ACADEMIE DE MONTPELLIER

UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DU LANGUEDOC

THESE

Présentée à l'Université des Sciences et Techniques du Languedoc

pour obtenir le Diplôme de DOCTORAT

Spécialité : Mécanique, Génie Méca., Gén. Civ.

(Hydrologie)

CONTRIBUTION A L'OPTIMISATION DE LA GESTION DES RETENUES APPLICATIONS PARTICULIERES DE LA METHODE DITE "DU FIL TENDU"

Par

LI JIREN

Soutenue le 26 octobre 1987 devant le Jury composé de :

MM.	C.	BOCQUILLON	Président
	G.	OBERLIN	Rapporteur
	M.	MONIOD	Rapporteur
	J.M.	MASSON	
	J.	BERNIER	

CONTRIBUTION A L'OPTIMISATION DE LA GESTION DES RETENUES APPLICATIONS PARTICULIERES DE LA METHODE DITE "DU FIL TENDU"

LI JIREN

REMERCIEMENTS

Le travail présenté ici a été mené à son terme grâce à l'appui, à l'aide et aux encouragements de mes professeurs, collégues et amis. Qu'il me soit permis de leur exprimer mes remerciements.

Je tiens à remercier particulièrement Messieurs C.BOCQUILLON, J.BERNIER, F.MONIOD, J.M.MASSON, P.RIBSTEIN, B.POUYAUD, Madame J.CANER pour leur aide pendant mon séjour en FRANCE.

SOMMAIRE

INTRODUCTION 1

Chapitre 1 : La méthode du fil tendu 2

Section 1 : La méthode du fil tendu 2

1. Autres représentations de la courbe des apports cumulés 5

Section 2 : La liaison entre la programmation dynamique et la méthode du fil tendu 9

Section 3 : L'application de la méthode du fil tendu pour des réservoirs avec plusieurs contraintes 14

Section 4 : L'avantage de la méthode du fil tendu 19

Chapitre 2 : La gestion des réservoirs en avenir certain 20

Section 1 : Application pratique de la méthode du fil tendu en avenir certain sur le réservoir Seine 20

1. La situation du réservoir Seine 20

2. Résultats 20

Chapitre 3 : La gestion de réservoirs en avenir incertain par la méthode du fil tendu 24

Section 1 : La gestion du réservoir par la méthode du fil tendu sur la base de la simulation des pluies journalières et des débits journaliers 24

1. Introduction 24

2. Simulation des pluies journalières 24

2.1. L'occurrence d'un jour pluvieux 24

2.2. Le volume de pluie 26

3. Simulation des débits journaliers 32

3.1. Le modèle de Hsinanjiang et son application à Bar-sur-Seine 32

3.1.1. Le principe du modèle 35

3.1.1.1. La fonction du ruissellement 35

3.1.1.2. La concentration du ruissellement 38

3.1.1.3. La détermination des paramètres 39

3.1.2. Application pratique du modèle de Hsinanjiang à Bar-sur-Seine. 43

4. La simulationde l'évaporation 51

5. La simulation des débits 54

6. La fonction coût 55

6.1. La fonction coût des contraintes 55

6.2. La fonction coût des probabilités d'occurrence 59

6.2.1. La loi Gausso-logarithmique 59

6.2.2. La détermination des paramètres par le maximum de vraisemblance (échantillon de taille n) 61

6.2.3. L'application de la fonction coût des probabilités 62

6.3. La fonction coût des contraintes et des probabilités 66

7. Conclusion 72

Section 2 : La gestion des réservoirs par la méthode du fil tendu sur la base de la simulation des apports et des déficits 73

1. Introduction 73

2. Processus annuel d'alternance : volume des apports-volume des déficits liés à un seuil 74

2.1. Le processus annuel d'alternance apports-déficits liés à un seuil 74

2.1.1. Définition des périodes d'apports et de déficits 74

2.1.2. Volume des apports sur une période d'apports i 75

2.1.3. Volume des déficits liés à un seuil qo à Gien pour une période de déficits i suivant une période d'apports i 75

2.1.4. La série historique 75

3. Modélisation statistique de la série chronologique apports-déficits liés à un seuil 75

3.1. Tirage aléatoire de VD (qo) dans la loi marginale 75

3.1.1. Loi marginale des déficits VD (i, qo) (qo fixé, i quelconque) 75

3.1.2. Loi marginale des déficits contraintes 79

3.1.3. Rappels sur la loi des fuites 79

3.1.3.1. La fonction de densité de la loi des fuites 80

3.1.3.2. Paramètres 81

3.1.3.3. La fonction de répartition de la loi des fuites 84

3.1.3.4. Inversion de la fonction de répartition 84

3.1.4. Tirage aléatoire de VD (qo) dans la loi marginale 86

3.2. Liaison entre VD(100) et VD(90) 86

3.3. Borne inférieure et borne supérieure d'un déficit 91

3.3.1. Borne inférieure d'un déficit 91

3.3.2. Borne supérieure d'un déficit 92

3.4. Position d'un déficit dans l'intervalle déterminé par les déficits précédents 94

3.5. Loi marginale et conditionnelle des apports A (i) 95

3.6. Calcul du débit minimal sans soutien 96

3.7. Déficits liés aux contraintes 96

3.7.1. Loi marginale des déficits contraintes 96

3.7.2. Loi conditionnelle des déficits liés aux contraintes 96

3.8. La simulation du processus d'alternance apports-déficits ; variables caractéristiques et résultats 98

4. La gestion journalière en étiage par la méthode du fil tendu 100

4.1. Détermination d'une chronique de débits en étiage à partir du modèle de simulation des déficits 100

4.1.1. Date du passage au-dessous de 100 m³/s au début de l'étiage 101

4.1.2. Durée des déficits sous un seuil 104

4.1.3. Date de passage sous un seuil connaissant la date de passage sous 100 m³/s 106

4.1.4. Détermination d'une chronique des débits d'étiage 107

4.2. Gestion journalière pour le soutien des étiages par la méthode du fil tendu 107

4.2.1. Gestion journalière en étiage de manière directe 107

4.2.2. La gestion journalière en étiage sur la base de la gestion interannuelle 108

4.2.2.1. Gestion interannuelle 108

4.2.2.1.1. Constitution de la courbe des apports cumulés 109

4.2.2.2. Détermination des stockages initiaux en période d'étiage 111

4.2.2.3. Gestion journalière 115

Chapitre 4 : La comparaison entre la méthode du fil tendu et SMECA (le soutien maximal des étiages connaissant l'avenir) 117

Section 1 : Introduction de SMECA 117

Section 2 : Limites de l'influence d'un aménagement sur les bas débits en un point objectif 118

1. Détermination de la limite inférieure 118

2. Définition de la limite supérieure 118

3. Détermination des résultats d'une gestion optimale 120

Section 3 : Comparaison pour la loi des débits minimum d'étiage à Gien entre SMECA et la méthode du fil tendu 126

Chapitre 5 : Application de la méthode du fil tendu pour la gestion en temps réel 127

Section 1 : Introduction 127

Section 2 : La prévision du déficit sous 100 m³/s à Gien 128

Section 3 : La détermination d'une chronique dépendante de débits en étiage 128

Section 4 : Tirage de la chronique indépendante de débits en étiage à la suite de la série dépendante 129

Section 5 : Gestion journalière par la méthode du fil tendu pour chaque scénario 130

Section 6 : Analyse de la relation entre les volumes totaux de lâchure pendant quinze jours et les débits minimum correspondants 130

Section 7 : Détermination du volume de lâchure totale prévu pendant quinze jours 133

Section 8 : Détermination en temps réel de la lâchure journalière 136

Section 9 : Procédure de la gestion pour la période entière d'étiage 136

Section 10 : Analyse de résultat et conclusion 141

Section 11 : Comparaison entre cette méthode et celle proposée par le LHM 143

1. La méthode proposée par le LHM 143

1.1. Détermination d'un débit cible au point objectif 143

1.2. Formulation de l'objectif à long terme 144

1.3. Détermination de l'objectif à moyen terme 145

1.3.1. Schéma d'évolution des étiages tardifs sur la Loire 145

1.3.2. Formulation de l'objectif à moyen terme 147

1.4. Le débit cible au point objectif 148

2. Comparaison entre la méthode proposée dans cette thèse et celle proposée par le LHM 152

CONCLUSION 156

BIBLIOGRAPHIE 157

INTRODUCTION

La méthode du fil tendu a été proposée par Henri VARLET en 1923. Elle repose sur l'analyse de la courbe de débits cumulés. Elle est parfaite en théorie, mais son application a été évidemment limitée parce que c'est une méthode graphique.

Ainsi dès 1970, beaucoup de savants abandonnent les analyses traditionnelles de courbes cumulées pour s'intéresser à des méthodes jugées plus modernes, par exemple, la programmation dynamique.

Toutefois, après une dizaine d'années de recherche, certains ont trouvé une vérité surprenante : sous certaines hypothèses, la programmation dynamique est équivalante à la méthode du fil tendu pour la gestion de réservoirs.

La programmation de la méthode du fil tendu sur ordinateur redonne de la vitalité à cette ancienne méthode. Elle devient une méthode informatique. C'est la raison pour laquelle certains y ont à nouveau porté attention.

A partir du principe de la méthode du fil tendu, cette thèse propose quelques solutions pour agrandir son application et en particulier pour prendre en compte différentes contraintes liées à la gestion d'un réservoir. Le point important de cette thèse est la gestion de réservoirs en avenir incertain par la méthode du fil tendu. Les résultats obtenus ont été comparés à ceux donnés par la programmation dynamique et par d'autres méthodes.

L'application pratique de la méthode du fil tendu montre que cette méthode possède des avantages importants : le temps de calcul est moins important que pour les autres méthodes, la solution est optimale et unique, les différentes contraintes peuvent être considérées, etc.

Les résultats obtenus montrent l'intérêt de remettre à l'honneur cette ancienne méthode qui a encore de belles perspectives dans la gestion de réservoirs.

CHAPITRE 1

LA METHODE DU FIL TENDU

Section 1 : La méthode du fil tendu

En 1923, Henri VARLET a proposé une méthode graphique pour la gestion de réservoirs. C'est la méthode du fil tendu ((1) H VARLET, 1966).

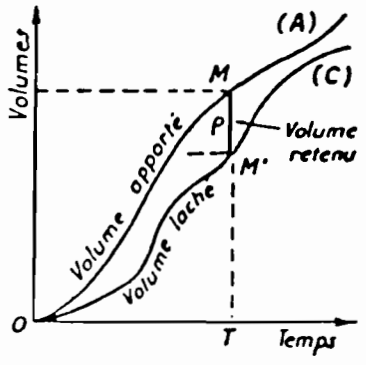


Fig. 1

En régime naturel, sur la base de l'observation du débit en amont et en aval du réservoir, nous pouvons établir deux courbes (A) et (C), la courbe des débits naturels cumulés, et celle des débits lâchés cumulés (Fig. 1)

Menons une ordonnée quelconque d'abscisse T. Elle coupe la courbe (A) en M, et la courbe (C) en M'. Evidemment MM' = TM - TM'. MM' représente le volume d'eau ρ retenu dans le réservoir à l'instant T.

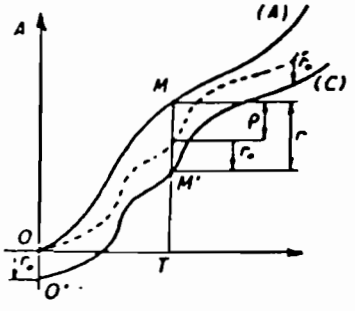


Fig. 2

Mais en général, le stock initial du réservoir n'est pas nul, il est égal à ro (Fig. 2). Donc, à l'instant T, le stock r est la somme de ro et ρ. On a :
$r = ro + \rho$.

Convenons de translater la courbe (C) parallèlement à elle-même dans le sens des ordonnées négatives d'une longueur 00' = ro.

De cette façon, MM' = ρ + ro, représente le volume d'eau r dans le réservoir à l'instant T.

Soit R la capacité totale du réservoir, nous avons évidemment : $0 \leq r \leq R$.

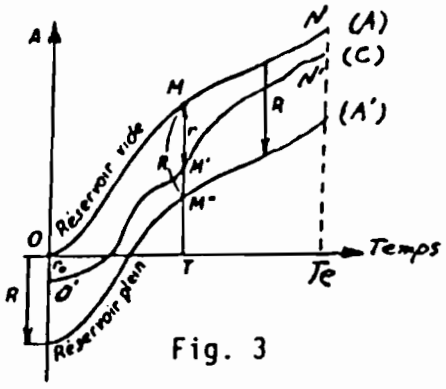


Fig. 3

Convenons de translater la courbe (A) parallèlement à elle-même dans le sens des ordonnées négatives d'une longueur R (Fig. 3), c'est-à-dire, portons sur l'ordonnée du point M dans le sens négatif, MM" = R. Bien sûr, à chaque instant, le stock du réservoir est compris entre zéro et la capacité totale du réservoir.

En résumé, nous pouvons voir les propriétés suivantes :

1) OO' est égal au stock ro initial dans le réservoir.

2) A chaque instant T, MM' représente le volume d'eau emmagasiné dans le réservoir

3) La courbe (C) est tout entière située entre les courbes (A) et (A'). Quand le réservoir est plein (MM' = R), elle entre en contact ou se confond avec la courbe (A') ; quand le réservoir est vide (MM' = 0), elle entre en contact ou se confond avec la courbe (A).

4) A l'instant final Te, NN' représente le stock final Re.

La gestion n'est pas autre chose que la détermination de la courbe rationnelle (C) entre les courbes (A) et (A').

Quelle est la courbe rationnelle ? C'est la méthode du fil tendu qui va la déterminer. Dans le cas le plus simple, la gestion du réservoir doit résoudre au moins deux problèmes :

1) Pendant la période de crue, il faut stocker de l'eau dans le réservoir pour adoucir la crue.

2) Pendant la période d'étiage, il faut lâcher de l'eau stockée dans le réservoir pour améliorer la situation de l'étiage à l'aval

Maintenant, voyons sur les graphes (Fig. 4 et Fig. 5), quelle est la courbe de lâchure rationnelle pour améliorer la situation de l'étiage et quelle est la courbe de lâchure rationnelle pour adoucir la crue.

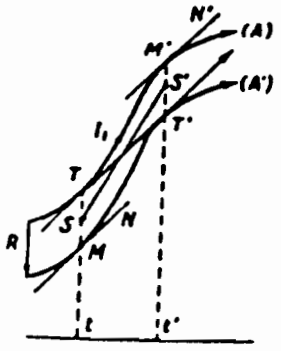


Fig. 4

Les courbes (A) et (A') sont parallèles, elles ont la même pente à chaque instant. Supposons que pendant la période (t - t'), la courbe (C) soit une droite tangente à la fois aux courbes (A) et (A'), par exemple TT' (Fig. 4 et Fig. 5)

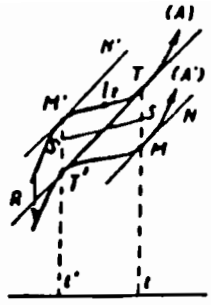


Fig. 5

TT' s'appelle la tangente commune

En régime uniforme, nous avons S sur l'ordonnée de T et obligatoirement situé entre M et T.

De même, S' est sur l'ordonnée de T', entre M' et T'.

Soit K' la pente de SS' ; soit K la pente de TT'.

Pendant la période de crue (Fig 4), TT' part de la courbe (A) et aboutit à la courbe (A'). Et l'on a K' > K. Toute autre droite SS' est en effet plus pentue que TT' (S et S' étant des points quelconques respectivement de TM et de T'M'. Il existe une infinité de droites SS', et TT' est la droite la moins pentue. TT' représente le régime uniforme au moins grand débit possible. Si la courbe des lâchures cumulées suit la trace de TT', la crue sera écrêtée au maximum.

Mais pendant la période d'étiage (Fig. 5), TT' part de la courbe (A') et aboutit à la courbe (A). On a alors K > K'. TT' est plus pentue que n'importe quelle droite SS' (S et S' étant respectivement des ppints de TM et T'M'). TT' représente le régime uniforme au plus grand débit possible. Si la courbe des lâchures cumulées suit la trace de TT', la situation de l'étiage sera améliorée au maximum.

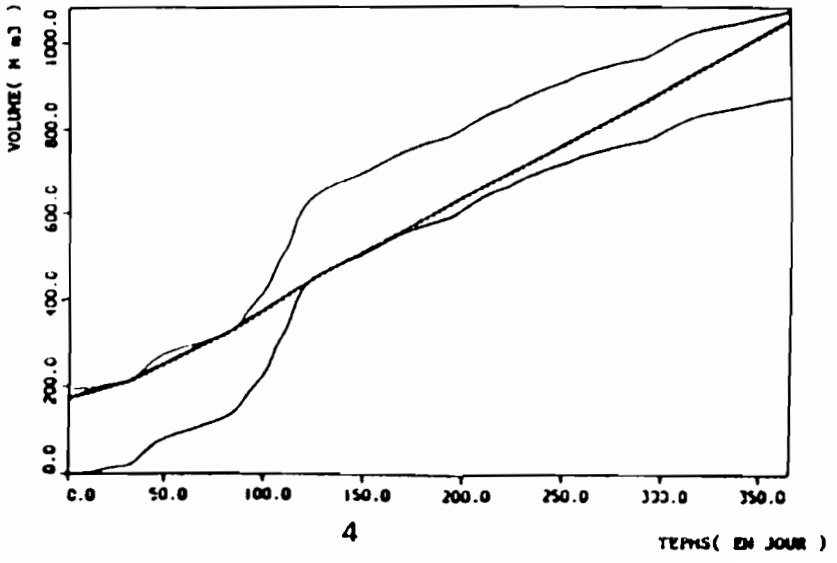
En résumé, si la courbe des lâchures cumulées est la moins pentue pendant la période de crue, et la plus pentue pendant la période d'étiage, les conditions optimales sont atteintes.

C'est très exactement l'essence de la méthode du fil tendu.

En effet, la méthode du fil tendu n'est pas autre chose que la recherche du chemin le plus court entre deux points dans un couloir. Dans notre cas, les deux points sont respectivement le point initial et le point final ; et le couloir est construit par les courbes des apports cumulés (une représente l'état du réservoir vide ; l'autre représente l'état du réservoir plein). La largeur du couloir est la capacité totale du réservoir.

Voici un exemple (Fig. 6).

FIG. 6 LA COURBE DE LACHURES CUMULEES



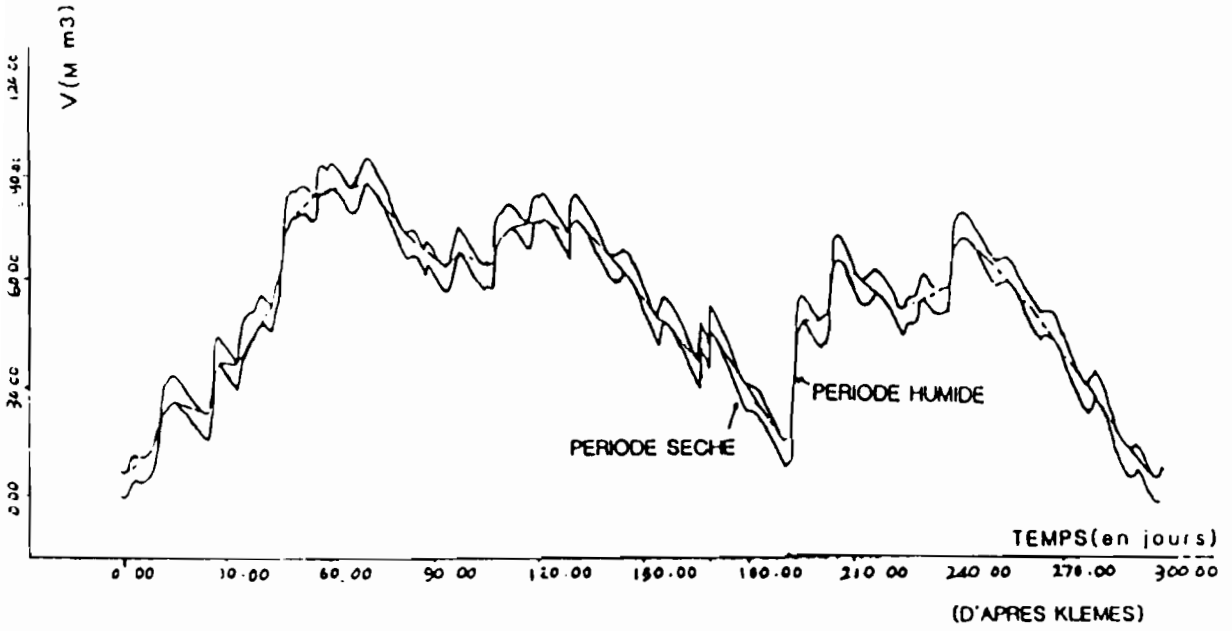
1. Autre représentation de la courbe des apports cumulés

1) La courbe cumulée de (Qi - Q)

La courbe des apports cumulés est toujours croissante avec le temps. Ce n'est pas commode pour une représentation graphique. Nous pouvons aussi utiliser une autre représentation, celle des cumuls de (Qi - Q), où Qi sont les apports journaliers et Q leur moyenne. De cette façon, la courbe des cumuls n'est plus toujours croissante, parce que la valeur de (Qi - Q) peut être positive ou négative. Le principe et le procédé de la méthode du fil tendu s'appliquent tout à fait à cette représentation des cumuls. Parce qu'elle monte aussi rapidement pendant la période humide et monte doucement ou descend pendant la période d'étiage. C'est encore le problème de la recherche du chemin le plus court entre deux points dans un couloir.

La figure 7 est un exemple de cette représentation.

FIG 7 LA COURBE CUMULEE DE (Qi-Q)



On peut bien voir sur ce graphe que pendant la période sèche, la courbe des apports cumulés monte doucement ou descend et le stockage du réservoir diminue ; pendant la période humide, la courbe des apports cumulés monte rapidement et le stockage du réservoir augmente.

2) La courbe cumulée de (D - A)

Pour la gestion avec des demandes spéciales, il faut utiliser des sorties spéciales de courbes cumulées. Par exemple, la gestion pour le réservoir de Naussac sur la Loire. La situation géographique est indiquée sur la figure 8. Le but de la gestion est d'élever les débits les plus faibles à Gien, parce que certaines années, les débits à Gien sont si faibles que la demande ne peut plus être satisfaite. La gestion ne concerne que les périodes d'étiage. Seuls sont considérés les apports à Naussac pendant les périodes humides. Les déficits sont considérés seulement à Gien. Le volume des déficits est lié à un seuil qo. Il s'agit d'un bilan entre les volumes d'apports qui peuvent se produire pendant cette période tels qu'on les calcule en période d'apports à Naussac et les volumes nécessaires pour maintenir un débit qo à Gien. On ne soutient jamais quand le débit à Gien est supérieur à 100 m^3/s. Donc le déficit maximum est lié au seuil de 100 m^3/s. Il peut refléter l'importance de l'étiage. Evidemment, dans la gestion, il faut considérer deux facteurs, l'apport A et le déficit D_{100}. On peut utiliser des valeurs cumulées de ($A - D_{100}$) ou ($D_{100} - A$) pour construire le couloir et faire la gestion.

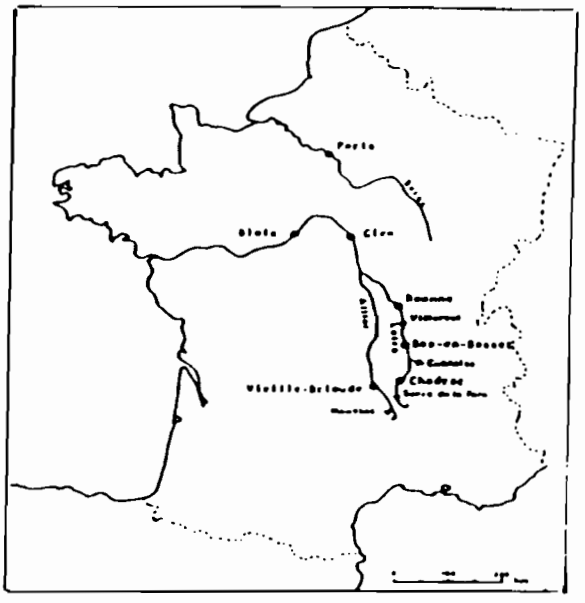


Fig. 8. Situation géographique des rivières et des stations

Cette sorte de courbe cumulée est utilisable en gestion interannuelle pour déterminer les stockages initiaux et les stockages finaux sur plusieurs années. La figure 9 en montre un exemple.

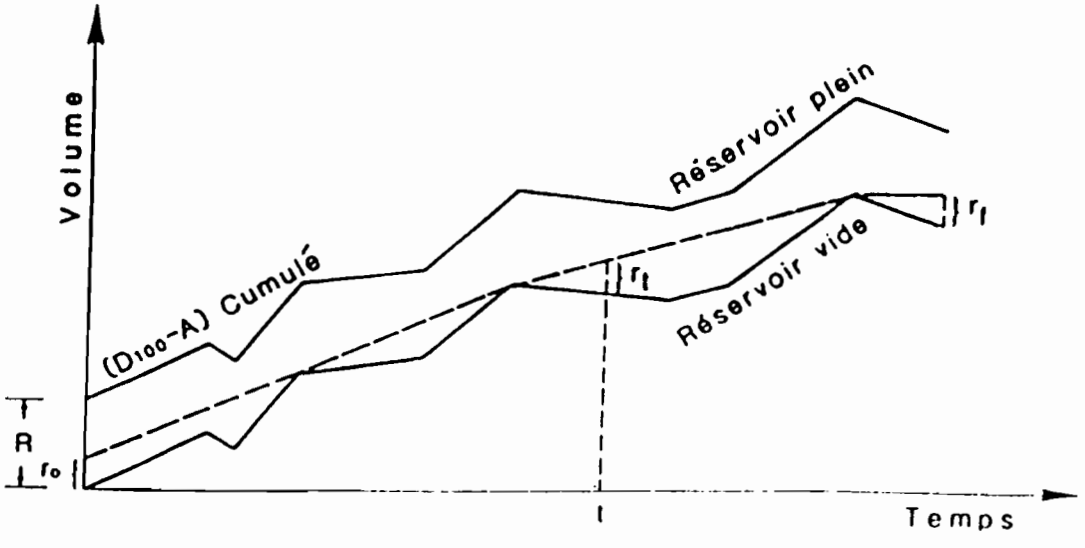


FIG.9 DETERMINATION DES STOCKAGES PAR

LA COURBE DE $(D_{100}-A)$ CUMULEE

Sur la figure 9, la largeur du couloir R est la capacité totale du réservoir ; ro est le stockage initial et r_f le stockage final ; la courbe cumulée du haut représente l'état du réservoir plein, celle du bas l'état du réservoir vide. A chaque instant T, la différence entre la courbe de décision et la courbe du bas est le stockage du réservoir à l'instant T. La signification des courbes enveloppes est inverse par rapport au cas général. La raison tient à la nature de la courbe cumulée. Ici c'est la courbe cumulée de $(D_{100} - A)$. Parce que dans notre cas, D_{100} est, en général, supérieur à A, c'est commode d'adopter les cumuls de $(D_{100} - A)$ pour la représentation graphique. Le déficit est un

facteur positif, l'apport est un facteur négatif. Donc la courbe monte rapidement pendant les périodes sèches et monte doucement ou descend pendant les périodes humides. Si on adopte la courbe cumulée de ($A - D_{100}$), on retrouve la configuration du cas général.

3) La courbe du type saut

Une autre sorte de courbe cumulée peut être utilisée pour la gestion journalière du réservoir de Naussac pendant la période d'étiage. C'est la courbe indiquée sur la figure 10. C'est une courbe du type saut. Elle est construite par les débits naturels cumulés en étiage à Gien plus l'apport à Naussac de l'hiver suivant, plus les débits naturels cumulés en étiage à Gien de l'année suivante et ainsi de suite.

