous partie. Dans son journal de Dachau, E. Kupfer-Koberwitz a écrit que le pire de ce que les hommes se font à eux-mêmes est une conséquence directe de ce qu'ils font aux animaux. La spirale de la mort ne pourra peut-être pas être arrêtée tant que notre attitude envers nous-mêmes et envers la nature n'aura pas changé et que nous ne nous rendrons pas compte que la vie des animaux n'a pas moins d'importance que celle des humains.

## **Autobiographie de David Kazhdan**

Je suis né à Moscou juste après la Seconde Guerre mondiale, fils unique de jeunes parents universitaires. J'ai commencé à m'intéresser aux mathématiques en CM2 à l'école de mon quartier. Avec mon grand-père qui n'avait pas fait d'études secondaires, j'ai passé cette année-là à me familiariser rapidement avec l'algèbre, la géométrie et la trigonométrie. Je ne me souviens pas du temps passé dans les classes ordinaires cette année-là. Mais cette première expérience m'a montré, et je le crois toujours, que de nombreuses matières mathématiques reléguées au lycée peuvent être apprises bien plus tôt. Le jeune esprit peut assimiler les concepts mathématiques, comme les compétences aux échecs, à un âge précoce.

Au début de l'année suivante, j'ai rejoint un club de mathématiques organisé par deux étudiants de l'université de Moscou. Ce fut une expérience formidable. Elle m'a ouvert les yeux et le cœur sur la beauté des mathématiques, le domaine qui relie des concepts apparemment sans rapport entre eux.

À l'époque, j'achetais souvent des livres mathématiques d'occasion dans des librairies et je rencontrais fréquemment [Naum Vilenkin](#) au cours de mes pérégrinations. C'était un excellent mathématicien qui participait au séminaire dirigé par Israel Gelfand. Gelfand, alors âgé de 45 ans et scientifique exceptionnel dans de nombreux domaines des mathématiques (et plus tard de la biologie), avait commencé à instruire son fils Sergueï, qui espérait suivre les traces de son père dans le domaine des mathématiques. Ils cherchaient un partenaire et je suppose que Vilenkin a raconté à Gelfand qu'il m'avait rencontré lors de ses expéditions dans des librairies. Quoi qu'il en soit, Vilenkin m'a donné le numéro de téléphone de Gelfand et je me suis empressé d'appeler mon futur mentor. Après un entretien superficiel, Gelfand m'a invité chez lui et, pendant de nombreuses années, je me suis rendu chez lui toutes les semaines. Ces rencontres m'ont ouvert le monde des mathématiques. La leçon fondamentale que Gelfand m'a transmise était le sentiment que les mathématiques constituent une unité, que malgré l'apparente diversité des sujets couverts par la discipline, les divisions ne doivent pas être prises trop au sérieux.

J'ai aimé participer à divers cercles mathématiques tout au long de ma scolarité. Plus tard, à l'université de Moscou, j'ai rencontré un certain nombre d'excellents mathématiciens, des partenaires jeunes, engagés et concentrés. Nous sommes souvent devenus amis et avons partagé des sentiments communs sur la beauté des mathématiques. Nous avons participé ensemble à de nombreux séminaires, vivant et respirant les mathématiques, discutant constamment de nos idées et partageant nos découvertes et nos difficultés. Pour notre groupe, le Congrès international de Moscou de 1966 a été l'occasion unique de rencontrer des mathématiciens de renommée mondiale : Michael Atiyah, un mathématicien britannico-libanais spécialiste de géométrie ; [Harish-Chandra](#), un mathématicien et physicien indien qui a effectué un travail fondamental en théorie des représentations ; et un peu plus tard, Pierre Deligne, un collègue belge du même âge qui a commencé à se rendre fréquemment à Moscou. Malgré les frontières hermétiques de l'État communiste, de telles interactions permettaient aux jeunes étudiants soviétiques d'avoir accès à des développements de pointe dans les différents domaines des mathématiques à l'échelle internationale.

En 1968, j'ai épousé Helena Slobodkin, une camarade d'études en mathématiques, devenue par la suite programmatrice en informatique. Nos trois premiers enfants, Eli, Dina et Micha, sont nés au cours des cinq années suivantes à Moscou. Daniel, le plus jeune, est né à Boston

au début des années quatre-vingt, après notre immigration en 1975. Helena et moi avons profité de la brève détente du milieu des années soixante-dix entre Moscou et Washington. En tant que jeune famille juive religieuse, la rigidité de l'Union soviétique, et en particulier les restrictions imposées à toute forme de religion organisée, n'offrait pas beaucoup d'espoir d'élever notre famille comme nous le souhaitions.

À mon arrivée aux États-Unis, on m'a proposé un poste au département de mathématiques de Harvard, où j'ai eu le privilège de passer les vingt-sept années suivantes. Harvard était un endroit remarquablement accueillant et stimulant. Le département intégrait de nombreux esprits mathématiques différents et offrait une plateforme unique pour les interactions et les collaborations entre le corps enseignant et la communauté des doctorants. Plus généralement, le monde universitaire de Boston a constitué un environnement propice à mon travail. J'ai collaboré avec divers collègues à Harvard et j'ai eu la chance exceptionnelle de devenir l'ami et le collaborateur de George Lusztig, d'origine roumaine. Au-delà des satisfactions scientifiques que m'a procurées mon séjour à Harvard, ma famille a rapidement fait de Boston son « chez-soi ». Des relations se sont nouées et des amitiés durables se sont forgées.

En 2002, Helena et moi avons déménagé à Jérusalem, où j'ai rejoint le département de mathématiques de l'Université hébraïque et où j'ai trouvé un certain nombre d'excellents mathématiciens avec lesquels j'ai travaillé. Deux de nos quatre enfants vivaient déjà en Israël et notre premier petit-enfant venait d'y naître. Bien que notre famille ait déjà passé deux années sabbatiques à Jérusalem, le fait de déménager une nouvelle fois dans un nouveau pays et d'apprendre une nouvelle langue (cette fois-ci à l'âge de 55 ans) n'était pas facile. Et pourtant, j'ai trouvé l'environnement, la ville et surtout mes collègues très accueillants. Le département m'a permis de structurer mon enseignement en tenant compte de mon manque de maîtrise de l'hébreu et en reconnaissant mes forces et mes faiblesses. Ils ont créé l'atmosphère qui a assuré ma productivité en me soutenant à chaque étape et en facilitant les interactions avec les gens dans divers domaines qui ne m'étaient pas familiers. Même aujourd'hui, après ma retraite, j'aime animer trois ou quatre séminaires par semestre.

Tout au long de ma carrière, dans les trois pays où j'ai vécu, j'ai eu la chance de travailler avec de nombreuses personnes très talentueuses. La beauté intrinsèquement pure que nous voyons dans les mathématiques est le ciment qui continue à nous rassembler. Même si c'est par le biais de conférences Zoom à l'époque de la COVID, le monde des ma-

thématiques, peut-être encore plus que d'autres domaines scientifiques, permet des relations professionnelles et une coopération entre des personnes situées dans différentes parties du globe, qui n'ont pas de langue en commun, viennent d'horizons divers et vivent selon des orientations politiques dissemblables. C'est cette communauté mondiale qui fait la spécificité des mathématiques, du moins à mes yeux.

# 2021 : Jean-Michel Bismut et Jeff Cheeger

« pour leurs idées remarquables qui ont transformé et contiennent de transformer la [géométrie](#) moderne ».

## Présentation

La géométrie est l'une des plus anciennes branches des mathématiques, qui remonte aux Grecs et même avant. Un problème célèbre laissé en suspens par les Grecs et qui n'a été résolu qu'au XIX<sup>e</sup> siècle était de savoir si l'[axiome des parallèles](#) — étant donné une droite dans le plan et un point qui n'est pas sur cette droite, il existe exactement une droite passant par le point qui ne rencontre pas la première droite — pouvait être déduit des autres axiomes d'[Euclide](#). [Gauss](#), [Bolyai](#) et [Lobatchevski](#) ont démontré que la réponse était négative et qu'il existait différentes géométries mathématiquement cohérentes dans lesquelles les notions de la [géométrie euclidienne](#), telles que les points et les droites, avaient des interprétations naturelles, et que dans ces géométries, les autres axiomes étaient valables, mais pas l'axiome des parallèles. Cela démontre que l'axiome des parallèles ne peut pas être une conséquence des autres axiomes. De plus, ces [géométries non euclidiennes](#), loin d'être de simples curiosités, sont fondamentales pour les mathématiques modernes.

C'est à partir de ces idées, notamment grâce aux travaux de [Riemann](#), que le concept de [variété](#) est devenu un élément central de la géométrie. Une variété peut être considérée comme une généralisation en dimension supérieure de la notion de surface dans un espace tridimensionnel, bien qu'il soit souvent préférable de considérer une variété de manière « intrinsèque » plutôt qu'en référence à un espace plus grand dans lequel elle vit. Les variétés sont omniprésentes en mathématiques et en physique. Par exemple, elles sont nécessaires pour donner un sens à la notion d'espace-temps courbe, qui est essentielle à la théorie de la [relativité générale](#) d'[Einstein](#). Leur étude a donné lieu à des développements remarquables et à de nombreux problèmes ouverts fascinants.

L'un de ces développements est la prise de conscience que les quantités topologiques globales d'une variété peuvent souvent être calculées à l'aide d'outils locaux. Par exemple, un théorème célèbre de [Gauss et Bonnet](#) montre que le nombre de « trous » d'une surface (où par

exemple un tore a un trou, la surface d'un bretzel en forme de 8 en a deux, etc.) peut être obtenu en intégrant une quantité locale, la [courbure](#), sur la surface. Cette idée a été largement généralisée par la suite, le célèbre [théorème de l'indice d'Atiyah-Singer](#) datant de 1963 en étant un exemple particulier. Ce théorème a donné naissance à un sous-domaine entier des mathématiques consacré à la théorie des indices.

Bismut a joué un rôle central dans ce sous-domaine. Au début de sa carrière, il a apporté de profondes contributions à la [théorie des probabilités](#) qui ont eu un impact majeur sur la théorie des [mathématiques financières](#). Plus tard, il a importé des idées de la théorie des probabilités dans la théorie des indices, en redémontrant tous les théorèmes principaux et en les généralisant considérablement, ce qui lui a permis de relier la théorie des indices à d'autres parties des mathématiques. Cela a conduit à de nombreuses applications dans des domaines aussi variés que la géométrie d'[Arakelov](#), qui est utilisée en [théorie des nombres](#) pour étudier les [équations diophantiennes](#) de degré supérieur, et la physique, où les outils développés par Bismut ont été utilisés pour calculer l'invariant de [Gromov-Witten](#) de genre 1. Ces dernières années, ses travaux ont modifié notre façon de concevoir la [formule des traces de Selberg](#), un outil fondamental de la [théorie des représentations](#) et de la [théorie des nombres](#) moderne. Une caractéristique commune à tous ses travaux est qu'en utilisant la théorie des indices, il est capable de démontrer des formules explicites pour des quantités que les gens n'auraient jamais osé essayer de calculer auparavant.

Un thème majeur de la géométrie moderne, auquel Cheeger a profondément contribué, est de comprendre l'impact de conditions sur la courbure, telles que l'hypothèse que la courbure est partout positive ou nulle, sur la structure des variétés. Ses travaux dans ce domaine ont eu un impact considérable. Par exemple, [Perelman](#) en a fait un usage essentiel dans sa résolution de la [conjecture de Poincaré](#). Cheeger est également connu en [combinatoire](#) et en [informatique théorique](#), grâce à l'introduction de ce que nous appelons aujourd'hui la constante de Cheeger. Il s'agit de la plus petite surface d'une hypersurface qui divise une variété en deux parties. Cheeger l'a reliée à la première [valeur propre](#) non triviale de l'[opérateur de Laplace-Beltrami](#) sur cette variété. Un [analogue discret](#) de ce résultat pour les [graphes](#) a joué un rôle extrêmement important dans l'étude des [marches aléatoires](#) sur les graphes, ce qui a conduit au développement d'algorithmes importants pour l'[échantillonnage](#) aléatoire, l'[intégration](#) en grandes dimensions et de nombreuses autres applications.

Bismut et Cheeger ont également travaillé ensemble et sont particulièrement célèbres pour leur généralisation d'un invariant célèbre, l'invariant  $\eta$ , des variétés aux familles de variétés, qui leur a permis de calculer explicitement la limite de l'invariant  $\eta$  le long d'une suite d'espaces qui s'effondre.

Plus généralement, tout en résolvant des problèmes ouverts anciens, Bismut et Cheeger ont introduit au cours des dernières décennies de nouvelles idées importantes et construit des outils qui ont considérablement élargi l'éventail des possibilités de la géométrie moderne et qui ont par conséquent transformé le sujet.

### **Autobiographie de Jean-Michel Bismut**

Je suis né à Lisbonne le 26 février 1948. Mon père avait été affecté au lycée français de Lisbonne. Lisbonne était une ville agréable, préservée de la guerre. Au lycée Charles-Lepierre, j'ai reçu une éducation extraordinaire, au contact de plusieurs cultures, où les mathématiques, la physique, la biologie et les sciences humaines jouaient un rôle important. Mon père ne m'a pas laissé beaucoup de choix quant au domaine dans lequel je devais me concentrer : les mathématiques étaient aussi importantes que la littérature, le latin, le grec ancien et l'histoire. Un oncle ingénieur, une tante et son mari, tous deux physiciens théoriciens, m'ont ouvert les yeux très tôt sur ce que la physique accomplissait à l'époque.

