

# Utilisation de l'expérience de drainage à pas de pression multiples pour la détermination des fonctions hydrauliques du sol par la méthode inverse

## Résultats expérimentaux

M. El. MEDDAHI(1), Dirk MALLANTS(1), Moussa BADJI(1), Jan FEYEN(1) Harry VEREECKEN(2)

(1) Institut de gestion des ressources en terre et en eau, Katholieke Universiteit Leuven, Vital Decosterstraat 102, 3000 Leuven, Belgique.

(2) Forschungszentrum Jülich, Erdöl und Organische Geochemie. ICG4, Allemagne.

### RÉSUMÉ

*La méthode de drainage à pas de pression multiples, combinée avec la méthode inverse, permet la détermination des fonctions hydrauliques du sol ( $\theta(h)$  et  $K(h)$ ) simultanément. Cependant, le choix des fonctions décrivant  $\theta(h)$  et  $K(h)$  du sol est d'une importance capitale dans cette méthode.*

*Les résultats expérimentaux montrent que le modèle de CAMPBELL (1974) dans sa version améliorée par HUTSON et CASS (1987) permet une description raisonnable du processus du drainage en fonction du temps et correspondant à des pas de pression croissants.*

*Les courbes de rétention d'eau déduites des paramètres optimisés par la méthode inverse ont les mêmes allures que celles déterminées par la méthode standard (bac de sable et cellules à basses et hautes pressions). Ces résultats sont plus représentatifs de la réalité lorsque les paramètres  $\theta_s$  et  $K_s$  sont fixes et égaux aux valeurs expérimentales, avec une précision sensiblement la même dans les cas d'optimisation, où  $\theta_s$  est fixe et  $\theta_s$  et  $K_s$  fixes et égaux aux valeurs expérimentales ; le premier cas où seulement le paramètre  $\theta_s$  est fixe est suggéré (il y a moins de paramètres à mesurer).*

**MOTS CLÉS :** Drainage à pas de pression multiples – Méthode inverse – Propriétés hydrauliques du sol.

### ABSTRACT

APPLICATION OF THE MULTI-STEP OUTFLOW EXPERIMENTS FOR DETERMINING SOIL HYDRAULIC PROPERTIES.

#### EXPERIMENTAL RESULTS.

*The multistep-outflow method combined with an inverse parameter optimization technique is an attractive method. Indeed, this technique permits the simultaneous determination of the soil hydraulic properties  $\theta(h)$  et  $K(h)$ . However, the choice of parametric functions describing the moisture retention curve and the hydraulic conductivity relationship is of paramount importance.*

*Results indicate that CAMPBELL's model (1974), modified by HUTSON and CASS (1987), allows for a reasonably well description of the cumulative drainage vs. time data for several consecutive steps of pressure increase.*

*The moisture retention relationships obtained from the inverse parameter optimization agree satisfactorily well with those derived from standard techniques. Moreover, the best results were obtained for cases where (1) parameters  $\theta_s$  and  $K_s$  were constant, and (2) only parameter  $\theta_s$  was constant. In both cases the parameters were set equal to their experimental values. Differences between these two cases were insignificant, hence running the inverse optimization procedure with only fixed parameter  $\theta_s$ , equal to its independently measured value, is suggested.*

**KEY WORDS :** Multi-step outflow experiments – Inverse method – Soil hydraulic properties.

## INTRODUCTION

Le transfert d'eau dans le sol ou dans un autre milieu poreux non saturé est souvent décrit par l'équation de RICHARDS (1931). La solution numérique de cette équation nécessite la connaissance préalable des propriétés hydrauliques du milieu poreux étudié. Ces propriétés hydrauliques sont décrites par les relations  $\theta(h)$  et  $K(h)$ , où  $\theta$  est la teneur en eau volumétrique,  $h$  est la pression de l'eau et  $K$  la conductivité hydraulique. Actuellement, plusieurs méthodes de détermination au laboratoire et *in situ* sont proposées pour évaluer ces fonctions qui sont non-linéaires (KLUTE, 1986 ; DIRKSEN, 1990 ; DANE et HRUSKA, 1983). La majorité de ces méthodes font appel à des conditions initiale et aux limites restrictives. Ce qui a pour conséquence de rendre les mesures laborieuses et très onéreuses.

Les modèles numériques de simulation permettent de résoudre l'équation de l'écoulement avec beaucoup de flexibilité dans les conditions initiale et aux limites. Cette capacité actuelle a conduit à l'application d'une approche de résolution numérique de l'équation de Richards (KOOL *et al.*, 1985b). Cette approche, appelée communément méthode inverse, implique une étude expérimentale de l'écoulement transitoire avec des conditions initiale et aux limites définies à l'avance. Les propriétés hydrauliques du sol sont représentées par des fonctions paramétrées. Les paramètres inconnus de ces fonctions sont estimés par minimisation des différences entre le drainage cumulé observé et celui prédit par le modèle (KOOL *et al.*, 1987 ; KOOL et PARKER, 1988). Les travaux de ces auteurs ont été basés sur des expériences de drainage à pas de pression unique. Expérimentalement, la procédure consiste à collecter le volume d'eau drainé d'un échantillon de 100 cm<sup>3</sup> (5 cm de diamètre et 5,3 cm de hauteur) mis dans une cellule de pression. Au départ, l'échantillon est saturé par le bas pendant 48 heures, ensuite on augmente la pression pneumatique jusqu'à une certaine valeur qui demeure constante par la suite durant toute l'expérience. Le résultat du volume d'eau drainée avec le temps correspondant est introduit dans un modèle de simulation numérique où les conditions initiale et aux limites sont connues. Ce modèle décrit l'écoulement non saturé provoqué par l'application de cette pression.

Dans une étude numérique, KOOL *et al.* (1985) ont simulé l'expérience de drainage à pas de pression unique de deux sols hypothétiques. Leurs

résultats indiquent qu'une solution précise pour les paramètres estimés peut être obtenue si (1) le drainage cumulé observé correspond au moins à la moitié de celui observé à l'équilibre et en introduisant cette dernière quantité, (2) le drainage cumulé final (à l'équilibre) correspond à une large fraction ( $> 0,5$ ) de la quantité totale d'eau contenue dans l'échantillon saturé et (3) les valeurs initiales des paramètres estimés sont proches des valeurs des sols étudiés.

ZACHMAN *et al.* (1982) et VAN DAM *et al.* (1991) ont noté l'importance du choix des fonctions paramétrées des propriétés hydrauliques  $\theta(h)$  et  $K(h)$  à utiliser dans la méthode inverse. En effet, quand des fonctions incorrectes sont utilisées, il est possible d'obtenir une description acceptable du processus d'écoulement alors que les fonctions hydrauliques obtenues peuvent étre erronées.

Depuis 1985, plusieurs auteurs (KOOL *et al.*, 1985a, 1987 ; KOOL et PARKER, 1988) ont appliqué la méthode inverse au drainage à pas de pression unique. Ces travaux étaient confrontés au problème de la solution non univoque pour les paramètres estimés et ont trouvé des différences significatives avec les données déterminées par une méthode indépendante. Ce fait a motivé le choix du drainage à pas de pressions multiples pour la détermination des fonctions hydrauliques des sols par MEDDAHI *et al.* (1992). Le résultat principal obtenu de l'application de cette approche était l'unicité de la solution de la méthode inverse pour les paramètres estimés. Les bases théoriques de la méthode ont été présentées par MEDDAHI *et al.* (1992).

Dans le présent travail, une analyse comparative des résultats de la méthode standard de laboratoire (bac de sable et cellules à basses pressions) et de la méthode inverse appliquée au drainage à pas de pression multiples pour la caractérisation de la courbe de rétention  $\theta(h)$  est présentée. L'étude de la capacité de la méthode numérique inverse à prédire les propriétés hydrauliques du sol est l'objectif principal de ce travail.