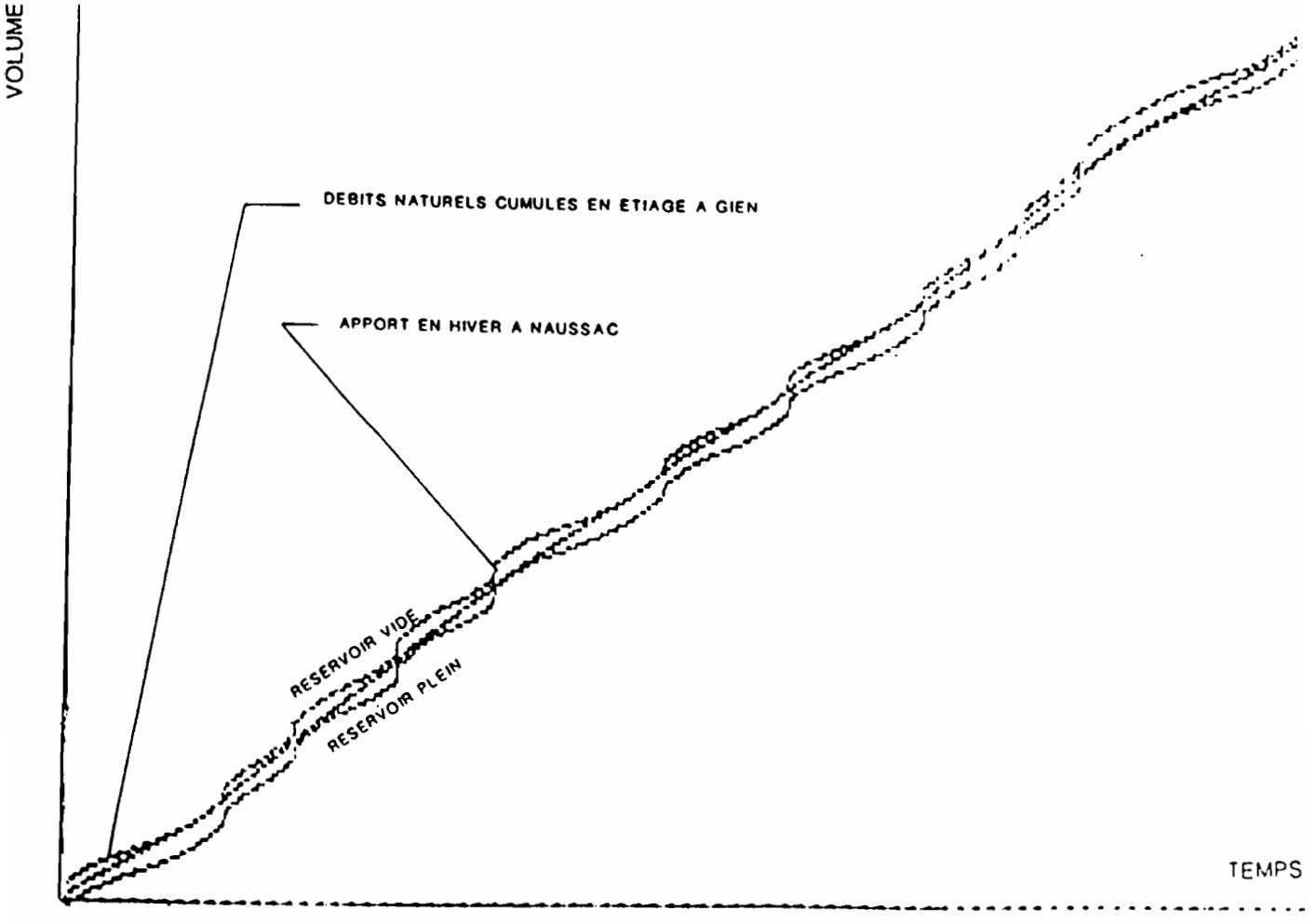


FIG.10 LA COURBE CUMULEE DU TYPE SAUT

On peut voir sur la figure 10 que la courbe des lâchures cumulées approche ou entre en contact ou se confond avec la courbe du haut à la fin de la période d'étiage. Mais au début de l'année suivante, la courbe du haut monte tout à coup avec l'apport de Naussac, stocké en saison humide. Le stockage du réservoir est considéré comme instantané. On peut continuer à soutenir l'étiage suivant.

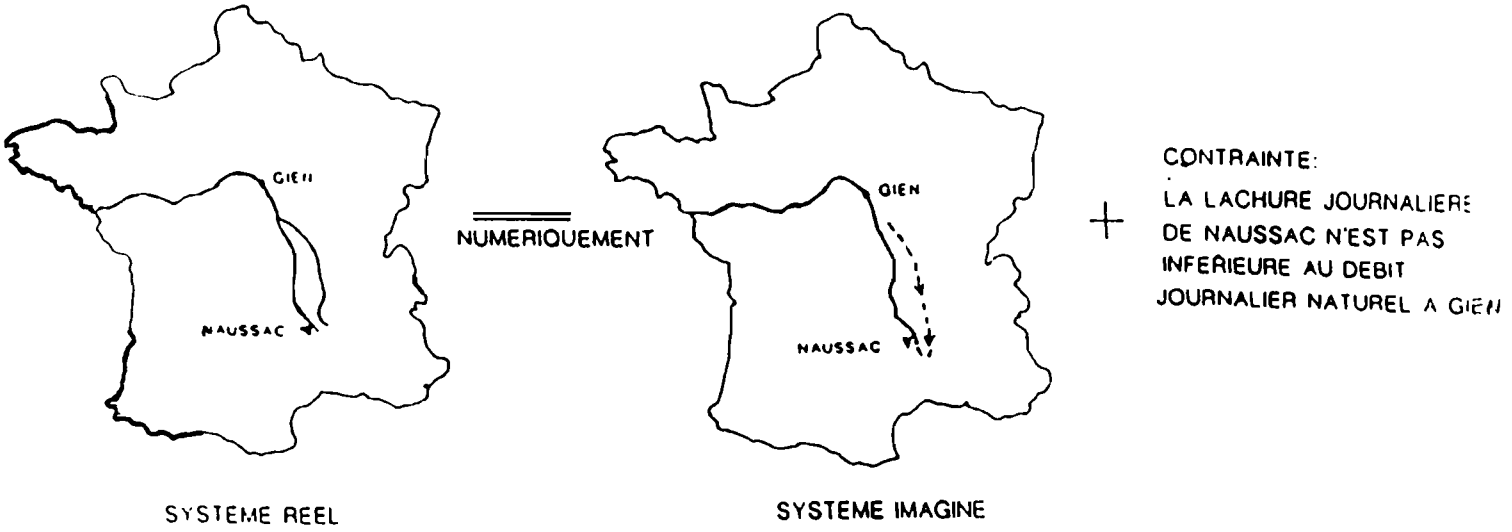
En utilisant cette sorte de courbe cumulée, on peut directement faire la gestion journalière pendant la période d'étiage. C'est justement son avantage pour la gestion en étiage.

Mais, en utilisant cette sorte de courbe cumulée, il faut faire attention au problème suivant :

Sur la figure 8, on voit bien que le rèservoir de Naussac se situe loin de l'endroit où on veut soutenir les débits ; il lâche de l'eau pendant la période d'étiage pour soutenir les débits les plus faibles à Gien, mais il ne peut pas contrôler autrement les débits à Gien. Autrement dit, on ne peut pas stocker l'eau de Gien dans le réservoir

Pour résoudre le problème par la méthode du fil tendu, on suppose que le débit observé à Gien transite par le réservoir de Naussac (voir figure 11). Mais il faut ajouter une contrainte aux lâchures du réservoir : la lâchure journalière de Naussac ne peut pas être inférieure au débit naturel journalier à Gien. La lâchure est la somme du soutien et du débit naturel dans la rivière. Numériquement, le système imaginé est identique au système réel.

FIG. 11 SYSTEME REEL ET SYSTEME IMAGINE



En résumé, l'adoption souple et raisonnable de courbes cumulées différentes trace un avenir prometteur pour la méthode du fil tendu.

Section 2 : La liaison entre la programmation dynamique et la méthode du fil tendu

La programmation dynamique a été définie par BELLMAN ((3), BELLMAN et DREYFUS, 1957) : "La programmation dynamique est un outil de la théorie de décision. C'est un processus à multi-étapes". Pour le principe, "c'est une politique optimale qui possède la propriété d'être indépendante des simulations et des décisions initiales ; elle est optimale pour les étapes restant à parcourir". Cette méthode constitue une procédure d'optimisation de décisions séquentielles tout au long d'une séquence chronologique ou dans l'espace. "A une position de cette séquence, dite une étape, la décision prise est optimale dans le cadre de la situation créée par les premières décisions".

C'est une méthode moderne et elle est largement utilisée pour la gestion des réservoirs. Mais elle a aussi ses faiblesses, par exemple, le temps de calcul qui est très long, le processus qui est difficile à mettre en oeuvre sur des micro ordinateurs, la nécessité de discrétisation, etc.

En 1979, V. KLEMES a déduit mathématiquement la liaison entre la programmation dynamique et la méthode du fil tendu ((2), V. KLEMES, 1979).

Dans la méthode de la programmation dynamique, supposons que l'apport cumulé soit indiqué par X. X est une fonction du temps, doublement différentiable, continue, monotone et croissante. Y indique la lâchure cumulée ; S, la fonction du stock pour un réservoir sans contrainte. Y et S sont aussi doublement différentiables.

La différentiabilité de X, Y et S signifie que les variations à la fois du débit de l'apport, de la lâchure, et du stock, sont successives. leur dérivées premières par rapport au temps sont notées X', Y' et S', les dérivées secondes par rapport au temps sont notées X", Y" et S".

Nous appellerons L une certaine fonction de Y', dite fonction de coût, L = L (Y').

Supposons que L soit doublement différentiable, sa dérivée première et sa dérivée seconde par rapport à Y' sont respectivement :

$$L' = \frac{dL}{dY'} \quad et \quad L'' = \frac{d^2 L}{d Y'^2}$$

Le problème optimal, dans ce cas, est le problème variationnel de la détermination de S, fonction de X, pour minimiser la fonction de coût cumulée pendant la période T.

Partant de cette condition, on peut déduire le débit optimal de la lâchure Y'. Si nous remplaçons Y, fonction de X, par Y', la condition optimale traduira la minimisation de la fonction

$$F(Y') = \int_0^T L(Y')\, dt$$

Qu'en résultera-t-il ?

Pour obtenir une solution du problème variationnel, la fonction Y doit obéir à l'équation différentielle d'Euler-Lagrange :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial Y'}\right) - \frac{\partial L}{\partial Y} = 0 \qquad (1)$$

La fonction de coût étant uniquement une fonction du débit de la lâchure, et non une fonction de la lâchure cumulée, nous avons :

$$\frac{\partial L}{\partial Y} = 0 \qquad et \qquad \frac{\partial L}{\partial Y'} = L'$$

Y', le débit de la lâchure, est une fonction du temps, donc, l'équation (1) devient :

$$\frac{dL'}{dt} = \frac{dL'}{dY'} \cdot \frac{dY'}{dt} = L''Y'' = 0$$

Supposons que $L'' \neq 0$

En conséquence $Y'' = 0$ (2)

La solution générale de l'équation (2) différentielle du deuxième ordre est :

$Y = C_1 t + C_2$ (3)

La condition initiale est : $Yo = 0$.

La condition finale est $Y_T = X_T + S_O - S_T$, avec :

S_O : le stock initial,
S_T : le stock final,
X_T : l'apport cumulé pendant la période T.

Avec ces conditions, on détermine C_1 et C_2.

On obtient :

$$Y = \frac{1}{T}\,(X_T + S_O - S_T)\,t \qquad (4)$$

Donc,

$$Y' = \frac{1}{T}\,(X_T + S_O - S_T) \qquad (5)$$

Or, dans le cas général, $S_O = S_T$

Ainsi $Y' = X_T/T$ (6)

C'est-à-dire qu'il y a une distribution régulière d'eau pendant la période T.

X_T/T est l'apport moyen. En conséquencce, le débit de la lâchure cumulée optimale est le débit moyen d'apport pendant la période T, qui est constant.

Y' est une constante, Y est certainement de la forme de $Y = at + b$. C'est-à-dire, la lâchure cumulée est une droite en diagramme.

Par la déduction ci-dessus, on peut bien voir que pour un réservoir sans contrainte, la lâchure cumulée optimale est représentée par une droite. C'est le chemin le plus court entre Ao (t = o, Yo = o) et A_T (t = T, $Y_T = X_T + S_O - S_T$).

La conclusion tirée de la méthode du fil tendu découle des formules (5) et (6).

Dans le cas d'un réservoir avec contraintes :

Smin = 0 Smax = R

où R est la capacité totale du réservoir.

C'est-à-dire que l'état du réservoir peut être vide ou plein ou entre les deux extrêmes.

D'après H. VARLET, il y a deux courbes dans la méthode du fil tendu, qui montrent respectivement l'état du réservoir vide et l'état du réservoir plein. Si la capacité totale du réservoir est assez grande (voir la figure 12-a), la courbe de lâchures cumulées peut être encore une droite. Soit K la capacité totale du réservoir. Quand K devient petite, la courbe représentant l'état du réservoir vide et celle représentant l'état du réservoir plein se rapprochent mutuellement.

On peut trouver que, dans ce cas, Kmin est la capacité critique pour garder la courbe de lâchures cumulées comme une droite. Quand la capacité totale du réservoir devient plus petite, et la courbe rerésentant l'état du réservoir vide et celle représentant l'état du réservoir plein sont plus proches, la courbe de lâchures cumulées heurte les courbes enveloppes (voir la figure 12-b). C'est-à-dire qu'elle n'est plus une droite, elle est une ligne brisée à cause des limitations de la capacité totale du réservoir, du stock initial et du stock final. Mais les formules (5) et (6) sont encore valables pour tout intervalle correspondant à un même tronçon linéaire. Dans ce cas, la conclusion tirée de la méthode du fil tendu découle aussi les formules (5) et (6).

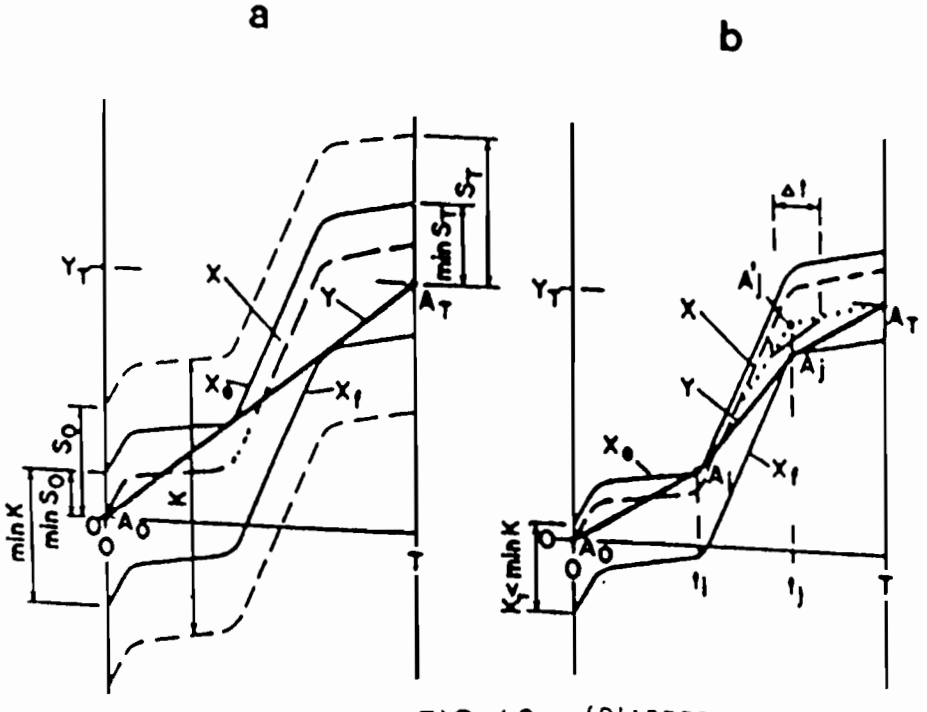


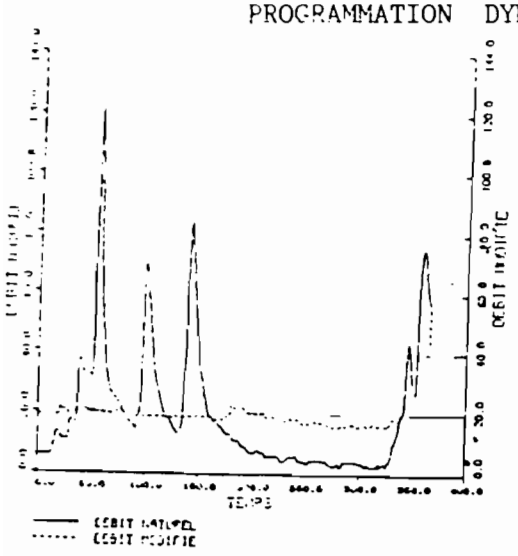
FIG.12 (D'APRES KLEMES)

Du point de vue du calcul variationnel, le problème est de trouver le chemin le plus court entre deux points dans le couloir borné par deux courbes. Le fil tendu lui-même, correspond à la fonction de la solution. La méthode du fil tendu n'est pas autre chose que la solution exacte du problème variationnel pour un réservoir de capacité limitée.

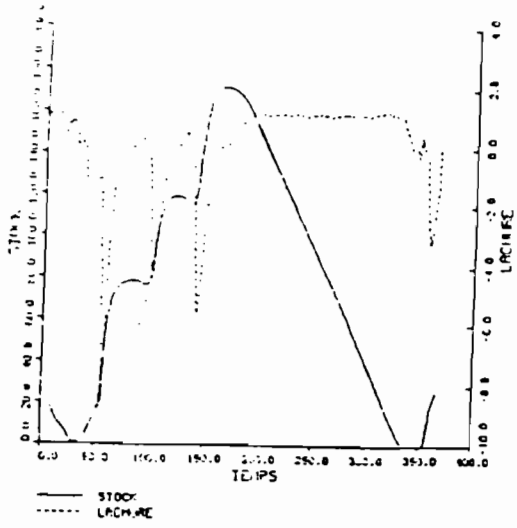
Il y a une seule restriction à cette correspondance : L, la fonction de coût doit être une fonction convexe. La représentation graphique du "coût" en fonction du débit de la lâchure ne présente pas de point d'inflexion. Cette restriction a son origine dans l'équation d'Euler-Lagrange. Nous avons supposé que $L'' \neq 0$. Elle est seulement valide, en effet, pour une fonction convexe. Quand, et seulement quand $L'' \neq 0$, nous pouvons tirer, à partir de la prgrammation dynamique, la même conclusion que la méthode du fil tendu. C'est l'hypothèse sous laquelle la méthode du fil tendu est équivalente à la programmation dynamique pour la gestion de réservoirs.

La figure 13 représente, pour la gestion du réservoir Seine, la comparaison des résultats obtenus respectivement par la méthode du fil tendu et par la programmation dynamique.
Sur le graphe, on peut voir que les courbes de lâchure, de stock, de débit modifié sont presque analogues. La lâchure négative correspond au stockage du réservoir.

FIG. 13 COMPARAISON ENTRE LA METHODE DU FIL TENDU ET LA PROGRAMMATION DYNAMIQUE POUR LA GESTION EN AVENIR CERTAIN

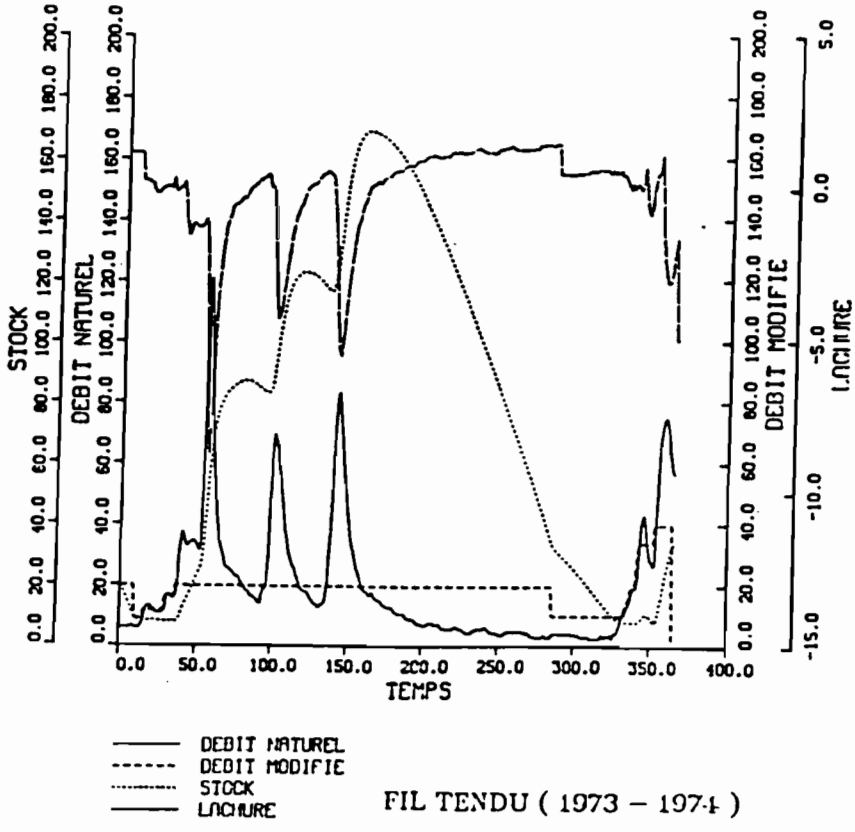


CODE PDAC (1974 – 74)



CODE PDAC (1974 – 74)

PAR LA PROGRAMMATION DYNAMIQUE (D'apres J.GOUSSEBAILE)



FIL TENDU (1973 – 1974)

PAR LA METHODE DU FIL TENDU

Section 3 : L'application de la méthode du fil tendu pour des réservoirs avec plusieurs contraintes.

L'avantage de la programmation dynamique est que cette méthode peut être utilisée pour des réservoirs avec plusieurs contraintes. Pour une méthode de gestion, c'est vraiment très important, sinon la méthode de gestion n'est pas utilisable.

Comme dans toutes méthodes graphiques, il est difficile de considérer plusieurs contraintes dans la gestion de réservoirs par la méthode du fil tendu. Heureusement, maintenant que cette méthode est programmée sur ordinateur, il est possible de l'utiliser à la gestion de réservoirs avec plusieurs contraintes.

Pour la gestion de réservoirs, on rencontre en général les contraintes suivantes :

1) la capacité totale du réservoir,
2) la capacité du canal d'amenée à l'amont,
3) la capacité du canal de fuite à l'aval,
4) les limitations supérieures et inférieures de débits à l'aval.

Cette dernière contrainte est plus importante que les autres. La demande d'eau pour la navigation, l'irrigation et la consommation est comprise dans cette contrainte.

Evidemment, la gestion de réservoirs avec plusieurs contraintes est plus compliquée. Face à des contraintes différentes, il faut utiliser astucieusement la méthode du fil tendu.

Nous présentons ci-après les principes détaillés de gestion de réservoirs avec contraintes dans trois cas différents. La situation géographique du sytème est indiquée sur la figure 14.

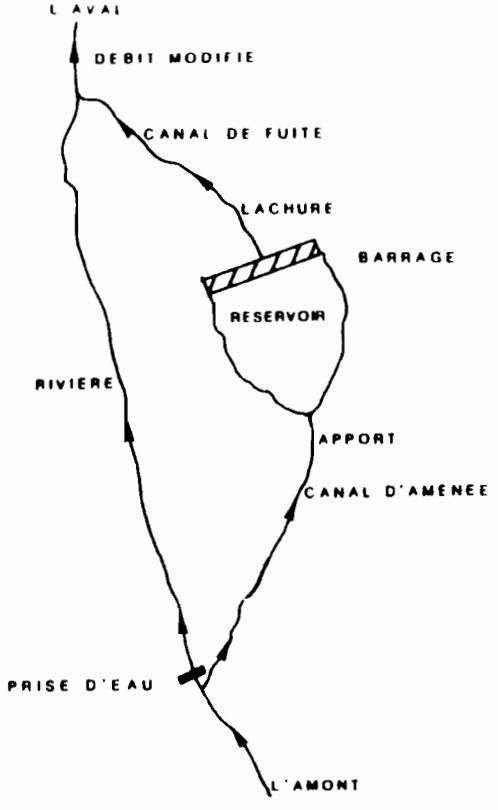


FIG.14

SITUATION GEOGRAPHIQUE DU SYSTEM

Premier cas : contrainte de débits à l'aval

On suppose qu'il y a une limitation supérieure, par exemple de 500 m^3/s ; et une limitation inférieure, par exemple de 300 m^3/s pour le débit à l'aval.

Ainsi, le débit modifié doit être compris entre 300 m^3/s et 500 m^3/s si possible.

Le débit modifié correspond à la somme de la lâchure du réservoir et de l'eau transitant directement par la rivière; Dans le cas général, il est déterminé par la lâchure du réservoir.

Pour satisfaire cette sorte de contrainte, il faut vérifier les lâchures jour par jour sur la base de la première gestion qui est faite sans considérer les autres contraintes sauf la capacité totale du réservoir. Après cette gestion, on a déjà la courbe des lâchures cumulées, ainsi que celle des lâchures journalières (voir la figure 15). On vérifie que les lâchures journalières respectent les limitations supérieures et inférieures de débits à l'aval. Par exemple, la lâchure du $t^{ème}$ jour est si basse qu'elle n'atteint pas la limitation inférieure de débits à l'aval. Pour satisfaire à cette contrainte, on doit augmenter la lâchure jusqu'à la satisfaction de la limite inférieure. Sur la figure 15, on a le point B à la place du point A. Maintenant la lâchure de $t^{ème}$ jour est égal à la limite inférieure. Mais ce n'est pas tout. Parce que la modification de la lâchure de $t^{ème}$ jour entraîne la modification de la courbe des lâchures cumulées suivantes. Ca ne change pas les lâchures précédentes. Mais ça changera les lâchures suivantes. Elles ne sont plus optimales.

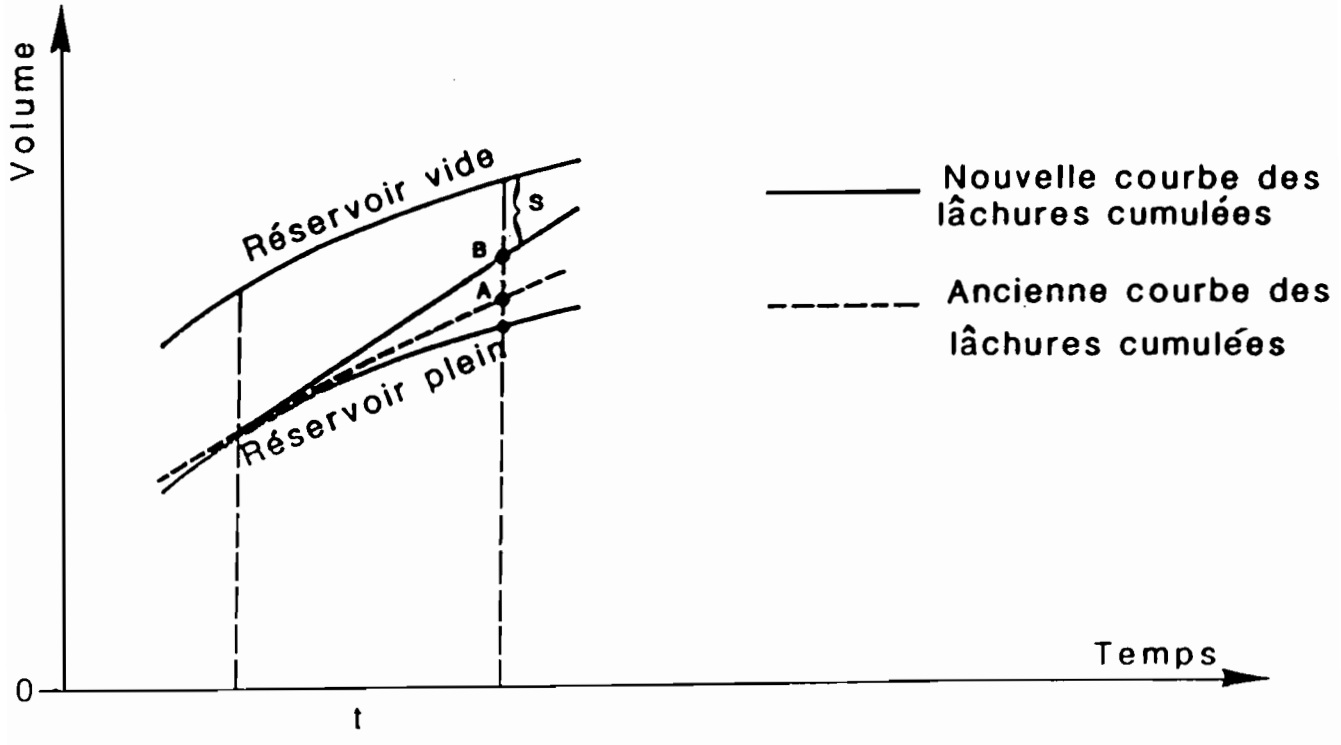


Fig. 15 MODIFICATION DE LA COURBE DES LACHURES CUMULEES

Il faut alors refaire la gestion à partir du jour (t + 1) sur la base du nouvel état S du réservoir. Puis on recommence à calculer et vérifier des lâchures jour par jour à partir du jour (t + 1) ... jusqu'à ce que toutes les lâchures journalières respectent si possible les limitations supérieures et inférieures de la demande d'eau à l'aval.

Si un jour t, le réservoir est déjà vide ou presque vide et il n'y a pas ou pas assez d'eau pour augmenter la lâchure jusqu'à la limite inférieure, il faudra diminuer la lâchure du jour (t - 1). Si la lâchure du jour (t - 1) est juste égale à la limite inférieure, on essaiera de diminuer les lâchures antérieures pour réserver davantage d'eau pour le jour t.