À quinze ans, j'ai déménagé en Grèce avec mes parents. J'y suis resté un an, puis j'ai passé mon année de terminale au lycée Louis-le-Grand, ainsi que les deux années suivantes pour préparer les Grandes Écoles. À l'automne 1967, j'ai été admis à l'École polytechnique. Là, ce fut un véritable choc : le cours introductif de mathématiques était donné par Laurent Schwartz, lauréat de la médaille Fields et inventeur des distributions. Il donnait un cours profond, plein d'esprit et extraordinairement dense. Deux fois par semaine, il organisait un séminaire du soir qui commençait à vingt heures et durait deux heures, dont l'objet était une initiation aux mathématiques.

En mai 1968, alors que les universités étaient fermées, l'École polytechnique fonctionnait encore. Sans charge de cours, des professeurs d'université venaient nous donner des cours. En mathématiques, trois fois plus de cours qu'à l'accoutumée étaient dispensés. Il n'est pas étonnant que tant de mathématiciens soient sortis de l'École polytechnique dans ces circonstances.

Sous la direction de [J.-L. Lions](#) et de [J. Neveu](#), j'ai terminé ma thèse de doctorat à l'université Paris-VI en 1973. Elle contenait un mélange de probabilités et de [calcul des variations](#). Comme j'avais été classé premier dans un environnement compétitif, j'avais beaucoup de choix. Inquiet de l'ambiance qui régnait à l'époque dans les universités, j'ai décidé de découvrir le monde réel tout en enseignant à l'École polytechnique et en continuant à pratiquer les mathématiques le soir. Finalement, je me suis rendu compte que les mathématiques m'intéressaient infiniment plus.

Dans mes travaux, je me suis intéressé aux liens entre les probabilités, le calcul des variations et la géométrie. Dans cette étude, j'ai importé des idées de la mécanique classique et des [équations différentielles stochastiques](#). J'ai ainsi obtenu des équations [hamiltoniennes](#), inattendues à l'époque, et qui sont toujours utilisées, notamment en [économie mathématique](#). Les liens avec la géométrie sont apparus progressivement, d'abord sous l'influence de [Paul Malliavin](#), plus tard à cause de la théorie de l'indice des [opérateurs de Dirac](#), et des connexions imprévues avec la localisation [équivalente](#) sur les [espaces de lacets](#) proposée par [Michael Atiyah](#) et Edward Witten. Après avoir travaillé sur des versions locales du théorème de l'indice des familles pour les opérateurs de Dirac, en collaboration avec Henri Gillet, [Christophe Soulé](#) et [Gilles Lebeau](#), je me suis tourné vers des questions analytiques motivées par la géométrie d'Arakelov, ce qui nous a conduits à une étude détaillée des métriques de [Quillen](#). J'ai découvert que les idées probabilistes combinées à de l'algèbre pouvaient être pertinentes pour des questions non liées aux probabilités. Avec des collaborateurs tels que Jeff Cheeger, je me suis tourné vers une version raffinée de la théorie de l'indice, qui comprenait les invariants  $\eta$ , la torsion réelle et leur version pour les familles.

Plus tard, j'ai découvert un objet dont le potentiel n'est pas encore totalement exploré, le laplacien hypoelliptique. Un tel opérateur était connu auparavant en physique statistique sous le nom d'opérateur de [Fokker-Planck](#). Ma propre contribution a été de montrer qu'il fait partie d'un schéma de déformation géométrique, avec des quantités préservées insoupçonnées. Avec Gilles Lebeau, nous avons montré que la torsion réelle est l'une d'entre elles. Plus tard, j'ai montré que la torsion holomorphe en faisait également partie. Ce processus d'interpolation comporte deux aspects liés : un aspect analytique, lié aux [opérateurs différentiels](#), et un aspect probabiliste, lié à la dynamique. La géométrie et la physique classique unifient ces deux points de vue.

Cette construction crée des liens non classiques et même non physiques entre des objets classiques, dont l'origine se trouve dans les [intégrales de chemin](#) et la théorie de l'indice.

Sur les [espaces symétriques](#) de type non compact, c'est encore plus vrai : aucune information spectrale n'est perdue dans la déformation. Cela a conduit à de nouvelles perspectives géométriques sur des objets classiques de l'[analyse harmonique](#) des [groupes réductifs](#) réels : les [intégrales orbitales](#). L'utilisation de la déformation hypoelliptique en [géométrie complexe](#) a également ouvert de nouvelles possibilités pour se débarrasser des restrictions de la géométrie [kählérienne](#).

Dans ma vie de mathématicien, j'ai eu la chance de travailler avec de nombreux collaborateurs qui m'ont donné beaucoup de courage et m'ont fait bénéficier de leur amitié. J'ai également eu la chance d'avoir beaucoup d'excellents étudiants, qui sont devenus d'extraordinaires collaborateurs. Je dois également à ma famille un soutien bienveillant dans les moments difficiles.

## Autobiographie de Jeff Cheeger

Je suis né le 1<sup>er</sup> décembre 1943 à l'hôpital juif de Brooklyn. J'ai eu une enfance normale, pratiquant les jeux et les sports habituels. Mon père m'a initié aux mathématiques au niveau de l'algèbre élémentaire lorsque j'avais sept ans. Par intermittence, il m'en apprenait davantage. Très vite, je suis devenu accro.

En cinquième, je me suis fait un grand ami, [Mel Hochster](#), un autre passionné de mathématiques, plus tard mon camarade de chambre à l'université, et aujourd'hui un éminent mathématicien. J'ai fréquenté Erasmus Hall, un grand lycée public qui comptait de nombreux anciens élèves célèbres. Il y avait des élèves très brillants et les cours de spécialisation étaient d'un bon niveau. J'ai fini par devenir capitaine de l'équipe de mathématiques.

À Harvard, mes professeurs [Shlomo Sternberg](#) et [Raoul Bott](#) étaient charismatiques et stimulants. En tant que junior, sans entraînement, j'ai obtenu la 21<sup>e</sup> place au [concours national de mathématiques Putnam](#). Ce résultat relativement modeste a eu une grande importance pour moi. En dernière année, j'ai suivi un cours sur les [équations aux dérivées partielles](#) avec un jeune professeur assistant nommé [Jim Simons](#).

En deuxième cycle à Princeton, après avoir décidé d'étudier la [géométrie différentielle](#), j'ai consulté Jim, qui était un spécialiste dans ce domaine. Par coïncidence, il venait de s'installer à Princeton et tra-

vaillait comme décrypteur à l'Institut d'analyse de la défense. Mon directeur de thèse officiel était le légendaire [Salomon Bochner](#), mais Jim était mon maître. Pendant un an, il m'a dit quoi lire et a patiemment répondu à toutes mes questions. Puis il m'a suggéré un problème de thèse. Après que je l'ai résolu, il s'est transformé en quelque chose de très différent, un théorème de finitude pour les variétés d'une dimension donnée admettant une [métrique riemannienne](#) avec des bornes sur la courbure et le diamètre et un minorant pour le volume. Cela nécessitait un minorant correspondant pour le [rayon d'injectivité](#), que je considère comme mon premier vrai théorème. Le théorème de finitude a apporté un certain changement de perspective à la [géométrie riemannienne](#), désormais subsumé sous la compacité de Cheeger-Gromov.

La majeure partie de ma carrière s'est déroulée à Stony Brook (1969-1989) et à l'institut Courant (depuis 1989). J'ai d'abord passé une année passionnante à Berkeley et une autre dans le Michigan. Des séjours importants au Brésil, en Finlande, à l'[Institut des hautes études scientifiques](#) en France et à l'Institut d'étude avancé à Princeton ont été extrêmement fructueux. J'ai eu des collaborateurs exceptionnellement brillants et d'excellents étudiants. Plusieurs collaborateurs sont mentionnés ci-dessous. Malheureusement, le manque d'espace m'a obligé à en omettre beaucoup d'autres.

Lorsque j'ai commencé à faire de la recherche, mon point de vue était géométrique et topologique. Au fur et à mesure que j'ai appris plus d'[analyse](#), mes travaux ont évolué vers un mélange de ces trois domaines. À plusieurs reprises, j'ai remarqué des choses qui se cachaient à la vue de tous, mais qui se sont avérées avoir des conséquences considérables. Rétrospectivement, une grande partie de mes travaux a consisté à trouver des structures dans différents contextes, qui auraient pu sembler au départ trop naïves ou trop grossières. Parfois, un problème particulier a conduit à de nouveaux développements qui allaient bien au-delà de ce qui était nécessaire pour l'application initiale.

Avec des liens mutuels étroits et la mention de quelques points forts, mes travaux pourraient être résumés ainsi :

1. Courbure et [analyse géométrique](#) ; voir ci-dessous.
2. Un minorant pour la première valeur propre non nulle du [laplacien](#), qui a eu un grand nombre de descendants très variés et apparemment sans fin.
3. Analyse sur des espaces singuliers : le précurseur a été ma démonstration de la conjecture de Ray-Singer sur l'égalité de la torsion de Ray-Singer (un invariant analytique) et de la torsion de

**Reidemeister** (un invariant topologique). Simultanément, Werner Müller a proposé une démonstration différente. Indépendamment, j'ai découvert la **dualité de Poincaré** pour les espaces singuliers, sous la forme d'une **cohomologie**  $L^2$ . Plus tard, j'ai montré qu'elle était équivalente à la théorie de l'**homologie** d'intersection de **Goresky-MacPherson**, introduite à la même époque. J'ai été un précurseur dans la théorie de l'indice et dans la **théorie spectrale** sur les pseudovariétés à courbure constante par morceaux. Parmi les applications, on trouve une formule combinatoire locale pour la signature. Les limites adiabatiques des invariants  $\eta$  et l'indice des familles local pour les variétés à bord ont été développés en collaboration avec Jean-Michel Bismut.

4. **Espaces métriques mesurés** : j'ai montré que s'il est correctement formulé, tout le **calcul différentiel** du premier ordre est valable pour les espaces métriques mesurés lorsque la mesure est doublante et qu'une **inégalité de Poincaré** est valable au sens de Heinonen-Koskela. Parmi les exemples, on peut citer les **fractales** non autosimilaires dont la dimension est un nombre réel quelconque. Des travaux connexes avec **Bruce Kleiner** et **Assaf Naor** ont eu des applications dans le domaine de l'informatique théorique.

**La courbure.** Ma thèse (1967) et mon premier article avec **Detlef Gromoll** (1969) sur le **théorème de l'âme** pour les **variétés complètes de courbure positive** ou nulle étaient purement géométriques. En 1971, nous avons démontré le théorème fondamental de décomposition pour les variétés complètes de **courbure de Ricci** positive ou nulle. L'énoncé était géométrique mais la démonstration impliquait des équations aux dérivées partielles. Les deux travaux réalisés avec Detlef sont des exemples précoces de théorèmes de **rigidité**. Voici le principe. Lorsque des hypothèses géométriques sont suffisamment opposées, elles ne peuvent coexister mutuellement que dans des situations hautement non génériques où une structure spéciale particulière est présente. De même, Misha Gromov et moi-même avons caractérisé l'effondrement avec une courbure bornée en termes de symétrie circulaire généralisée (1980-1992), avant de joindre nos forces à celles de **Kenji Fukaya** (1992). Le travail avec Toby Colding (1995-2000) sur la courbure de Ricci était un mélange de géométrie et d'équations aux dérivées partielles. Nous avons démontré des versions quantitatives des théorèmes de rigidité qui, avec le changement d'échelle, ont considérablement élargi leur champ

d'application. Plus précisément, si les hypothèses des théorèmes de rigidité ne sont pas vérifiées à un degré suffisamment faible, les conclusions sont valables à une petite erreur près. Les théorèmes de rigidité quantitatifs ont été à la base de notre théorie structurelle pour les limites géométriques faibles (limites de [Gromov-Hausdorff](#)) de suites de [variétés riemanniennes](#) lisses avec une courbure de Ricci qui est minorée. Ces objets géométriques jouent le rôle des [distributions](#) en analyse. En particulier, les espaces limites peuvent avoir des singularités qui vivent sur des sous-ensembles de dimension inférieure. Nous avons démontré une inégalité optimale sur leur dimension. [Aaron Naber](#) et moi-même avons donné la première théorie quantitative de ces ensembles singuliers (2011-2021). En plus de borner leur dimension, nous avons borné leur taille. Nos techniques flexibles ont été rapidement appliquées à de nombreuses équations aux dérivées partielles géométriques qui sont non linéaires et [elliptiques](#) ou [paraboliqes](#). En 2015, nous avons résolu une conjecture ancienne sur les limites de Gromov-Hausdorff non effondrées de suites de [variétés d'Einstein](#) à  $n$  dimensions : les ensembles singuliers ont une dimension maximale égale à  $n - 4$ .

## 2022 : Noga Alon et Ehud Hrushovski

« pour leurs contributions remarquables aux [mathématiques discrètes](#) et à la [théorie des modèles](#), en interaction notamment avec la [géométrie algébrique](#), la [topologie](#) et l'informatique ».