## MATÉRIELS ET MÉTHODES

### Matériels

Vingt et un échantillons de 100 cm<sup>3</sup> (5 cm de diamètre et 5,3 cm de hauteur) ont été prélevés à 10 cm de profondeur et sur une distance de 30 m. La texture du sol est sablo-limoneuse comme

TABLEAU I  
Résultats de l'analyse granulométrique du sol étudié  
(horizon de surface Ap)  
Results obtained by the particle-size analysis of the soil  
studied (Surface horizon Ap)

Horizon	Profondeur	Sable	Limon	Argile
Ap %	0-25 cm	39,7 %	47,62 %	12,65 %

l'indique le tableau I. Les échantillons, après avoir été rangés dans une cellule de pression, sont saturés par le bas pendant 48 heures. Dans la cellule de pression, les échantillons reposent sur une plaque poreuse en céramique ayant une pression d'entrée d'air de 1 bar. La surface est liée à une source de pression pneumatique (air comprimé). Des pas de pression croissants (+100, +200, +400 et +800 cm d'eau) ont été appliqués à la surface de l'échantillon. Les durées respectives de ces applications sont de 24, 24, 48 et 48 heures. Le drainage cumulé en fonction du temps est collecté.

Les mêmes échantillons sont ensuite résaturés de nouveau et utilisés pour la détermination des courbes de rétention  $\theta(h)$  par les méthodes standard de laboratoire. Ces méthodes sont le bac de sable pour les pressions inférieures ou égales à 100 cm d'eau puis les cellules à basses pressions pour les pressions supérieures.

### Méthodes

Pour un écoulement monodimensionnel et vertical avec des conditions aux limites appropriées, l'équation qui décrit ce processus est celle de Richards, avec l'axe des  $x$  orienté positivement vers le bas :

$$C(h) \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ K(h) \left( \frac{\partial h}{\partial x} - 1 \right) \right] \quad (1)$$

avec  $C(h) = \frac{d\theta}{dh}$  capacité capillaire du milieu poreux

$K(h)$  = la conductivité hydraulique en  $\text{cm j}^{-1}$  ;

$x$  la distance verticale en cm ;

$t$  le temps en j ;

$h$  la pression de l'eau en cm.

Le système combiné du sol et de la plaque poreuse a les conditions initiale et aux limites suivantes :

$$h = h_0(x) \quad t = 0, \quad 0 < x < L \quad (2a)$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} = 1 \quad t > 0, \quad x = 0 \quad (2b)$$

$$h = h_L - h_a \quad t > 0, \quad x = L \quad (2c)$$

avec  $x = 0$  à la surface de l'échantillon ;

$x = L$  la distance verticale jusqu'au fond de la plaque poreuse ;

La valeur de  $h_a$  est donnée par :

$$h_a = \Delta P / \rho g \quad (3)$$

avec  $\Delta P$  la pression pneumatique appliquée à l'échantillon et  $g$  l'accélération de la pesanteur et  $\rho$  la densité de l'eau.

Pour appliquer la méthode inverse, les propriétés hydrauliques du sol doivent être décrites par des fonctions analytiques avec un nombre limité de paramètres inconnus. Le modèle de CAMPBELL (1974) dans sa version améliorée par HUTSON et CASS (1987) est utilisé dans notre cas. Les expressions mathématiques de ce modèle sont :

$$h = a (\theta / \theta_s)^{-b} \quad \text{pour } h > h_c \quad (4)$$

$$h = \frac{a(1 - \theta / \theta_s)^{1/2} (\theta_c / \theta_s)^{-b}}{(1 - \theta_c / \theta_s)^{1/2}} \quad \text{pour } h < h_c \quad (5)$$

avec  $a$  et  $b$  des paramètres,  $\theta_s$  la teneur en eau volumique à la saturation en  $\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}$ ,  $\theta$  la teneur en eau volumique en  $\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}$  et  $h$  la pression de l'eau en cm.  $h_c$  et  $\theta_c$  sont données par :

$$h_c = a(2b/(1+2b))^{-b} \quad (6)$$

$$\theta_c = 2b\theta_s/(1+2b) \quad (7)$$

$\theta_c$  et  $h_c$  sont les coordonnées du point de rencontre des courbes exponentielle (4) et parabolique (5).

En appliquant le modèle de capillarité à l'équation (4), CAMPBELL (1974) dérive l'équation de la conductivité hydraulique non saturée dont l'expression est :

$$K(\theta) = K_s (\theta / \theta_s)^{2b+2+p} \quad (8)$$

avec  $K(\theta)$  la conductivité hydraulique en  $\text{cm} \cdot \text{j}^{-1}$ ,  $K_s$  la conductivité hydraulique à la saturation en  $\text{cm} \cdot \text{j}^{-1}$  et  $p$  un paramètre représentant l'interaction entre la taille des pores (pris égal à 1 dans notre cas).

Aux potentiels inférieurs à  $h_c$ , l'équation 8 est modifiée pour mieux décrire la section parabolique de la courbe  $K(\theta)$  dont l'expression est la suivante :

$$K(h) = K_s (a/h)^{2+(2+p)/b} \quad (9)$$

Étant donné les variations qui peuvent exister entre les échantillons, la question qui se pose est comment peut-on obtenir des fonctions hydrauliques représentatives de l'horizon considéré. Il est en fait possible qu'il n'existe pas de fonctions hydrauliques  $\theta(h)$  et  $K(h)$  pouvant prédire un écoulement moyen de tous les échantillons sous des

conditions initiales et aux limites données. L'approche décrite par VAN DAM *et al.* (1990) pour déterminer la fonction de rétention représentative de l'écoulement moyen est utilisée dans notre cas. Cette approche est la suivante : les propriétés hydrauliques de chaque échantillon ont été estimées d'abord individuellement par optimisation à partir des mesures de drainage cumulé, puis on a procédé à la détermination de la fonction de rétention représentative de l'écoulement moyen, en calculant la moyenne arithmétique de la teneur en eau en fonction de la pression de l'eau,  $h$ , de toute la série des échantillons prélevés. La même méthode a été appliquée pour les teneurs en eau volumiques mesurées par la méthode indépendante.

Pour évaluer la méthode d'optimisation inverse, son application aux résultats de l'expérience de drainage à pas de pression multiples et la performance du modèle de CAMPBELL (1974) dans sa version améliorée par HUTSON et CASS (1987), les méthodes et critères statistiques suivants (VANCLOOSTER *et al.*, 1992 et DAGNELIE, 1975) ont été utilisés : (1) l'erreur maximum (EM), (2) la somme des carrés des écarts moyenne (SCM), (3) l'efficacité du modèle (EF) et (4) le coefficient de masse résiduelle (CMR). Les expressions mathématiques de ces critères sont décrites par :

$$ME = \max |P_i - O_i|_{i=1}^n \quad (9)$$

$$SCM = \sum_{i=1}^n \frac{(P_i - O_i)^2}{(n-p)} \quad (10)$$

$$EF = \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2 - \sum_{i=1}^n (P_i - O_i)^2}{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2} \quad (11)$$

et

$$CMR = \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{O}_i - \sum_{i=1}^n P_i)}{\sum_{i=1}^n O_i} \quad (12)$$

avec  $P_i$  les valeurs des teneurs en eau volumiques prédites à différentes pressions ;  $O_i$  les valeurs des teneurs en eau volumiques mesurées à différentes pressions ;  $n$  le nombre d'observations (21 échantillons) ;  $p$  le nombre de paramètres du modèle et  $\bar{O}$  la moyenne des valeurs des teneurs en eau volumiques mesurées.

Les valeurs minimales de ME et de SCM sont zéro. La valeur maximale de l'efficacité du modèle est 1. Si la valeur de EF est inférieure à zéro, les valeurs prédites sont insignifiantes. La

valeur optimale de CMR est zéro. Une valeur positive de CMR indique une sous-estimation des valeurs prédites.