Bien sûr, si la lâchure journalière excède la limite supérieure, il faudra la réduire. La conséquence en est que le stock augmentera. Le processus de la gestion recommence alors dès que le stock est augmenté, à partir du temps correspondant. Si le réservoir est déjà plein, on ne pourra pas augmenter le stock. Il faudra alors augmenter la lâchure du jour (t - 1) ou du jour (t - 2) ...

En effet, si l'apport à l'amont est constamment en-dessous de la limite inférieure ou excède toujours la limite supérieure, aucune méthode de gestion ne pourra réaliser une parfaite régulation. Quand le réservoir est souvent vide, on ne pourra pas diminer le stock ni augmenter la lâchure ; quand le réservoir est souvent plein, on ne pourra pas augmenter le stock ni diminuer la lâchure. Dans ce cas, on devra faire une gestion interannuelle au lieu d'une gestion annuelle, ou bien changer les conditions initiales et finales. Mais le premier moyen parait être le meilleur.

Deuxième cas : Contrainte sur le canal d'amenée.

Ainsi, l'apport au réservoir ne peut pas excéder un certain débit, la capacité du canal d'amenée à l'amont du réservoir, par exemple, 800 m^3/s

En cas de crue (voir la figure 16-A), par exemple, le débit naturel est de 820 m^3/s (plus que la capacité du canal d'amenée à l'amont : 800 m^3/s), nous laissons le débit de 800 m^3/s passer dans le canal d'amenée et entrer dans le réservoir. Le surplus de débit, 20 m^3/s, coule directement vers l'aval et constitue une partie du débit modifié

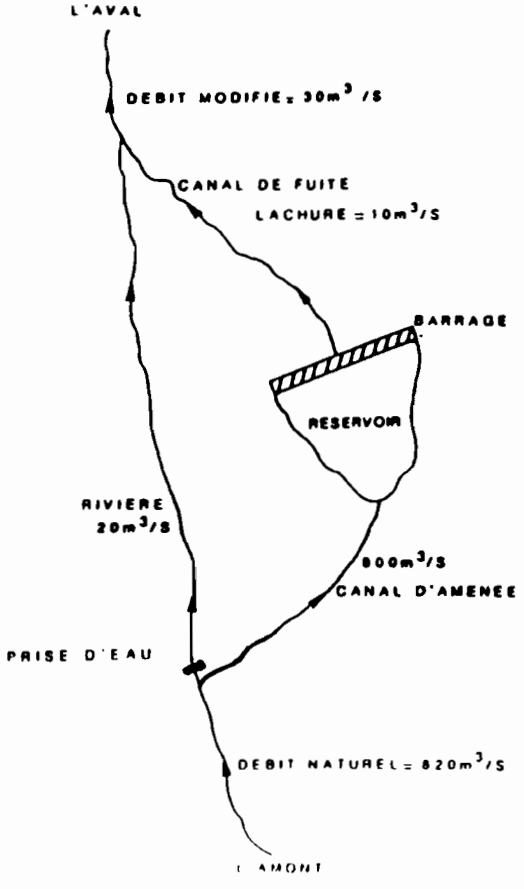


FIG. 16 A

LIMITATION DE LA CAPACITE DU CANAL D'AMENEE

On fait la gestion en fonction du débit naturel (820 m^3/s) et on décide un débit à l'aval, par exemple 30 m^3/s. Mais il est inutile de lâcher 30 m^3/s de débit, parce qu'il y a déjà 20 m^3/s de débit qui coule directement à l'aval par la rivière. La lâchure réelle du réservoir est de 10 m^3/s, la différence entre la décision (30 m^3/s) et le débit résiduel (20 m^3/s).

En effet, la capacité du canal d'amenée à l'amont du réservoir est dimensionnée en fonction des crues historiques. Elle est donc en général supérieure aux débits naturels pendant les périodes de crue.

Trosième cas : Contrainte sur le canal de fuite

Ainsi, la lâchure du réservoir ne peut pas excéder un certain débit, par exemple, de 500 m^3/s, capacité du canal de fuite à l'aval du réservoir.

Dans ce cas, si la demande à l'aval est inférieure à 500 m^3/s, ou si la crue n'est pas si grande qu'il faille lâcher plus de 500 m^3/s de débit, il n'y aura aucun problème. Sinon il faut laisser une partie du débit couler directement vers l'aval.

Un exemple est indiqué sur la figure 16-B. Si la décision est de 550 m^3/s à cause de la demande d'eau à l'aval ou à cause de l'état de remplissage du réservoir, et que la capacité du canal de fuite à l'aval est seulement de 500 m^3/s, on laissera 50 m^3/s de débit passer la rivière.

La lâchure réelle du réservoir est de 500 m^3/s au lieu de 550 m^3/s.

En général, la capacité du canal de fuite à l'aval du réservoir est dimensionnée pour pouvoir vider rapidement le réservoir en cas d'avarie à la digue ; ce n'est alors pas la peine de refuser une partie des apports.

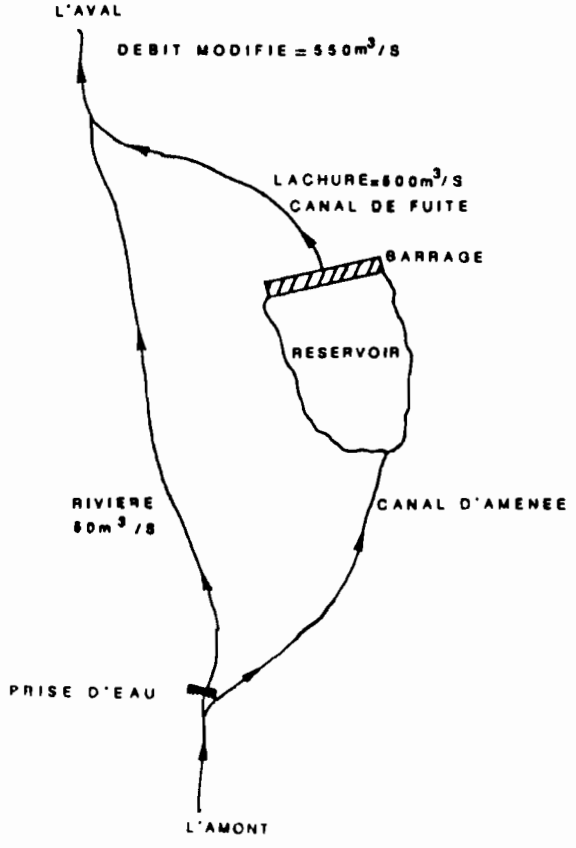


FIG. 16 B

LIMITATION DE LA CAPACITE DU CANAL DE FUITE

Les demandes d'eau pour la consommation, la navigation, l'irrigation, la production d'électricité varient en effet selon les saisons. Dans ce cas, on adopte des contraintes variables et on fait directement la gestion de réservoirs par la méthode du fil tendu. Mais on risque la non satisfaction des contraintes pendant les saisons critiques. Par exemple, une année civile est divisée en trois saisons. En général, la première saison, de janvier à avril, est humide ; la deuxième saison, de mai à septembre, est sèche ; la troisième saison, d'octobre à décembre, est aussi humide. Supposons que nous nous trouvions dans une année très sèche. Après avoir satisfait les contraintes de la première saison, on n'a peut-être plus d'eau pour satisfaire les contraintes de la deuxième saison, or, l'été est justement la saison importante pour l'irrigation et la consommation en eau. C'est la raison pour laquelle on se fixe des objectifs de stock à la fin de chaque saison. Par exemple, on fixe le stock à la fin de la première saison à 80 %, le stock à la fin de la deuxième saison à 20 %, et le stock à la fin de la troisième saison à 50 % de la capacité totale du réservoir. Les pourcentages sont déterminés par les conditions antérieures, mais peuvent être modifés d'après la prévison à long terme effectuée pour l'année même. Les stocks du réservoir aux temps charnières sont les paramètres de liaison entre les différentes saisons. De cette façon, on peut assurer la satisfaction des contraintes pour la saison critique.

Avec les stockages initiaux et finaux des différentes saisons, on peut facilement faire la gestion de réservoirs par la méthode du fil tendu saison par saison. La figure 17 en est un exemple.

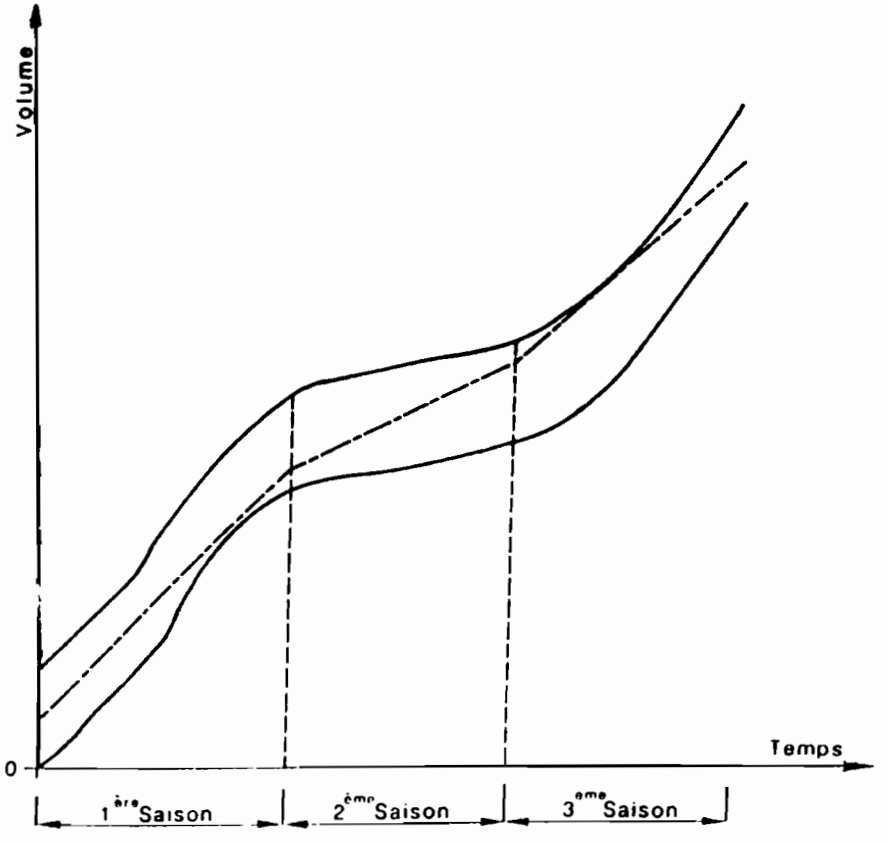


FIG.17 APPLICATION DE LA METHODE DU FIL TENDU SAISON PAR SAISON

Section 4 : L'avantage de la méthode du fil tendu

L'avantage essentiel de cette méthode est son temps de calcul. Il est beaucoup moins important que pour les autres méthodes, par exemple, la programmation dynamique. La gestion sur un an du réservoir Seine en avenir certain, par exemple, nécessite un temps de calcul pour la programmation dynamique de presque vingt minutes, mais seulement de une seconde par la méthode du fil tendu.

Et puis, avec la programmation dynamique, le temps de calcul augmente avec la taille du réservoir, contrairement à la méthode du fil tendu.

De plus, la méthode du fil tendu permet d'obtenir une meilleure précision parce qu'elle n'a pas de problème de discrétisation pour obtenir la solution optimale. Si toutes les conditions (stockage initial, stockage final, capacité totale du réservoir, et les contraintes) sont fixées, la solution de la gestion sera unique et optimale.

La méthode du fil tendu, prenant en compte la série des contraintes permet d'obtenir d'aussi bons résultats que la programmation dynamique.

CHAPITRE 2

LA GESTION DE RESERVOIRS EN AVENIR CERTAIN

La méthode du fil tendu est une sorte d'analyse des courbes d'apports cumulés. En cas d'apports certains, il n'y a pas de difficulté majeure de mise en oeuvre. On peut tenir compte des differentes contraintes et obtenir une solution unique et optimale.

Section 1 : Application pratique de la méthode du fil tendu en avenir certain sur le réservoir Seine.

1. La situation du réservoir Seine.

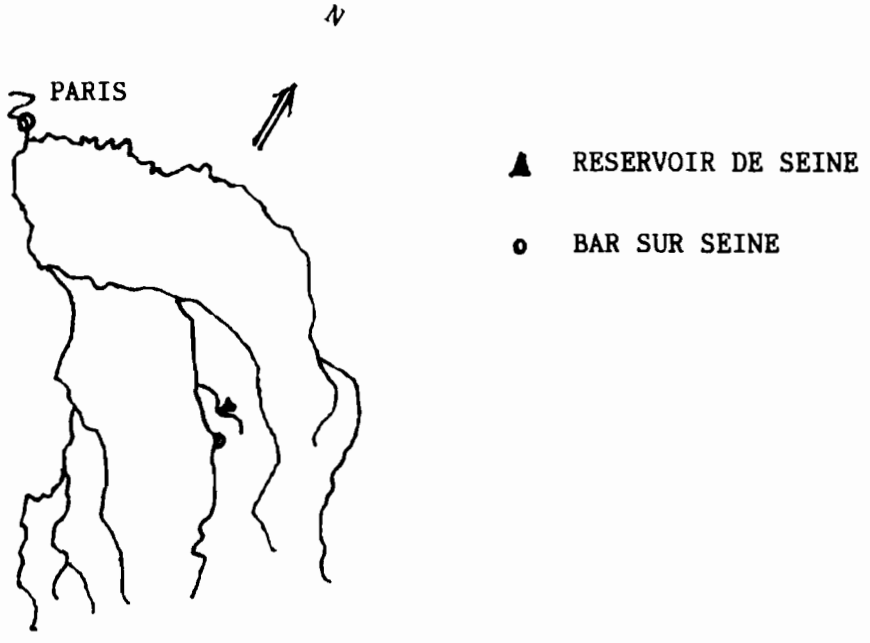


FIG. 18 SITUATION DU RESERVOIR SEINE

La figure 18 indique la situation géographique du réservoir Seine.

La capacité totale du réservoir est de 200 millions de m^3. Le débit maximum pour le canal d'amenée à l'amont est de 180 m^3/s ; celui du canal de fuite à l'aval est de 40 m^3/s.

On souhaite que le débit modifié dans la rivière à l'aval du réservoir soit compris entre 20 m^3/s et 40 m^3/s si possible.

2. Résultats

A partir de la méthode du fil tendu et des techniques proposées pour traiter les contraintes, la gestion en avenir certain pour le réservoir Seine a été effectuée respectivement sur 30 ans (de 1950 à 1979). Les résultats figurent Annexe A. Le calcul a été fait isolément pour chaque année. C'est-à-dire que pour chaque année, le stock initial et le stock final sont fixés (20 M m^3). En effet, il est possible de faire la gestion interannuelle pour ces 30 années successives par la méthode du fil tendu. On peut également le faire par la programmation dynamique mais le temps de calcul

devient alors prohibitif. Pour comparer les résultats obtenus par les deux méthodes il suffira donc de ne traiter dans les mêmes conditions, que quelques années au hasard. Aussi n'était-il pas nécessaire de traiter en une fois, par la méthode du fil tendu, toute la chronique des 30 années consécutives.

Les résultats de la gestion pour chaque année figurent annexe A. On peut y voir les variations des débits naturels, des débits modifiés, des stocks et des lâchures.

Les calculs ont été effectués en années hydrologiques (du 1er octobre au 30 septembre de l'année suivante).

Les lâchures négatives représentent des débits de stockage.

Sur les résultats, on peut voir qu'après la gestion, les crues sont adoucies pour les années humides ; et les étiages sont améliorés pour les années sèches.

Parmi ces 30 ans, nous choisissons trois années typiques pour expliquer l'effet de la gestion par la méthode du fil tendu. Ce sont les années 1951, 1969 et 1971.

1) L'année 1951 n'est ni humide ni sèche. C'est une année moyenne. Mais il y a seulement 63 jours où les débits journaliers naturels sont dans le domaine idéal (entre 20 et 40 m^3/s).

   La fig. 19-A représente les débits journaliers naturels classés et ceux modifiés classés de cette année. On peut y voir qu'après la gestion, il y a 309 jours où les débits journaliers modifiés respectent les contraintes.

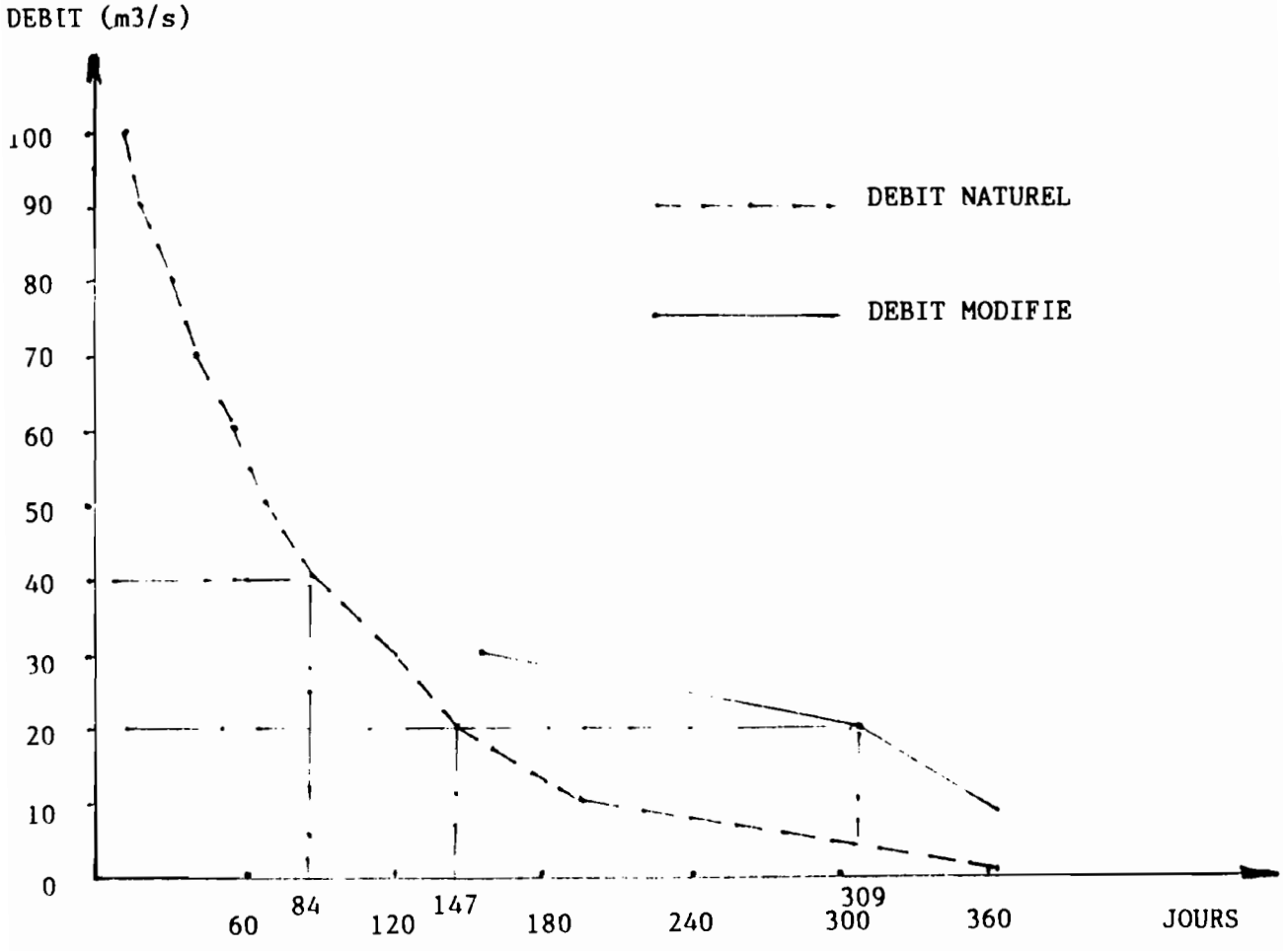


FIG. 19 A DEBITS JOURNALIERS CLASSES (1951)

2) L'année 1969 est humide, il y a 108 jours où les débits journaliers naturels excèdent la limite supérieure de la demande à l'aval et le débit naturel maximum est de 207 m^3/s.

La fig. 19-B représente les débits journaliers naturels classés et ceux modifiés classés de cette année. On peut y voir qu'après la gestion, le nombre de jours où les débits journaliers sont compris entre les limites supérieure et inférieure de la demande à l'aval augmente de 60 à 297 jours et le débit journalier maximum est passé de 207 m^3/s à moins de 90 m^3/s.

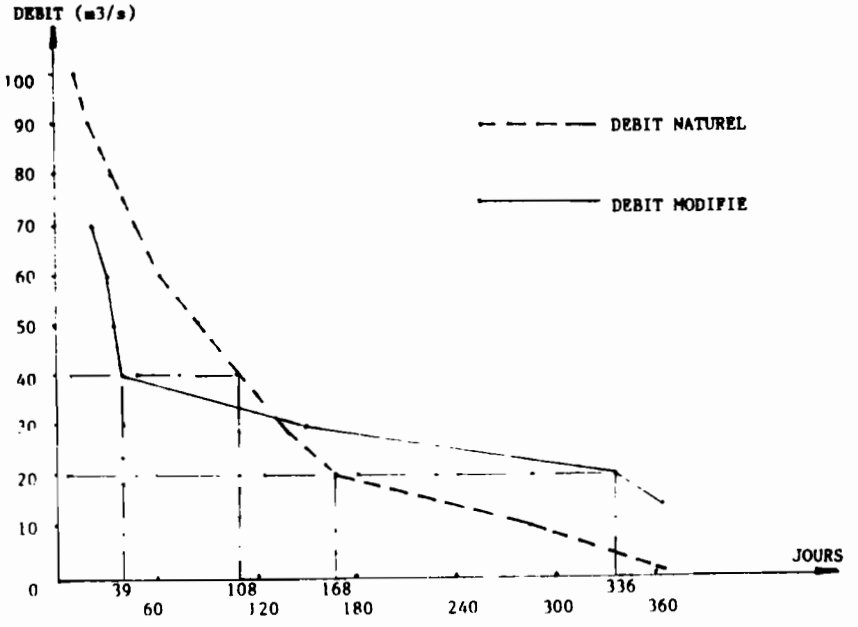


FIG. 19 B DEBITS JOURNALIERS CLASSES (1969)

3) L'année 1971 est sèche, il y a 233 jours où les débits naturels sont inférieurs à 10 m^3/s.

La fig. 19-C représente les débits journaliers naturels classés et ceux modifiés classés de cette année. On peut y voir qu'après la gestion tous les débits modifiés atteignent 10 m^3/s.

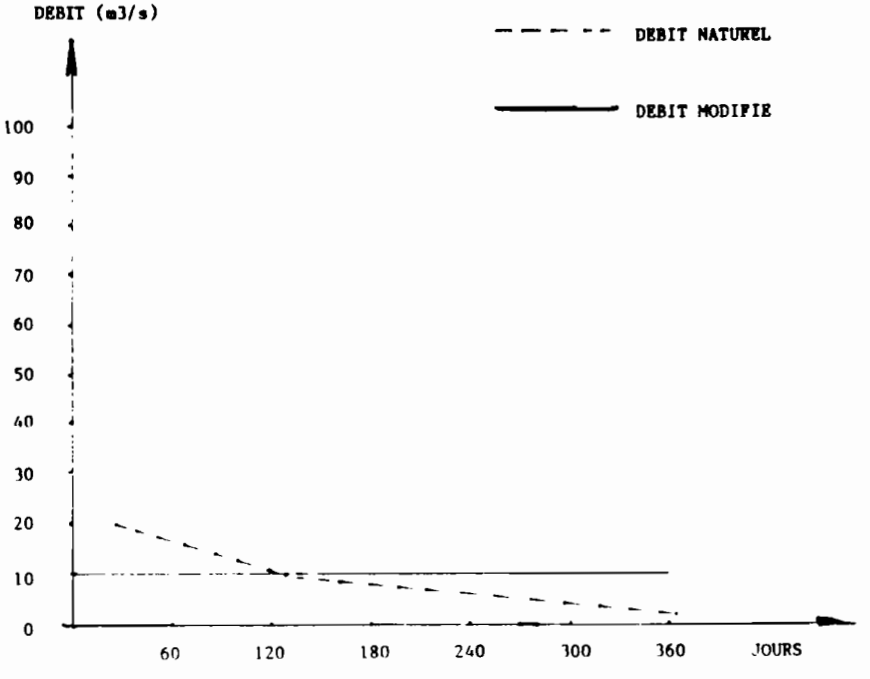


FIG. 19 C DEBITS JOURNALIERS CLASSES (1971)

Par ces trois exemples, nous pouvons voir l'ensemble de l'efficacité de la gestion en avenir certain par la méthode du fil tendu.

CHAPITRE 3

LA GESTION DE RESERVOIRS EN AVENIR INCERTAIN PAR LA METHODE DU FIL TENDU

Comme nous l'avons déjà dit, la méthode du fil tendu est une sorte d'analyse des courbes d'apports cumulés. Donc, en avenir incertain, il faut directement ou indirectement connaître les apports par avance. C'est un problème difficile, mais c'est nécessaire pour la gestion en temps réel de réservoirs.

Bien sûr, si on peut faire des prévisions parfaites à long ou moyen terme, il sera possible de faire la gestion par la méthode du fil tendu. Mais malheureusement, jusqu'à maintenant, ces prévisions sont encore loin d'être parfaites. Donc, en général on utilise des modèles déterministes ou statistiques.

Dans cette thèse, nous avons utilisé deux méthodes différentes. L'une est basée sur la simulation des pluies journalières et des débits (d'apports) journaliers ; l'autre est basée sur la simulation des apports et des déficits.

Dans ces deux cas, la gestion est faite sur la base de débits simulés. La première méthode est utilisée sur le réservoir Seine, et la deuxième méthode pour le réservoir de Naussac sur la Loire.

Section 1 : La gestion de réservoirs par la méthode du fil tendu sur la base de la simulation des pluies journalières et des débits journaliers

1. Introduction

Pour Bar-sur-Seine, des pluies journalières sont simulées par un modèle de renouvellement ((4), G. HUSSER, 1985).

Partant des pluies journalières simulées, le modèle de Hsinanjiang, développé en Chine, est utilisé comme relation entre pluie et débit. C'est un modèle conceptuel. Son application à Bar-sur-Seine est assez bonne.

A partir de la simulation des pluies journalières, on peut obtenir une chronique des pluies journalières possibles ; et puis, par le modèle de Hsinanjiang, on a une chronique des débits journaliers possibles.

Pour chaque série de débits (d'apports) journaliers possibles, on peut faire la gestion de réservoirs par la méthode du fil tendu en tenant compte des contraintes.

De cette façon, on peut obtenir une famille des lâchures journalières possibles.

D'après la fonction de coût, on peut choisir la lâchure optimale pour chaque jour parmi les lâchures journalières possibles.

Nous allons expliquer en détail le principe de cette méthode.

2. Simulation des pluies journalières

2.1. L'occurrence d'un jour pluvieux

Le processus de la pluie est un processus de renouvellement. A partir des données réelles de précipitation durant une période de 22 ans (de 1956 à 1977) à Bar-sur-Seine, pour chaque mois, la probabilité d'avoir un jour pluvieux est indiquée dans le tableau 1.

Tableau 1 - VALEURS DE pi

MOIS	Jan.	Fév.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
pi	0.409	0.364	0.350	0.379	0.437	0.353	0.326	0.386	0.364	0.393	0.473	0.375

Soit p la probabilité qu'il n'y ait pas de pluie pendant n jours

$$p(t = n) = pi(1 - pi)^n$$

2.2. Le volume de pluie

Pour déterminer le volume de pluie journalière, il y a trois lois possibles :

- la loi exponentielle,
- la loi gamma
- la loi de Weibull

Dans le cas du bassin de la Seine, après analyse sur les données observées, c'est la loi de Weibull qui est meilleure que les autres (voir ci-après graphiques, pages 27 et 28). Elle a été acceptée pour la simulation du volume de pluie journalière. Sur les graphes, les droites sont des lignes théoriques ; les points sont des observations.

Pour la loi de Weibull, nous avons la fonction de répartition suivante :

$$F(X) = 1 - e^{-\left(\frac{X-a}{b}\right)^{\gamma}} \qquad X \geq a \qquad b > 0 \qquad \gamma > 0$$

$$F(X) = 0 \qquad X < a$$

Par la méthode de la transformation inverse, on a :

$$X = b \left| -Ln\,(u) \right|^{\frac{1}{\gamma}} + a$$

où u est une variable aléatoire uniformément distribuée sur [0, 1]

F(x) est une fonction de répartition strictement croissante.

La variable x ($x = F^{-1}(u)$) admet F(x) comme la fonction de répartition.