### Présentation

Les historiens considèrent les mathématiques comme l'une des plus anciennes branches de la science, voire de toutes les activités intellectuelles humaines. Ils font remonter l'apparition des chiffres à 23 000 ans avant notre ère. Plusieurs [systèmes de numération](#) ont été développés par les Romains, les Indiens, les Chinois, les Mésopotamiens, etc., jusqu'à ce que nous adoptions le [système de numération indo-arabe](#) au XIV<sup>e</sup> siècle. Les nombres  $\{1, 2, \dots\}$  font partie de notre vie quotidienne. Une collection d'objets est dite [dénombrable](#) si nous pouvons la compter comme  $\{1, 2, \dots\}$ . Les mathématiques discrètes sont la partie des mathématiques qui étudie les propriétés qui peuvent être comptées, par opposition aux mathématiques continues qui étudient les fonctions continues ou différentiables sur des espaces, et qui ont été initiées par Leibniz et Newton au XVII<sup>e</sup> siècle. De nos jours, nous associons souvent les mathématiques discrètes aux codes et à l'informatique, par exemple en relation avec le décodage des codes allemands pendant la Seconde Guerre mondiale ou plus récemment avec le développement des téléphones intelligents.

Noga Alon a apporté de profondes contributions aux mathématiques discrètes, avec des applications notables à l'[informatique théorique](#). Il est remarquable que certains de ses résultats interagissent également avec la géométrie algébrique, qui a débuté au IV<sup>e</sup> siècle avant notre ère lorsque les Grecs ont dessiné dans le sable les différentes formes de [coniques](#) et leurs intersections avec des plans, et avec la topologie algébrique, qui a débuté au XVIII<sup>e</sup> siècle lorsque [Euler](#) s'est rendu compte qu'il était impossible de parcourir la ville de Königsberg en traversant chacun de ses [sept ponts](#) une seule fois. Nous mentionnons deux des nombreux résultats d'Alon, mais sa production touche également d'autres domaines tels que la [théorie des graphes](#), la [théorie des probabilités](#) et la [théorie de la complexité](#).

Le [théorème des zéros de Hilbert](#) (*Nullstellensatz*) en géométrie algébrique, dû à [Hilbert](#) à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, décrit tous les [polynômes](#) qui s'annulent sur l'ensemble des zéros communs d'un nombre fini de polynômes. Il s'agit peut-être du résultat le plus fondamental de la géométrie algébrique. Le *Nullstellensatz* combinatoire de 1999 d'Alon étudie le cas particulier où l'ensemble des zéros est une « boîte »<sup>5</sup>. Il est alors en mesure de déterminer avec précision plusieurs invariants attachés aux solutions de Hilbert. Cette formulation ingénieuse a conduit à des résultats puissants en [combinatoire extrémale](#), en théorie des graphes, en [théorie additive des nombres](#) et en [géométrie discrète](#).

Le [théorème de Helly](#) du début du XX<sup>e</sup> siècle montre que pour toute une famille infinie d'[ensembles convexes compacts](#) dans l'espace euclidien à  $d$  dimensions, leur [intersection](#) est non vide si toutes les intersections de  $d + 1$  ensembles parmi eux sont non vides. Il s'agit de l'un des principaux théorèmes de la théorie des ensembles convexes. Le problème  $(p, q)$  de [Hadwiger-Debrunner](#) de 1957, résolu en 1992 par Alon et [Kleitman](#), concerne une généralisation difficile de ce théorème où l'on suppose que parmi  $p$  ensembles quelconques, il y en a  $q$  dont l'intersection n'est pas vide. La solution a été un tour de force et a nécessité le développement d'outils qui ont trouvé d'autres applications en géométrie discrète et en informatique.

La [logique mathématique](#) est la branche des mathématiques qui est sans doute la plus proche de la philosophie. Grâce notamment aux travaux de [Gödel](#) et de [Gentzen](#), elle a posé au début du XX<sup>e</sup> siècle les fondements de divers domaines des mathématiques et a façonné leur axiomatisation. En son sein, la théorie des modèles, qui a débuté dans les années cinquante avec les travaux de [Tarski](#), étudie le langage formel qui sous-tend une structure mathématique.

Ehud Hrushovski a apporté de profondes contributions à la théorie des modèles, avec des applications à une longue liste de sujets en géométrie algébrique et en [théorie des groupes](#), ainsi qu'en [combinatoire](#) et en [théorie des nombres](#). Parmi l'ensemble de la production de Hrushovski, nous mentionnons deux résultats qui touchent aux deux premiers domaines mentionnés.

L'étude de la démonstration d'Euler pour les ponts de Königsberg a conduit au concept de topologie d'un espace, qui est la donnée d'ensembles [fermés](#) ayant certaines propriétés. Ce concept remonte à [Cauchy](#) et à [Gauss](#) au XIX<sup>e</sup> siècle. L'intuition vient de l'espace euclidien

---

5. NDT. Un [produit cartésien](#).

dans lequel nous vivons, où il est possible de séparer les points par de petits [voisinages](#), une propriété finalement mise en évidence par [Hausdorff](#) dans la première moitié du  $xx^e$  siècle. À peu près à la même époque, [Zariski](#) a défini une topologie beaucoup plus grossière sur les [espaces algébriques](#) en prenant simplement comme ensembles fermés les ensembles de zéros des fonctions polynomiales. Pour cette topologie, appelée aujourd'hui [topologie de Zariski](#), la propriété de [séparation](#) n'est pas vraie. En 1993, [Hrushovski](#) et [Zilber](#) ont caractérisé la topologie de Zariski par un ensemble de propriétés combinatoires et élémentaires basées sur la notion de dimension. Il est remarquable que cette nouvelle vision de la géométrie algébrique ait permis à [Hrushovski](#) de démontrer la conjecture de [Mordell-Lang](#) en caractéristique positive : sur les espaces algébriques définis par des fonctions polynomiales à coefficients dans des corps de congruences de [Galois](#) généralisés, et sur lesquels ajouter des points a un sens, on peut caractériser les sous-espaces pour lesquels ajouter des points a encore un sens.

La notion de [groupe](#), due à [Galois](#) dans la première moitié du  $xix^e$  siècle, est centrale dans toutes les branches des mathématiques. Elle décrit les symétries d'un objet mathématique. C'est un concept clé de la [théorie de Galois](#), qui rattache la théorie des [extensions de corps](#) à celle de leur [groupe de symétrie](#). La théorie des groupes est l'un des domaines les plus étudiés en mathématiques. Il y a par exemple les [groupes finis](#), les [groupes topologiques](#), les [groupes algébriques](#), parmi lesquels les [groupes linéaires](#), etc. Les sous-ensembles d'un groupe qui respectent les symétries sont appelés [sous-groupes](#). Les sous-groupes approximatifs sont les sous-ensembles qui manquent de très peu (dans un sens précis) la propriété de symétrie. Ils ont été définis et étudiés en [combinatoire additive](#), une nouvelle branche de la combinatoire, à partir de 2012. [Hrushovski](#) a établi des parallèles entre ces sous-groupes approximatifs et certaines structures en théorie des modèles, ce qui lui a permis de résoudre une conjecture de [Green](#) sur la structure de certains sous-groupes approximatifs. Ces résultats ont joué un rôle crucial dans la démonstration d'un théorème fondamental de [Breuillard](#), [Green](#) et [Tao](#) sur la structure des groupes approximatifs.

[Noga Alon](#) et [Ehud Hrushovski](#) ont apporté des contributions remarquables aux mathématiques discrètes et à la théorie des modèles, avec des interactions avec la géométrie algébrique, la topologie et l'informatique. Les méthodes qu'ils ont développées sont devenues la base de nombreux développements ultérieurs dans les domaines des mathématiques qu'ils ont profondément façonnés.

## Autobiographie de Noga Alon

Je suis né à Haïfa en Israël en 1956. J'ai étudié comme mon frère aîné Zvika à l'école Reali. J'ai participé au cours de mes études secondaires à des compétitions sportives, notamment à des compétitions régionales de saut en hauteur, de saut en longueur et de lancer de poids, mais avec un succès relatif. Je n'ai jamais atteint le niveau national. J'ai eu plus de succès en mathématiques. À l'école primaire, je m'intéressais déjà aux énigmes mathématiques. J'étais fasciné par la beauté et l'élégance du sujet. Reali a été l'une des meilleures écoles du pays. Nous avons eu un professeur de mathématiques inhabituel pendant les dernières années que j'y ai passées. Il s'appelait Yakov Kaplan et venait d'Ukraine, où il avait écrit plusieurs manuels pour les élèves de lycée. Kaplan donnait des cours supplémentaires sur des sujets avancés aux étudiants intéressés. J'y participais avec enthousiasme. Cela m'a sûrement aidé à remporter la première place dans les deux principaux concours de mathématiques pour lycéens que nous avons en Israël à l'époque : les Olympiades mathématiques de la jeunesse à l'institut Weizmann et le concours Grossman de mathématiques au Technion. Au cours de ma dernière année de lycée, j'ai rencontré [Paul Erdős](#), le légendaire mathématicien hongrois qui se rendait souvent en Israël. Une question sur la [théorie des graphes extrémaux](#) qu'il m'a suggérée lors de l'une de ces rencontres, ainsi que ses extensions naturelles, sont devenues plus tard le sujet de mon premier article et de mon mémoire de maîtrise.

En 1974, j'ai commencé mon service militaire obligatoire. Après un an de service, j'ai rejoint la réserve universitaire et j'ai entamé des études de licence en mathématiques au Technion, dont j'ai été diplômé en 1979. De retour à l'armée, j'ai servi dans les services de renseignement en tant qu'officier de recherche. Pendant mon service, j'ai obtenu une maîtrise en mathématiques à l'université de Tel Aviv et un doctorat en mathématiques discrètes à l'université hébraïque de Jérusalem, sous la direction de [Micha Perles](#). Après mon doctorat, j'ai passé deux ans à l'Institut de technologie du Massachusetts, sous la direction de Daniel Kleitman, qui est devenu par la suite l'un de mes proches collaborateurs. J'y ai continué à travailler en combinatoire, mais j'ai également consacré des efforts considérables à l'application d'outils et de techniques de ce domaine à l'informatique théorique. En 1985, je suis retourné en Israël pour rejoindre le département des sciences mathématiques de l'université de Tel Aviv. En 1989-1990, j'ai passé un congé sabbatique au centre de recherche d'IBM à Almaden. En 1993, j'ai accepté l'offre

de Bombieri de devenir un visiteur de longue durée à l'Institut d'étude avancée de Princeton et de participer à l'organisation d'un programme en mathématiques discrètes et en informatique théorique. Dans le cadre de ce programme, qui est maintenant dirigé par mon ami et collaborateur de longue date Avi Wigderson, j'ai continué à visiter l'Institut à plusieurs reprises en tant que professeur invité jusqu'en 2016. Parmi les autres universités et instituts de recherche dans lesquels j'ai passé de longues périodes de temps, on peut citer : Harvard, les laboratoires Bell, Bellcore et Microsoft (à Redmond et en Israël). J'ai également dirigé le département des sciences mathématiques de l'université de Tel Aviv entre 1999 et 2001. En 2018, j'ai rejoint l'université de Princeton en tant que professeur de mathématiques et membre du programme de mathématiques numériques et appliquées.

Les principaux sujets que j'ai étudiés au fil des ans sont :

- le développement de techniques spectrales dans l'étude des graphes expanseurs et leurs applications, qui constituent des analogues discrets de résultats de la géométrie différentielle ;
- la création, avec [Matias](#) et [Szegedy](#), du domaine désormais actif des [algorithmes de fouille de flots de données](#), qui tentent de caractériser les propriétés d'un flot de données qui peuvent être mesurées efficacement avec des contraintes d'espace ;
- la démonstration d'une variante discrète du théorème des zéros de Hilbert et ses applications dans l'étude des problèmes de la théorie additive des nombres, de la théorie des graphes et de la combinatoire ;
- la résolution avec Kleitman du problème  $(p, q)$  de Hadwiger-Debrunner soulevé en 1957, qui généralise le théorème classique de Helly ;
- la résolution d'un problème soulevé par [Shannon](#) en 1956 concernant la capacité sans erreur d'une union disjointe de canaux indépendants ;
- l'application de méthodes probabilistes à l'étude de problèmes extrêmes en combinatoire, en théorie des graphes et en [théorie de Ramsey](#), ainsi qu'à la conception d'[algorithmes probabilistes](#) et à l'étude de questions relatives aux [tests de propriété](#).

J'ai eu la chance de collaborer avec un grand nombre d'excellents chercheurs, dont beaucoup de mes superbes doctorants, et je tiens à les remercier tous. Je dois une grande partie de mon succès à mes étudiants et à mes collaborateurs et j'espère continuer à collaborer et à travailler sur les aspects fascinants des mathématiques discrètes et de

leurs applications pendant encore de nombreuses années.

Je suis marié à Nurit, que j'ai rencontrée pour la première fois à la maternelle, lorsque j'avais cinq ans. Nous avons trois filles : Nilli, Natalie et Narkis. C'est un plaisir particulier de les remercier pour leur amour et leur soutien.

## Autobiographie d'Ehud Hrushovski

J'ai grandi à Jérusalem-Ouest, qui n'était pas une grande ville dans les années soixante, et qui était très limitée dans l'espace et dans le temps. Ma mère était psychologue, mon père théoricien de la littérature. L'appartement était rempli de livres, presque tous dans des langues que je ne pouvais pas lire, des ouvrages de littérature ou de sciences humaines. Rétrospectivement, je me souviens de quelques contacts très significatifs avec les mathématiques au cours de ces premières années, mais je n'étais pas conscient de ce motif à l'époque. Il ne m'est certainement pas venu à l'esprit que les mathématiques pouvaient exister en tant que profession.