Nous avons aussi estimé successivement les intervalles de confiance des moyennes des teneurs en eau mesurées et prédites. Dans le but d'estimer l'erreur systématique propre aux valeurs des teneurs en eau volumiques prédites par comparaison avec les valeurs mesurées, nous avons procédé à la détermination des différences des moyennes et leur intervalle de confiance respectif. Un test d'égalité des moyennes associées par paires est finalement réalisé.

Les limites de confiance de la moyenne sont données par la relation suivante (DAGNELIE, 1975) :

$$\bar{x} \pm t_{1-\alpha/2} \hat{\sigma} \sqrt{n} \quad (13)$$

En pratique, on utilise plus couramment l'expression équivalente :

$$\bar{x} \pm t_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{SCE}{n(n-1)}} \quad (14)$$

où  $t_{1-\alpha/2}$  est relative à une distribution  $t$  à  $n-1$  degrés de liberté ;

SCE est la somme des carrés des écarts ;

$n$  est le nombre d'observations ;

$\alpha$  est égale à 0,05 ;

$\hat{\sigma}$  est la variance.

Dans le cas de la détermination de l'intervalle de confiance d'une différence de deux moyennes, nous avons procédé comme suit :

les valeurs des teneurs en eau volumiques mesurées et prédites sont associées par paires. En effet on compare deux méthodes de mesure en soumettant à ces deux méthodes les mêmes échantillons. L'intervalle de confiance de la différence des deux moyennes ou simplement l'intervalle de confiance de la moyenne des différences est donné par l'expression suivante (DAGNELIE, 1975) :

$$\bar{d} \pm t_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{SCE_d}{n(n-1)}} \quad (15)$$

où la valeur  $t_{1-\alpha/2}$  est relative à une distribution  $t$  à  $n-1$  degrés de liberté ;

$SCE_d$  est la somme des carrés des écarts de la population des différences ;

$\bar{d}$  est la moyenne des différences.

Pour tester l'égalité des moyennes, on considère la population des différences et on vérifie la nullité de la moyenne de ces différences. Les conditions d'application de ce test sont le caractère aléatoire des échantillons et la normalité de la population des différences.

Le test de l'hypothèse nulle s'exprime comme suit :  
 $H_0 : m_1 = m_2$  (16)  
 avec  $m_1$  et  $m_2$ , les moyennes des humidités (des 21 échantillons) déterminées par la méthode indépendante et par la méthode numérique pour une pression  $h$  donnée.

Il se réalise en calculant les différences :

$$d_1 = x_{11} - x_{21}$$

$$d_n = x_{n1} - x_{n2}$$

avec  $x_i$  l'humidité volumétrique en ( $\text{cm}^3 \text{ cm}^{-3}$ ) et la quantité :

$$t_{\text{obs}} = \frac{|\bar{d}|}{\sqrt{\text{SCE}_d/n(n-1)}} = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{\text{SCE}_d/n(n-1)}} \quad (17)$$

On rejette l'hypothèse nulle ( $H_0$ ) lorsque :

$$t_{\text{obs}} \geq t_{1-\alpha/2} \quad (18)$$

avec  $n-1$  degrés de liberté.

## RÉSULTATS ET DISCUSSION

Les données obtenues de l'expérience de drainage à pas de pression multiples ont été utilisées comme « input » dans la méthode inverse pour estimer les paramètres du modèle de CAMPBELL (1974). Trois cas différents sont étudiés : (1) le cas 1 où tous les paramètres ( $1/a$ ,  $b$ ,  $\theta_s$  et  $K_s$ ) sont optimisés, (2) le cas 2 où  $\theta_s$  est fixe et égal à sa valeur mesurée, (3) le cas 3 où  $\theta_s$  et  $K_s$  sont fixes et égaux aux valeurs mesurées. Les valeurs initiales des paramètres du modèle et celles estimées par la méthode inverse pour les trois cas sont consignées au tableau II.

Les critères statistiques, calculés pour les teneurs en eau volumiques déduites des paramètres estimés par la méthode inverse et celles mesurées au laboratoire des 21 échantillons sont donnés par le tableau III. L'observation de ce tableau montre que le cas 1 (où tous les paramètres sont optimisés) présente une efficacité négative ( $EF = -6,85125$ ). Ce résultat permet de conclure que les valeurs des

TABLEAU III  
 Critères statistiques, calculés pour les résultats des 21 échantillons étudiés dans les trois cas  
*Statistical criteria calculated for the results obtained by the twenty-one samples studied in the three cases*

Cas	EM	SCEM	EF	CMR	DM*
1	0,529024	0,042458	-6,85125	-0,0449	0,206054
2	0,15523	0,001784	0,66998	-0,0060	0,042245
3	0,125417	0,001871	0,6539	-0,03337	0,043262

\* Déviation moyenne

teneurs en eau volumiques déduites des paramètres estimés dans le cas 1 n'ont pas de signification. En effet, une différence significative entre ces résultats et ceux de la méthode indépendante sera montrée par la suite. Les deux autres cas (cas 2 et cas 3) ont une même efficacité  $EF$  de l'ordre de 66 % ; les signes négatifs de  $CMR$  dans ces deux cas révèlent une légère surestimation des teneurs en eau volumiques prédites. Le cas 2 se situe au premier rang dans la précision des résultats avec un  $CMR = -0,006$ .

La comparaison des drainages cumulés, observé et simulé dans les trois cas, (fig. 1), permet de déduire néanmoins que le processus de l'écoulement est décrit raisonnablement par le modèle de simulation dans les trois cas. Cependant ce résultat est insuffisant pour conclure que les propriétés hydrauliques ( $\theta(h)$  et  $K(h)$ ) sont décrites de façon acceptable par les fonctions paramétrées préalablement choisies (ZACHMAN *et al.*, 1982). En effet, la fonction objective utilisée dans la méthode inverse est basée sur le drainage cumulé observé pour estimer les paramètres de ces fonctions. Pour corroborer les résultats du modèle, il est utile de comparer ces résultats avec ceux déterminés par d'autres méthodes de mesure indépendantes. La méthode employée dans ce cas utilise le bac de sable et les cellules à basses et à hautes pressions.

TABLEAU II  
 Valeurs optimisées des paramètres des fonctions  $\theta(h)$  et  $K(h)$  (modèle de CAMPBELL, 1974) par la méthode inverse utilisant les résultats de l'expérience de drainage à pas de pression multiples (moyennes des 21 échantillons étudiés)  
*Optimized values of the function parameters  $\theta(h)$  and  $K(h)$  (CAMPBELL's model, 1974) by the inverse method using the results obtained by the multi-step outflow experiment (means of the twenty-one samples studied)*

Paramètres	Valeurs initiales			Valeurs finales		
	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 1	Cas 2	Cas 3
$1/a \text{ (cm}^{-1}\text{)}$	0,0869	0,0869	0,0869	1,22	0,143	0,114
$b$	4,692	4,692	4,692	12	10,564	12
$\theta_s \text{ (cm}^3 \text{ cm}^{-3}\text{)}$	0,495	*****	*****	0,499	0,421	0,421
$K_s \text{ (mm J}^{-1}\text{)}$	1860	1680	*****	451	421	440