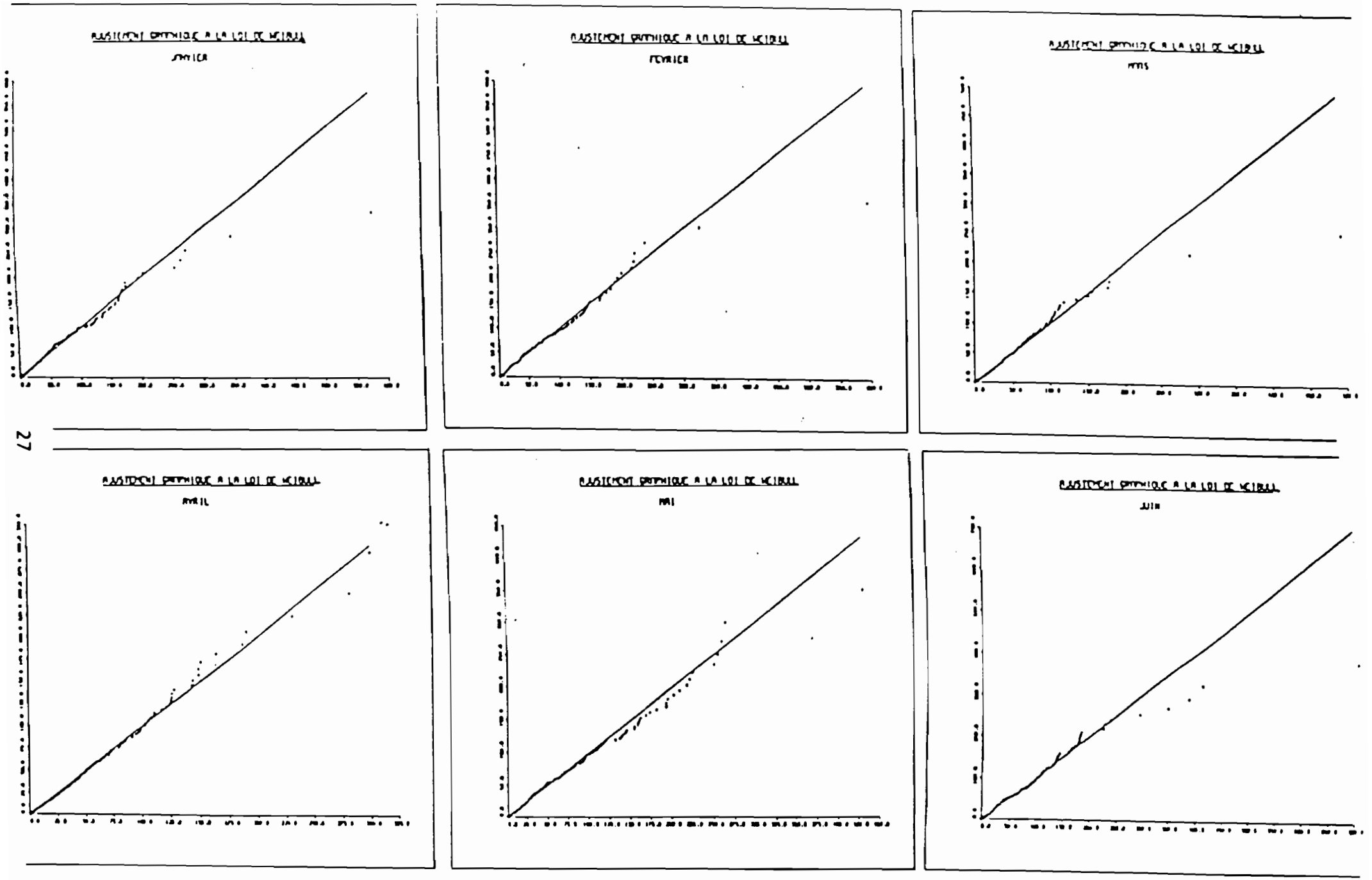
a, b et γ sont paramètres. Ils sont estimés pour chaque mois sur la base des données observées par la méthode du maximum de vraisemblance.

Pour la loi de Weibull, nous avons :

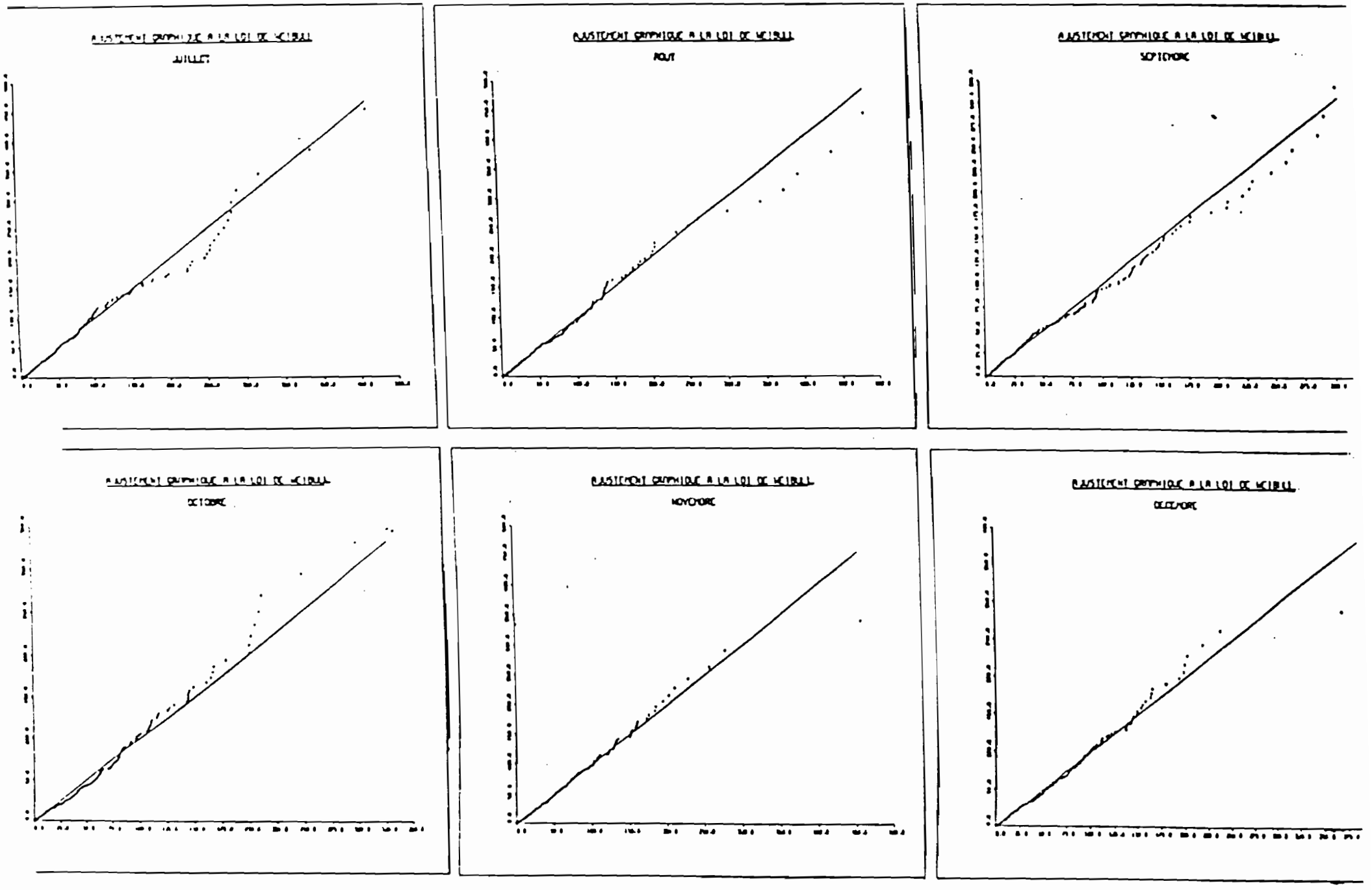
1) La fonction de vraisemblance.

Soient $X_1, X_2, \ldots X_n$, un échantillon d'une loi de Weibull, la fonction de vraisemblance est :

$$Ln\,(a, b, \gamma, X_1, X_2, \ldots X_n) = \left(\frac{\gamma}{b}\right)^n \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{X_i - a}{b}\right)^{\gamma-1} e^{\left(-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{X_i - a}{b}\right)^{\gamma}\right)}$$



(*D'APRES G.HUSSER)



(D'APRES G.HUSSER)

2) Estimateur du maximum de vraisemblance

Supposons que *a* soit connu, les estimateurs $\hat{b}$ et $\hat{\gamma}$ vérifient les équations ci-dessous :

$$-n + \frac{1}{b^{\gamma}} \sum_{i=1}^{n} (X_i - a)^{\gamma} = 0$$

$$\frac{n}{\gamma} + \sum_{i=1}^{n} \log (X_i - a) - n \log b - \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{X_1 - a}{b} \right)^{\gamma} \gamma \log \left(\frac{X_1 - a}{b} \right) = 0$$

La solution pour $\hat{b}$ est la suivante :

$$b = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (X_i - a)^{\gamma} \right]^{\frac{1}{\gamma}}$$

La solution pour $\hat{\gamma}$ est tirée de $G(\gamma) = 0$ avec :

$$G(\gamma) = \frac{n}{\gamma} - n \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - a)^{\gamma} \log (X_i - a)}{\sum_{i=1}^{n} (X_i - a)^{\gamma}} + \sum_{i=1}^{n} \log (X_i - a)$$

Posons $t_i = X_i - a$

On utilise la méthode de Newton pour la résolution de $G(\hat{\gamma})$.

Voici la procédure :

1) Choix d'une valeur initiale γ_0 de γ (par exemple, $\gamma_0 = 1$)

2) Calcul de $\gamma_n = \gamma_{n-1} - G(\gamma_{n-1}) / G'(\gamma_{n-1})$

$$\text{où} \quad G'(\gamma) = -\frac{n}{\gamma^2} + n \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} t_i \log t_i}{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\gamma}} \right) - n \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\gamma} \log^2 t_i}{\sum_{i=1}^{n} t_i^{\gamma}}$$

3) Recommencer toute la procédure jusqu'à ce que : $| \gamma_n - \gamma_{n-1} | \leq \varepsilon$

Pour les précipitations observées durant une période de 22 ans (de 1956 à 1977) à Bar-sur-Seine, les paramètres γ et b sont indiqués dans le tableau 2

Tableau 2 : Paramètres de γ et b

MOIS	Jan.	Fév.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
γ	0.831	0.844	0.883	0.801	0.830	.0.876	0.833	0.820	0.845	0.747	0.821	0.891
b	41.406	47.916	36.427	35.426	43.031	54.367	59.556	54.641	49.786	39.219	40.212	49.625

Les résultats de la simulation de 22 ans sont indiqués dans la figure 20 et la figure 21.

FIG. 20 Nombre moyen de jours pluvieux

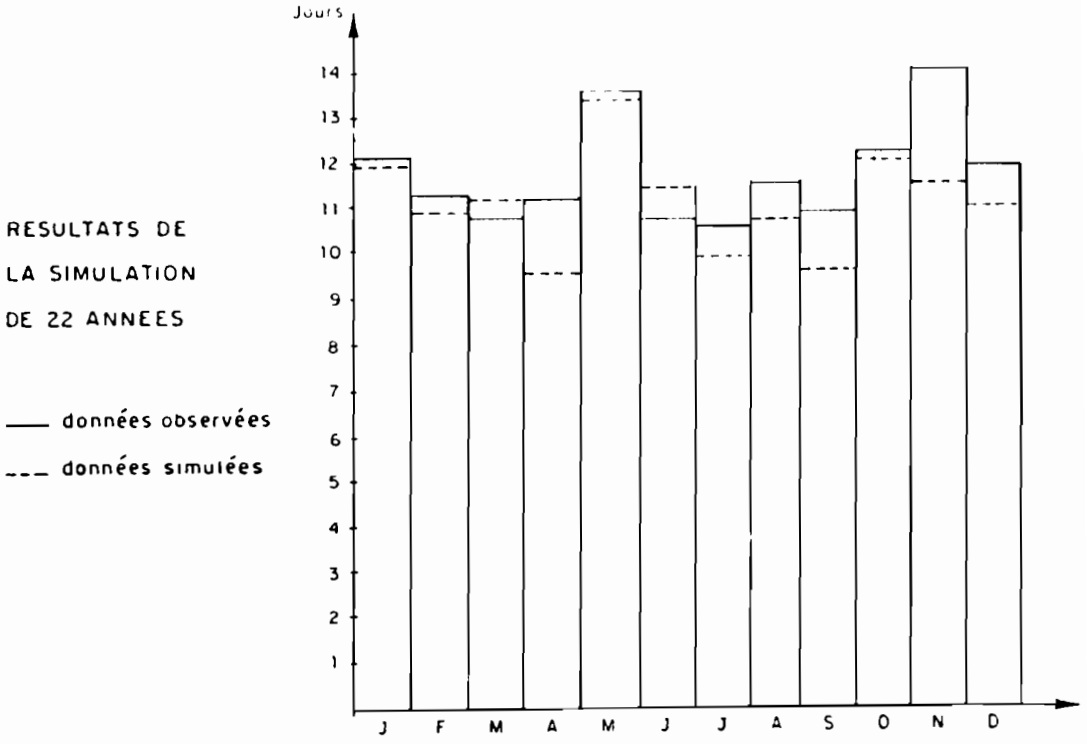
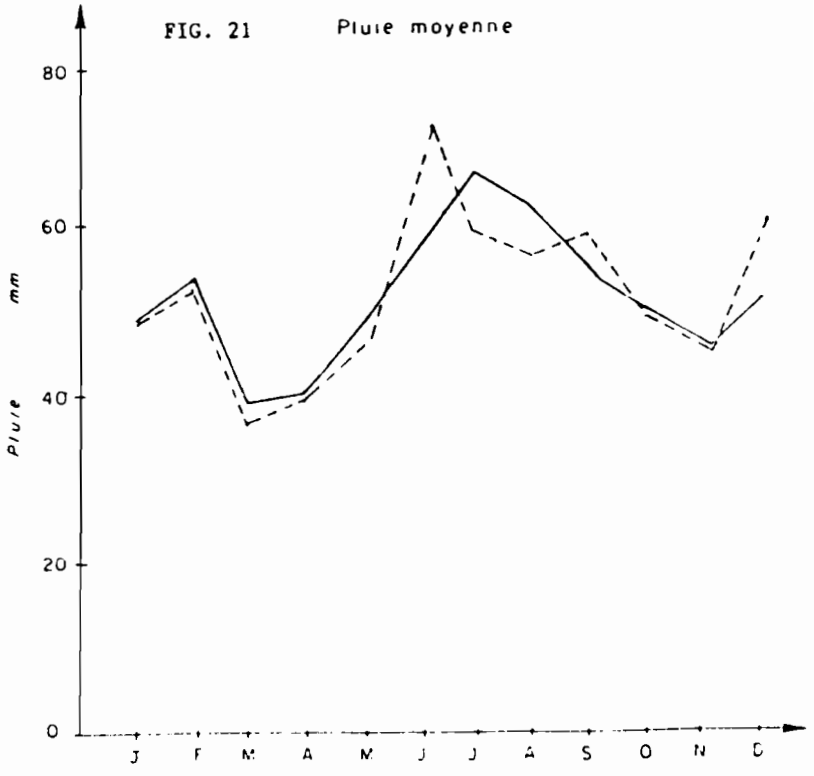


FIG. 21 Pluie moyenne



Nous avons travaillé sur les pluies journalières observées à la station météo de Bar-sur-Seine de 1956 à 1977.

La figure 20 est la comparaison du nombre moyen mensuel de jours pluvieux entre les données observées et celles simulées.

La figure 21 est la comparaison de la pluie moyenne mensuelle entre les données observées et celles simulées.

On voit bien sur la figure 20 et la figure 21 que la simulation de pluie à Bar-sur-Seine par la loi de Weibull est utilisable.

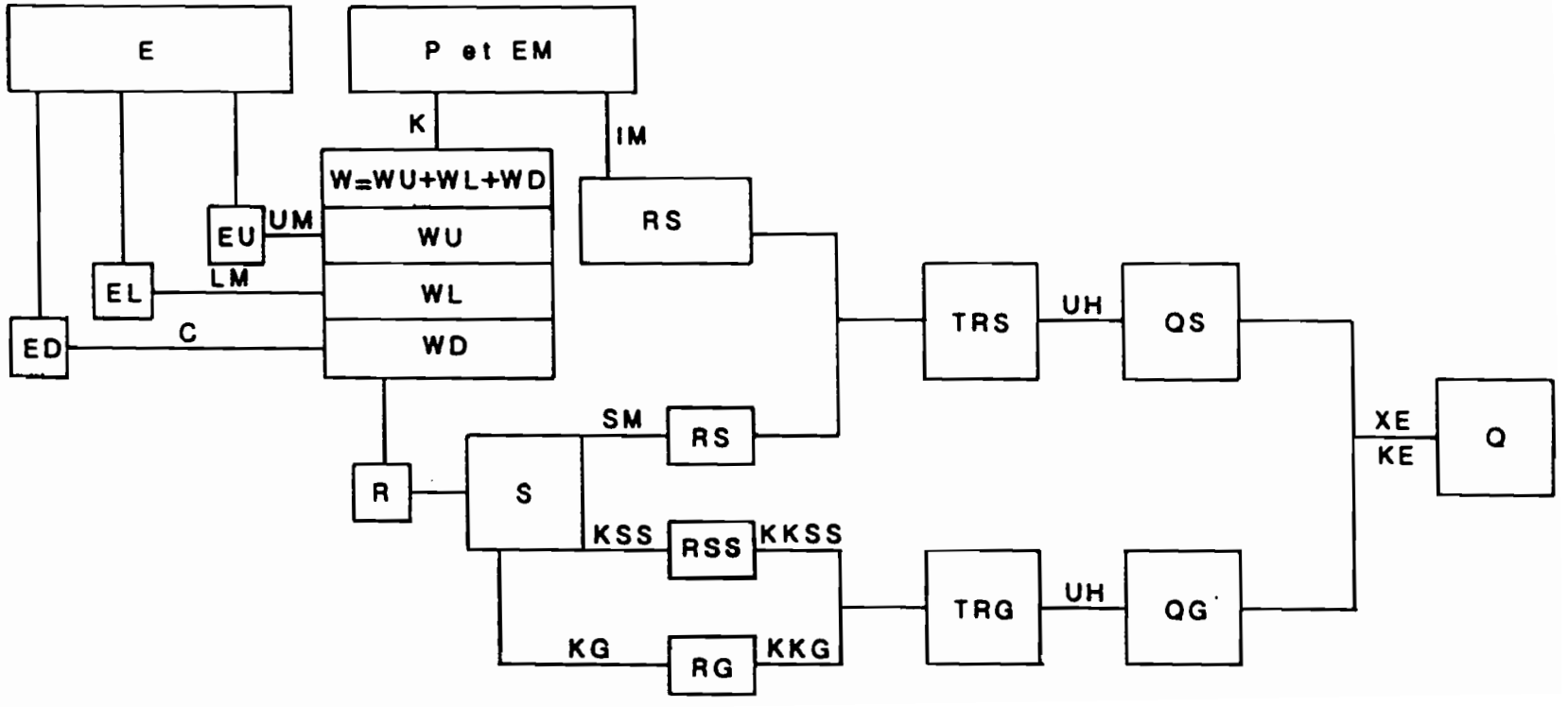
3. Simulation des débits journaliers

3.1. Le modèle de Hsinanjiang et son application à Bar-sur-Seine

Le modèle de Hsinanjiang est un modèle conceptuel pour simuler ou prévoir des chroniques des débits sur la base des pluies. Il a été développé en Chine en 1964, et il est largement utilisé particulièrement sur les régions humides de Chine ((5), ZHAO RENJING, 1984).

C'est un modèle distribué. Le bassin versant est divisé en plusieurs sous-bassins. Les calculs sont faits pour chaque sous-bassin. La somme des débits venus des sous-bassins à l'exutoire du bassin versant donne le débit sortant du bassin versant. L'organigramme du modèle est décrit par la figure 22 dans laquelle les lettres écrites à l'intérieur des blocs sont des entrées, des sorties et des variables d'état ; les lettres à l'extérieur des blocs sont des paramètres.

FIG.22 ORGANIGRAMME DU MODELE DE HSINANJIANG



Les entrées sont :

p : pluie journalière sur le bassin versant

EM : évaporation observée dans un bac d'évaporation

Les sorties sont :

Q : débit sortant d'un bassin versant

E : Evapotranspiration calculée d'un bassin versant. E = EU + EL + ED (la somme des évapotranspirations de la couche supérieure, de la couche basse et de la couche profonde)

Les paramètres sont :

K : coefficient de correction de bac d'évaporation

WM : capacité moyenne au champ du bassin versant. WM = WU + WL + WD (la somme des capacités au champ de la couche supérieure, de la couche basse et de la couche profonde)

WMM : capacité maximum au champ du bassin versant WMM = WM (1 + B) / (1 - IM)

IM : rapport de la surface imperméable à la surface totale d'un bassin versant

B : exposant de la courbe de distribution de la capacité au champ d'un bassin versant

C : coefficient d'évapotranspiration pour la couche profonde

SM : capacité du réservoir linéaire de l'eau libre

KG : coefficient de réduction de l'eau souterraine

KSS : coefficient de réduction du ruissellement retardé

KKG : coefficient de tarissement de l'eau souterraine

KKSS : coefficient de tarissement du ruissellement retardé

UH : valeurs des ordonnées d'hydrogramme unitaire

KE, XE : paramètres pour la méthode de Muskingum (une méthode pour la propagation des crues)

Les variables d'état sont :

W : teneur en eau de sol
W = WU + WL + WD (la somme des teneurs en eau de la couche supérieure, de la couche basse et de la couche profonde)

R : ruissellement
R = RS + RSS + RG (la somme des ruissellements superficiels, retardés et souterrains)

S : stockage de l'eau libre

Presque tous les paramètres peuvent être déterminés par avance d'après les hydrogrammes observés et les caractéristiques de bassin versant.

3. 1.1. Le principe du modèle

3.1.1.1. La fonction du ruissellement

Pendant la période de pluie, le ruissellement se produit quand la teneur en eau du sol dans la zone d'aération atteint la valeur de la capacité au champ. La part de pluie qui dépasse l'infiltration est le ruissellement superficiel, et la part infiltrée est le ruissellement souterrain. C'est un modèle du type de stockage.

Parce que la distribution de la capacité au champ n'est pas uniforme sur les bassins versants, une courbe de distribution de la capacité au champ (voir la figure 23) est comprise dans le modèle. C'est une parabole de B^{ème} ordre.

En partant de cette courbe, on en déduit une relation entre la pluie et le ruissellement.

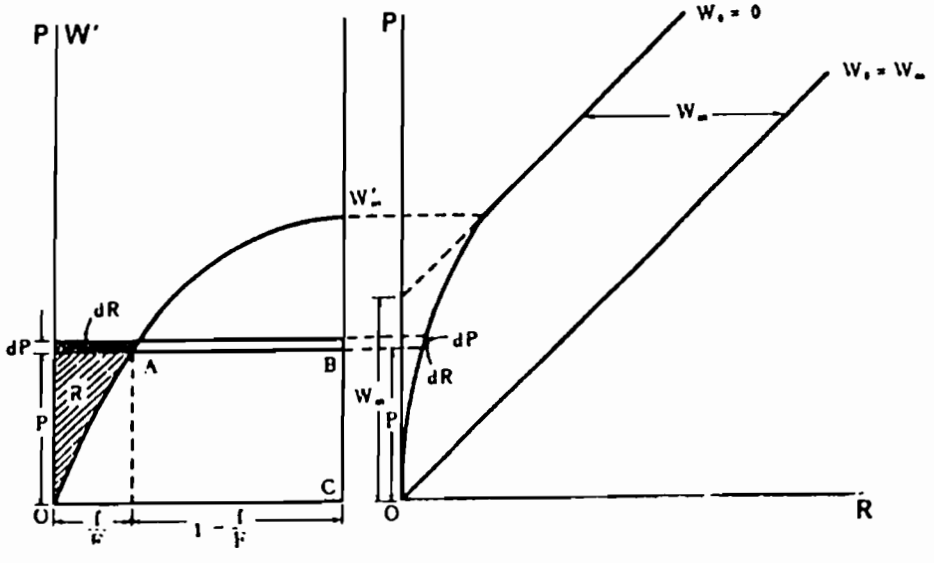


FIG. 23 COURBE DE DISTRIBUTION DE LA CAPACITE AU CHAMP DE BASSIN VERSANT

Sur la figure 23, f/F représente le rapport de la surface du bassin versant qui produit le ruissellement. C'est une fraction comprise entre 0 et 1.

Les formules utilisées sont :

$f/F = (1 - (1 - W/WMM)^{B})(1 - IM) + IM$
$WM = WMM(1 - IM)/(1 - B)$
$A = WMM(1 - (1 - W/WMM)^{1/(1+B)})$

Si $p - E \leq 0$, $R = 0$

Si $p - E > 0$, il y aura deux conditions :

Si $p - E + A < WM$, alors,
$R = p - E - WM + W + WM(1 - (p - E + A)/WMM)^{1+B}$

Si $p - E + A \geq WM$, alors
$R = p - E + W - WM$

Le ruissellement total a trois origines : le ruissellement superficiel RS, le ruissellement retardé RSS, et le ruissellement souterrain RG.

La division des origines de l'eau est faite par un réservoir linéaire qui s'appelle le réservoir de l'eau libre.

Le ruissellement total est ajouté au stockage du réservoir de l'eau libre pour obtenir le nouveau stockage S de l'eau libre.

SM est la capacité de l'eau libre (en mm). Quand le stockage S de l'eau libre est inférieur à SM, il n'y a pas de ruissellement superficiel. Mais quand il est supérieur à SM, l'excès représente le ruissellement superficiel.

Les trois sortes de ruissellement sont divisées selon les règles suivantes :

Si $S > SM$, alors

$RS = S - SM$
$RSS = SM . KSS$
$RG = SM . KG$

Si $S \leq SM$, alors

$RS = 0$
$RSS = S . KSS$
$RG = S . KG$

L'évapotranspiration est calculée par un modèle à trois couches. Ici, la couche n'indique pas une position en profondeur, mais l'importance de la teneur en eau du sol.

Supposons que la capacité au champ soit de 90 mm.

La couche supérieure aura une teneur en eau assez forte, par exemple, plus de 80 mm ; la couche basse aura une teneur en eau faible, par exemple, entre 40 mm et 80 mm ; la couche profonde aura une teneur en eau très faible, par exemple, moins de 40 mm.

Quand la teneur en eau du sol est supérieure à 80 mm, le sol est assez humide. En ce cas, la règle d'évapotranspiration pour la couche supérieure fonctionne. L'humidité diminue en fonction de l'évapotranspiration potentielle, EU = K . EM.

Quand la teneur en eau du sol est comprise entre 40 mm et 80 mm, le sol n'est pas très humide, la règle d'évapotranspiration pour la couche basse est une règle proportionnelle. L'humidité du sol s'évapore proportionnellement à la teneur réelle en eau du sol, EL = K . EM . WL/LM.

Quand la teneur en eau du sol est inférieure à 40 mm, le sol est sec, la règle d'évapotranspiration pour la couche profonde fonctionne. L'évapotranspiration est une fraction constante de l'évapotranspiration potentielle, ED = C . K . EM.

Le modèle d'évapotranspiration avec trois couches a été développé à la suite d'expérimentations. La figure 24 est un diagramme schématique tiré des expérimentations.

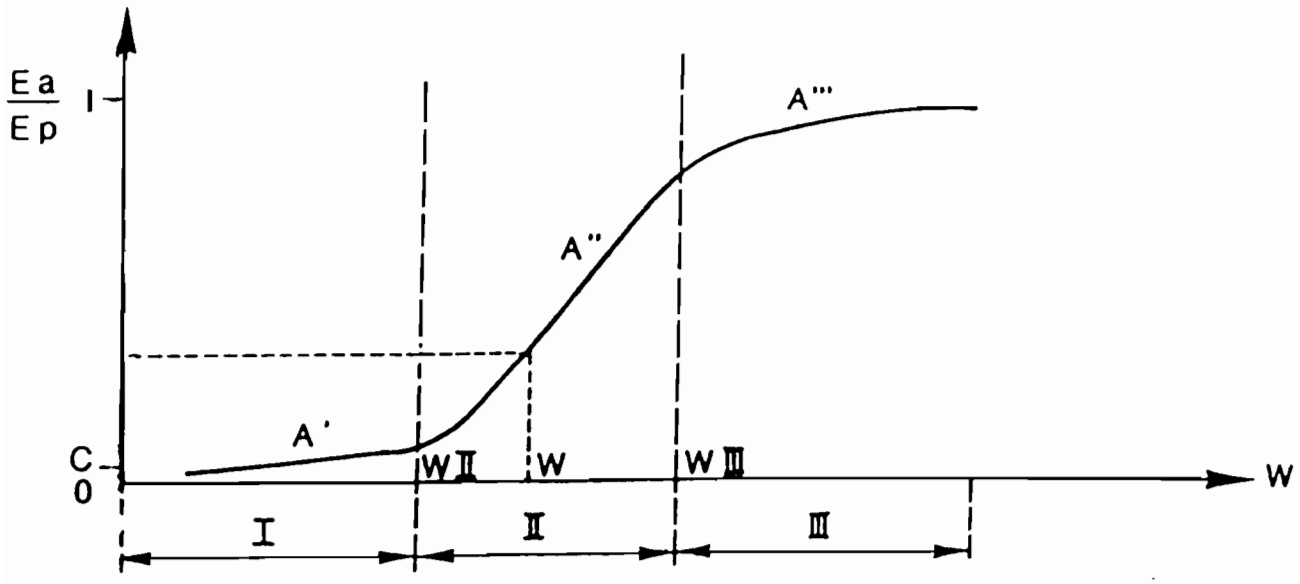


FIG.24 RELATION ENTRE LA TENEUR EN EAU DU SOL ET LE RAPPORT DE L'EVAPOTRANSPIRATION REELLE A L'EVAPOTRANSPIRATION POTENTIELLE

Sur la figure 24, l'ordonnée est le rapport de l'évapotranspiration réelle à l'évapotranspiration potentielle et l'abscisse est la teneur en eau du sol. On peut facilement voir que la courbe est constituée par trois segments A', A" et A"' correspondant à trois intervalles de teneur en eau du sol I, II et III.