J'ai terminé mes études secondaires à dix-sept ans, ce qui me laissait un an avant le service militaire israélien obligatoire de trois ans. Influencé par mon père, j'étais enthousiasmé par les perspectives d'une théorie de la compréhension du langage naturel, pour élucider le mystère des métaphores. J'ai postulé pour étudier les mathématiques et la philosophie à Oxford, pensant que la partie mathématique n'était qu'une préparation raisonnable. Mais à Oxford, j'ai été submergé par la nouveauté et la beauté de l'édifice mathématique que je commençais à entrevoir. Lorsque j'ai repris mes études à Berkeley en 1980, j'ai su que c'était les mathématiques que je voulais étudier.

Au moment où j'écris ces lignes, mes rêves de jeunesse sur le langage et les métaphores semblent bien loin. Mais peut-être ne me suis-je pas égaré infiniment loin ! Si l'on devait dire aujourd'hui quelle est la catégorie la plus étroitement associée à la théorie des modèles, la réponse serait certainement les théories des langages du [premier ordre](#), dont les morphismes de connexion seraient les interprétations (qui présentent des similitudes cachées de structure).

En 1982, j'ai commencé à préparer un doctorat à Berkeley. [Leo Harrington](#) est devenu mon directeur de thèse. J'ai terminé mon doctorat en 1985-1986 en tant qu'étudiant participant à un programme d'échange à Paris. [Saharon Shelah](#) avait récemment achevé sa recherche du « fossé principal », traçant des lignes de partage robustes entre ordre

et désordre parmi les théories du premier ordre ; j'ai apporté des contributions à la partie stable, en montrant en particulier que de nombreux phénomènes théoriques étaient régis par des groupes **définissables**. J'ai passé les trois années suivantes à Rutgers et Princeton, profondément influencé par Gregory Cherlin. Les théories totalement catégoriques formaient la région la plus intérieure de la classification de Shelah ; Zilber y avait montré que certaines théories mathématiques particulières, issues de l'**algèbre linéaire** sur un **corps fini**, ont une relation avec l'ensemble qui n'est pas simplement illustrative mais formatrice : dans un certain sens, elles engendrent cette classe, et même les propriétés générales les plus simples ne peuvent pas être comprises sans cette reconnaissance.

Cherlin avait donné une autre démonstration du théorème de Zilber, en le reliant à la nouvelle **classification des groupes finis simples** en un nombre fini de familles. Mais le théorème de Zilber ne correspondait qu'à deux de ces familles. Cherlin et moi-même avons par la suite étendu toute la théorie de la **catégoricité** totale à une classe représentant toutes les familles de groupes simples sur un corps fini donné. La **stabilité** semblait être le fondement indispensable de la théorie de Shelah ; ce n'est que sur cette base que l'on pouvait définir les notions plus profondes de types réguliers, d'orthogonalité, de domination et d'autres concepts de stabilité géométrique. Et pourtant, il s'est avéré que les étages supérieurs de cette maison pouvaient être transférés intacts dans un environnement instable, avec des déductions entièrement différentes, fondées sur la théorie des groupes, de leurs propriétés de base. Ce fut pour moi une révélation, confirmée par la suite à maintes reprises, non seulement sur le sujet en question, mais aussi sur la nature des mathématiques.

Zilber a ensuite **conjecturé** que dans une classe plus large de théories, la géométrie algébrique joue un rôle tout aussi fondamental. Depuis mes études à Berkeley et à Paris, cette conjecture me fascinait ; il n'y avait rien que je voulais démontrer davantage. Mais à un moment donné, j'ai commencé à soupçonner qu'elle n'était peut-être pas vraie, et j'ai construit un contre-exemple. La méthode gouvernée par la dimension que j'ai utilisée a trouvé de nombreuses applications ; une application récente de David Evans a résolu une question fondamentale dans la théorie de Ramsey structurelle.

En 1990, j'ai occupé mon premier poste permanent à l'Institut de technologie du Massachusetts, puis j'ai alterné entre cet institut et l'Université hébraïque de Jérusalem. J'ai rencontré Zilber, qui a finalement pu quitter l'Union soviétique. Ensemble, nous avons démontré

sa conjecture sous des hypothèses topologiques supplémentaires. J'ai utilisé cela pour montrer que c'était vrai dans le monde des [équations différentielles ordinaires](#), en toute caractéristique. Cela a conduit à la solution de la conjecture de Mordell-Lang pour les [corps de fonctions](#); Roessler a fourni une démonstration purement algèbro-géométrique vingt ans plus tard. Il était extraordinaire de voir à quel point la théorie des modèles prédit le paysage des équations différentielles ordinaires algébriques, à partir de rien de plus que la [règle de Leibniz](#).

J'ai déménagé complètement à Jérusalem vers 1994. C'est là que j'ai épousé Merav et que notre fils David est né en 2005. J'ai étudié ces idées dans le cadre d'un certain nombre de théories liées à la géométrie : les [corps valués](#), dans le cadre de trois collaborations importantes avec Haskell et [Macpherson](#), [Kazhdan](#) et [Loeser](#); les [équations aux différences](#), dans de nombreux articles avec [Zoé Chatzidakis](#), ainsi que dans un article qui montre que l'[automorphisme de Frobenius](#) de la géométrie arithmétique occupe une place critique dans la théorie générale; les mesures définissables dans les théories NIP (sans la propriété d'indépendance), avec Peterzil et [Pillay](#), et plus tard de manière générale. Chacun de ces projets s'est avéré avoir des applications significatives dans le domaine étudié. Un projet à très long terme avec Itay Ben Yaacov tente d'intégrer les aspects globaux de la géométrie.

En 2016, nous avons déménagé à Oxford. J'enseigne souvent à des étudiants en mathématiques et en philosophie, bouclant ainsi la boucle avec ma première année d'université. Récemment, j'ai de nouveau travaillé sur des questions fondamentales de théorie des modèles, plutôt que sur une théorie particulière, mais elles ont également des applications aux sous-groupes approximatifs et aux réseaux approximatifs.

## 2023 : Vladimir Drinfeld et Shing-Tung Yau

« pour leurs contributions à la [physique mathématique](#), à la [géométrie arithmétique](#), à la [géométrie différentielle](#) et à la [géométrie kählérienne](#) ».

### Présentation

Vladimir Drinfeld et Shing-Tung Yau <sup>6</sup> se partagent le [prix Shaw 2023](#) en sciences mathématiques.

Ils partagent un intérêt pour la physique mathématique. Drinfeld a lancé avec [Beilinson](#) le [programme de Langlands géométrique](#) qui, pour citer Witten, présente des caractéristiques communes avec certains aspects de la [théorie quantique des champs](#), tout en étant issu de la [théorie des nombres](#). Yau a travaillé sur des problèmes mathématiques qui découlent de la [relativité générale](#) et de la [théorie des cordes](#).

Drinfeld a inventé très jeune les « chtoucas » (de l'allemand *Stück* qui signifie « morceau ») en résonance avec l'[équation de Korteweg-de Vries](#) en physique. Grâce à eux, il a résolu le [programme de Langlands arithmétique](#) sur un [corps de fonctions](#) de rang 2, ce qui lui a valu la [médaille Fields](#) en 1990. On avait déjà remarqué que sa solution démontrait en même temps une conjecture de [Deligne](#) sur l'existence de systèmes  $\ell$ -adiques compatibles en rang 2. De manière remarquable, après que le programme de Langlands sur un corps de fonctions a été démontré en tout rang en 2002 par [L. Lafforgue](#) en suivant la méthode de Drinfeld, Drinfeld a pu étendre l'existence de systèmes  $\ell$ -adiques compatibles en tout rang des corps de fonctions à des [variétés](#) de plus grande dimension. Cette solution complète à la conjecture de Deligne a de multiples conséquences, même en [géométrie complexe](#), par exemple pour les systèmes locaux rigides.

Dans l'actuelle [théorie de Hodge  \$p\$ -adique](#) et dans le programme de Langlands rêvé sur un [corps de nombres](#), on s'attend à ce que les chtoucas de Drinfeld soient un concept clé, comme le suggèrent les conjectures générales de [Scholze](#) exposées dans son allocution plénière au [Congrès international des mathématiciens](#) de 2018. Il s'agit certainement d'une

---

6. NDT. Avec le nom avant le prénom et en pinyin, Qiū Chéngtóng. « Yau » correspond à la prononciation en cantonais.

vision d'avenir. Plus près de nous, la « prismatisation » de Drinfeld jette un nouvel éclairage sur la théorie de la [cohomologie](#) prismatique de [Bhatt-Scholze](#), et sur ses coefficients.

Les travaux de Drinfeld sont un pilier de la géométrie arithmétique. Ses idées imprègnent tout le domaine. Elles sont également au cœur de nouveaux développements.

Yau a développé systématiquement des méthodes d'[équations aux dérivées partielles](#) en géométrie différentielle. Grâce à ces méthodes, il a résolu la conjecture de [Calabi](#), qui lui a valu la médaille Fields en 1982, l'existence de [connexions](#) de [Yang-Mills hermitiennes](#) (avec [Uhlenbeck](#)) et la conjecture de la masse positive (avec [Schoen](#)), pour laquelle ils ont utilisé la théorie des [surfaces minimales](#). Il a introduit des méthodes géométriques dans d'importants problèmes de relativité générale, ce qui a conduit par exemple au théorème d'existence du trou noir de Schoen et Yau et à une définition intrinsèque de la masse quasi locale dans la relativité générale.

Les travaux de Yau sur l'existence d'une métrique de [Kähler-Einstein](#) ont conduit à la solution de la conjecture de Calabi et au concept de [variétés de Calabi-Yau](#), qui sont des pierres angulaires de la théorie des cordes et de la géométrie complexe. La construction de [Strominger-Yau-Zaslow](#) a eu un impact majeur sur la [symétrie miroir](#).

Ses travaux (avec P. Li) sur des estimations pour le noyau de chaleur et sur des inégalités différentielles de [Harnack](#) ont modifié l'analyse des équations géométriques sur les variétés. Ils ont influencé le développement du [transport](#) optimal et les travaux de [Hamilton](#) sur le [flot de Ricci](#).

Yau a contribué à la fusion de la géométrie et de l'analyse, aujourd'hui connue sous le nom d'[analyse géométrique](#). Ses travaux ont eu un impact profond et durable sur les mathématiques et la physique théorique.

## Autobiographie de Vladimir Drinfeld

Je suis né en 1954 à Kharkov (aujourd'hui Kharkiv, en Ukraine, qui faisait autrefois partie de l'URSS). Ma mère était professeur de latin et mon père professeur de mathématiques. Lorsque j'étais enfant, mon père s'est aperçu que j'avais des aptitudes en mathématiques et a commencé à me les enseigner. Surtout, il l'a fait d'une manière qui me plaisait.

En grandissant, j'ai réalisé que je devais trouver un domaine dans lequel je pouvais exceller. Les mathématiques étaient un choix naturel pour moi. J'ai investi autant d'énergie que possible dans leur étude. De 1965 à 1969, j'ai fréquenté l'école 27 à Kharkiv (il s'agit d'une école de physique et de mathématiques fondée par [N. I. Akhiezer](#), un mathématicien de renom). En 1969, j'ai participé aux [Olympiades internationales de mathématiques](#) et j'ai remporté une médaille d'or.

De 1969 à 1977, j'ai étudié au département de mathématiques de l'université de Moscou, d'abord en tant qu'étudiant de premier cycle, puis en tant qu'étudiant de deuxième et troisième cycle. En 1971, je suis devenu l'étudiant de [Yu. I. Manin](#). En 1971 et 1972, Manin et [I. I. Piatetskii-Shapiro](#) ont organisé un séminaire sur les [formes modulaires](#) et les [formes automorphes](#). J'ai été fortement influencé par ce séminaire et par le cours de Piatetskii-Shapiro sur les formes automorphes sur  $GL(2)$ . De manière informelle, Piatetskii-Shapiro est devenu mon deuxième directeur scientifique. En 1974 et 1975, j'ai été encadré par [D. Kazhdan](#) (avant qu'il n'émigre aux États-Unis).

Pendant mes années d'études, j'ai principalement travaillé sur le programme de Langlands pour les corps de fonctions. Mon principal résultat durant cette période a été une démonstration de la conjecture de Langlands globale pour  $GL(2)$  sur un corps de fonctions global. La démonstration utilisait une nouvelle notion de « chtoucas » et était basée sur l'étude des variétés de modules des chtoucas. Plus tard, des variétés de modules de chtoucas plus générales ont été utilisées par L. Lafforgue et [V. Lafforgue](#) dans leurs travaux sur la conjecture de Langlands globale pour les [groupes réductifs](#) sur des corps de fonctions globaux.

De 1978 à 1980, j'ai travaillé comme professeur assistant à l'université d'État de Bachkirie à Oufa, une ville située près des montagnes de l'Oural. C'est à Oufa que j'ai rencontré ma future épouse. Nous avons un fils, Andreï.

En 1980, je suis retourné à Kharkiv. De 1981 à 1998, j'ai travaillé à l'Institut de physique et d'ingénierie des basses températures. C'était un bon endroit pour faire de la recherche en mathématiques.