\*\*\*\* Valeurs mesurées, dépendent de l'échantillon

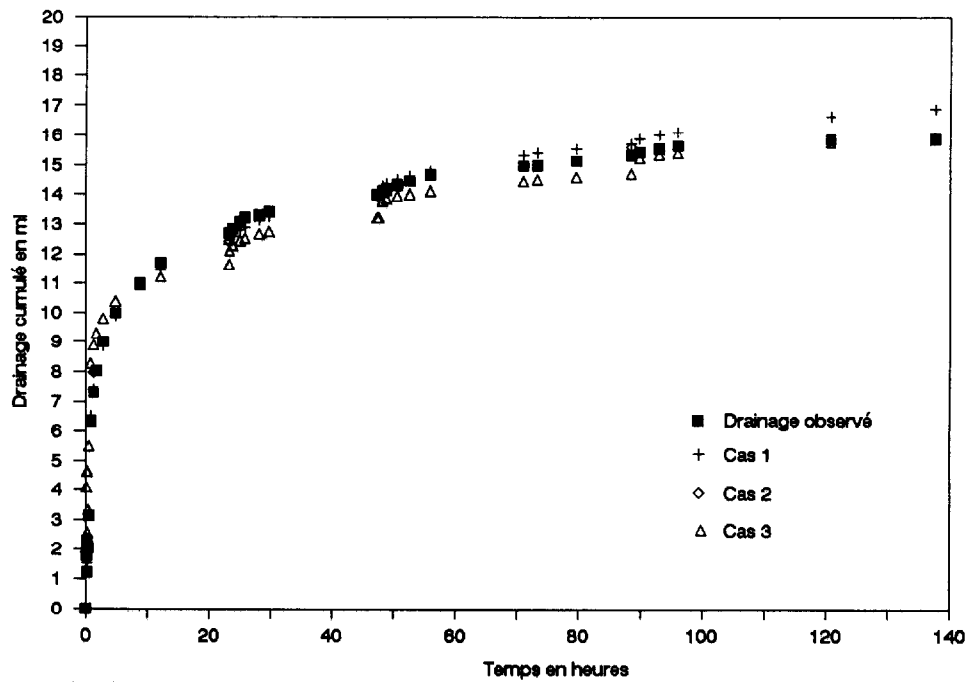


FIG. 1. – Drainage cumulé observé et simulé dans les trois cas étudiés. (Les moyennes pour les 21 échantillons).  
Measured and simulated cumulative outflow in the three studied cases (average of the 21 samples).

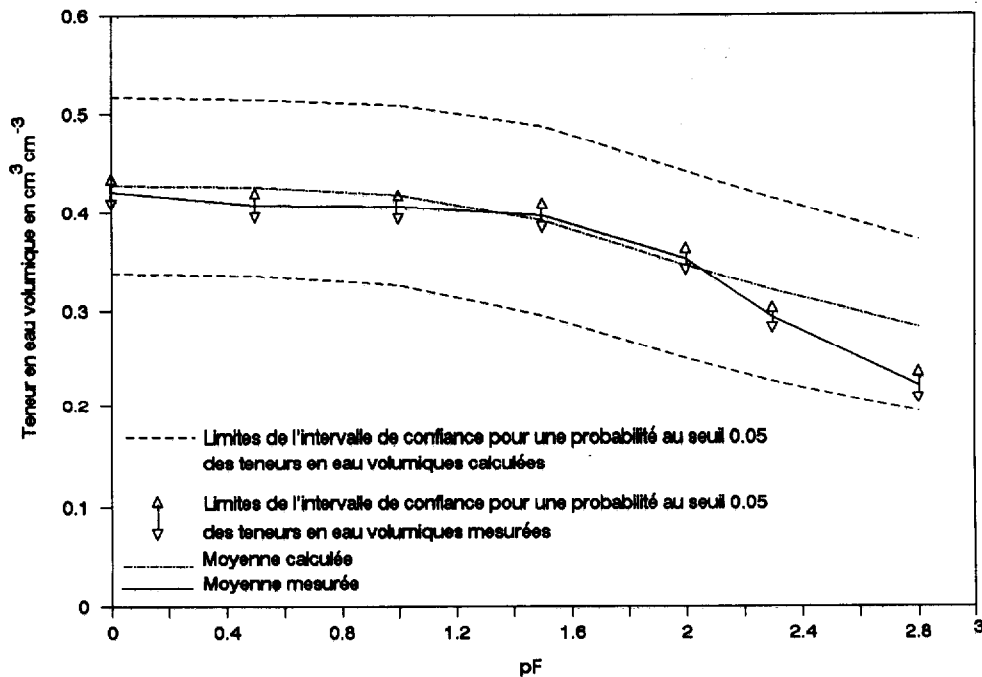


FIG. 2a. – Limites des intervalles de confiance, pour une probabilité au seuil de 0,05, des teneurs en eau volumiques calculées par la méthode inverse (cas1) et celles mesurées.  
Confidence intervals (95 %) on the predicted (case 1) and measured volumetric water content.

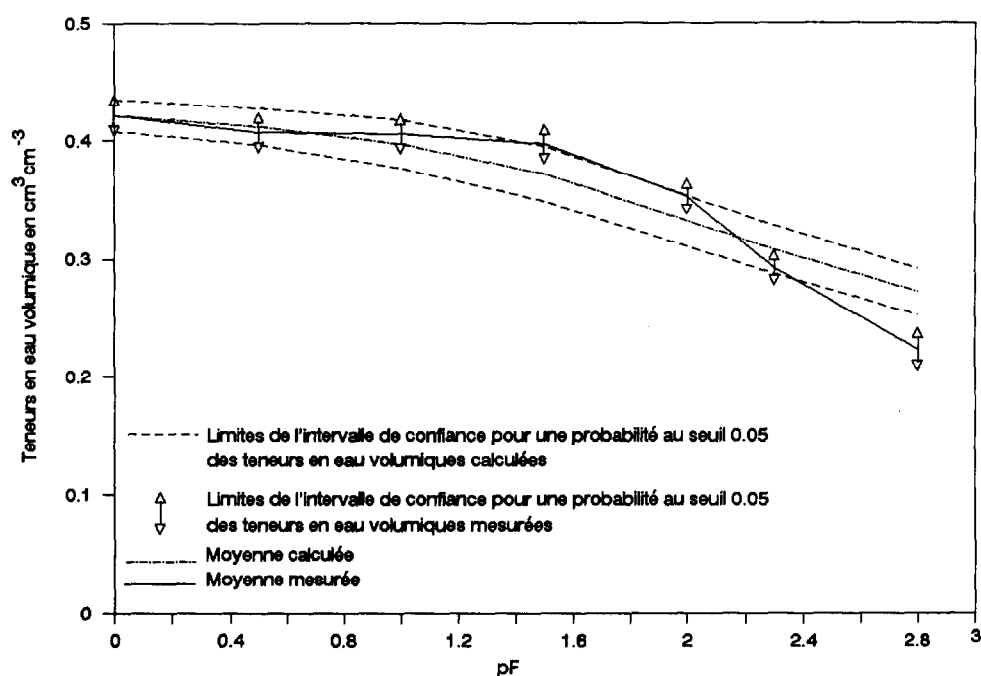


FIG. 2b. – Limites des intervalles de confiance, pour une probabilité au seuil de 0,05, des teneurs en eau volumiques calculées par la méthode inverse (cas 2) et celles mesurées.

Confidence intervals (95 %) on the predicted (case 2) and measured volumetric water content.

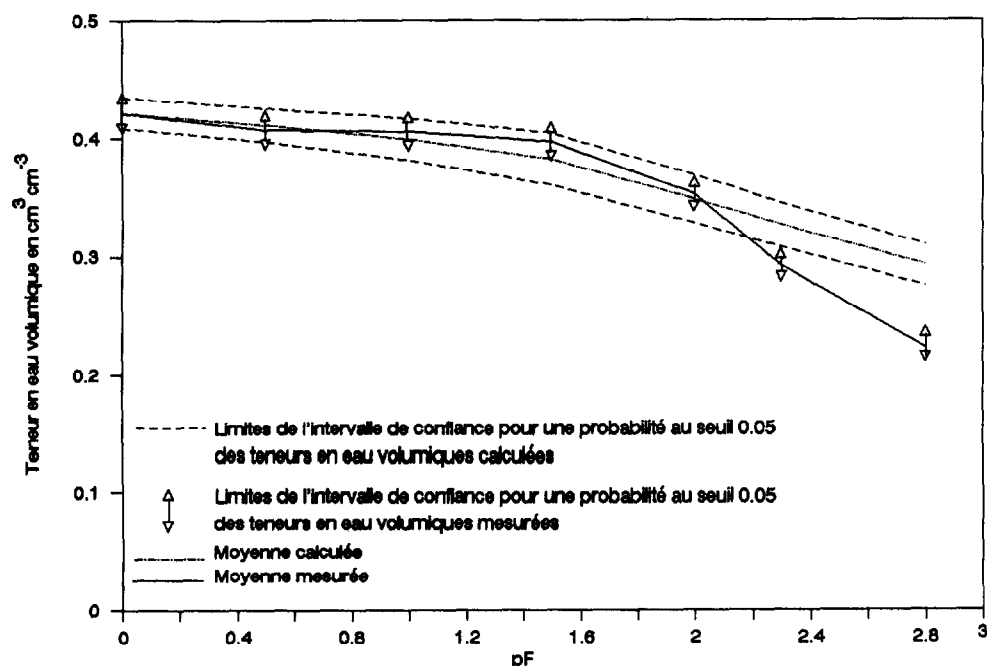


FIG. 2c. – Limites des intervalles de confiance, pour une probabilité au seuil de 0,05, des teneurs en eau volumiques calculées par la méthode inverse (cas 3) et celles mesurées.