Quand la teneur en eau du sol est forte, W ≥ WIII (intervalle III), la courbe (segment A"') est presque une ligne horizontale avec l'ordonnée de 1. C'est-à-dire, quand W ≥ WIII, Ea/Ep ≃ 1. On a donc Ea ≃ Ep, l'humidité du sol évapotranspire à l'évapotranspiration potentielle.

Quand la teneur en eau du sol est moins forte, WII < W < WIII (intervale II), la courbe (segment A") est une ligne oblique avec une pente de KK.

$$KK = (1 - C) / (WIII - WII).$$

Pour n'importe quelle valeur de W entre WII et WIII, nous avons :

$$\frac{\frac{Ea}{Ep}}{W - WII} = KK$$

alors,

$$\frac{\frac{Ea}{Ep}}{W - WII} = \frac{1 - C}{WIII - WII} \quad , \quad \frac{Ea}{Ep} = \frac{W - WII}{WIII - WII} (1 - C)$$

et

$$Ea = Ep \, . \, \frac{W - WII}{WIII - WII} (1 - C)$$

WII, WIII, C sont des constantes. Ep est déterminé par les conditions climatiques ; pour un jour considéré, il est aussi fixé. Alors, Ea est proportionnelle à W, la teneur réelle en eau du sol. Le sol évapotranspire selon une règle proportionnelle.

Quand la teneur en eau du sol est faible, W ≤ WII (intervalle I), la courbe (segment A') redevient une ligne horizontale avec une ordonnée de C. C'est-à-dire, quand W ≤ WII, Ea/Ep = C, Ea = C.Ep. En général, C = 1/6. A ce moment là, l'évapotranspiratoin réelle est une fraction constante de l'évapotranspiration potentielle.

Le modèle d'évapotranspiration du bassin versant est conforme à la conclusion tirée des expérimentations. Les variations aux charnières de trois intervalles sont successives. Après plusieurs années d'application pratique en Chine, on a trouvé que ce modèle est valable pour calculer les évapotranspirations des bassins versants.

3.1.1.2. La concentration du ruissellement

Le ruissellement total a trois origines : le ruissellement superficiel, le ruissellement retardé et le ruissellement souterrain.

Les vitesses de concentration des différents ruissellements sont inégales. La vitesse de concentration du ruissellement superficiel est la plus élevée ; celle du ruissellement retardé est moyenne, et celle du ruissellement souterrain est la plus faible.

Pour éviter la non-linéarité démontrée souvent dans le calcul de concentration du ruissellement, il faut distinguer les origines du ruissellement et utiliser des modèles différents pour les calculs de concentration selon les types de ruissellement.

- La concentration du ruissellement souterrain est simulée par un réservoir linéaire.

  QG(t) = QG(t - I) . KKG + RG(t) . (I - KKG) . U

où QG est le débit souterrain,
RG est le ruissellement souterrain
KKG est le coefficient de tarissement de l'écoulement souterrain,
U est le facteur de conversion des unités.

- La concentration du ruissellement retardé est aussi simulée par un réservoir linéaire.

$$QSS(t) = QSS(t - I) . KKSS + RSS(t) . (I - KKSS) . U$$

où QSS est le débit retardé,
RSS est le ruissellement retardé,
KSS est le coefficient de tarissement du ruissellement retardé,
U est le facteur de conversion des unités.

- La concentration du ruissellement superficiel est simulée par un hydrogramme unitaire. Les valeurs d'ordonnées de l'hydrogramme unitaire sont déduites des données observées à l'exutoire d'un sous-bassin ou d'un bassin versant similaire.

Le calcul de concentration des ruissellements superficiel, retardé et souterrain est fait pour chaque sous-bassin.

La méthode de Muskingum est utilisée pour la propagation des crues dans les canaux des exutoires des sous-bassins ou des bassins versants.

3.1.1.3. La détermination des paramètres

Dans le modèle de Hsinanjiang, il y a 15 paramètres. Presque tous les paramètres peuvent être déterminés par avance d'après les hydrogrammes et les caractéristiques des bassins versants.

Les moyens pour déterminer ces paramètres sont respectivement décrits ci-dessous :

- K est un paramètre très sensible parce qu'il décide de la quantité d'eau restée dans un bassin versant. $K = K_1 . K_2 . K_3$. K_1 est le rapport d'évaporation d'une surface d'eau libre assez profonde et vaste à l'évaporation mesurée dans un bac d'évaporation. Il est déterminé par les expérimentations. K_2 est le rapport de l'évapotranspiration potentielle à l'évaporation d'une surface d'eau libre assez profonde et vaste. En été $K_2 = 1.3 \sim 1.5$; en hiver $K_2 = 1.0$. K_3 est un coefficient de passage de la station de mesure au bassin versant. En pratique $K_1 . K_2 = 1 . K_3$ est une fonction de la différence entre l'altitude de la station et l'altitude moyenne du bassin versant. Le coefficient d'évaporation K est déterminé par les tatonnements, la fonction objective étant le ruissellement réel.

- WM mesure l'aridité du bassin versant. Il passe de 80 mm pour des régions humides à 180 mm pour des régions semi-arides. En valeur, il est égal à la capacité au champ. Il peut être déterminé par des expérimentations. C'est un paramètre peu sensible. Mais il doit être assez grand pour que l'humidité du sol soit toujours positive.

- UM est assez sensible au calcul d'évapotranspiration. En général, UM = 5 mm pour une région sans forêt, et UM = 15 mm pour une région avec forêt.

- IM est le rapport de la surface imperméable sur la surface totale du bassin versant. Il produit de petites quantités de ruissellement superficiel quand il pleut. Il est déterminé à partir de cartes et de photographies aériennes du bassin versant.

- B caractérise la dispersion de la capacité au champ de surface du bassin versant. Donc, en général, c'est une fonction de la surface du bassin versant. B = 0.1 pour des bassins versants de moins de 10 km^2 ; B = 0.4 pour des bassins versants de 1000 km^2.

- C est un coefficient d'évapotranspiration de la couche profonde. Il dépend de la couverture végétale. Il varie de 0.2 pour des régions humides à 0.08 pour des régions semi-arides. Il est inactif pendant la saison humide. Mais il joue un rôle important pendant la saison sèche.

- SM est la capacité du réservoir de l'eau libre. C'est une fonction de l'épaisseur de la zone d'aération. Il varie de 30 mm pour des régions humides à 60 mm pour des régions semi-arides.

- KG est un coefficient de réduction de l'écoulement souterrain ; KSS est celui de l'écoulement retardé. KKG est un coefficient de tarissement de l'écoulement souterrain ; KKSS est celui de l'écoulement retardé. Ils sont déterminés d'après le principe suivant :

On sait bien que pour un réservoir linéaire, la relation entre le stockage et la lâchure est :

$$W = KQ \qquad (1)$$

où W est le stockage,
Q est la lâchure,
K est le coefficient stockage - lâchure.

L'équation du bilan de l'eau est :

$$\Delta W = -Q\ \Delta t \qquad (2)$$

Résolvons les équations (1) et (2) ensemble, nous avons :

$Q_t = Qo \cdot e^{-t/k}$ ou $Q_{t+\Delta t} = Q_t \cdot e^{-\Delta t/K}$

Si $\Delta t = 1$, on a : $Q_{t+1} = Q_t \cdot e^{-1/K}$ et $Q_{t+1} / Qt = e^{-1/K}$

Posons $Kr = e^{-1/K}$, Kr s'appelle le coefficient de tarissement, et alors $K = -1/\ell nKr$

Pendant la période Δt, la diminution du réservoir linéaire de l'eau libre est :

$$\Delta W = \int_t^{t+\Delta t} Q dt = \int_t^{t+\Delta t} Qo \quad e^{-t/K} dt = Wt(1 - Kr) = Wt\ Kp$$

Kp s'appelle le coefficient de réduction

$$Kp = \frac{\Delta W}{Wt} = \frac{Wt - W_{t+\Delta t}}{Wt} = 1 - Kr$$

C'est justement la relation entre le coefficient de réduction et celui du tarissement. C'est la solution de l'équation différentielle du réservoir linéaire.

Dans notre modèle, KKG est le coefficient de tarissement de l'eau souterraine. Il peut être déterminé par l'examen des hydrogrammes pendant la période sèche (segment BC sur la figure 25). KKG est le rapport des débits journaliers voisins.

$$KKG = Q_{t+1}/Q_t$$

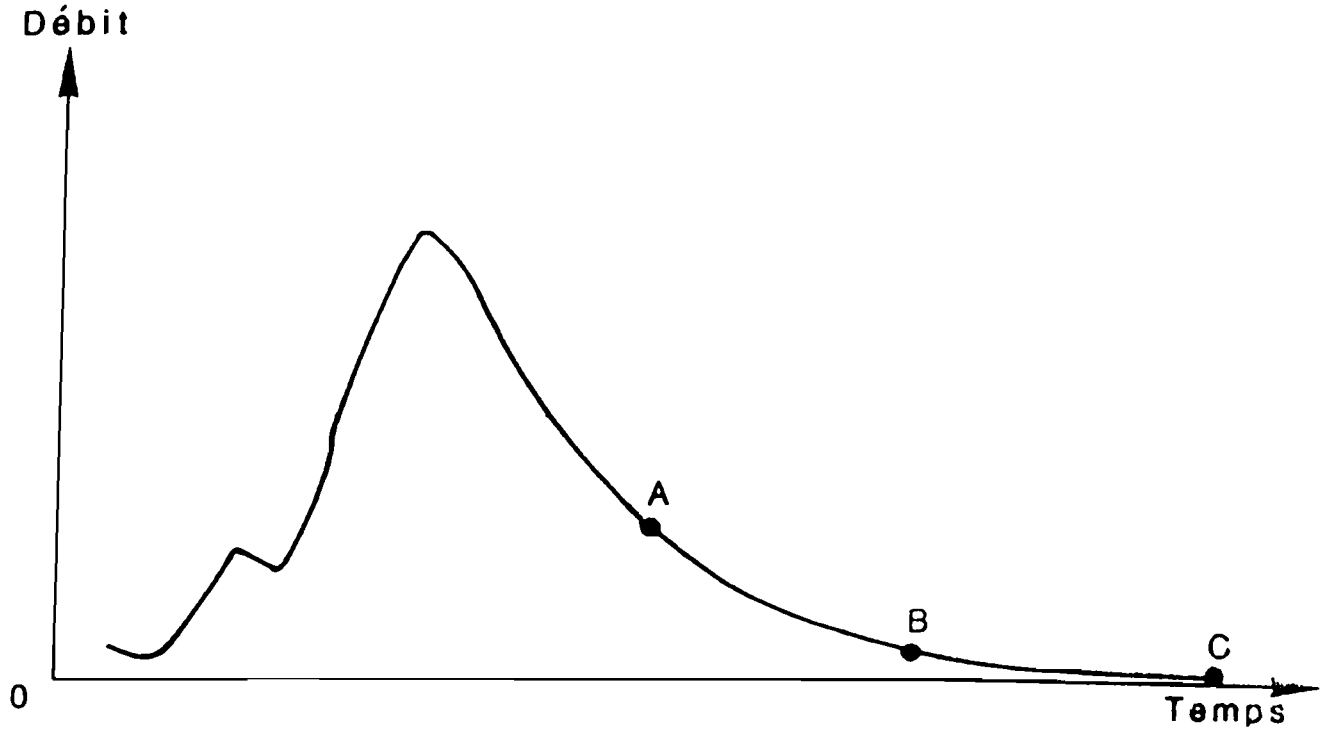


FIG. 25 **TARISSEMENT DE L'EAU SOUTERRAINE ET DE L'EAU RETARDEE**

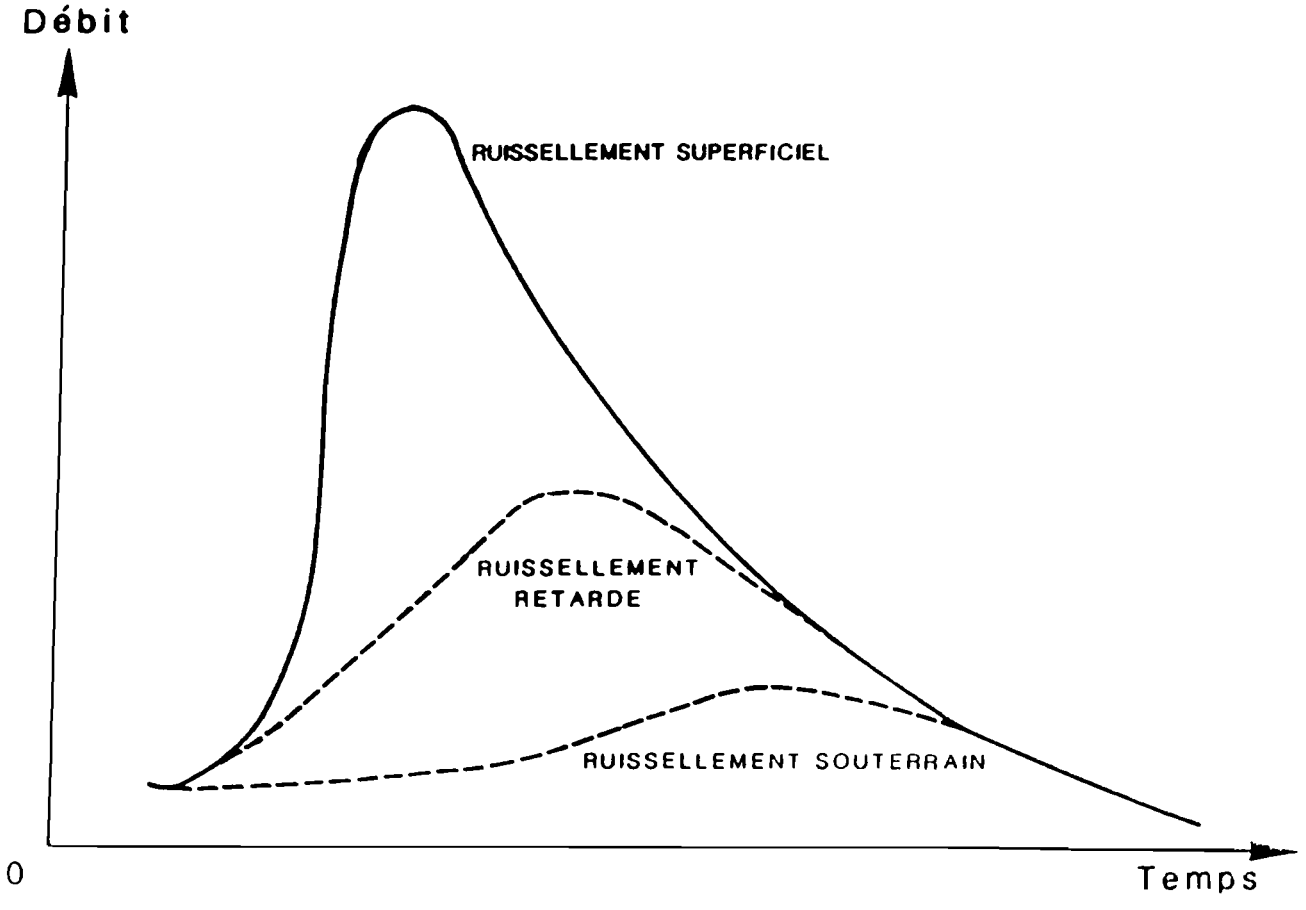


FIG. 26 COMPOSITION DU RUISSELLEMENT

Le segment AB sur la figure 25 représente le tarissement de l'écoulement retardé. KKSS est déterminé par ce segment d'hydrogramme. C'est aussi le rapport des débits voisins.

$$KKSS = Q_{t+1/Q_t}$$

Pour le réservoir entier d'eau libre, le coefficient de réduction est la somme de KG et KSS, et celui de tarissement doit être 1 - (KG + KSS).

Le coefficient de réduction décide de la durée N du ruissellement direct. C'est-à-dire, après N jours, le ruissellement direct est presque terminé. Donc on a :

$$[1 - (KG + KSS)]^N = \varepsilon$$

où ε est un petit nombre, par exemple, $\varepsilon = 0.001$

Par l'analyse d'hydrogrammes, on peut estimer la valeur de N. Donc, la valeur de (KG + KSS) peut être obtenue.

La valeur de KG/KSS est aussi estimée par l'analyse d'hydrogrammes observés. C'est le rapport entre le volume de l'eau souterraine et celui de l'eau retardée (voir la figure 26). Les hydrogrammes pour l'écoulement retardé et pour l'écoulement souterrain (les courbes en pointillé sur la figure 26) sont déterminés par la méthode classique pour la séparation de l'eau souterraine.

Partant des valeurs de (KG + KSS) et KG/KSS, la solution de l'équation du premier degré à deux inconnues donne KG et KSS.

- UH sont les valeurs des ordonnées de l'hydrogramme unitaire. Elles sont déterminées par les moindres carrés sur la base des données observées.

- XE, KE sont les paramètres de la méthode de Muskingum.

  C'est meilleur d'adopter Δt pour KE. Δt est le pas de temps dans le calcul.

  XE est déterminé par des méthodes hydrauliques :

$$XE = \frac{1}{2} - \frac{\ell}{2L}$$

où L est la longueur de fleuve où se fait la propagation,
ℓ est la longueur caractéristique du bief

$$\ell = \frac{Qo}{io}\left(\frac{dH}{dQ}\right)_o$$

où "o" dénote la condition d'écoulement permanent.

Il y a une méthode pour estimer approximativement la valeur de ℓ :

$$\ell = \frac{AV}{io}\left(\frac{1}{V} \cdot \frac{dH}{dA}\right) = \frac{A}{Bio} = \frac{H}{io}$$

où H = A/B, la profondeur moyenne,
A est la superficie de la section mouillée,
B est la largeur du fleuve.

3.1.2. Application pratique du modèle de Hsinanjiang à Bar-sur-Seine

La station de Bar-sur-Seine est située sur le cours supérieur de la Seine. Elle contrôle ainsi un bassin versant de 2340 km^2. Il existe des données observées sur 22 ans (de 1955 à 1977) de pluies et de débits. Les évaporations sont calculées par une formule ((6), C. RIOU, 1975) sur la base des températures, humidités, etc.

La calibration a permis d'obtenir les valeurs des paramètres ci-dessous :

IM = 0
WM = 180 mm (UM = 20 mm, LM = 80 mm, DM = 80 mm)
B = 0.4
C = 0.15
KKG = 0.95
KKSS = 0.35
KG = 0.05
KSS = 0.65
SM = 55.0 mm
UH = 0.02, 0.03, 0.05, 0.15, 0.35, 0.2, 0.1, 0.05, 0.03, 0.02.

Les valeurs de K pour chaque mois sont indiquées dans le Tableau 3.

Les paramètres sont calibrés à partir des données observées sur 8 ans (de 1956 à 1963).

La validation a été faite pour 6 ans (de 1972 à 1977). Les erreurs relatives des débits moyens annuels et des volumes annuels de ruissellement sont indiquées dans le Tableau 4.

Les comparaisons entre les hydrogrammes observés et ceux simulés pour ces 6 années (de 1972 à 1977) sont représentées de la figure 27 à la figure 32.

Tableau 3 - VALEURS DE K

MOIS	Jan.	Fév.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
K	0.3	0.5	0.7	0.8	1.2	2.2	2.2	1.8	1.4	1.2	0.8	0.5

Tableau 4 - RESULTAT

ANNEE	Erreur relative de volume annuel de ruissellement (%)	Erreur relative de débit moyen annuel (%)
1972	- 5.47	- 4.0
1973	0.51	1.0
1974	2.39	4.0
1975	3.03	8.0
1976	- 0.35	- 7.0
1977	- 1.02	- 1.0

FIG.27 HYDROGRAMME (1972)

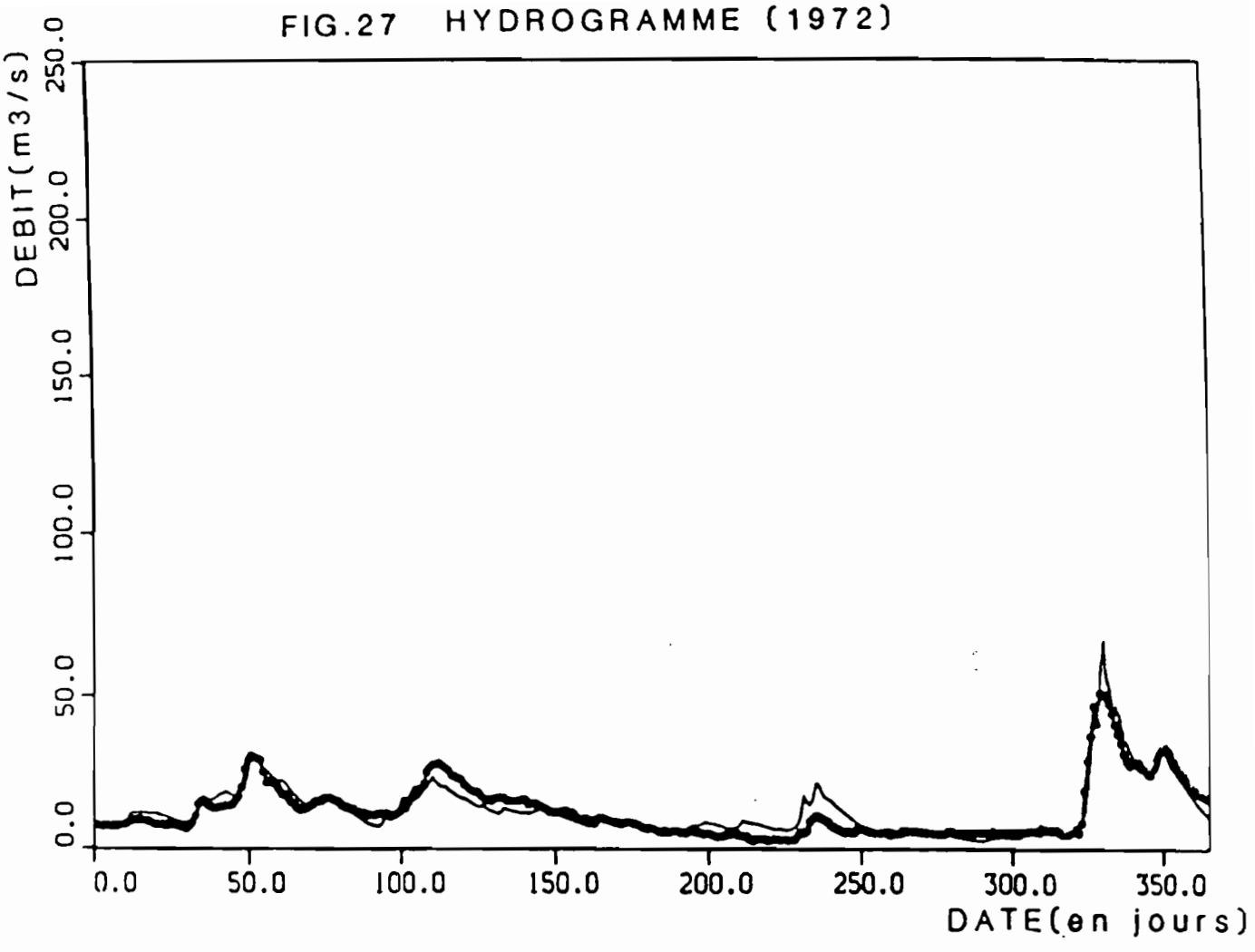


FIG.28 HYDROGRAMME (1973)

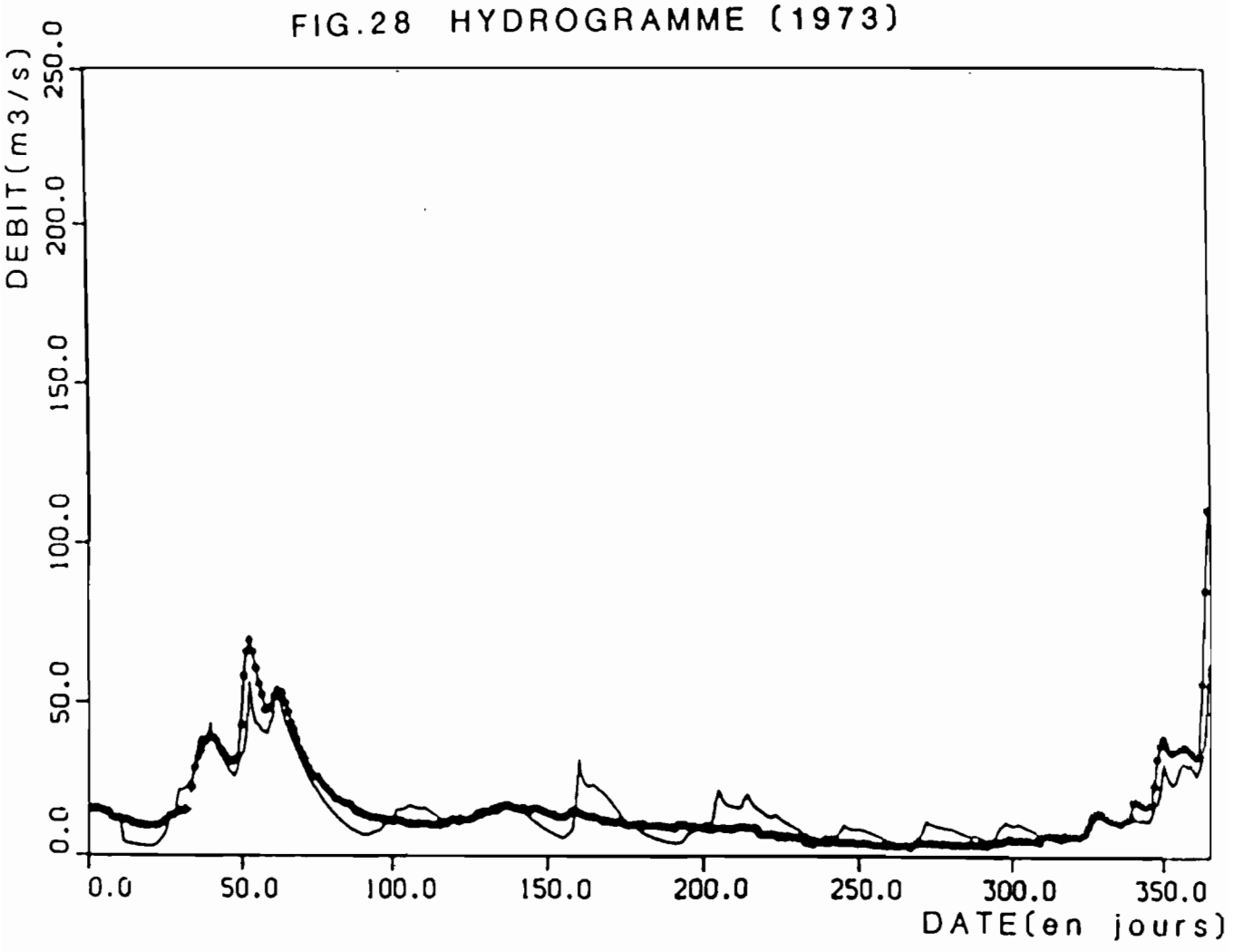


FIG.29 HYDROGRAMME (1974)