Entre 1980 et 1989, j'ai consacré l'essentiel de mes recherches à des questions algébriques de physique mathématique. L'un des défis consistait à comprendre le mécanisme algébrique sous-jacent à la théorie des [systèmes intégrables](#) quantiques. En étudiant un article de E. K. Sklyanin (un étudiant et collaborateur de [L. D. Faddeïev](#)), j'ai compris que la structure algébrique clé était celle d'[algèbre de Hopf](#) et que les

algèbres de Hopf pertinentes pour la théorie des systèmes intégrables quantiques n'étaient ni commutatives ni [cocommutatives](#). Ces algèbres de Hopf sont maintenant souvent appelées « [groupes quantiques](#) » et leurs limites classiques sont les groupes de [Poisson-Lie](#). Il s'est avéré que les [algèbres enveloppantes](#) universelles des [algèbres de Lie semi-simples](#) (et plus généralement, des [algèbres de Kac-Moody](#)) ont des quantifications canoniques ; elles ont été construites indépendamment par M. Jimbo et moi-même. Ces quantifications se sont avérées très importantes pour la [théorie des représentations](#), comme cela a été mis en évidence plus tard dans les travaux de [G. Lusztig](#), [M. Kashiwara](#) et beaucoup d'autres.

D'autre part, au début des années quatre-vingt, j'ai écrit un article qui est devenu le point de départ du programme de Langlands géométrique (une série de travaux de [G. Laumon](#) a été un autre point de départ). L'idée principale de ce programme est la suivante : étant donné un système local  $E$  de rang  $n$  sur une courbe projective lisse  $X$  sur un corps quelconque  $k$ , on doit essayer de construire un complexe de [faisceaux](#) sur le champ des [fibrés vectoriels](#) de rang  $n$  sur  $X$ , qui est lié à  $E$  d'une certaine manière. Dans les années quatre-vingt-dix, Beilinson et moi-même avons développé une telle construction dans le contexte de [De Rham](#) pour une certaine classe de systèmes locaux en supposant que  $k$  est de caractéristique nulle ; l'idée principale était de quantifier un certain système intégrable hamiltonien découvert par [Hitchin](#) en 1987.

En 1999, j'ai déménagé avec ma famille aux États-Unis. Je travaille depuis à l'université de Chicago.

En 2012, j'ai démontré que pour toute variété lisse  $X$  sur un [corps fini](#), l'ensemble des classes d'isomorphisme des systèmes locaux  $\ell$ -adiques irréductibles dont le [déterminant](#) est d'ordre fini ne dépend pas du nombre premier  $\ell$ . Dans le cas des courbes, cela avait été déduit par L. Lafforgue de la conjecture de Langlands qu'il avait démontrée ; ma contribution a été de déduire le cas général à partir de son résultat. On ne sait toujours pas si l'hypothèse de régularité peut être remplacée par la normalité (comme l'a conjecturé P. Deligne).

Depuis 2018, je travaille sur la cohomologie prismatique. Il s'agit d'une nouvelle théorie de cohomologie pour les [schémas](#) formels  $p$ -adiques introduite par B. Bhatt et P. Scholze et développée par Bhatt et [J. Lurie](#).

## Autobiographie de Shing-Tung Yau

Je suis né à Shantou, une petite ville du sud de la Chine, en 1949. Très vite, mon père Qiū Zhènyīng a emmené sa famille à Hong Kong pour fuir la guerre civile, où j'ai grandi dans les villages agricoles des Nouveaux Territoires.

Mon père gagnait sa vie en donnant des cours dans plusieurs universités à la fois. Les revenus étaient maigres et la vie difficile. En tant qu'érudit traditionnel, il attendait beaucoup de ses enfants. Dès mon plus jeune âge, on m'a enseigné la littérature et l'histoire. On me demandait de réciter des poèmes et de pratiquer régulièrement la calligraphie. Cette formation précoce a éveillé mon intérêt pour la littérature et l'histoire, qui a duré toute ma vie. Mon père réunissait des étudiants à la maison pour discuter de diverses questions relatives à la philosophie chinoise et grecque. Bien que leurs discussions soient loin d'être à ma portée, ces notions abstraites m'ont profondément impressionné et ont eu une incidence directe sur mon intérêt futur pour les mathématiques.

J'ai fréquenté le collège Pui Ching (Péi Zhèng), un établissement secondaire réputé pour ses matières scientifiques. En cinquième, nous avons appris la [géométrie euclidienne](#). J'ai été stupéfait de constater que tant de résultats magnifiques et ingénieux sur les triangles et les cercles pouvaient être déduits rigoureusement à partir de cinq axiomes. Je me suis passionné pour ce sujet et j'ai même commencé à faire mes propres recherches.

La vie était paisible jusqu'à ce que mon père tombe malade et meure subitement en 1963. Ma famille a connu une crise financière. Toutefois, grâce à la persévérance de ma mère, j'ai pu poursuivre mes études. J'ai été admis au collège Chung Chi (Chóng Jī) en 1966, avec une spécialisation en mathématiques. Mes résultats en classe ont attiré l'attention de D<sup>r</sup> Stephen Salaff de Berkeley. Sur sa recommandation, j'ai été admis en deuxième cycle à l'université de Californie à Berkeley en 1969.

Ma première réalisation en mathématiques, effectuée au cours de ma première année à Berkeley, consistait à étendre un théorème de Preissman sur les variétés à courbure strictement négative aux variétés à [courbure négative](#) ou nulle. Mon tuteur, le professeur [S. S. Chern](#), m'a suggéré plus tard d'en faire ma thèse. J'ai obtenu mon doctorat en 1971.

En 1954, Eugène Calabi a proposé de trouver des variétés kähleriennes dans une [classe de Chern](#). Bien que sa motivation soit purement géométrique, j'ai réalisé qu'elle avait des implications importantes en

relativité générale. La conjecture de Calabi se résumait à la résolution d'une équation aux dérivées partielles (EDP) fortement non linéaire. Avec beaucoup d'efforts, j'ai finalement résolu la conjecture en 1976. Par la suite, j'ai résolu la conjecture de la masse positive en relativité générale avec mon étudiant R. Schoen en utilisant des surfaces minimales. C'est principalement grâce à ces travaux que j'ai reçu la médaille Fields en 1982.

L'analyse géométrique est une nouvelle branche des mathématiques dans laquelle les EDP non linéaires sont utilisées pour résoudre des problèmes de géométrie et de physique. Je suis considéré comme l'un de ses créateurs. Une réalisation remarquable dans ce domaine est la démonstration par le flot de Ricci de la conjecture de Poincaré par R. Hamilton et [G. Perelman](#) en 2002. Aujourd'hui, l'analyse géométrique reste un domaine de recherche actif.

La théorie des cordes a été développée dans les années quatre-vingt pour unir la mécanique quantique et la relativité générale. Il s'est avéré que les variétés kähleriennes trouvées dans ma résolution de la conjecture de Calabi sont précisément l'« univers » que les physiciens recherchaient. L'« espace de Calabi-Yau » est devenu le cadre de la théorie des cordes et de ses généralisations. Calabi a publié sa conjecture uniquement pour sa beauté mathématique, mais elle a fini par trouver une application en physique. Cette expérience a été très enrichissante pour moi.

En 1990, mon postdoctorant [Brian Greene](#) et Ronen Plesser ont découvert un moyen de construire un espace de Calabi-Yau à partir d'un espace donné, de sorte qu'ils partagent tous deux une parenté cachée. Ce phénomène est appelé « symétrie miroir ». Ensuite, P. Candelas et ses collègues ont exploité la symétrie miroir pour résoudre un problème vieux d'un siècle en [géométrie énumérative](#). Pour expliquer la symétrie miroir, A. Strominger, E. Zaslow et moi-même avons proposé la conjecture SYZ.

J'ai occupé des postes permanents à Stanford, à l'Institut d'étude avancé de Princeton, à l'université de Californie à San Diego, puis je me suis installé à Harvard en 1987. J'ai rejoint l'université Tsinghua en 2022. Quand j'étais enfant, mon père m'a dit qu'il fallait faire quelque chose pour son propre peuple. J'ai une longue association avec la communauté mathématique en Chine. J'ai fondé plusieurs instituts de recherche à Pékin, Hangzhou, Hong Kong et Taipei. L'une de mes initiatives les plus récentes est la création du collège Qiuzhen à Tsinghua, où des lycéens doués sont admis et formés pour devenir des champions

en mathématiques et en sciences fondamentales. Je suis profondément redevable aux autorités et à Tsinghua pour leur soutien enthousiaste.

Je suis honoré de recevoir le prix Shaw. Parmi les nombreux prix et distinctions que j'ai reçus, le prix Shaw est un prix spécial, car il provient de la ville où j'ai grandi et de mon université d'origine. Je tiens à remercier mon père de m'avoir fixé des objectifs élevés et ma mère de m'avoir montré comment gérer les difficultés de la vie. Je remercie mon épouse et mes deux fils pour leur amour et leur soutien. Je chéris la joie d'avoir grandi avec mes frères et sœurs et mes amis d'enfance S. T. Chui et S. Y. Cheng. Je suis redevable à mes professeurs S. S. Chern, Charles B. Morrey, [Louis Nirenberg](#) et [I. M. Singer](#) qui m'ont appris à penser les mathématiques. Je remercie Richard Schoen, [Leon Simon](#), Karen Uhlenbeck, Nigel Hitchin, Richard Hamilton, [David Mumford](#), Blaine Lawson, Peter Li, [Clifford Taubes](#), [Wilfried Schmid](#), [Simon Donaldson](#), [Dimitris Christodoulou](#), Robert Bartnik, Andy Strominger et [Cumrun Vafa](#), qui ont tous influencé mon travail.

## 2024 : Peter Sarnak

« pour avoir développé la théorie arithmétique des groupes fins et le [crible](#) affine en rapprochant la [théorie des nombres](#), l'[analyse](#), la [combinatoire](#), la dynamique, la [géométrie](#) et la [théorie spectrale](#) ».

### Présentation

Un entier naturel est un [nombre premier](#) s'il est strictement supérieur à 1 et n'est pas le produit de deux entiers naturels strictement inférieurs, eux-mêmes strictement supérieurs à 1. Par exemple, 2 est un nombre premier, mais  $4 = 2 \times 2$  ne l'est pas. Le [théorème d'Euclide](#) (vers 300 avant notre ère) affirme que tout entier naturel autre que 0 et 1 est le produit de nombres premiers, et qu'il existe une infinité de nombres premiers. L'étude de la distribution des nombres premiers est un sujet central de la théorie des nombres.

Un mathématicien français, [Polignac](#), a émis en 1849 une [conjecture](#) en théorie des nombres qui est encore non élucidée, à savoir que tout nombre pair pourrait s'exprimer comme la différence de deux nombres premiers consécutifs, et que cela pourrait se faire d'une infinité de façons. Si l'on choisit le nombre pair 2, la conjecture affirme qu'il existe une infinité de couples  $(p, p + 2)$  pour lesquelles  $p$  et  $p + 2$  sont des nombres premiers, comme par exemple  $(5, 7)$  ou  $(17, 19)$ . C'est ce qu'on appelle la conjecture des [nombres premiers jumeaux](#).

En 1973, le mathématicien chinois [Chen Jingrun](#) a fait un grand pas vers la conjecture des nombres premiers jumeaux. Il a démontré que si  $h$  est un entier pair strictement positif, il existe une infinité de nombres premiers  $p$  tels que  $p + h$  soit un produit d'au plus deux nombres premiers. De nos jours, il existe plusieurs statues de Chen Jingrun en Chine, ainsi qu'un prix qui porte son nom et qui est destiné aux jeunes mathématiciens. Chen a utilisé la méthode des cribles pour compter le nombre de nombres premiers ou [presque premiers](#) (c'est-à-dire un produit borné de ces nombres). Ces deux concepts, les méthodes de crible et les nombres presque premiers, nous amènent aux fondements du travail de Sarnak, le lauréat du [prix Shaw](#) en 2024 pour les mathématiques.

On cherche des [fonctions polynomiales](#)  $f(x)$  telles que  $f(x)$  soit premier pour une infinité d'entiers  $x$ . Le théorème d'Euclide dit que  $f(x) = x$  est l'une de ces fonctions. On peut élargir le problème en demandant que  $f(x)$  soit presque premier, c'est-à-dire le produit d'un nombre borné de nombres premiers, pour une infinité d'entiers  $x$ . Par exemple, la conjecture des nombres premiers jumeaux est équivalente à l'affirmation que  $f(x) = x(x + 2)$  est un produit de deux nombres premiers pour une infinité d'entiers  $x$ . On peut également restreindre l'ensemble des  $x$  considérés en exigeant qu'ils se trouvent dans un sous-ensemble peu dense des nombres entiers. Un problème similaire peut être posé pour tout [polynôme en plusieurs indéterminées](#) à coefficients entiers.

Sarnak a été un précurseur dans la recherche de valeurs presque premières de polynômes dans des sous-ensembles peu denses qui apparaissent comme l'orbite d'un groupe fin. Un groupe fin est un [sous-groupe](#) d'un groupe arithmétique ayant une propriété « Boucle d'or » : il n'est ni trop grand (étant d'indice infini) ni trop petit (ayant la même adhérence de [Zariski](#) que le groupe arithmétique). Les groupes fins apparaissent très naturellement dans les [mathématiques pures](#) et [appliquées](#). Par exemple, le [groupe de symétrie](#) des empilements de cercles apolloniens est un groupe fin. En outre, il existe de nombreux groupes kleinien ou plus généralement de nombreux groupes de [monodromie d'équations différentielles](#) qui sont des groupes fins.