Confidence intervals (95 %) on the predicted (case 3) and measured volumetric water content.

TABLEAU IV

Résultats de l'analyse statistique des teneurs en eau volumiques déduites des paramètres estimés par la méthode inverse et de celles mesurées au laboratoire : détermination des intervalles de confiance, pour une probabilité au seuil 0,05 (valeurs moyennes des 21 échantillons)

Results obtained by the statistical analysis of the bulk water contents deduced from the parameters evaluated by the inverse method and of those measured in laboratory. Determination of the confidence intervals for a threshold probability of 0.05 (mean values of the twenty-one samples)

Cas	pF	Moy	$\sigma^*$	EST**	Intervalles de confiance 95%	
					Min	Max
Cas 1	0	0,427	0,196	0,042	0,33859	0,516705
	0,5	0,425	0,196	0,042	0,336197	0,515020
	1	0,417	0,201	0,043	0,325897	0,508914
	1,5	0,391	0,212	0,046	0,29508	0,487826
	2	0,346	0,210	0,046	0,250866	0,441695
	2,3	0,320	0,206	0,045	0,227206	0,414053
	2,8	0,283	0,197	0,043	0,19347	0,372613
Cas 2	0	0,421	0,029	0,006	0,408147	0,434519
	0,5	0,412	0,034	0,007	0,396393	0,427407
	1	0,397	0,044	0,009	0,376797	0,417582
	1,5	0,372	0,050	0,011	0,349114	0,395303
	2	0,332	0,047	0,010	0,310810	0,353818
	2,3	0,308	0,044	0,009	0,287764	0,328422
	2,8	0,271	0,043	0,009	0,252361	0,291573
Cas 3	0	0,421	0,029	0,006	0,408521	0,434145
	0,5	0,411	0,032	0,007	0,397554	0,425615
	1	0,399	0,040	0,008	0,381544	0,417020
	1,5	0,382	0,049	0,010	0,360614	0,404211
	2	0,348	0,046	0,010	0,328265	0,369359
	2,3	0,326	0,043	0,009	0,307748	0,345617
	2,8	0,293	0,039	0,008	0,275788	0,310482
Obs.	0	0,421	0,029	0,006	0,408521	0,434145
	0,5	0,407	0,027	0,006	0,394934	0,419541
	1	0,405	0,027	0,006	0,393659	0,417578
	1,5	0,397	0,027	0,006	0,385112	0,409077
	2	0,353	0,023	0,005	0,342485	0,363324
	2,3	0,292	0,022	0,005	0,282592	0,302550
	2,8	0,223	0,030	0,006	0,209497	0,236598

\* Écart type \*\* Erreur standard EST =  $\delta/\sqrt{n}$

Les figures 2a, 2b et 2c représentent les limites des intervalles, de confiance, pour une probabilité au seuil 0,05, des teneurs en eau volumiques moyennes déduites des paramètres estimés par la méthode inverse et mesurées pour les différents cas considérés. L'analyse de ces courbes et des valeurs du tableau IV montre que :

(1) dans le cas 2 les limites de l'intervalle de confiance des moyennes des teneurs en eau volumiques déduites des paramètres estimés sont larges par rapport aux limites du même intervalle des moyennes des teneurs en eau volumiques mesurées. Cela veut dire que la probabilité pour que les teneurs en eau volumiques moyennes calculées aux différentes valeurs de pression de l'eau,  $h$ , soient comprises dans l'intervalle de confiance de celles mesurées par la méthode indépendante est réduite. Cependant, les courbes moyennes calculées et mesurées présentent la même allure dans la zone comprise entre la saturation et  $h = 100$  cm.

Dans les autres cas où  $\theta_s$  est fixe, les limites des intervalles de confiance sont plus rapprochées et les teneurs en eau volumiques moyennes calculées sont dans la plupart des cas comprises dans l'intervalle de confiance pour une probabilité au seuil 0,05 des teneurs en eau volumiques mesurées ;

(2) dans les trois cas on note un écart significatif entre les teneurs en eau volumiques mesurées et celles calculées à partir d'une valeur de  $h = 200$  cm. Cet écart est probablement dû au changement dans les conditions expérimentales de mesure des teneurs en eau volumiques et dans les conditions de l'expérience de drainage à pas de pression multiples. En effet, le passage du bac de sable à la cellule à basses pressions (à  $h = 100$  cm) entraîne un risque de perturbation des conditions de l'écoulement suite à un mauvais contact entre le sol et la plaque poreuse. Ce dernier problème peut être également rencontré dans l'expérience de drainage.



TABLEAU V

Valeurs du test d'égalité des deux moyennes (test t par paires, valeurs moyennes des 21 échantillons)

Values obtained by the equality test performed on the two means (t test by pairs, mean values of the twenty-one samples)

Cas	pF	Test observé	$t_{1-\alpha/2}$	Signification
Cas 1	0	0,147	2,08	A
	0,5	0,426	2,08	A
	1	0,265	2,08	A
	1,5	0,121	2,08	A
	2	0,143	2,08	A
	2,3	0,617	2,08	A
	2,8	0,399	2,08	A
Cas 2	0	*****	2,08	A
	0,5	1,198	2,08	A
	1	1,115	2,08	A
	1,5	2,498	2,08	R
	2	2,301	2,08	R
	2,3	1,694	2,08	A
	2,8	5,391	2,08	R
Cas 3	0	*****	2,08	A
	0,5	1,269	2,08	A
	1	0,987	2,08	A
	1,5	1,710	2,08	A
	2	0,522	2,08	A
	2,3	4,394	2,08	R
	2,8	9,242	2,08	R