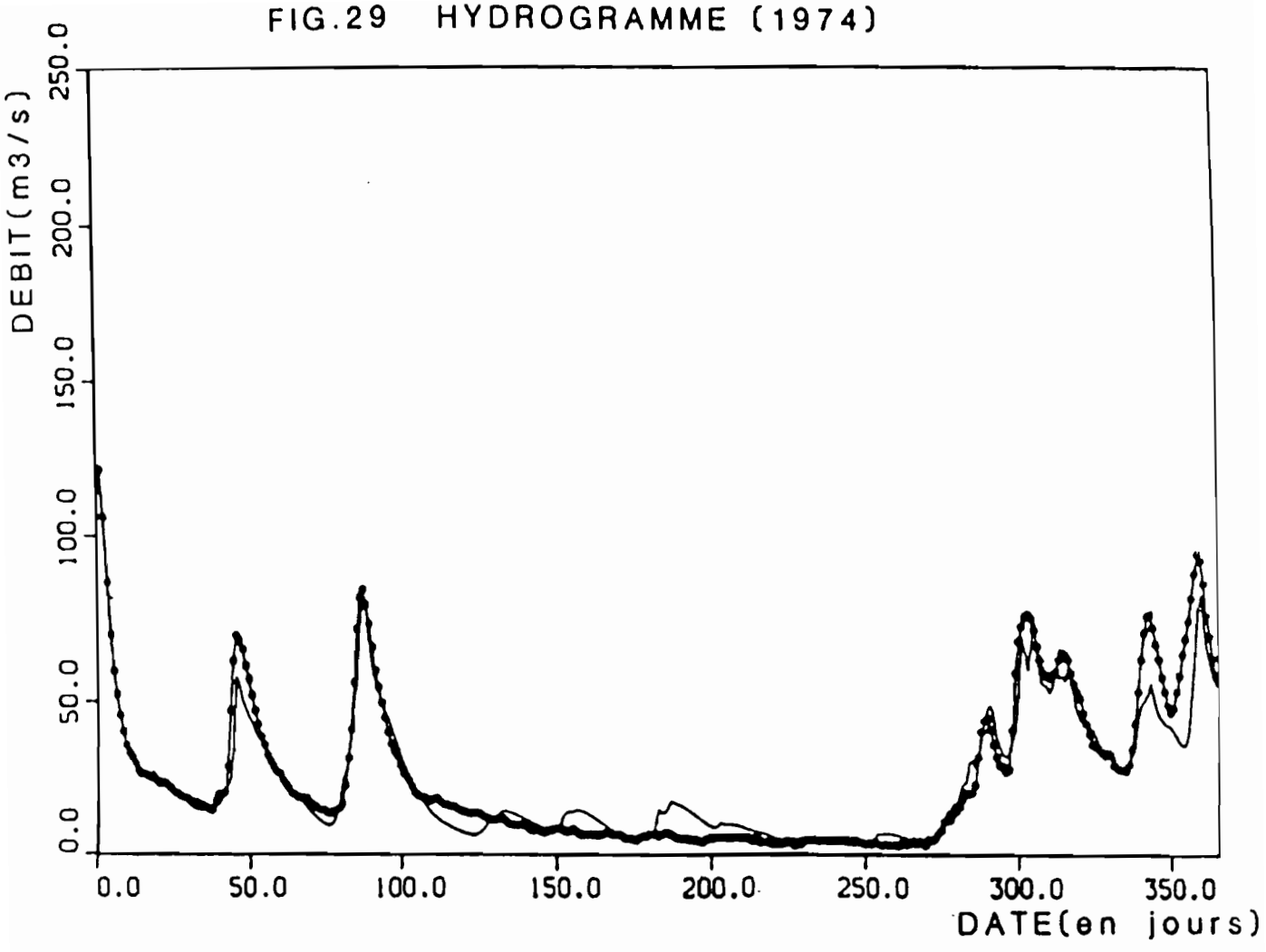


FIG.30 HYDROGRAMME(1975)

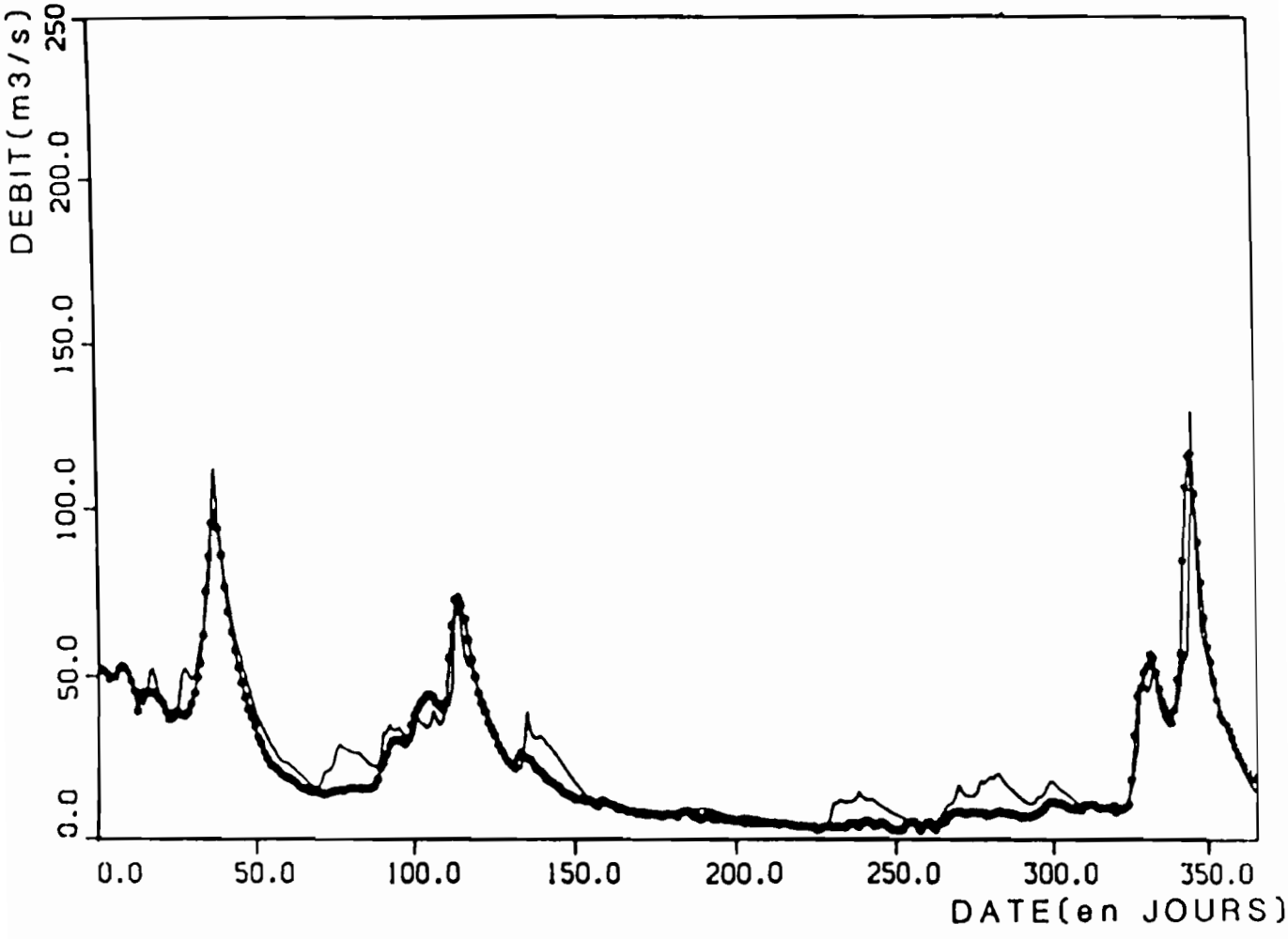


FIG.31 HYDROGRAMME (1976)

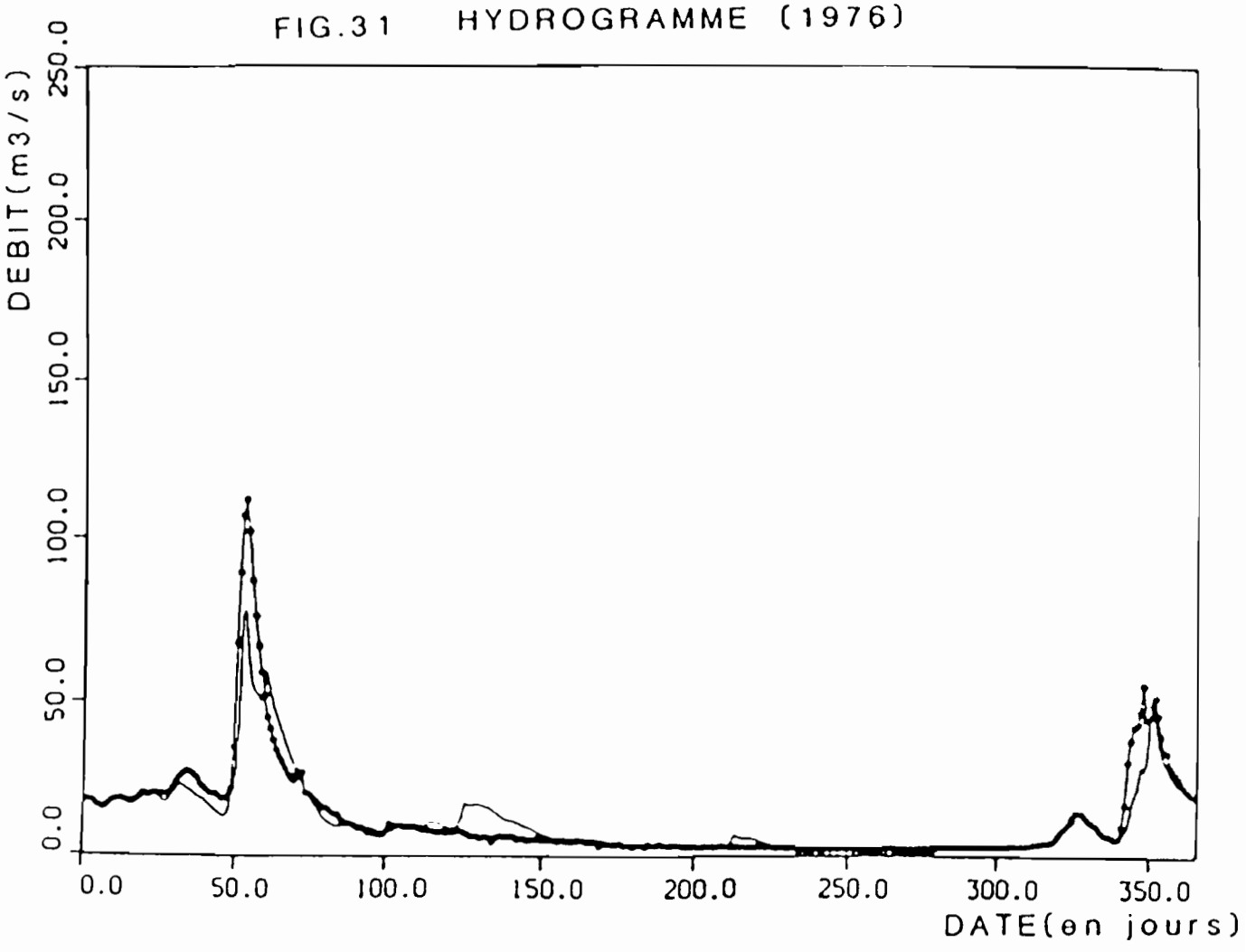
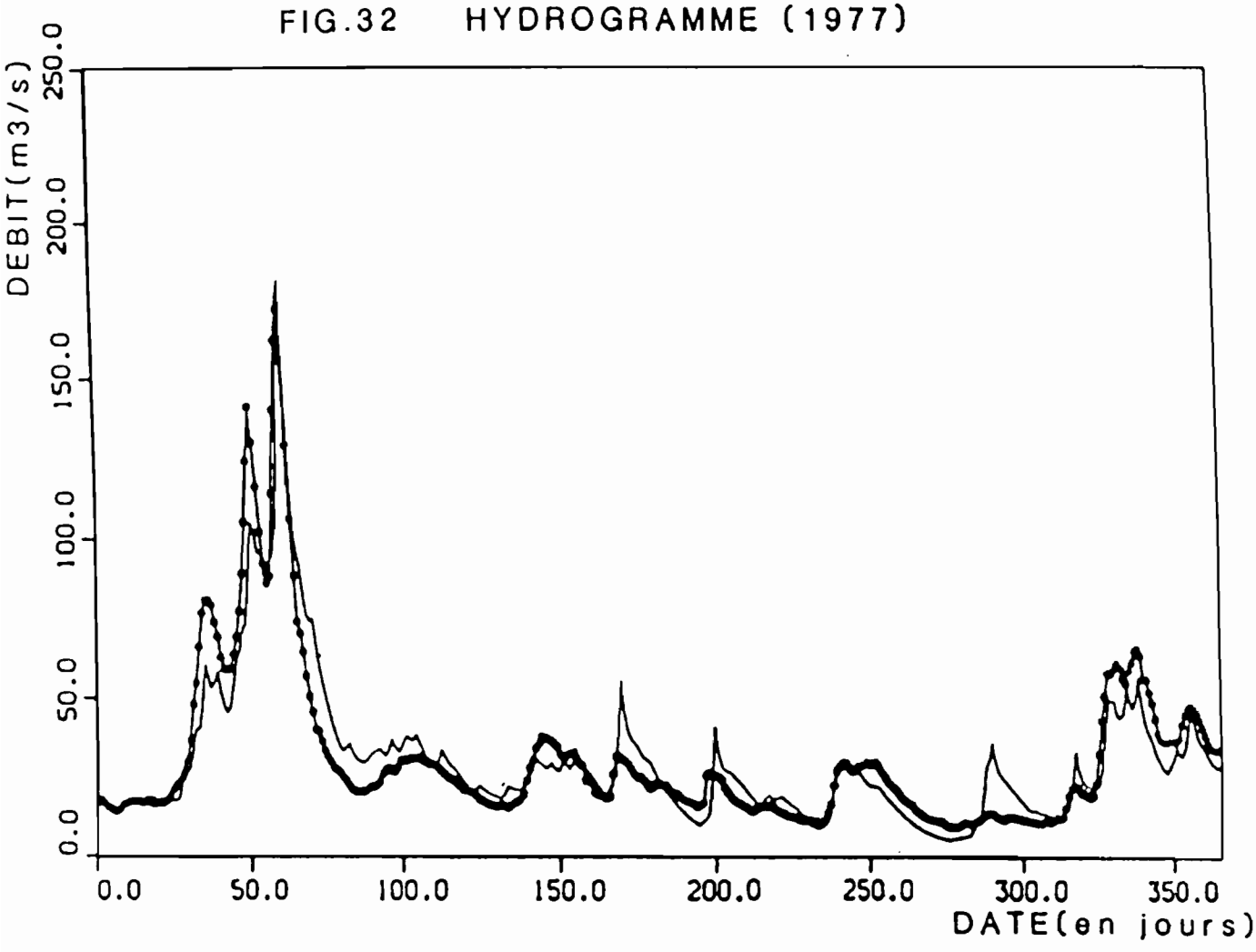


FIG.32 HYDROGRAMME (1977)



4. La simulation de l'évaporation

Dans le modèle de Hsinanjiang, les valeurs d'évaporation sont une donnée d'entrée importante. Pour simuler des débits, il est autant nécessaire de simuler des évaporations que des pluies.

Le point important ici est que les évaporations simulées correspondent aux pluies simulées.

Comme les pluies sont simulées à partir des épisodes pluvieux, la simulation des évaporations doit aussi être faite à partir de la même base. La relation entre les évaporations et les épisodes pluvieux est faible. La quantité d''évaporation est principalement une fonction de la température, de l'humidité, de la vitesse du vent, des radiations, etc. L'épisode pluvieux ne donne pas d'indication sur le facteur principal : la température.

Pour éviter la simulation des températures, qui est un problème plus compliqué, on utilise des paramètres mensuels: (constants pour chaque mois) comme indicateurs des températures.

L'évaporation est alors calculée comme une fonction des épisodes pluvieux et des paramètres du mois.

Par régression multiple et sur la base des données observées des évaporations pendant 22 ans (de 1956 à 1977), les coefficients de régressions obtenus sont les suivants :

Evaporation mensuelle = - 11.25 x épisodes pluvieux
+ 72.58 x paramètres du mois + 253.44 (en mm).

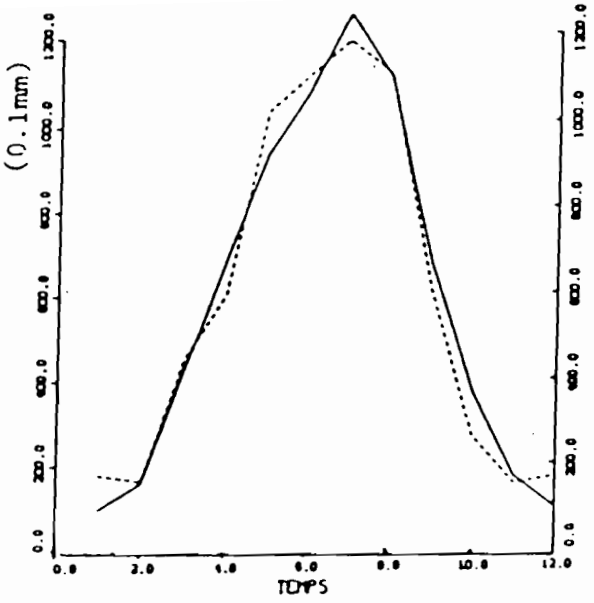
Les paramètres du mois sont indiqués dans le Tableau 5.

L'évaporation simulée du mois est également distribuée pour chaque jour du mois correspondant.

Pour les évaporations mensuelles, les comparaisons de moyenne, d'écart-type, et de maximum entre les données observées et celles simulées sont représentées sur la figure 33.

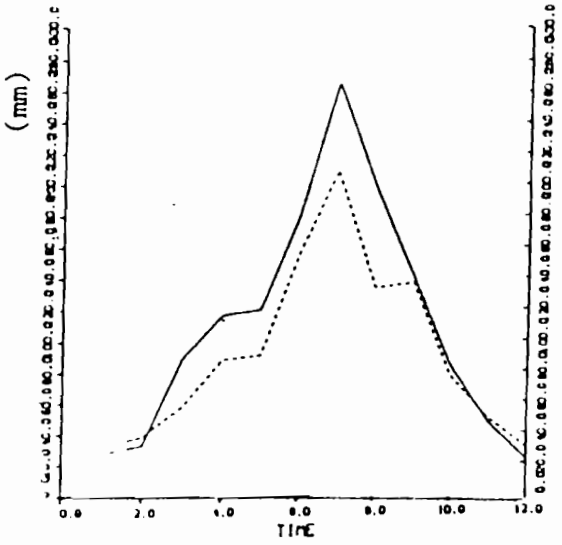
Tableau 5 - PARAMETRES DU MOIS

MOIS	Jan.	Fév.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
Pi	0.409	0.364	0.350	0.379	0.437	0.353	0.326	0.386	0.364	0.393	0.473	0.375



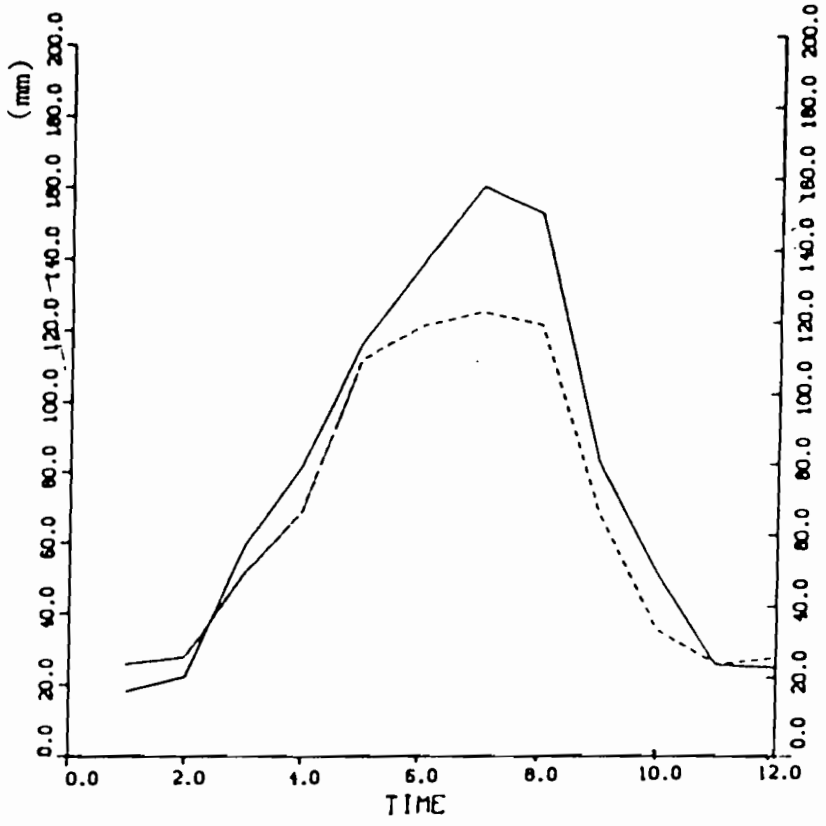
—— moyenne d'evaporation observée

---- moyenne d'evaporation simulée



—— ecart type d'evaporation observée

----- ecart type d'evaporation simulée



—— maximum d'evaporation observée

----- maximum d'evaporation simulée

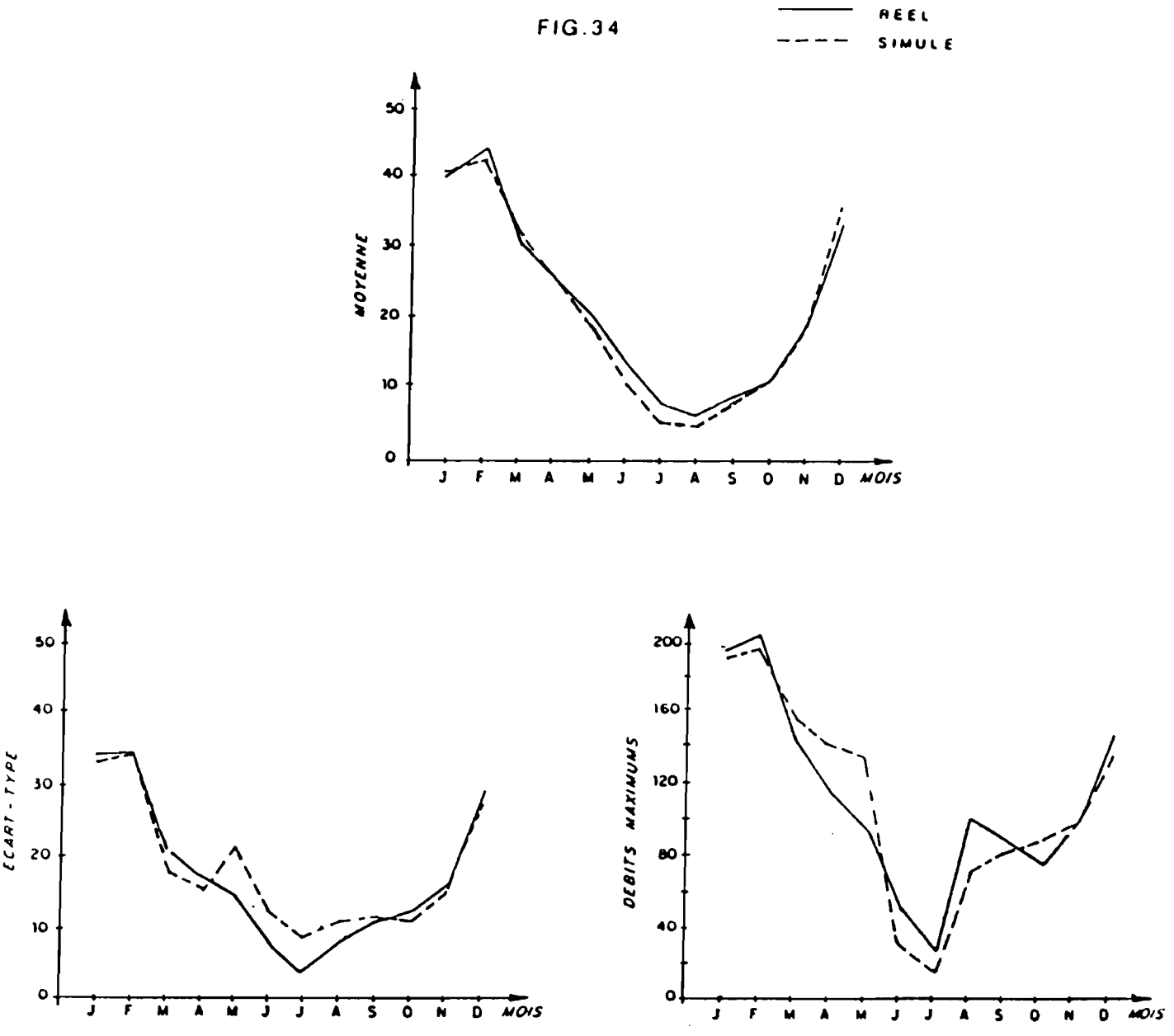
FIG. 33 **SIMULATION D'EVAPORATION**

5. La simulation des débits

Sur la base des pluies simulées et des évaporations simulées, il est facile de simuler des débits par le modèle de Hsinanjiang.

Sur la figure 34 sont indiquées les comparaisons entre les données observees et simulées pour les débits moyens mensuels, les écarts-types et les maximums en valeurs moyennes interannuelles.

FIG.34



D'après la figure 34, on peut dire que le résultat de la simulation est dans l'ensemble acceptable. En particulier, la simulation pour les débits en hiver et au printemps est assez bonne. C'est un résultat intéressant pour la gestion du réservoir en avenir incertain.

6. La fonction coût

Avec le modèle de simulation des pluies journalières, on peut générer différentes séries de pluies journalières. A partir de celles-ci, on peut de plus obtenir différents scénarios d'apports dans le réservoir par le modèle de Hsinanjiang.

Sur la base de ces différents scénarios, les lâchures correspondantes à chaque scénario peuvent être obtenues par la méthode du fil tendu. Ce sont des séries de lâchures possibles. Le nombre des scénarios doit, bien sûr, être assez grand. Sinon, les scénarios ne peuvent pas résumer l'ensemble des situations réelles.

Ainsi, nous avons un échantillon de lâchures possibles pour chaque jour. Comment choisir la lâchure optimale parmi le nombre de lâchures possibles ? Cela est fait par l'intermédiaire d'une fonction de coût. C'est absolument important de choisir une fonction de coût appropriée pour prendre la décision. Il en va de même pour toutes les méthodes de gestion de réservoirs, par exemple, la programmation dynamique. La décision de gestion sera différente selon les fonctions de coût retenues.

Dans notre cas, nous préférons utiliser deux fonctions de coût ensemble. Ce sont la fonction de coût liée aux contraintes (on l'appellera la fonction coût des contraintes) et la fonction de coût liée à la probabilité d'occurrence (on l'appellera la fonction coût des probabilités).

6.1. La fonction coût des contraintes.

Pendant la détermination des scénarios des lâchures par la méthode du fil tendu, des contraintes ont été déjà considérées. Mais parmi l'échantillon des lâchures pour un jour donné, il est possible d'avoir quelques lâchures qui ne respectent pas les contraintes à cause de la condition du moment. Par exemple, elles dépassent la limite supérieure de débit à l'aval parce que le réservoir est déjà plein ou elles n'arrivent pas à la limite inférieure de débit à l'aval parce que le réservoir est déjà vide. Donc il faut, au début, éliminer les lâchures qui ne respectent pas les contraintes par la fonction coût des contraintes qui fonctionne selon l'organigramme sur la figure 35.

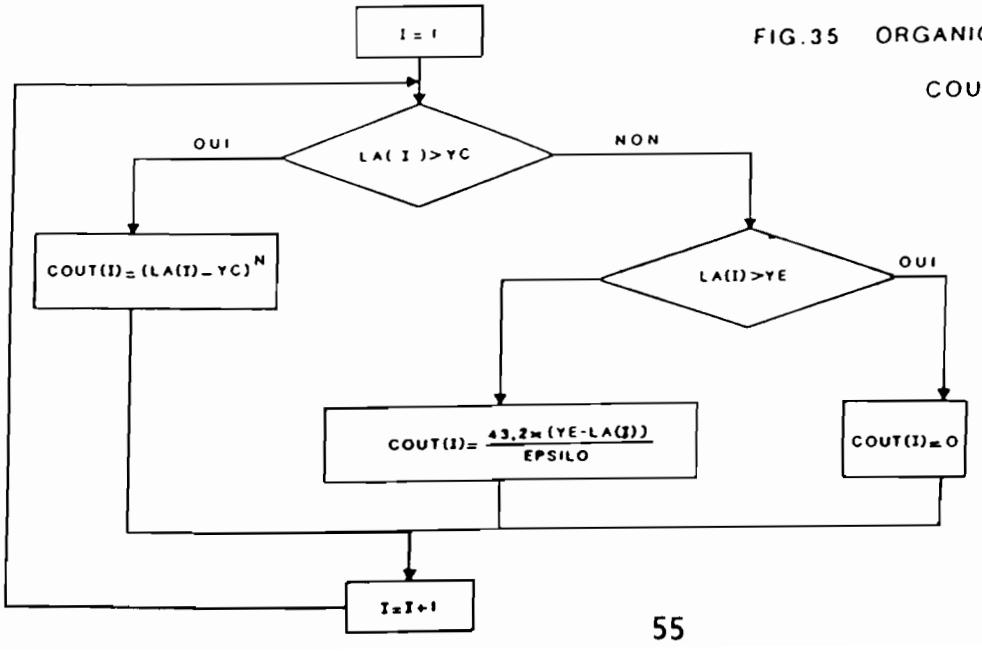


FIG.35 ORGANIGRAMME POUR LA FONCTION COUT DES CONTRAINTES

où N est l'exposant (dans notre cas, n = 2)
I est le pas de temps,
COUT (I) est le coût pour la lâchure LA(I),
LA(I) est la lâchure pendant la période I,
YE est la limite inférieure de débit à l'aval, par exemple, de 20 m^3/s,
YC est la limite supérieure de débit à l'aval, par exemple, de 40 m^3/s,
EPSILO est une petite valeur, par exemple, 0.01.