Les [graphes expenseurs](#) sont des graphes peu denses hautement connectés, largement utilisés en informatique. Prévoyant comment la propriété d'expansion des quotients finis d'un groupe fin pourrait être utilisée pour produire des nombres presque premiers, Sarnak a mis au point le crible affine. Sarnak a construit en collaboration avec [Bourgain](#) et Gamburd des graphes expenseurs à partir de certains groupes fins. La construction s'appuie sur des travaux antérieurs de Sarnak et Xue dans lesquels ils ont montré une relation entre la dimension minimale des [représentations](#) des [groupes linéaires](#) finis et les graphes expenseurs.

Sarnak a obtenu en collaboration avec Bourgain et Gamburd un résultat précis de comptage et d'équidistribution pour les vecteurs entiers sur une orbite d'un groupe fin qui prennent des valeurs presque premières lorsqu'on leur applique une fonction polynomiale donnée.

En collaboration avec Golesefidyet sous certaines hypothèses naturelles, Sarnak a démontré qu'une fonction polynomiale entière produit des nombres presque premiers dans un sous-ensemble dense au sens de Zariski d'une orbite fine.

L'introduction par Sarnak des méthodes combinatoires et de la [théorie ergodique](#) dans les problèmes diophantiens a eu un impact profond. Son approche originale et profonde a lancé un vaste programme de recherche qui réunit la théorie des nombres, la combinatoire, l'analyse, la dynamique, la géométrie et la théorie spectrale.

## Autobiographie

Je suis né le 18 décembre 1953 à Johannesburg en Afrique du Sud. Mes parents étaient des pharmaciens qui nous ont inculqué par leur exemple des règles morales exigeantes et une éthique de travail qui nous a servi, à mes deux frères et à moi-même, tout au long de notre vie. J'ai passé la plupart de mon temps à l'école à jouer aux échecs, devenant ainsi l'un des meilleurs joueurs d'Afrique du Sud. J'étais impatient de partir pour l'Europe et de jouer aux échecs sur le circuit international. Mais heureusement pour moi, mon père a insisté pour que j'aie d'abord à l'université et que j'étudie les mathématiques et la physique, les matières qui me convenaient le mieux. Dès que j'ai découvert les mathématiques modernes et abstraites à l'université de Witwatersrand, j'ai été séduit par leur beauté et les défis qu'elles représentaient. Je ne l'ai jamais regretté. Aujourd'hui encore, la découverte d'une nouvelle idée qui résout un problème ou le développement d'un outil qui permet de résoudre un problème central est ce qui m'attire vers les mathématiques, comme beaucoup d'autres je pense.

Je suis allé à Stanford pour faire un doctorat avec [Paul Cohen](#), qui a révolutionné en 1963 la [théorie des ensembles](#) en résolvant le premier des [problèmes de Hilbert](#), qui datait de 1900. Lorsque je suis arrivé à Stanford en 1976, les intérêts de Paul s'étaient tournés vers un autre problème de Hilbert, l'[hypothèse de Riemann](#). Il n'est pas surprenant que ses idées l'aient amené à étudier les travaux d'[Atle Selberg](#). Selberg avait réfléchi en profondeur à ce problème et avait développé des outils puissants pour étudier des problèmes connexes en théorie des nombres. J'ai eu beaucoup de chance que Paul me prenne comme collaborateur, pas tout à fait inégal, pour compléter les détails de certains travaux de Selberg. Mes goûts et mon style mathématique sont largement dus à ces deux mathématiciens singuliers. Alors qu'ils travaillaient tous les deux seuls, j'ai toujours apprécié et bénéficié grandement du travail en commun avec d'autres personnes. Toutes les réalisations dont je peux me prévaloir doivent énormément à mes coauteurs ainsi qu'aux réalisations des autres. Pour moi, ce sont les problèmes fondamentaux

plutôt que les domaines de spécialisation qui déterminent la recherche. Les progrès sont souvent décisifs lorsque des disciplines inattendues sont combinées. Mes collaborations avec [Ralph Phillips](#), [Alexander Lubotzky](#), [Ilya Piatetski-Shapiro](#), [Henryk Iwaniec](#) et [Nicholas Katz](#) m'ont transformé sur ce plan et sur d'autres.

Mes horizons mathématiques se sont largement ouverts après l'obtention de mon doctorat en 1980, lorsque j'ai rejoint l'[institut Courant](#). En particulier, mon opinion selon laquelle il y a peu de différence entre les mathématiques pures et les mathématiques appliquées s'est consolidée. Je suis retourné à l'université Stanford en 1984, puis à l'université de Princeton en 1991, où je suis toujours professeur au département de mathématiques. De 2001 à 2005, j'ai travaillé à mi-temps à l'institut Courant. De 2007 à 2024, j'ai été professeur à mi-temps à l'Institut d'étude avancée de Princeton, où j'ai récemment obtenu l'éméritat.

Lors d'une conférence internationale sur la théorie des nombres qui s'est tenue à Hangzhou en 2005, une réponse à l'une des nombreuses questions intéressantes qui ont été posées a été fournie par les solutions à l'[équation diophantienne](#) classique de [Markov](#) (1879), avec la particularité que les solutions devaient satisfaire à certaines propriétés de divisibilité. L'approche standard de ce type de problème consiste à appliquer un « crible », qui est une procédure élaborée de comptage par inclusion ou exclusion. Cependant, dans ce contexte exotique, il n'existait aucun outil à l'époque. Mon collaborateur de longue date, Alexander Gamburd, et moi-même avons commencé à l'époque et continuons aujourd'hui à développer cette théorie, désormais connue sous le nom de « crible affine ». Nous avons rapidement été rejoints par Jean Bourgain (ancien lauréat du prix Shaw, décédé bien trop tôt) et nous avons pu relever les nouveaux défis qui se présentaient dans les contextes les plus simples. L'un d'entre eux consistait à montrer que certaines structures combinatoires apparentées sont des « graphes expanseurs ». Cette propriété a de vastes applications en ingénierie, car elle permet de construire des réseaux de communication peu denses mais très connectés. Lubotzky, Phillips et moi-même avons utilisé des méthodes sophistiquées de la théorie des nombres pour construire des graphes expanseurs optimaux connus sous le nom de « [graphes de Ramanujan](#) ». Il est intéressant de noter que dans ce cadre exotique, les rôles sont inversés et qu'une entrée essentielle du crible affine est établie à l'aide d'outils issus de la combinatoire et de l'informatique. Alireza Golesefidy et moi-même avons achevé une théorie générale du crible affine dans le cadre linéaire. Nous avons fait un usage crucial des développements connexes réalisés

à l'époque par Helfgott, Varjú, Pyber-Szabo et Breuillard-Green-Tao. Le terrain sur lequel le crible affine est construit est une orbite d'une action affine. Ce qui le rend exotique, c'est lorsque ce groupe est déficient du point de vue de la théorie des nombres ou « fin ». Une théorie dynamique et diophantienne florissante des groupes de matrices fins a été développée plus récemment. Pour les actions affines non linéaires, la théorie en est encore à ses débuts, bien que des progrès aient été réalisés pour l'équation de Markov originale par Bourgain, Gamburd, Amit Ghosh et moi-même, ainsi que par William Chen.

J'ai rencontré ma femme Helen Nissenbaum pour la première fois lors d'un cours de logique à l'université de Witwatersrand en 1972. Elle est philosophe et a également fait son doctorat à Stanford. Nous nous sommes mariés à San Francisco en 1977. Elle est titulaire de la chaire Andrew H. et Ann R. Tisch à Cornell Tech, où elle travaille au département des sciences de l'information. Si j'ai pu m'épanouir dans mes longues recherches mathématiques, c'est uniquement grâce au soutien, à la compréhension et au concours constants d'Helen. Il en va de même pour nos trois merveilleuses filles, Dana, Zoe et Ann.

# Index

- 3-variété, 38, 54
- Abel (Niels Henrik), 36
- Acquisition comprimée, 62
- Action de groupe, 29
- Adler (Stephen), 42
- Akhiezer (Naum I.), 127
- Algèbre, 1, 66, 71, 84, 101
- Algèbre commutative, 74
- Algèbre d'opérateurs, 102
- Algèbre d'un groupe fini, 45
- Algèbre de Hecke affine, 68, 102
- Algèbre de Hopf, 127
- Algèbre de Kac-Moody, 128
- Algèbre de Lie semi-simple, 128
- Algèbre de Lie simple, 31
- Algèbre de Poisson, 56
- Algèbre enveloppante, 128
- Algèbre linéaire, 33, 67, 81, 101, 123
- Algorithmes, 61
- Algorithme de fouille de flots de données, 121
- Algorithme probabiliste, 121
- Alon (Noga), 117
- Analyse, 1, 44, 71, 114, 132
- Analyse des données, 63
- Analyse fonctionnelle, 44, 98
- Analyse fractionnaire, 95
- Analyse géométrique, 50, 114, 126
- Analyse globale, 2
- Analyse harmonique, 44, 66, 113
- Analyse harmonique non commutative, 77
- Anneau fini, 58
- Application harmonique, 2, 54
- Application linéaire, 101
- Application moment, 38
- Approximation diophantienne, 75
- Arakelov (Souren), 72, 110
- Arithmétique, 7
- Arithmétiques*, 7
- Arnold (Vladimir), 27
- Arthur (James), 22
- Artin (Emil), 22, 66
- Artin (Michael), 15
- Atiyah (Michael), 39, 59, 69, 81, 104, 112
- Autosimilarité, 16
- Axiome des parallèles, 109
- Babai (László), 87
- Base, 61
- Base canonique, 68
- Beauville (Arnaud), 89
- Beilinson (Alexander), 101, 125
- Belavine (Alexandre), 104
- Bell (Eric T.), 9
- Bernstein (Joseph), 102
- Bethe (Hans), 35
- Bhatt (Bhargav), 126
- Birch (Bryan), 77
- Bismut (Jean-Michel), 109
- Blaschke (Wilhelm), 1
- Bloch (Spencer), 90, 104
- Bochner (Salomon), 22, 114
- Bolyai (János), 109
- Bombieri (Enrico), 73, 77
- Borel (Armand), 22, 67
- Borne supérieure et borne inférieure, 96
- Bott (Raoul), 1, 42, 113
- Bourgain (Jean), 44, 133
- Breuil (Christophe), 25
- Breuillard (Emmanuel), 119, 136
- Browder (Felix), 94
- Browder (William), 69
- Bruit gaussien, 61
- Brylinski (Jean-Luc), 102
- Caffarelli (Luis), 91
- Calabi (Eugenio), 38, 126
- Calcul des variations, 112
- Calcul différentiel, 44, 115
- Calcul formel, 14
- Calcul infinitésimal, 15, 27, 49
- Candès (Emmanuel), 62
- Cartan (Élie), 1
- Cartan (Henri), 17
- Catégoricité, 123
- Cauchy (Augustin-Louis), 118
- Cautique, 28
- Censure cosmique, 50
- Chafarevitch (Igor), 72, 87
- Chaire savilienne de géométrie, 24, 83

- Champ de Reeb, 38  
 Champ de vecteurs, 38  
 Chat d'Arnold, 32  
 Chatzidakis (Zoé), 124  
 Cheeger (Jeff), 109  
 Chen (Jingrun), 132  
 Chern (Shiing-Shen), 1, 129  
 Chevalley (Claude), 66  
 Chirurgie, 51  
 Choquet (Gustave), 98  
 Choquet-Bruhat (Yvonne), 52  
 Christodoulou (Demetrios), 49, 131  
 Classe caractéristique, 17, 32  
 Classe de Chern, 1, 13, 129  
 Classe de Stiefel-Whitney, 17  
 Classification des groupes finis simples, 123  
 Clozel (Laurent), 20  
 Coates (John), 10, 24  
 Cobordisme, 31  
 Cocommutativité, 128  
*Coefficients de Fourier*, 73  
 Cohen (Paul), 134  
*Cohomologie d'intersection*, 70  
 Cohomologie étale, 70  
 Coifman (Ronald), 64  
 Combinatoire, 44, 68, 85, 110, 118, 132  
*Combinatoire additive*, 119  
 Combinatoire extrémale, 118  
 Compacité, 90, 118  
 Compression de données, 62  
 Concentration de mesure, 96  
 Concours Putnam, 113  
 Congrès international des mathématiciens, 75, 125  
 Conique, 117  
 Conjecture d'Artin sur les fonctions L, 21  
 Conjecture de Birch et Swinnerton-Dyer, 10  
*Conjecture de Chertin-Zilber*, 123  
 Conjecture de Hodge, 86  
 Conjecture de modularité de Serre, 25  
 Conjecture de Poincaré, 51, 110  
 Conjecture de Polignac, 132  
 Conjecture de Satō-Tate, 20  
 Conjecture principale de la théorie d'Iwasawa, 10  
 Conjectures de Langlands locales, 21  
 Conjectures de Weil, 45  
 Connexion, 1, 34, 126  
 Connexité, 88  
 Conrad (Brian), 25  
*Constante de Cheeger*, 110  
 Continuité, 99  
 Coron (Jean-Michel), 89  
 Corps de fonctions, 75, 125  
 Corps de nombres, 15, 74, 125  
 Corps fini, 32, 45, 58, 70, 123, 128  
 Corps local, 102  
 Corps totalement réel, 20  
 Corps valué, 124  
 Corrélation, 96  
 Correspondance de Langlands géométrique, 80, 105, 125  
 Corti (Alessio), 88  
 Courbe algébrique, 12, 56, 72  
 Courbe elliptique, 8, 12, 20  
 Courbe modulaire, 8, 21  
 Courbe pseudoholomorphe, 38  
 Courbe unicursale, 12  
 Courbure, 2, 49, 110  
 Courbure de Gauss, 51  
 Courbure moyenne, 51  
 Courbure négative, 129  
 Courbure positive, 50, 115  
 Courbure scalaire, 38, 115  
 Crible, 46, 132  
 Crochet de Poisson, 56  
 Cycle, 31, 90  
 D-module, 104  
 Daubechies (Ingrid), 64  
 Débruitage, 63  
 Décidabilité, 8  
 Deline (Pierre), 45, 70, 77, 102, 125  
 Démonstration automatique de théorèmes, 12  
 Dérandomisation, 46  
 Dernier théorème de Fermat, 7, 21, 23  
 Deshouillers (Jean-Marc), 77  
 Déterminant, 128  
 Diaconis (Persi), 65  
*Diagramme de Young*, 31  
 Diamond (Fred), 25  
 Diffusion des ondes, 29  
 Diophante d'Alexandrie, 7, 71  
 Distance de Gromov-Hausdorff, 116  
 Distribution, 116  
 Donaldson (Simon), 36, 131