 A : Hypothèse  $H_0$  est acceptée

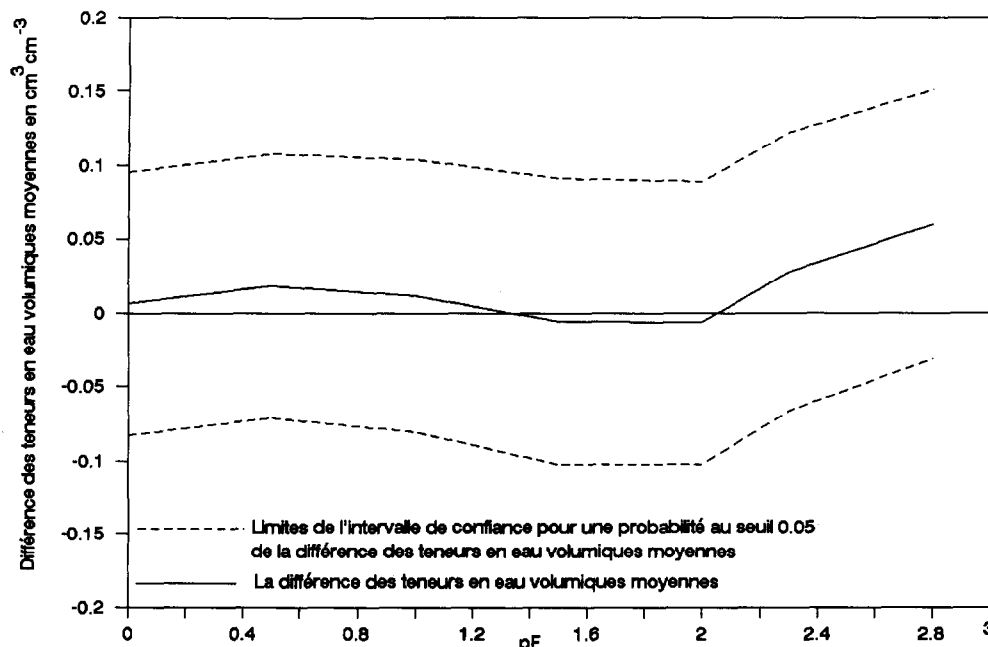
 R : Hypothèse  $H_0$  est rejetée


FIG. 3a. — Limites de l'intervalle de confiance, pour une probabilité au seuil de 0,05, de la différence des moyennes des teneurs en eau volumiques (cas 1).

Confidence interval (95 %) on the difference between the average volumetric water content (case 1).

Les résultats de l'étude des différences des moyennes et le test d'égalité de ces moyennes sont consignés au tableau V et représentés aux figures 3a, b et c. Ces résultats confirment les conclusions précédentes. Cependant, le test d'égalité des moyennes dans le cas 1 fait apparaître que les hypothèses d'égalité des moyennes sont acceptables pour toutes les valeurs de  $h$ . Cela est probablement dû au fait que les moyennes des teneurs en eau volumiques calculées ont une large dispersion (écarts-types relativement élevés). Les cas 2 et 3 présentent 2 à 3 fois un rejet de l'hypothèse d'égalité. Ces cas de rejet correspondent à des valeurs de  $h$  supérieures à 200 cm d'eau. Les raisons principales ont été énoncées précédemment.

Pour évaluer le comportement des valeurs des teneurs en eau volumiques déduites des paramètres estimés par la méthode inverse par rapport à celles mesurées, on a envisagé l'application de la régression simple à l'ensemble des résultats de tous les échantillons. Les figures 4a, b et c montrent que dans le cas 1 il y a plutôt une sous-estimation des teneurs en eau volumiques par le modèle. Le coefficient de régression n'indique pratiquement aucune corrélation ( $R^2 = 0,038$ ) ; dans les autres cas, les teneurs en eau volumiques calculées peuvent être expliquées par celles mesurées, surtout pour les teneurs en eau volumiques élevées.

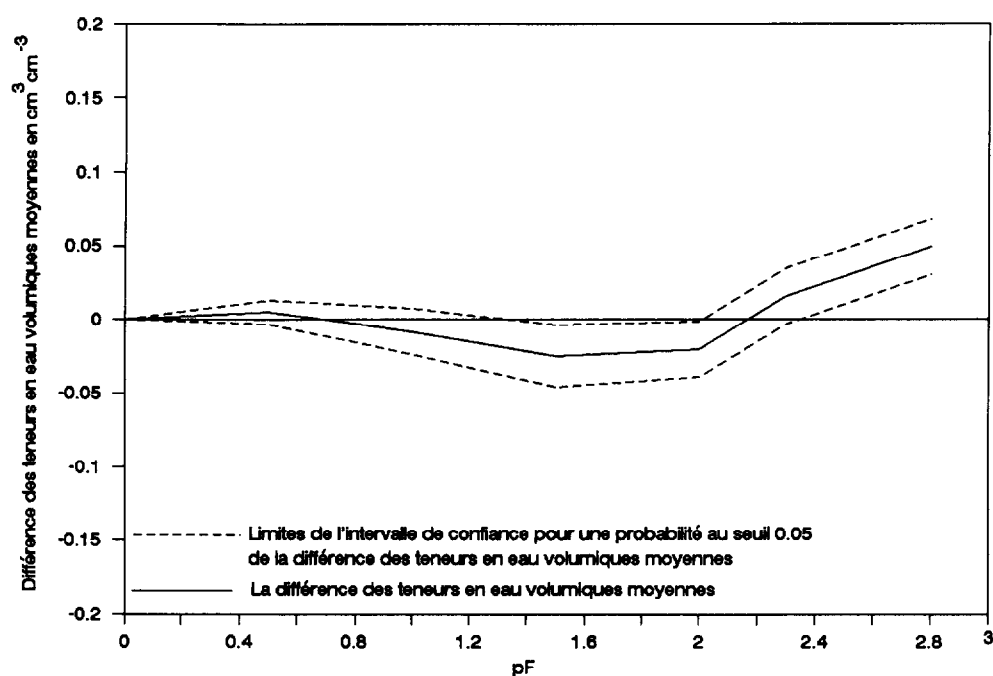


FIG. 3b. – Limites de l'intervalle de confiance, pour une probabilité au seuil de 0,05, de la différence des moyennes des teneurs en eau volumiques (cas 2).

*Confidence interval (95 %) on the difference between the average volumetric water content (case 2).*

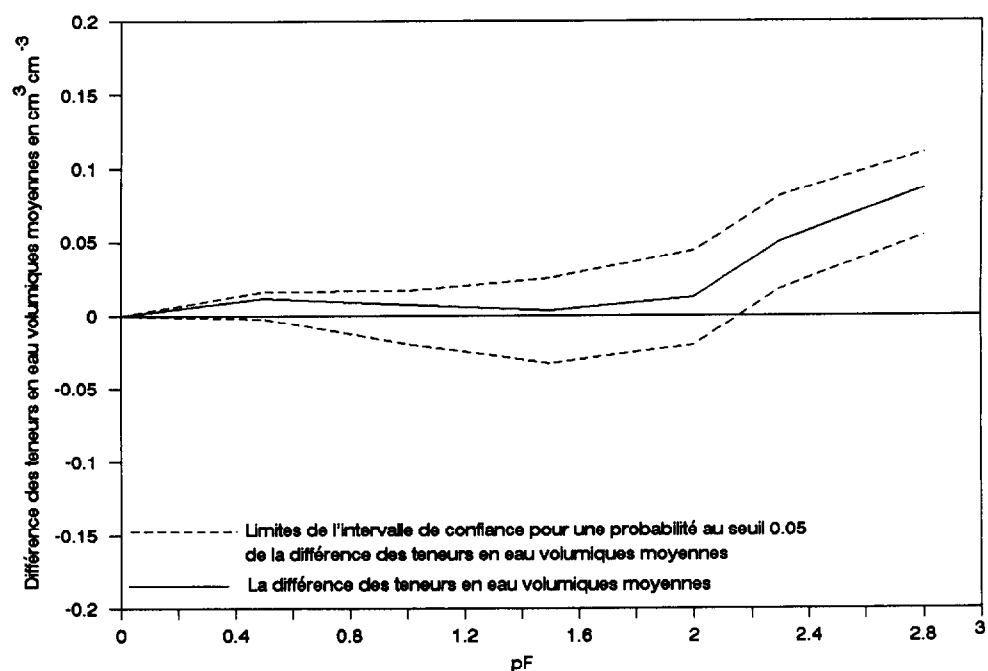


FIG. 3c. – Limites de l'intervalle de confiance, pour une probabilité au seuil de 0,05, de la différence des moyennes des teneurs en eau volumiques (cas 3).