Si la lâchure respecte les contraintes, le coût correspondant sera nul. Sinon il augmente rapidement ou exponentiellement avec l'écart entre la lâchure et les contraintes.

Dans notre cas, on prend EPSILO = 0.01 pour la fonction de coût d'étiage et N = 2 pour la fonction de coût de crue, la sensibilité de résultat est déjà assez forte.

Parmi les lâchures possibles pour un jour donné, il est hors de doute que nous choisirons la lâchure qui respecte les contraintes, c'est-à-dire, la lâchure avec le coût nul. S'il n'y a aucune lâchure qui respecte les contraintes, il faudra choisir la lâchure la plus proche des contraintes, c'est-à-dire, la lâchure avec le coût le plus petit. C'est justement le fondement de cette fonction coût.

Nous donnerons ci-dessous un exemple de fonctionnement de cette fonction coût sur un cas simple.

Après la simulation des pluies journalières et des débits journaliers et la gestion par la méthode du fil tendu, on a quatre séries de lâchures pour sept jours. En pratique, il faut fabriquer beaucoup plus de séries pour une période beaucoup plus longue. Ici, ce n'est qu'un petit exemple numérique pour expliquer comment la fonction coût des contraintes fonctionne. Il faut aussi noter que pendant la gestion, les contraintes ont déjà été considérées. Mais, peut-être qu'il y a des lâchures qui ne respectent pas les contraintes à cause des conditions du moment.

Les lâchures d'après la gestion sont indiquées dans le Tableau 6.

Tableau 6 - TABLEAU DE BORD DE LA GESTION

DATE LACHURE (m^3/s) SERIE	2 Fév.	3 Fév.	4 Fév.	5 Fév.	6 Fév.	7 Fév.	8 Fév.
1	15	30	41	43	45	43	41
2	25	18	15	12	15	20	30
3	45	41	35	30	20	15	10
4	10	15	18	19	19	19	18

D'après la fonction coût des contraintes, nous avons les valeurs de coût correspondantes à chaque jour, qui sont indiquées dans le Tableau 7.

Tableau 7 - COUT

DATE COUT SERIE	2 Fév.	3 Fév.	4 Fév.	5 Fév.	6 Fév.	7 Fév.	8 Fév.
1	14.4	0	1.0	9.0	25.0	9.0	1.0
2	0	4.8	14.4	28.8	14.4	0	0
3	25.0	1.0	0	0	0	14.4	43.2
4	43.2	14.4	4.8	2.27	2.27	2.27	4.8

D'après le principe du coût minimum, on peut choisir les lâchures optimales pour chaque jour, qui sont indiquées dans le Tableau 8.

Tableau 8 - LACHURES OPTIMALES

DATE LACHURE (m^3/s) SERIE	2 Fév.	3 Fév.	4 Fév.	5 Fév.	6 Fév.	7 Fév.	8 Fév.
1		30					
2	25					20	30
3			35	30	20		
4							

On peut voir sur le Tableau 8 que les lâchures choisies par la fonction coût des contraintes respectent les contraintes, et sont dans le domaine du débit idéal, entre 20 m^3/s et 40 m^3/s.

Sur la base des données (pluies, débits, évaporations, etc.) sur 22 ans (de 1956 à 1977), on a fait la simulation et la gestion pour l'année 1978 avec 50 scénarios. Les lâchures optimales choisies par la fonction coût des contraintes sont présentées sur la figure 36.

Sur la figure 36, on voit que toutes les lâchures sont dans la fourchette du débit idéal (entre 20 m^3/s et 40 m^3/s) et avec un coût nul.

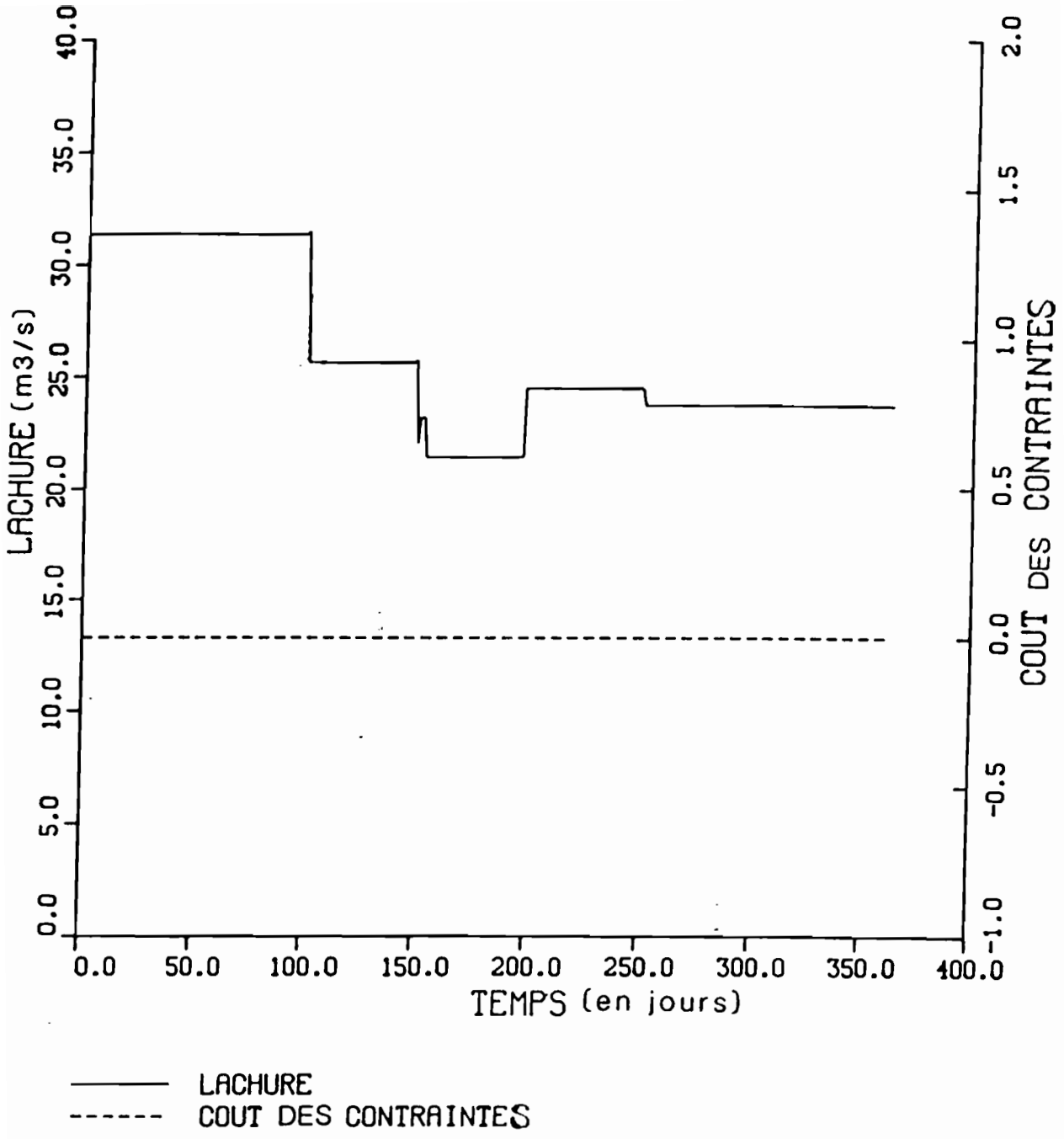

LACHURE (m3/s)
40.0
35.0
30.0
25.0
20.0
15.0
10.0
5.0
0.0
COUT DES CONTRAINTES
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
-0.5
-1.0
0.0
50.0
100.0
150.0
200.0
250.0
300.0
350.0
400.0
TEMPS (en jours)
LACHURE
COUT DES CONTRAINTES

FIG. 36

6.2. La fonction coût des probabilités d'occurrence

Dans le tableau de bord de la gestion, les lâchures possibles pour un jour donné constituent un échantillon qui, d'après l'analyse, suit souvent la loi de Gausso-Logarithmique.

Par définition, la lâchure qui est la plus proche du mode est celle qui a la plus grande probabilité d'occurrence. A partir de l'échantillon des lâchures possibles pour un jour donné, on peut directement déterminer le mode. De cette façon, on peut trouver la lâchure optimale : celle qui a la plus grande probabilité d'occurrence.

La fonction coût des probabilités est choisie ci-dessous :

$$coût = 1 - \left| \frac{Qi - Qm}{Qi} \right|$$

où Qi est la lâchure possible pour un jour,
Qm est le mode de l'échantillon constitué par les lâchures possibles pour un jour.

Avec cette fonction coût, on peut voir que quand Qi = Qm, coût = 1.0 ; et quand Qi ≠ Qm, coût < 1 ; de plus, le coût diminue quand l'écart entre Qi et Qm augmente.

Avant d'utiliser la fonction coût des probabilités, il est nécessaire de décrire la détermination du mode pour la loi Gaussso-Logarithmique à partir de l'échantillon des lâchures possibles.

6.2.1. La loi Gausso-Logarithmique

Les expressions mathématiques de la loi Gausso-Logarithmique sont les suivantes ((7), Y. BRUNET-MORET, 1969).

FONCTION DE REPARTITION :

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_o^u \frac{1}{u} \, e^{\frac{-\ell n^2 u}{2\sigma^2}} \, du \qquad avec \quad u = \frac{X - Xo}{S}$$

où X_o est le paramètre de position: borne inférieure ;
S est le paramètre d'échelle, positif, différent de zéro ;
σ est le paramètre de forme, positif, différent de zéro.

FONCTION DE DENSITE :

$$f(u) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \frac{1}{u} \, e^{\frac{-\ell n^2 u}{2\sigma^2}}$$

Donc la dérivée première s'écrit :

$$\frac{-1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \frac{1}{u^2} \, e^{\frac{-\ell n^2 u}{2\sigma^2}} \left(1 + \frac{\ell n \, u}{\sigma^2}\right)$$

La fonction de densité et la fonction de répartition pour différentes valeurs de σ sont indiquées sur la figure 37.

Le mode est : $X_o + S \cdot e^{-\sigma^2}$

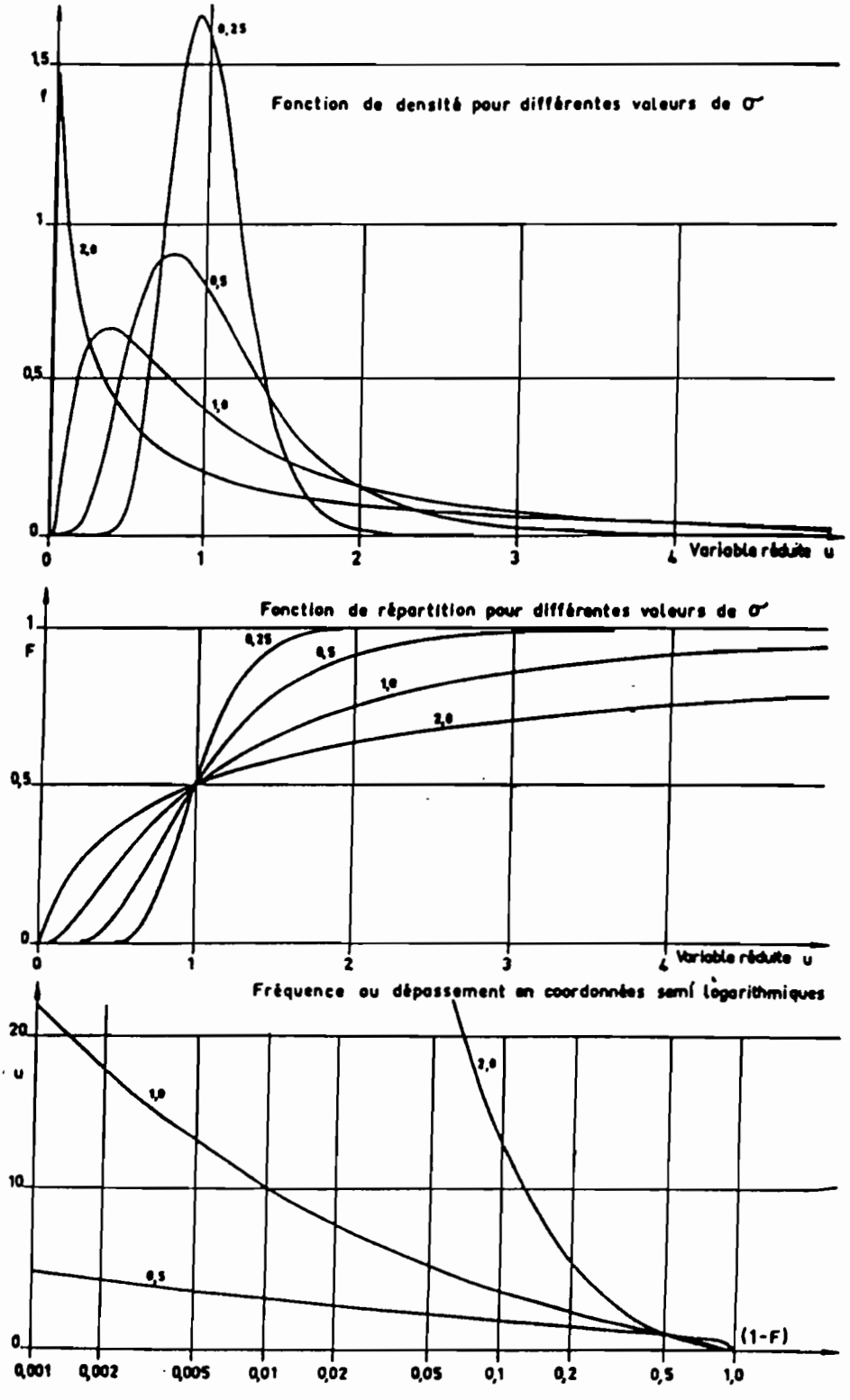


FIG. 37

(D'APRES Y.BRUNET-MORET)

6.2.2. La détermination des paramètres (Xo, S et σ) par le maximum de vraisemblance (échantillon de taille n).

Il y a trois paramètres à déterminer. Ce sont Xo, S et σ. Sur la base d'un échantillon des lâchures possibles (de taille n), Xo, S et σ peuvent être déterminés par le maximum de vraisemblance ((7), Y. BRUNET-MORET, 1969).

Pour une valeur Xi de la variable, la fonction de densité s'écrit :

$$f(Xi) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \frac{1}{Xi - Xo} e^{\frac{-\ell n^2((Xi - Xo)/S)}{2\sigma^2}}$$

Le logarithme naturel du maximum de vraisemblance s'écrit :

$$-n\,\ell n(\sqrt{2\pi}) - n\,\ell n\,\sigma - \sum \ell n\,(Xi - Xo) - \frac{1}{2\sigma^2}\left[\sum \ell n^2\,(Xi - Xo) - 2\,\ell n\,S \sum \ell n\,(Xi - Xo) + n\,\ell n^2\,S\right].$$

En dérivant par rapport à Xo, S et σ et en annulant les dérivées, on obtient les simplifications suivantes :

$$n - \frac{1}{\sigma^2}\left[\sum \ell n^2\,(Xi - Xo) - 2\,\ell n\,S \sum \ell n\,(Xi - Xo) + n\,\ell n^2\,S\right] = 0$$

$$n\,\ell n\,S - \sum \ell n\,(Xi - Xo) = 0$$

$$\sum \frac{1}{Xi - Xo} - \frac{1}{\sigma^2}\left[\ell n\,S \sum \frac{1}{Xi - Xo} - \sum \frac{\ell n\,(Xi - Xo)}{Xi - Xo}\right] = 0$$

En posant :

$$A = \frac{1}{n} \sum \frac{1}{Xi - Xo}$$

$$B = \frac{1}{n} \sum \ell n\,(Xi - Xo)$$

$$C = \frac{1}{n} \sum \frac{\ell n\,(Xi - Xo)}{Xi - Xo}$$

$$D = \frac{1}{n} \sum \ell n^2 (Xi - Xo)$$

On a donc :

$$n - \frac{1}{\sigma^2} \left| nD - 2\ell n\ S\ .\ nB + n\ \ell n^2\ S \right| = 0$$

$$n\ \ell n^2\ S - nB = 0$$

$$nA - \frac{1}{\sigma^2} \left| \ell n\ S\ .\ nA - nc \right| = 0$$

Après simplification, on obtient :

$$\ell n\ S = B \qquad (1)$$

$$\sigma^2 = D - B^2 \qquad (2)$$

$$B - \frac{C}{A} - D + B^2 = 0 \qquad (3)$$

Dans (3), Xo est la seule inconnue. Pour résoudre cette équation transcendante et implicite, nous posons :

$W_1 = D - B^2$
$W_2 = B - C/A$

La dérivée de W_2 par rapport à Xo est supérieure à celle de W_1 par rapport à Xo. Pour résoudre l'équation en Xo, il suffit de choisir une valeur initiale de Xo, et de calculer (W_2 - W_1). Si cette quantité est négative, la valeur choisie pour Xo est trop petite, sinon elle est trop grande.

Après la détermination de Xo, on peut facilement obtenir la valeur de S par l'équation (1), et la valeur de σ par l'équation (2).

Avec les paramètres Xo, S et σ, le mode Qm est directement obtenu par l'équation

$Qm = Xo + S\,e^{-\sigma^2}$.

6.2.3. Application de la fonction coût des probabilités

Après la détermination du mode Qm, on peut obtenir une valeur de coût pour chaque lâchure possible d'après la fonction coût des probabilités :

$$coût = 1 - \left| \frac{Qi - Qm}{Qi} \right|.$$

On choisit la lâchure avec la plus grande valeur de coût comme lâchure optimale.

Nous donnerons ci-dessous un petit exemple numérique :

Le tableau de bord de la gestion est représenté dans le Tableau 9.

Il donne 4 scénarios des lâchures possibles pour 7 jours et les modes des échantillons de chacun des 7 jours.

Tableau 9 - TABLEAU DE BORD DE LA GESTION

DATE LACHURE (m^3/s) SERIE	2 Fév.	3 Fév.	4 Fév.	5 Fév.	6 Fév.	7 Fév.	8 Fév.
1	15	30	41	43	45	43	41
2	25	18	15	12	15	20	30
3	45	41	35	30	20	20	10
4	10	15	18	19	19	19	18
MODE	14.06	20.04	20.32	17.86	18.62	18.71	15.48

D'après la fonction coût des probabilités, les valeurs de coût correspondantes sont indiquées dans le tableau 10.

Tableau 10 - COUT

DATE COUT SERIE	2 Fév.	3 Fév.	4 Fév.	5 Fév.	6 Fév.	7 Fév.	8 Fév.
1	0.937	0.668	0.496	0.387	0.414	0.435	0.378
2	0.562	0.887	0.645	0.512	0.759	0.753	0.516
3	0.312	0.489	0.581	0.595	0.931	0,936	0.452
4	0.594	0.664	0.871	0.940	0.980	0.985	0.860
COUT LE PLUS IMPORTANT	0.937	0.887	0.871	0.940	0.980	0.985	0.860

D'après le principe de coût maximum, les lâchures optimales pour les différents jours sont indiquées dans le tableau 11.

Tableau 11 - LACHURES OPTIMALES

DATE LACHURE (m^3/s) SERIE	2 Fév.	3 Fév.	4 Fév.	5 Fév.	6 Fév.	7 Fév.	8 Fév.
1	15						
2		18					
3			18	19	19	19	18
4							

Sur la base des données (pluies, débits, évaporations, etc.) sur 22 ans (de 1956 à 1977), on fait la simulation et la gestion pour l'année 1978 avec aussi 50 scénarios. Les lâchures optimales choisies par la fonction coût des probabilités sont présentées sur la figure 38.

Sur la figure 38, on peut voir que les coûts de probabilités pour les lâchures journalières sont assez élevés (supérieurs à 0.9).

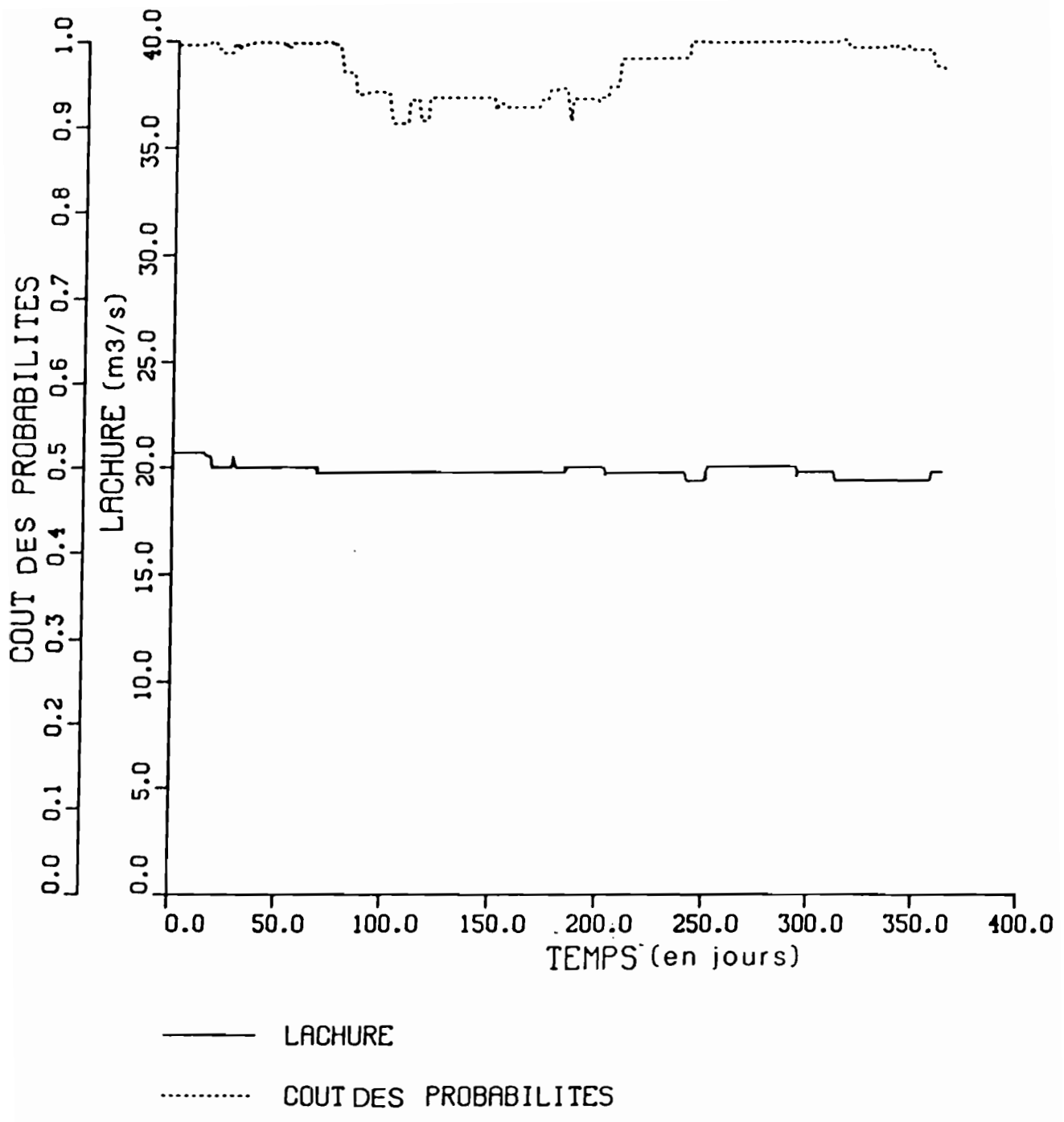

COUT DES PROBABILITES
LACHURE (m3/s)
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1.0
0.0
5.0
10.0
15.0
20.0
25.0
30.0
35.0
40.0
0.0
50.0
100.0
150.0
200.0
250.0
300.0
350.0
400.0
TEMPS (en jours)
LACHURE
COUT DES PROBABILITES

FIG. 38

6.3. La fonction coût des contraintes et des probabilités

En effet, la fonction coût des contraintes et la fonction coût des probabilités sont unilatérales. Chacune des deux fonctions ne souligne qu'un aspect du problème.

La fonction coût des contraintes ne tient pas compte des probabilités d'occurrence. En fait, pour un jour donné, il y a beaucoup de lâchures qui respectent les contraintes (avec un coût nul). On choisit alors n'importe quelle lâchure de coût nul. Mais en général, c'est pas la lâchure avec la plus grande probabilité d'occurrence. La figure 39 montre un exemple d'optimisation par la fonction coût des contraintes. C'est le même cas que la figure 36. Les coûts des contraintes sont tous nuls, mais les coûts des probabilités d'occurrence correspondants sont faibles (entre 0.58 et 0.87).

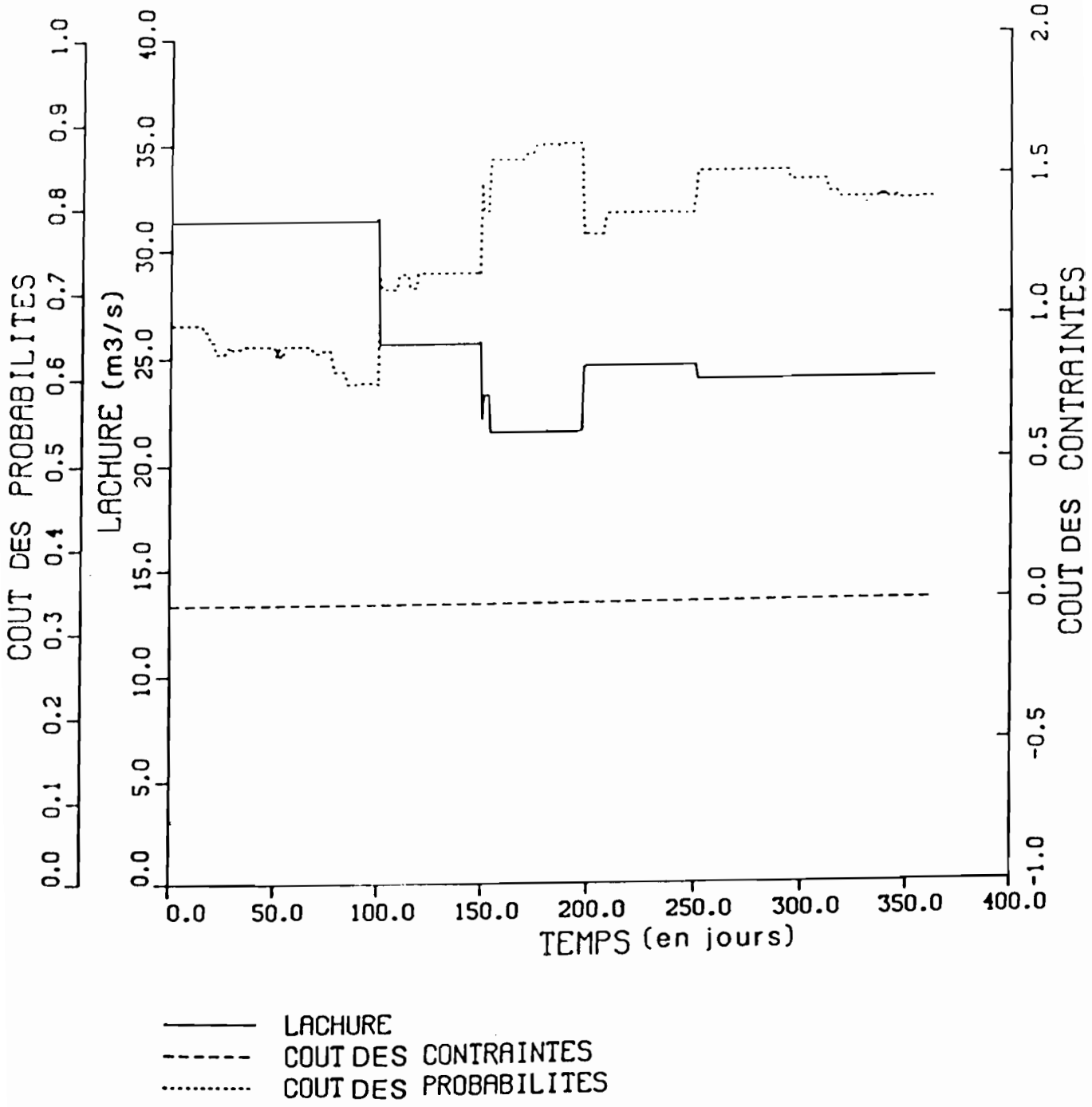


FIG.39

D'un autre côté, la fonction coût des probabilités ne tient pas compte des contraintes. En effet, elle peut sans doute choisir une lâchure qui ne respecte pas les contraintes. La figure 40 montre un exemple pratique d'optimisation par la fonction coût des probabilités. C'est le même cas que la figure 38. Les coûts de probabilité sont assez élevés (supérieurs à 0.90), mais les coûts des contraintes correspondants ne sont pas nuls.