- Donoho (David L.), 61  
 Doob (Joseph L.), 47  
 Drapeau, 69  
 Drinfeld (Vladimir), 35, 40, 68, 81, 104, 125  
 Dualité de Poincaré, 115  
 Dyson (Freeman), 32
- Échantillon, 61  
 Échantillonnage, 110  
 Économie mathématique, 112  
 Ehlers (Jürgen), 52  
 Ehresmann (Charles), 17  
 Einstein (Albert), 109, 126  
 Eisenbud (David), 15, 87  
 Endomorphisme de Frobenius, 124  
 Ensemble convexe, 46, 97, 118  
 Ensemble définissable, 123  
 Ensemble dénombrable, 117  
 Ensemble mesurable, 45  
 Ensemble polaire, 46  
 Enveloppe convexe, 99  
 Équation aux dérivées partielles, 2, 28, 44, 49, 56, 91, 113, 126  
 Équation aux dérivées partielles elliptique, 116  
 Équation aux dérivées partielles parabolique, 116  
 Équation aux différences, 124  
 Équation aux dérivées partielles elliptique, 52  
 Équation aux dérivées partielles hyperbolique, 52  
 Équation d'Einstein, 49, 82  
 Équation de Fokker-Planck, 112  
 Équation de Korteweg-de Vries, 34, 125  
 Équation de la chaleur, 55, 66  
 Équation de Monge-Ampère, 91  
 Équation de Schrödinger semi-linéaire, 45  
 Équation différentielle, 27, 49, 80, 91, 133  
 Équation différentielle ordinaire, 1, 91, 124  
 Équation différentielle stochastique, 112  
 Équation diophantienne, 71, 110, 135  
 Équation intégrale, 34  
 Équation polynomiale, 71, 84, 102  
 Équations d'Euler, 28, 53  
 Équations de Hitchin, 81
- Équations de Maxwell, 40  
 Équations de Navier-Stokes, 92  
 Équivariance, 112  
 Érastosthène, 73  
 Erdős (Paul), 45, 120  
 Espace algébrique, 119  
 Espace de Banach, 46, 99  
 Espace de Hilbert, 45  
 Espace de Minkowski, 50  
 Espace de modules, 12, 37, 56, 75, 80, 85  
 Espace des lacets, 112  
 Espace euclidien, 81  
 Espace  $L^p$ , 45  
 Espace mesuré, 115  
 Espace métrique, 44, 115  
 Espace projectif, 38  
 Espace symétrique, 113  
 Espace vectoriel, 101  
 Espérance mathématique, 97  
 Euclide, 109  
 Euler (Leonhard), 32, 117  
 Exploration de données, 62  
 Extension de corps, 119
- Faddeïev (Lioudvig), 27, 127  
 Faisceau, 128  
 Faisceau pervers, 102  
 Faltings (Gerd), 71  
 Fantôme, 28  
 Fermat (Pierre de), 7, 32  
 Fermé, 118  
 Feynman (Richard), 34  
*Fibration de Hitchin*, 80  
 Fibré, 17, 40, 80  
 Fibré de Higgs, 80  
 Fibré vectoriel, 2, 75, 128  
 Floer (Andreas), 28, 38  
 Flot, 49  
*Flot de Ricci*, 126  
 Flux, 39  
 Fock (Vladimir A.), 33  
 Foncteur, 20  
 Fonction algébrique, 32, 36  
 Fonction arithmétique, 77  
 Fonction de plusieurs variables, 91  
 Fonction holomorphe, 3  
 Fonction L, 22, 73, 103  
 Fonction méromorphe, 25  
 Fonction périodique, 72  
 Fonction polynomiale, 133

- Fonction quasi périodique, 47  
 Fonction thêta, 15  
 Fonction zêta, 22, 71  
 Fonction zêta de Riemann, 29, 73  
 Forme automorphe, 19, 66, 71, 80, 127  
*Forme d'intersection*, 42  
 Forme modulaire, 10, 73, 127  
 Forme parabolique, 22, 77  
 Formulation faible, 92  
 Formule de Gauss-Bonnet, 2, 109  
 Formule des traces de Selberg, 20, 110  
 Fourier (Joseph), 47, 64, 66  
 Fouvry (Étienne), 73  
 Fractale, 115  
 Fraction continue, 31  
 Freedman (Michael), 37  
 Frey (Gerhard), 8  
 Friedlander (John), 73  
 Friedrichs (Kurt O.), 33  
 Fukaya (Kenji), 115  
  
 Galilée, 27  
 Galois (Évariste), 24, 119  
 Gauss (Carl Friedrich), 19, 71, 79, 109, 118  
 Gelfand (Israel), 22, 58, 69, 103  
 Genre, 56, 72  
 Gentzen (Gerhard), 118  
 Géométrie, 79, 84, 96, 109, 132  
 Géométrie algébrique, 2, 12, 28, 36, 56, 66, 71, 81, 84, 101, 117  
 Géométrie arithmétique, 71, 101, 125  
 Géométrie birationnelle, 84  
 Géométrie complexe, 2, 57, 72, 101, 113, 125  
 Géométrie de contact, 38  
 Géométrie des nombres, 47  
 Géométrie différentielle, 1, 13, 40, 56, 69, 82, 113, 125  
 Géométrie discrète, 65, 118  
 Géométrie énumérative, 57, 130  
 Géométrie euclidienne, 51, 79, 109, 129  
 Géométrie intégrale, 2  
 Géométrie lorentzienne, 49  
 Géométrie non euclidienne, 68, 109  
 Géométrie projective, 32  
 Géométrie riemannienne, 41, 49, 79, 114  
 Géométrie symplectique, 27, 38, 57  
 Géométrisation des 3-variétés, 51  
 Gibbs (Willard), 47  
  
 Gödel (Kurt), 8, 118  
 Goresky (Mark), 23, 103, 115  
 Graphe, 110  
 Graphe de Cayley, 48  
 Graphe de Ramanujan, 135  
*Graphe expanseur*, 46, 102, 133  
 Green (Ben), 119, 136  
 Green (James A.), 70  
 Greene (Brian), 130  
 Griffiths (Phillip), 3, 89  
 Gromoll (Detlef), 115  
 Gromov (Mikhaïl), 37, 110  
 Grothendieck (Alexandre), 15, 45  
 Groupe, 119  
 Groupe algébrique, 19, 70, 101, 119  
 Groupe compact, 67  
 Groupe de Coxeter, 31  
 Groupe de Galois, 72  
 Groupe de Lie, 66, 101  
 Groupe de permutations, 66  
 Groupe de symétrie, 66, 72, 101, 119, 133  
 Groupe discret, 22, 102  
 Groupe fini, 101, 119  
 Groupe général linéaire, 21, 48, 66, 119, 127, 133  
 Groupe modulaire, 29  
 Groupe quantique, 29, 68, 128  
 Groupe réductif, 68, 113, 127  
 Groupe stable, 123  
 Groupe topologique, 119  
*Groupes de Chow*, 90  
  
 Hadwiger (Hugo), 118  
 Hamilton (Richard), 49, 126  
 Harish-Chandra, 22, 106  
 Harmonique sphérique, 32  
 Harrington (Leo), 122  
 Harris (Joe), 15  
 Harris (Michael), 20, 25, 75  
 Hausdorff (Felix), 119  
 Hecke (Erich), 22, 78  
 Helfgott (Harald), 136  
 Hélicité, 28  
 Herman (Michael), 47  
 Hermitien, 126  
 Hilbert (David), 15, 19, 90, 118  
 Hironaka (Heisuke), 15, 74  
 Hirzebruch (Friedrich), 69  
 Hitchin (Nigel), 39, 79, 104, 128  
 Hochster (Melvin), 113

- Hodge (William V. D.), 36  
 Homéomorphisme, 90  
 Homologie, 115  
 Homologie et cohomologie, 15, 33, 45, 59, 74, 90, 115, 126  
 Homomorphisme, 1  
 Hooft (Gerard 't), 28  
 Hopf (Heinz), 28  
 Hrushovski (Ehud), 117  
 Huisken (Gerhard), 54  
 Hypothèse de Riemann, 29, 73, 134  
  
 Icosaèdre, 32  
 Idéal premier, 78  
 Imagerie médicale, 62  
 Immersion, 17  
 Indépendance, 96  
 Inégalité de concentration, 96  
 Inégalité de Harnack, 126  
 Inégalité de Poincaré, 115  
 Inéquation variationnelle, 94  
 Informatique théorique, 44, 97, 110, 117  
 Instanton, 37, 81, 104  
 Institut Courant, 94, 135  
 Institut de mathématiques appliquées Keldych, 30  
 Institut de mathématiques Clay, 92  
 Institut de mathématiques Steklov, 30  
 Institut des hautes études scientifiques, 114  
 Institut Henri-Poincaré, 89  
 Institut Max-Planck de mathématiques, 75  
 Intégrale de chemin, 113  
 Intégrale orbitale, 113  
 Intégration, 110  
 Intégration motivique, 56  
 Interpolation numérique, 61  
 Intersection, 118  
 Invariant de Seiberg-Witten, 37  
 Irrationnel quadratique, 32  
*Isotopie*, 17  
 Iwaniec (Henryk), 71, 135  
  
*j*-invariant, 25  
 Johnstone (Iain), 61  
  
 K-théorie, 90, 101  
 Kähler (Erich), 126  
 Kashiwara (Masaki), 102, 128  
 Katz (Nets Hawk), 45  
 Katz (Nicholas), 11, 77, 135  
 Kazhdan (David), 67, 101, 124, 127  
 Khare (Chandrashekar), 25  
 Kirby (Robion), 43  
 Klainerman (Sergiu), 50  
 Kleiner (Bruce), 115  
 Kleitman (Daniel), 118  
 Kodaira (Kunihiko), 75, 85  
 Kohn (Robert), 92  
 Kollár (János), 84  
 Kolmogorov (A. N.), 30  
 Kontsevitch (Maxim), 56  
 Kottwitz (Robert), 103  
 Kronheimer (Peter), 40  
 Kurtosis, 16  
  
 Ladyjenskaïa (Olga A.), 33  
 Lafforgue (Laurent), 103, 125  
 Lafforgue (Vincent), 103, 127  
 Lagrange (Joseph-Louis), 31  
 Landau (Lev D.), 34  
 Lander (Eric), 63  
 Lang (Serge), 72, 119  
 Langlands (Robert), 19  
 Laplacien, 32, 114  
 Laumon (Gérard), 23, 128  
 Lax (Peter), 29  
 Le Cam (Lucien), 65  
 Lebeau (Gilles), 112  
 Lebowitz (Joel), 47  
 Lefschetz (Solomon), 69  
 Legendre (Adrien-Marie), 31  
 Leibniz (Gottfried Wilhelm), 44  
 Lemme fondamental, 23, 103  
 Leray (Jean), 92  
 Levinson (Norman), 33  
 Lewy (Hans), 93  
 Lichnerowicz (André), 34  
 Lie (Sophus), 128  
 Linnik (Yuri V.), 76  
 Lions (Jacques-Louis), 112  
 Lobatchevski (Nikolaï I.), 31, 109  
 Loeser (François), 124  
 Loewner (Charles), 23  
 Logique du premier ordre, 122  
 Logique mathématique, 118  
 Loi de Gauss-Kuzmin, 32  
 Loi de réciprocité d'Artin, 22  
 Loi gaussienne, 96