*Confidence interval (95 %) on the difference between the average volumetric water content (case 3).*

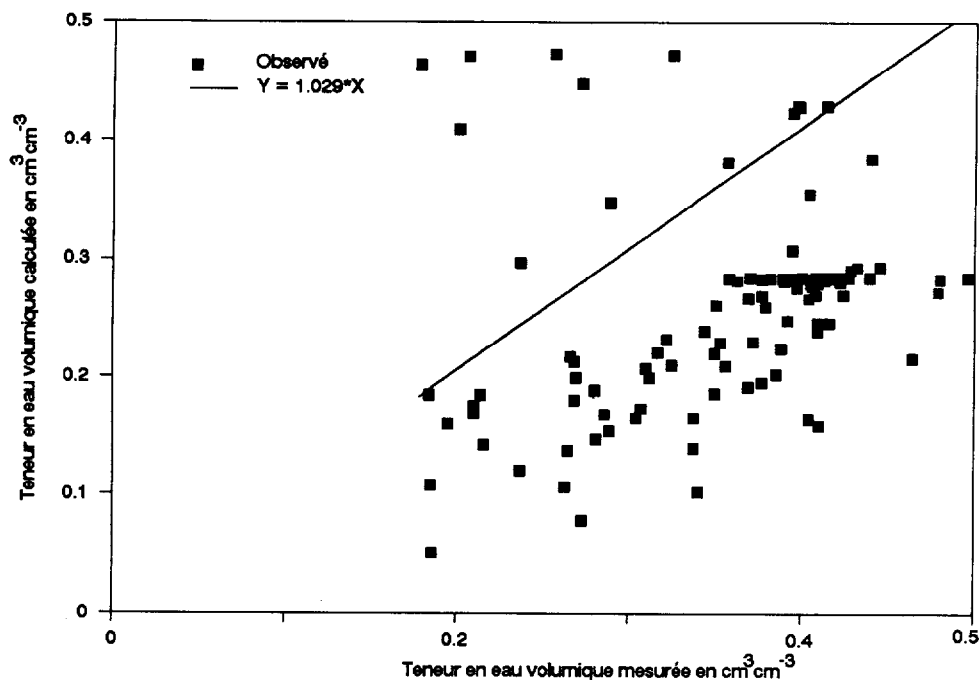


FIG. 4a. – Courbe de régression linéaire simple entre les teneurs en eau volumiques calculées par la méthode inverse (cas 1) et celles mesurées (pour tous les échantillons).

Linear regression curve between calculated and measured volumetric water content (case 1).

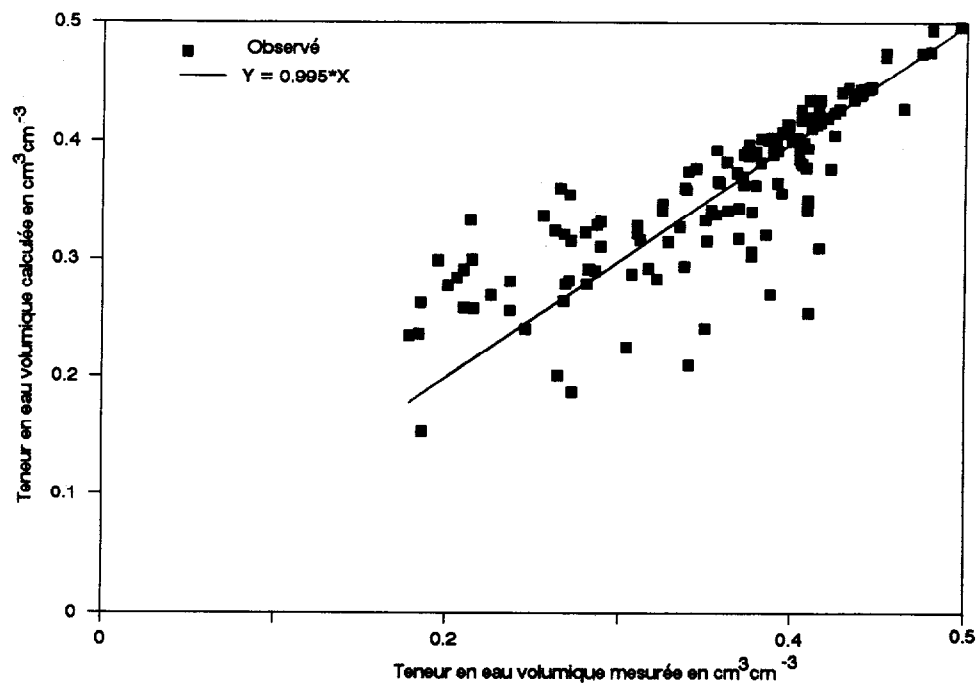


FIG. 4b. – Courbe de régression linéaire simple entre les teneurs en eau volumiques calculées par la méthode inverse (cas 2) et celles mesurées (pour tous les échantillons).

Linear regression curve between calculated and measured volumetric water content (case 2).

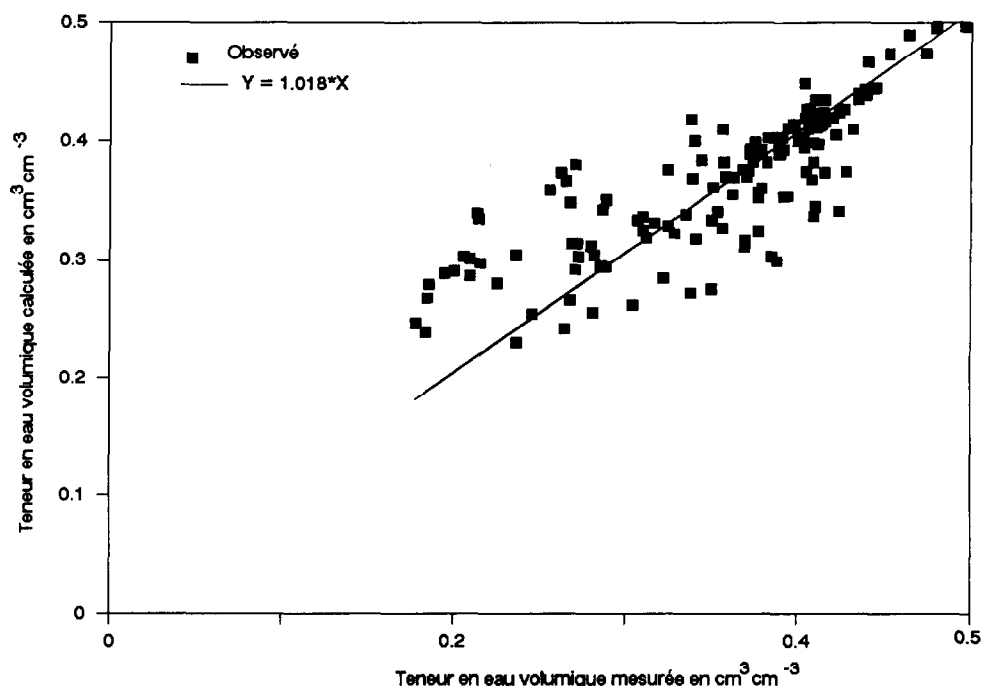


FIG. 4c.— Courbe de régression linéaire simple entre les teneurs en eau volumiques calculées par la méthode inverse (cas 3) et celles mesurées (pour tous les échantillons).

*Linear regression curve between calculated and measured volumetric water content (case 3).*

## CONCLUSION

L'expérience de drainage à pas de pression multiples combinée avec le modèle numérique non linéaire d'estimation des paramètres des fonctions hydrauliques  $\theta(h)$  et  $K(h)$  est une technique attrayante :

(1) elle permet beaucoup de souplesse au niveau des conditions initiale et aux limites ;

(2) contrairement à la méthode classique où l'écoulement est perturbé lors du passage du bac de sable aux cellules à basses et hautes pressions, l'écoulement dans l'expérience de drainage à pas de pression multiples est continu. En effet l'échantillon reste non perturbé durant toutes les pressions appliquées. Ainsi, il est plus représentatif des conditions réelles au champ ;

(3) les mesures à faire sont simples et peu onéreuses. La durée des mesures est d'une semaine en moyenne ;

(4) elle permet également la détermination des fonctions  $\theta(h)$  et  $K(h)$  simultanément et pour une large gamme de teneurs en eau.

Cependant, pour avoir une solution stable et unique, le problème d'estimation des paramètres doit être bien posé. On peut citer par exemple le

choix judicieux des fonctions paramétrées et les valeurs initiales affectées aux paramètres des fonctions hydrauliques.

Différentes combinaisons de paramètres (les trois cas cités précédemment) ont été utilisées dans la méthode inverse, combinée avec l'expérience de drainage à pas de pression multiples, pour estimer  $\theta(h)$ . Les courbes de rétention obtenues ont été comparées à celles mesurées expérimentalement. L'analyse statistique de ces résultats a permis de tirer les conclusions suivantes :

(1) l'équation d'écoulement décrit raisonnablement le drainage cumulé dans les trois cas étudiés ;

(2) les courbes de rétention déduites des paramètres estimés par la méthode inverse ont les mêmes allures que celles déterminées au laboratoire, surtout dans la zone des humidités élevées ( $h < 200$  cm) ;

(3) si la courbe de rétention déduite des paramètres estimés dans le cas 1 (où tous les paramètres sont estimés) est loin d'être proche de celle mesurée et où les valeurs des teneurs en eau volumiques présentent une large dispersion autour de la moyenne, celles correspondantes aux cas 2 et 3 (où  $\theta_s$  et  $\theta_s$  et  $K_s$  sont fixes) sont plutôt acceptables et présentent une dispersion réduite.

Comparées à l'hétérogénéité du milieu naturel et aux problèmes de variabilité spatiale des propriétés hydrauliques du sol, les différences notées dans ces deux derniers cas (cas 2 et cas 3) se situent dans un ordre de grandeur acceptable. En outre le cas 2, où  $\theta_s$  est fixe et égal à sa valeur mesurée, est le cas suggéré. En effet il a moins de paramètres mesurés avec une précision des résultats sensiblement la même que le cas 3.

À la suite de ce travail, une étude des conductivités hydrauliques non saturées est nécessaire. Celle-ci apportera un complément d'information sur les résultats de la méthode et permettra ainsi de porter un jugement définitif.

*Manuscrit accepté par le Comité de rédaction le 17 mars 1994*

## BIBLIOGRAPHIE

- BOELS (D.), VAN GILS (J.B.H.M.), VEERMAN (G.J.), WIT (K.E.), 1978. – Theory and system of automatic determination of soil moisture characteristics and unsaturated hydraulic conductivities. *Soil Sci.*, 126 : 191-199.
- BOUMA. (J.), 1983. – Use of soil survey data to select measurement techniques for hydraulic conductivity. *Agric. Water Managem.*, 6 : 177-190.
- CAMPBELL (G.S.), 1974. – A simple method for determining unsaturated conductivity from moisture retention data. *Soil Sci.*, 117 : 311-314.
- CLAPP (P.R.), HORNBARGER (G.M.), 1978. – Empirical equations for some soil hydraulic properties. *Water Resour. Res.*, 14 : 601-604.
- DANE (J.H.), HRUSKA (S.), 1983. – In situ determination of soil hydraulic properties during drainage. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 47 : 619-624.
- DAGNELIE (P.), 1975. – *Théorie et méthodes statistiques*. Vol. 2, 461 p.
- DIREKSEN (C.), 1990. – Unsaturated hydraulic conductivity. In : K. SMITH and C. MULLINS. eds. : 209-269.
- HUTSON (J.L.), CASS (A.), 1987. – A retentivity function for use in soil-water simulation models. *Journal of Soil Sci.*, 38 : 105-113.
- JACKSON (R.D.), 1972. – On the calculation of hydraulic conductivity. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 36 : 380-382.
- KLUTE (A.), 1986. – *Method of soil analysis*. Part 1. 2nd ed. Agronomy 9.
- KOOL (J.B.), PARKER (J.C.), VAN GENUCHTEN (M.Th.), 1985a. – Determining soil hydraulic properties from one-step outflow experiment : I. Theory and Numerical studies. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 49 : 1348-1354.
- KOOL (J.B.), PARKER (J.C.), VAN GENUCHTEN (M. Th.), 1985b. – Onestep : A nonlinear parameter estimation program for evaluating soil hydraulic properties from one-step outflow experiments. Bulletin 85-3, 44p., Virginia Agricultural Experiment Station, Blacksburg.
- KOOL (J.B.), PARKER (J.C.), VAN GENUCHTEN (M.Th.), 1987. – Parameter estimation for insaturated flow and transport models. A review. *J. Hydrology.*, 91 : 255-293.
- KOOL (J.B.), PARKER (J.C.), 1988. – Analysis of the inverse problem for transient unsaturated flow *Water Resour. Res.*, 24 : 817-830.
- MALLANTS (D.), KIM (D.J.), MEDDAHI (M.), RAMOS (J.), FEYEN (J.), VAN DAM (J.C.), 1992a. – Determination of soil hydraulic properties from multi-step outflow experiments : I. Numerical analyses. (soumis au *Journal of hydrology*).
- MALLANTS (D.), KIM (D.J.), MEDDAHI (M.), RAMOS (J.), FEYEN (J.), VAN DAM (J.C.), 1992b. – Determination of soil hydraulic properties from multi-step outflow experiments : II. Experimental studies. (soumis au *Journal of hydrology*).
- MARQUARDT (D.W.), 1963. – An algorithm for least-squares estimation on nonlinear parameters. *J. Soc. Ind. Appl. Math.*, 11 : 432-441.
- MEDDAHI (M.El.), BADJI (M.), MALLANTS (D.), FEYEN (J.), 1992. – Application de la méthode de drainage à pas de pression multiples à la détermination des propriétés hydrauliques du sol : Analyse Théorique (soumis au *Cah. Orstom, sér. Pédol.*).
- MUALEM (Y.), 1976. – A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water Resour. Res.*, 12 : 513-522.
- NIELSEN (D.R.), BIGGAR (J.W.), ERH. (K.T.), 1973. – Spatial variability of field measured soil water properties. *Hilgardia*, 42 : 215-259.
- PARKER (J.C.), KOOL (J.B.), VAN GENUCHTEN (M.Th.), 1985. – Determining soil hydraulic properties from one-step outflow experiments : II. Experimental studies. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 49 : 1354-1359.
- RICHARDS (L.A.), 1931. – Capillary conduction of liquids through porous medium. *Physics*, 1 : 318-333.
- SMITH (K.), MULLIN (C.), eds., 1990. – *Soil Analyses : Modern Instrumental techniques*, 2nd edition – Marcel Decker, New York.
- VAN DAM (J.C.), STRICKLER (J.N.M.), DROOGERS (P.), 1990. – Evaluation of the inverse method for determining soil hydraulic functions from one-step outflow experiment. *Soil Sci. Soc. Am. J.* (sous presse).
- VAN DAM (J.C.), STRICKLER (J.N.M.), DROOGERS (P.), 1990. – *From One-Step to Multi-Step : Determination of soil hydraulic functions by outflow experiments*. Rapport 7, Landbouwniversiteit Wageningen.

- VAN GENUCHTEN (M.Th.), 1980. – A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 44 : 892-898.
- VANCLOOSTER (M.), VEREECKEN (H.), DIELS (J.), HUYSMANS (F.), VERSTRAETE (W.), FEYEN (J.), 1992. – Effet of mobile and immobile water in predicting nitrogen leaching from cropped soils. *Modeling Geo-Biosphere Processes.*, 1 : 23-40.
- ZACHMAN (D.W.), DUCHATEAU (P.C.), KLUTE (A.), 1981. – The calibration of the Richards flow equation for a draining column by parameter identification. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 45 : 1012-1015.
- ZACHMAN (D.W.), DUCHATEAU (P.C.), KLUTE (A.), 1982. – Simultaneous approximation of water capacity and soil hydraulic conductivity by parameter identification. *Soil Sci.*, 134, (3) : 157-163.