- Lubotzky (Alexander), 135  
 Lurie (Jacob), 128  
 Lusztig (George), 66, 102, 128  
 Lüroth (Jacob), 90
- Mackey (George), 14  
 Macpherson (Dugald), 124  
 MacPherson (Robert), 23, 103, 115  
 Mahler (Kurt), 46  
 Mallat (Stéphane), 64  
 Malliavin (Paul), 47, 112  
 Manin (Yuri), 40, 59, 81, 87, 103, 127  
 Marche aléatoire, 45, 110  
 Markov (Andreï), 135  
 Mathématiques appliquées, 133  
 Mathématiques chinoises, 18  
 Mathématiques discrètes, 117  
 Mathématiques financières, 92, 110  
 Mathématiques pures, 71, 82, 133  
 Matias (Yossi), 121  
 Matrice, 66  
 Matrice aléatoire, 32  
 Matrice hessienne, 94  
 Matrice inversible, 66  
 Matrice triangulaire, 67  
 Matsumura (Hideyuki), 74  
 Maxwell (James Clerk), 28  
 Mazur (Barry), 10, 78  
 Mécanique hamiltonienne, 27, 80, 112  
 Médaille Fields, 12, 75, 80, 85, 125  
 Méthode des caractéristiques, 28  
 Méthode des moindres carrés, 61  
 Métrique riemannienne, 37, 114  
 Meyer (Yves), 64  
 Michel (Philippe), 78  
 Milman (Vitali), 46, 97  
 Moeglin (Colette), 22  
 Monodromie, 133  
 Morawetz (Cathleen), 95  
 Mordell (Louis), 72, 119  
 Mori (Shigefumi), 85  
 Moser (Jürgen), 1  
 Motif, 104  
 Moyal (José Enrique), 57  
 MSRI, 3, 54  
 Mumford (David), 12, 75, 131
- Naber (Aaron), 116  
 Naïmark (Mark A.), 69  
 Naor (Assaf), 115
- Neveu (Jacques), 112  
 Newton (Isaac), 27, 44, 49  
 Ngô (Bảo Châu), 23, 80, 103  
 Nilpotent, 15  
 Nirenberg (Louis), 92, 131  
 Nombre complexe, 72  
 Nombre de Betti, 45  
 Nombre  $p$ -adique, 72, 125  
 Nombre premier, 71, 132  
 Nombre presque premier, 132  
 Nombre rationnel, 72  
 Nombres premiers jumeaux, 132  
 Norme, 62  
 Novikov (Sergueï), 69
- Olympiades internationales de mathématiques, 23, 87, 127  
 Onde gravitationnelle, 50  
 Ondelette, 61  
 Opérateur de Laplace-Beltrami, 110  
 Opérateur différentiel, 29, 112  
 Opérateur non borné, 22  
 Opérateur pseudo-différentiel, 69  
*Opérateurs de Dirac*, 112  
 Oppenheimer (Robert), 5
- Papapetrou (Achilles), 51  
 Parchine (Alexei), 75, 103  
 Parisi (Giorgio), 97  
 Pavage apériodique, 46  
 Penrose (Roger), 39, 52, 82  
 Perelman (Grigori), 51, 110, 130  
 Perles (Micha), 120  
 Permutation aléatoire, 31  
 Phillips (Ralph), 29, 135  
 Physique mathématique, 44, 84, 125  
 Piatetski-Shapiro (Ilya), 127, 135  
 Picard (Dominique), 64  
 Pillay (Anand), 124  
 Pisier (Gilles), 99  
 Plan projectif, 42  
 Plongement, 13  
 Poincaré (Henri), 27, 36  
 Point critique, 31  
 Poisson (Siméon D.), 128  
 Poliakov (Alexandre), 104  
 Poincaré (Alphonse de), 132  
 Polyèdre, 17  
 Polynôme, 84, 118  
 Polynôme de Kazhdan-Lusztig, 102

- Polynôme en plusieurs indéterminées, [133](#)  
 Polytope, [65](#)  
 Popov (Victor), [28](#)  
 Potentiel vecteur, [28](#)  
 Poursuite de base, [64](#)  
 Press (William), [41](#)  
 Prix Chauvenet, [6](#)  
 Prix Dannie-Heineman, [74](#)  
 Prix Heinz-Gumin, [76](#)  
 Prix international Roi-Fayçal, [76](#)  
 Prix Leibniz, [75](#)  
 Prix Lobatchevski, [6](#)  
 Prix Shaw, [3](#), [13](#), [21](#), [27](#), [39](#), [46](#), [76](#), [81](#),  
[103](#), [125](#), [132](#)  
 Prix Steele, [6](#)  
 Prix von Staudt, [76](#)  
 Problème à N corps, [27](#)  
 Problème de l'aiguille de Kakeya, [48](#)  
 Problème de l'obstacle, [91](#)  
 Problème des sept ponts de Königsberg,  
[117](#)  
 Problème inverse, [29](#)  
 Problèmes de Hilbert, [73](#), [134](#)  
 Problèmes du prix du millénaire, [86](#), [92](#)  
 Processus gaussien, [96](#)  
 Processus stochastique, [96](#)  
 Produit cartésien, [118](#)  
 Programme de Hamilton, [51](#)  
 Programme de Langlands, [19](#), [66](#), [103](#),  
[125](#)  
 Prolongement analytique, [22](#)  
 Propriété (T) de Kazhdan, [102](#)  
 Pseudo-aléatoire, [46](#)  
 Pythagore, [7](#)  
  
 Quantification géométrique, [29](#)  
 Quillen (Daniel), [112](#)  
  
 Rayon d'injectivité, [114](#)  
 Reconnaissance de formes, [12](#)  
 Règle de Leibniz, [124](#)  
 Régression, [61](#)  
 Reidemeister (Kurt), [115](#)  
 Relativité générale, [49](#), [109](#), [125](#)  
 Renormalisation, [23](#)  
 Représentation de groupe, [45](#)  
 Représentation de la série discrète, [70](#)  
 Représentation galoisienne, [21](#), [75](#)  
 Représentation induite d'un groupe fini,  
[69](#)  
 Représentation irréductible, [32](#), [70](#)  
 Représentation triviale, [102](#)  
 Représentations d'un groupe fini, [31](#), [133](#)  
 Réseau, [102](#)  
 Revêtement, [75](#)  
 Rham (Georges de), [128](#)  
 Ribet (Kenneth), [8](#)  
 Ricci-Curbastro (Gregorio), [49](#)  
 Riemann (Bernhard), [27](#), [79](#), [109](#)  
 Rigidité, [115](#)  
 Rubin (Karl), [78](#)  
  
 Salam (Abdus), [34](#), [42](#)  
 Sarnak (Peter), [77](#), [132](#)  
 Saunders (Michael), [64](#)  
 Schéma, [90](#), [128](#)  
 Schinzel (Andrzej), [76](#)  
 Schmid (Wilfried), [131](#)  
 Schoen (Richard), [54](#), [126](#)  
 Scholze (Peter), [72](#), [125](#)  
 Schramm (Oded), [23](#)  
 Schrödinger (Erwin), [33](#)  
 Seizième problème de Hilbert, [28](#)  
 Selberg (Atle), [22](#), [102](#), [134](#)  
 Séparation, [119](#)  
 Série d'Eisenstein, [22](#)  
 Series (Caroline), [15](#)  
 Serre (Jean-Pierre), [8](#)  
 Shannon (Claude), [121](#)  
 Shelah (Saharon), [122](#)  
 Siegel (Carl), [75](#)  
 Simon (Leon), [131](#)  
 Simons (Jim), [1](#), [113](#)  
 Singer (Isadore), [69](#), [82](#), [131](#)  
 Singularité, [28](#), [49](#)  
 Singularité nue, [50](#)  
 Smirnov (Stanislav), [23](#)  
 Smirnov (Vladimir I.), [33](#)  
 Société mathématique de Moscou, [30](#)  
 Soliton, [35](#)  
 Somme de Kloosterman, [77](#)  
 Somme exponentielle, [77](#)  
 Soulé (Christophe), [112](#)  
 Soundararajan (Kannan), [78](#)  
 Sous-anneau, [45](#)  
 Sous-groupe, [119](#), [133](#)  
 Sousline (Andreï), [104](#)  
 Spencer (Donald), [75](#)  
 Springer (Tony A.), [102](#)  
 Stampacchia (Guido), [93](#)

- Statistique, 96  
 Statistique mathématique, 61  
 Sternberg (Shlomo), 113  
 Stone (Marshall), 5  
 Strominger (Andrew), 126  
 Structure de Hodge, 89  
 Structure presque complexe, 38  
 Sullivan (Dennis), 13  
 Supersymétrie, 60  
 Surface de Riemann, 36, 54, 80  
 Surface minimale, 2, 126  
 Symétrie de jauge, 28  
 Symétrie miroir, 31, 56, 126  
 Système de Hitchin, 80  
 Système de numération, 117  
 Système de numération indo-arabe, 117  
 Système dynamique, 36  
 Système intégrable, 32, 80, 127  
 Syzygie, 90  
 Szegedy (Mario), 121  
 Szpiro (Lucien), 74
- Talagrand (Michel), 96  
 Tanner (Jared), 65  
 Tao (Terence), 45, 62, 119, 136  
 Tarski (Alfred), 118  
 Tate (John), 72  
 Taubes (Clifford), 36, 131  
 Taylor (Richard), 8, 19  
 Test de propriété, 121  
 Théorème d'Euclide sur les nombres premiers, 132  
 Théorème d'équidistribution, 45  
 Théorème de Faltings, 72  
 Théorème de Helly, 118  
 Théorème de l'âme, 115  
 Théorème de l'indice d'Atiyah-Singer, 69, 110  
 Théorème de modularité, 25  
 Théorème des zéros de Hilbert, 118  
*Théorème ergodique de Birkhoff*, 45  
 Théorème KAM, 27  
 Théorie additive des nombres, 118  
 Théorie algébrique des nombres, 78  
 Théorie analytique des nombres, 73  
 Théorie conforme des champs, 58, 101  
 Théorie de Chern-Simons, 80  
 Théorie de Galois, 119  
 Théorie de Ginzburg-Landau, 41  
 Théorie de Hodge, 72, 125
- Théorie de jauge, 28, 37, 80  
 Théorie de l'homotopie, 13, 17  
 Théorie de la complexité, 117  
 Théorie de la mesure, 99  
 Théorie de la percolation, 23  
 Théorie de Ramsey, 121  
 Théorie de Seiberg-Witten, 37  
 Théorie de Yang-Mills, 28, 37, 82, 126  
 Théorie des bifurcations, 31  
 Théorie des catégories, 102  
 Théorie des codes, 14  
 Théorie des cordes, 29, 56, 75, 104, 125  
 Théorie des corps de classes, 22  
 Théorie des cribles, 73  
 Théorie des ensembles, 134  
 Théorie des graphes, 97, 102, 117  
 Théorie des graphes extrémaux, 120  
 Théorie des groupes, 101, 118  
 Théorie des invariants, 15  
 Théorie des jeux, 94  
 Théorie des modèles, 117  
 Théorie des nombres, 9, 19, 29, 44, 66, 71, 80, 84, 101, 110, 118, 125, 132  
 Théorie des probabilités, 47, 56, 96, 110, 117  
 Théorie des représentations, 19, 66, 79, 101, 110, 128  
 Théorie des systèmes dynamiques, 47, 56, 69, 80  
 Théorie des twisteurs, 39, 82  
 Théorie descriptive des ensembles, 46  
 Théorie du potentiel, 93  
 Théorie du transport, 94, 126  
 Théorie ergodique, 31, 44, 102, 134  
 Théorie géométrique des groupes, 102  
 Théorie quantique des champs, 31, 57, 80, 125  
 Théorie spectrale, 22, 29, 47, 115, 132  
 Thom (René), 17  
 Thomas (Richard), 41  
 Thurston (William), 51  
 Topologie, 1, 12, 27, 36, 49, 79, 85, 103, 117  
*Topologie de Zariski*, 119, 133  
 Topologie différentielle, 43  
 Torelli (Ruggiero), 89  
 Traitement d'images, 62  
 Traitement du signal, 13  
 Transformation de Fourier rapide, 63

- 
- Treizième problème de Hilbert, 30  
 Tresse, 32  
 Tukey (John), 63  
  
 Uhlenbeck (Karen), 37, 126  
 Union mathématique internationale, 30  
  
 Vafa (Cumrun), 131  
 Valeur propre, 66, 110  
 Variable aléatoire, 96  
 Variété, 13, 36, 109, 125  
 Variété abélienne, 72  
 Variété algébrique, 3, 57, 70, 84  
 Variété d'Einstein, 116  
 Variété de Calabi-Yau, 57, 126  
 Variété de Poisson, 56  
 Variété de Schubert, 67  
 Variété de Shimura, 20  
 Variété finslérienne, 3  
 Variété géodésiquement complète, 115  
 Variété kählérienne, 37, 55, 85, 113, 125  
 Variété projective, 85  
 Variété rationnelle, 84  
 Variété riemannienne, 32, 116  
 Variété symplectique, 37  
 Vassiliev (Viktor), 59  
 Veblen (Oswald), 2  
 Veltman (Martinus), 28  
 Verre de spin, 96  
 Vilenkin (Naum), 106  
 Vision par ordinateur, 12, 58  
 Voïevodski (V.), 104  
 Voisin (Claire), 84  
 Voisinage, 119  
 Vojta (Paul), 72  
  
 Waldspurger (Jean-Loup), 22  
 Weil (André), 1, 67  
 Weinberg (Steven), 34, 42  
 Weinstein (Alan), 38  
 Weyl (Hermann), 2, 57, 66  
 Wheeler (John), 51  
 Whitney (Hassler), 17  
 Wigner (Eugene), 66  
 Wiles (Andrew), 7, 21  
 Wintenberger (Jean-Pierre), 25  
 Witten (Edward), 36, 56, 75, 80, 110  
 Wu (Wenjun), 12  
  
 Xu (Chenyang), 88  
  
 Yang (Chen Ning), 83  
 Yau (Shing-Tung), 38, 52, 125  
  
 Zamolodtchikov (Alexandre), 104  
 Zariski (Oscar), 14, 119  
 Zhang (Yitang), 73  
 Zilber (Boris), 119



Ce recueil regroupe les traductions en français de textes explicatifs et autobiographiques diffusés lors de la remise à Hong Kong du prix Shaw en mathématiques. Ce prix richement doté est comme le prix Abel une sorte d'analogue du prix Nobel. Il récompense chaque année depuis 2004 des travaux dans trois catégories : en mathématiques, en astronomie et en biologie ou médecine.