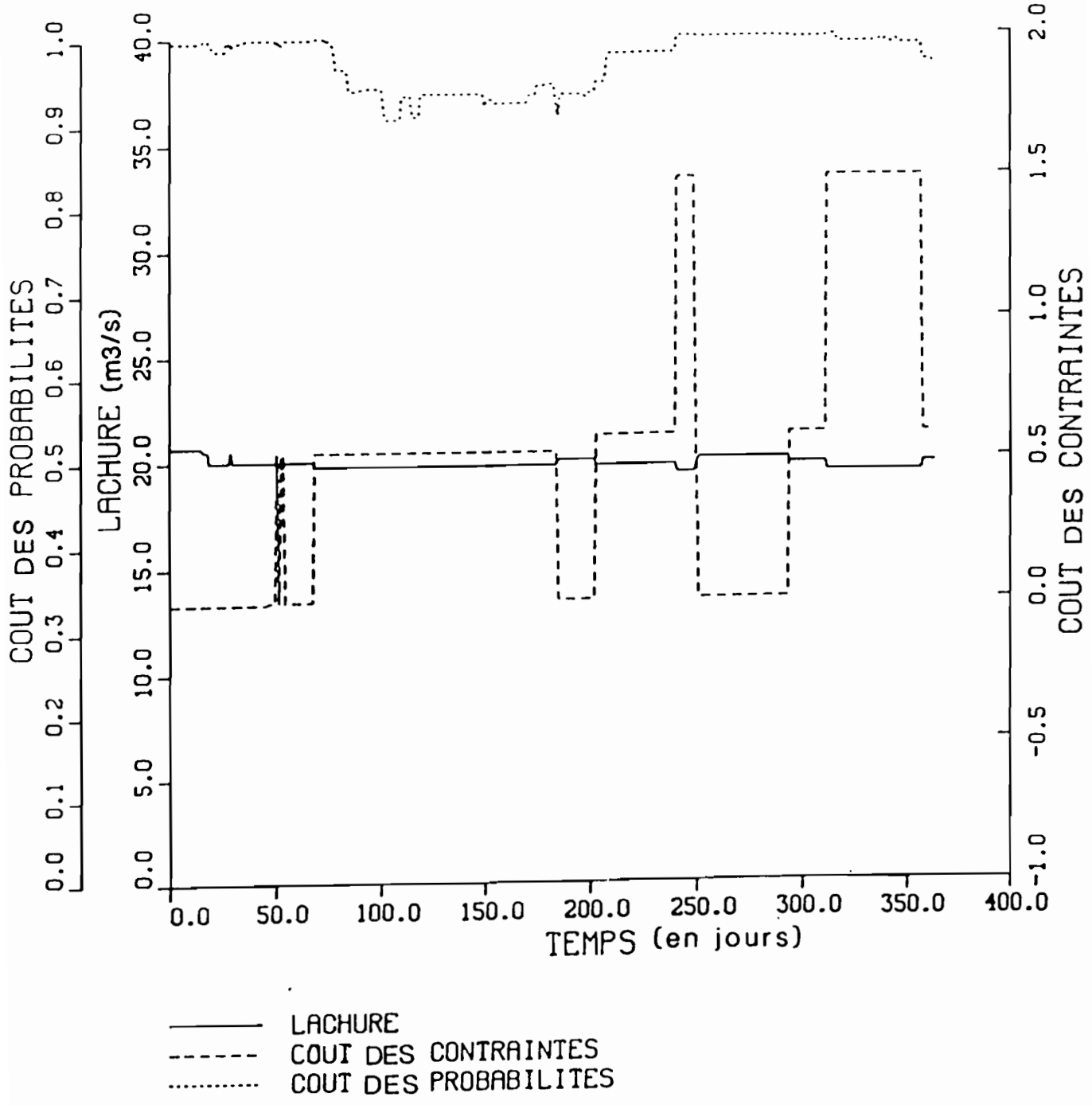


FIG. 40

Donc, la meilleure solution est l'utilisation des deux fonctions de coût ensemble. Au début, on élimine les lâchures qui ne respectent pas les contraintes par la fonction coût des contraintes. On choisit la lâchure optimale d'après la fonction coût des probabilités parmi les lâchures qui ne sont pas éliminées.

La procédure détaillée est la suivante :

1)Calculer respectivement le coût des contraintes pour chaque lâchure possible de premier jour.

2) Déterminer les paramètres Xo, S et σ pour l'échantillon constitué par les lâchures possibles.

3) Calculer les modes de l'échantillon avec ces paramètres.

4) Eliminer les lâchures avec les valeurs des coûts des contraintes différentes de zéro.

5) Calculer respectivement le coût des probabilités pour chaque lâchure restante.

6) Choisir la lâchure avec la plus grande probabilité d'occurrence comme décision optimale.

Un exemple numérique figure ci-dessous.

Le tableau de bord de la gestion est représenté ci-dessous (Tableau 12). Il y a quatre scénarios pour sept jours. Les modes des échantillons des lâchures possibles pour chaque jour sont listés dans la dernière ligne du tableau.

Tableau 12 - TABLEAU DE BORD DE LA GESTION

DATE LACHURE (m^3/s) SERIE	1 Oct.	2 Oct.	3 Oct.	4 Oct.	5 Oct.	6 Oct.	7 Oct.
1	15	17	22	21	23	25	27
2	14	16	24	20	22	24	26
3	38	40	42	44	46	48	50
4	42	44	42	40	38	36	34
MODE	17.95	20.57	28.07	25.40	27.45	29.22	30.72

Les valeurs des coûts des contraintes pour chaque lâchure possible sont indiquées dans le Tableau 13.

Tableau 13 - COUT DES CONTRAINTES

DATE COUT DES CONTRAINTES SERIE	1 Oct.	2 Oct.	3 Oct.	4 Oct.	5 Oct.	6 Oct.	7 Oct.
1	14.4	7.62	0	0	0	0	0
2	17.8	10.8	0	0	0	0	0
3	0	0	4.0	16.0	36.0	64.0	100.0
4	4.0	16.0	4.0	0	0	0	0

Le Tableau 14 est la liste des lâchures possibles ayant des coûts des contraintes nuls.

Tableau 14 - LACHURES AVEC DES COUTS DES CONTRAINTES NULS

DATE LACHURE (m^3/s) SERIE	1 Oct.	2 Oct.	3 Oct.	4 Oct.	5 Oct.	6 Oct.	7 Oct.
1			22	21	23	25	27
2			24	20	22	24	26
3	38	40					
4				40	38	36	34

Les valeurs des coûts des probabilités d'occurrence pour les lâchures restantes et les décisions optimales de lâchures sont indiquées dans le tableau 15.

Tableau 15

DATE COUT DES PROBABILITES SERIE	1 Oct.	2 Oct.	3 Oct.	4 Oct.	5 Oct.	6 Oct.	7 Oct.
1			0.724	0.790	0.807	0.831	0.862
2			0.830	0.730	0.752	0.783	0.818
3							
4				0.635	0.722	0.812	0.904
LA PLUS GRANDE PROBABILITE			0.830	0.790	0.807	0.831	0.904
LACHURE OPTIMALE	38	40	24	21	23	25	34

A partir de cette forme mixte de la fonction coût, la gestion pour l'année 1978 (c'est le même cas que celui présenté par les figures 36 et 38) a été faite sur la base des données sur 22 ans (de 1956 à 1977). Le résultat est présenté sur la figure 41.

Sur cette figure, on peut voir que pour toutes les décisions optimales des lâchures, leurs coûts des contraintes sont nuls, et leurs coûts des probabilités d'occurrence sont assez élevés (de 0.84 à 1.0). Evidemment, cette forme mixte de la fonction coût est meilleure que l'utilisation isolée des deux fonctions.

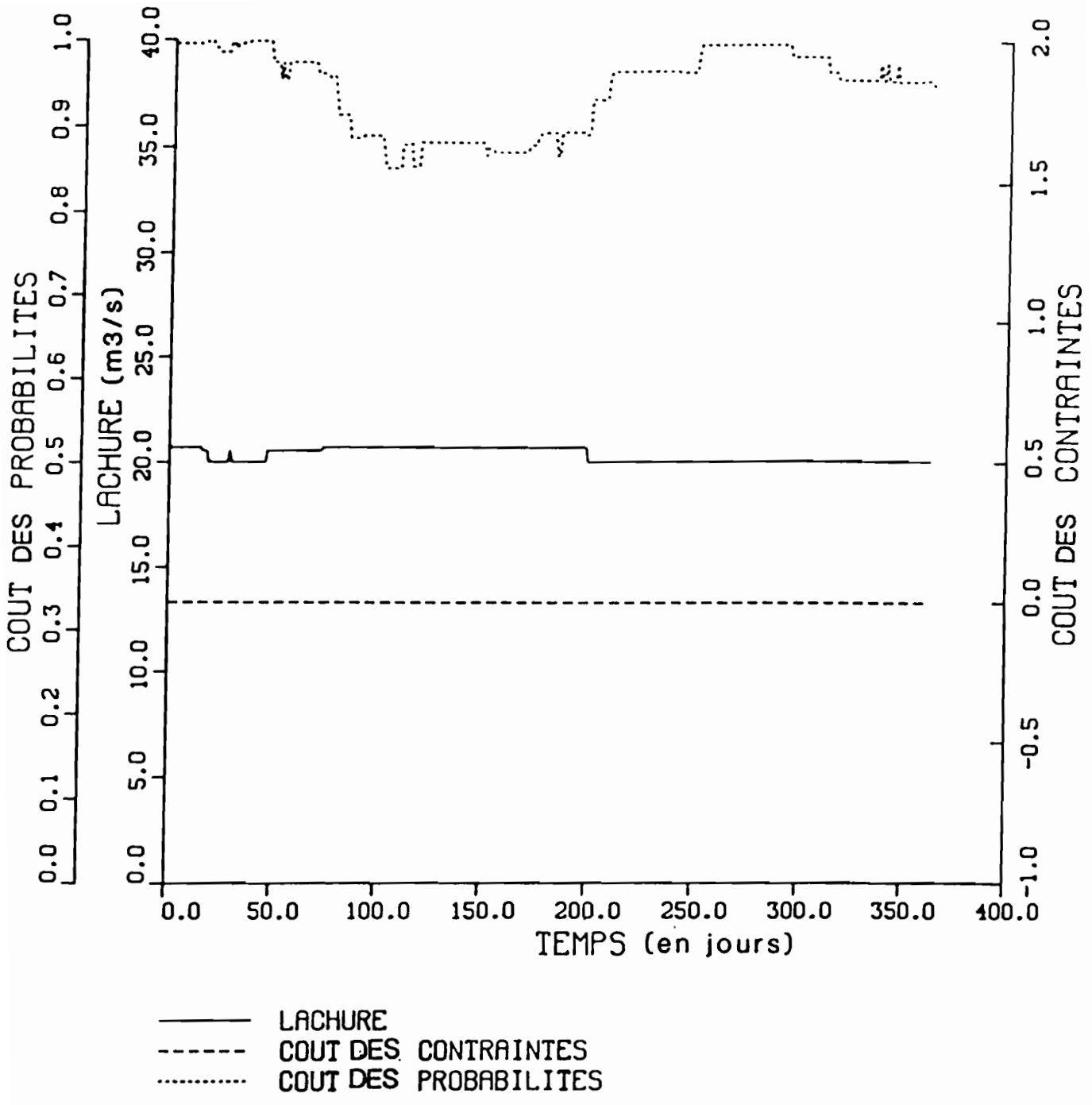

COUT DES PROBABILITES
LACHURE (m3/s)
COUT DES CONTRAINTES
TEMPS (en jours)
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1.0
0.0
5.0
10.0
15.0
20.0
25.0
30.0
35.0
40.0
-1.0
-0.5
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
0.0
50.0
100.0
150.0
200.0
250.0
300.0
350.0
400.0
LACHURE
COUT DES CONTRAINTES
COUT DES PROBABILITES

FIG.41

7. Conclusion

A partir de la simulation des pluies et des débits, l'utilisation de la méthode du fil tendu et de la fonction coût pour la gestion de réservoirs en avenir incertain est plus simple et a besoin de moins de temps de calcul que d'autres méthodes.

La gestion optimale est obtenue en utilisant plusieurs fonctions coût qui prennent en compte à la fois le respect des contraintes et la distribution de probabilité des lâchures.

Section 2 : La gestion de réservoirs par la méthode du fil tendu sur la base de la simulation des apports et des déficits

1. Introduction

Le régime hydrologique de la Loire à Gien est caractérisé par des étiages estivaux très variables d'une année à l'autre. Pendant certaines années, les débits restent à un niveau acceptable. Mais pour d'autres années, ils sont si faibles que la demande de consommation à l'aval est insuffisamment ou mal statisfaite. Pour monter ces débits à un niveau acceptable, il faut lâcher de l'eau à partir de réservoirs existants. Pour bien utiliser ces réservoirs, la gestion est absolument nécessaire.

La méthode proposée dans cette thèse s'applique à l'utilisation du réservoir de Naussac, à l'amont de la Loire.

La capacité d'un réservoir est, en général fixée. Si les apports en hiver remplissent régulièrement le réservoir, une gestion interannuelle n'est pas nécessaire puisque le remplissage est assuré. Au contraire, si les apports en hiver sont faibles par rapport à la capacité totale du réservoir, l'efficience du soutien est naturellement liée aux reports interannuels. C'est justement le cas du réservoir de Naussac, avec une capacité maximale de 190 millions m^3 et des apports moyens inférieurs à 80 millions de m^3 dans sa première phase d'utilisation. Le report interannuel est évidemment nécessaire.

La sévérité des étiages à Gien (à l'aval de Naussac, voir la figure 42) est mesurée par un débit minimal pendant la période d'étiage.

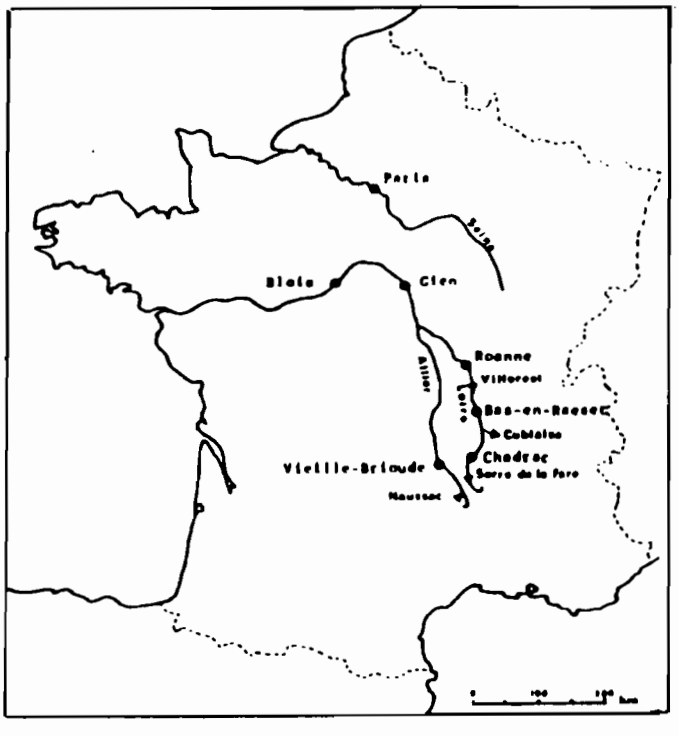


FIG. 42 Situation géographique des rivières et des stations.

Pour décrire l'effet d'une gestion, il faut se servir de la courbe des débits minimum d'étiage classés. Ainsi on pourra décrire de manière quantitative les aspects suivants :

1) Les étiages à Gien sans soutien ;

2) Les étiages à Gien avec soutien maximal (dans le cas d'une utilisation idéale du réservoir de Naussac. C'est le cas théorique) ;

3) Les étiages à Gien après application de telle ou telle règle de gestion au réservoir de Naussac.

En 1982, Mr. C. BOCQUILLON et Mr. J.M. MASSON du LHM ont proposé une méthode (SMECA) pour décrire de manière quantitative les étiages dans le cas d'une utilisation idéale du réservoir ((8), C. BOCQUILLON et J.M. MASSON, 1982). A partir des mêmes conditions, on peut proposer plusieurs règles de gestion.

Théoriquement la meilleure règle de gestion est celle qui donne la courbe des débits minimum classés, la plus proche de celle résultant de l'utilisation idéale.

La méthode du fil tendu est, en théorie, parfaite. Elle n'a pas de problème de choix pour la solution optimale. Si toutes les conditions sont fixées, la solution de la gestion est unique et optimale. Dans cette thèse, on a vérifié que la gestion par la méthode du fil tendu donne vraiment une courbe des débits minimum classés très proche de celle résultant de l'utilisation idéale du réservoir de Naussac.

La gestion par la méthode du fil tendu est faite sur la base de la simulation des apports et déficits par la méthode proposée par le LHM (Laboratoire d'Hydrologie Mathématique à MONTPELLIER). Aussi il faut, au début, introduire le principe et la procédure de la simulation ((9), C. BOCQUILLON, J.M. MASSON, 1982) ((10), J.M. BELLOSTAS, C. BOCQUILLON, J.M. MASSON, J. SAURIN, Y. TREVISIOL et al., 1979).

2. Processus annuel d'alternance : Volume des apports - Volume des déficits liés à un seuil.

2.1. Le processus annuel d'alternance apports-déficits liés à un seuil

Les apports sont considérés à Naussac dans sa première phase d'utilisation. Les déficits sont considérés à Gien. Mais les apports sont seulement valables pendant les périodes d'apports. Ils sont nuls pendant les périodes de déficits.

2.1.1. Définition des périodes d'apports et de déficits

Quand, pour la première fois dans l'année civile, le débit à Gien descend en-dessous de 110 m^3/s pendant dix jours consécutifs, on passe de l'état d'apport à l'état de déficit. Mais il faut tenir compte du temps de transfert de Naussac à Gien. Si le franchissement du seuil 110 m^3/s se fait au jour J à Gien, la période d'apport prend sa fin au jour (J-6) à Naussac.

De la même façon, la dernière série de dix jours de débits consécutifs de l'année civile inférieurs au même seuil, 100 m^3/s, marque la fin de la période de déficit et le début de la nouvelle période d'apports. Bien sûr, il faut aussi tenir compte du temps de propagation. Si le franchissement du seuil 100 m^3/s par des valeurs supérieures à Gien se fait au jour J, la nouvelle période d'apports débute au jour (J-6) à Naussac. Evidemment, les périodes d'apport sont à cheval sur deux années civiles.

2.1.2. Volume des apports sur une période d'apports i

Pour une période d'apports i, le volume des apports A(i) est celui disponible pour le stockage compte tenu des contraintes immédiates. Ce volume peut être supérieur à la capacité totale du réservoir. Mais ce n'est pas le cas pour le réservoir de Naussac dans sa première phase d'utilisation. L'indice i est celui de l'année de la fin de la période d'apports.

2.1.3. Volume des déficits liés à un seuil qo à Gien pour une période de déficits i suivant une période d'apports i

Il s'agit des volumes nécessaires pour maintenir un débit qo à Gien. Ainsi varient-ils en fonction du seuil choisi. Les volumes des déficits d'une année i dépendent de la valeur choisie pour qo. Ils sont donc obligatoirement repérés par deux indices : VD(i, qo).

Sauf A(i), chaque année i est ausssi caractérisée par VD(i, 100), VD(i,90) ... VD(i,10).

2.1.4. La série historique

C'est la série de 1946 à 1976. Avant juin 1954, les débits à Gien ont été modifiés en anticipant le fonctionnement du complexe hydro-électrique de Montpezat A qui se traduit par des perturbations et un prélèvement moyen de 6 à 7 m^3/s. A partir de juin 1954, i l s'agit des débits observés à Gien.

3. Modélisation statistique de la série chronologique apports-déficits liés à un seuil

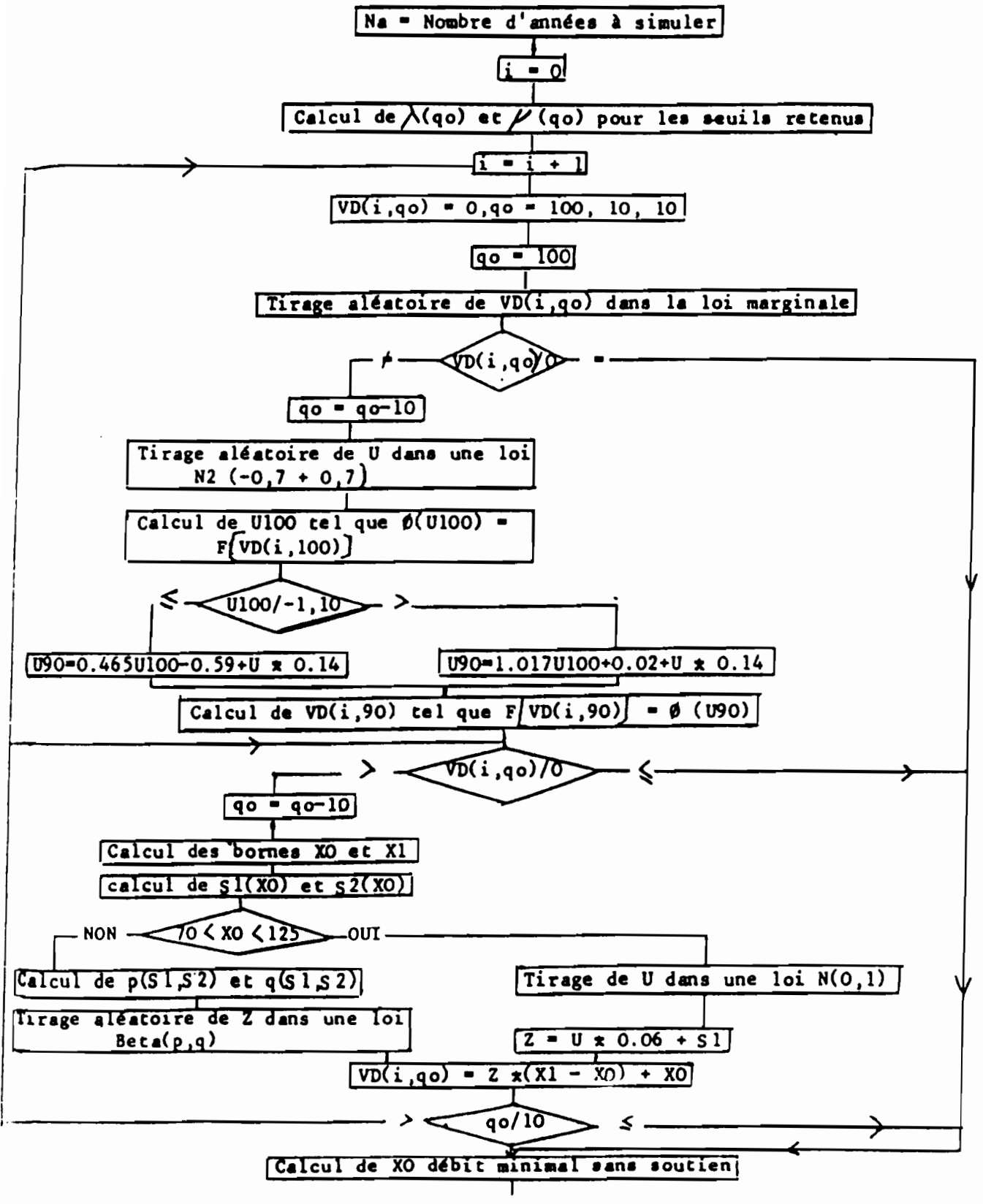
L'organigramme de la simulation du processus d'alternance : apports-déficits est représenté sur la figure 43. L'explication détaillée du processus de la simulation est décrit ci-dessous.

3.1. Tirage aléatoire de VD(qo) dans la loi marginale

3.1.1. Loi marginale des déficits VD(i, qo)
(qo fixé, i quelconque)

Pour connaître la loi marginale des déficits VD(i, qo) (qo fixé, i quelconque), la meilleure façon est de faire une analyse des courbes constituées par les valeurs observées de VD(i, qo) (voir les figures de BI à BII, annexe B). Une loi théorique à deux paramètres ajustée sur les observations peut traduire ce comportement. C'est la loi des fuites. Une analyse des données du tableau 16 permet d'apporter une explication.

FIG.43 Organigramme de la simulation du processus d'alternance : Apports-Déficits



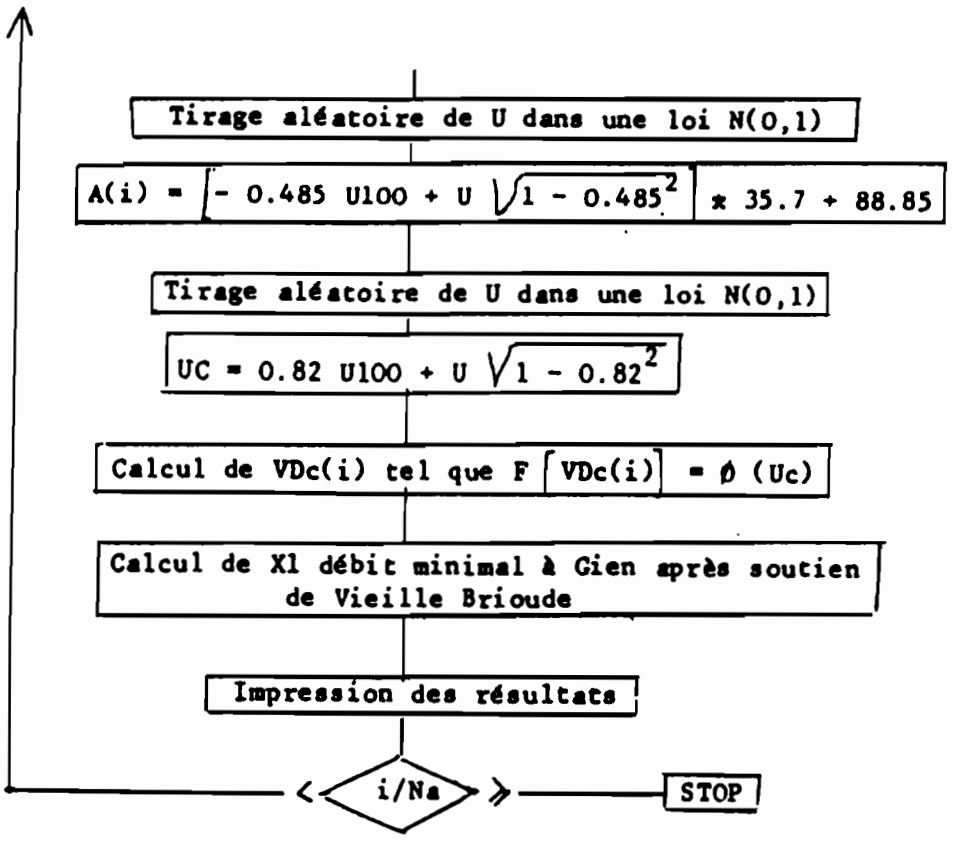


FIG.43 Organigramme de la simulation du processus d'alternance: Apports - Déficits (D'APRES C.BOCQUILLON et J.M.MASSON)

SEUIL Q0 (M3/S)	20	30	40	50	60	70	80	90	100
946	0.0	0.0	14.40	65.00	151.00	250.00	357.00	470.00	591.00
947	0.13	24.70	92.50	179.00	286.00	411.00	538.00	667.00	809.00
948	0.0	0.0	0.0	0.0	7.05	29.30	76.10	142.00	229.00
949	18.00	91.20	196.00	311.00	432.00	567.00	710.00	859.00	1020.00
950	0.0	10.40	45.40	121.00	214.00	319.00	427.00	539.00	652.00
951	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.58	17.80	49.40
952	0.0	17.90	67.40	137.00	214.00	298.00	384.00	479.00	583.00
953	0.0	0.0	4.67	32.60	70.60	125.00	198.00	282.00	380.00
954	0.0	0.0	0.0	2.07	13.60	32.90	58.10	95.90	143.00
955	0.0	0.0	0.69	30.60	107.00	210.00	320.00	443.00	586.00
956	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.43	4.50
957	0.0	0.0	0.0	23.70	93.10	182.00	283.00	391.00	503.00
958	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	2.85	15.50	38.50
959	0.0	0.0	0.0	0.43	21.50	74.50	142.00	226.00	323.00
960	0.0	0.0	0.0	0.0	2.42	30.80	77.50	132.00	199.00
961	0.0	1.64	23.80	58.10	109.00	179.00	262.00	359.00	471.00
962	0.0	0.52	38.40	115.00	202.00	301.00	414.00	534.00	658.00
963	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.90	7.95	19.40
964	0.0	0.17	17.00	79.30	153.00	235.00	332.00	444.00	573.00
965	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	10.30	28.50	50.50	74.10
966	0.0	0.0	0.0	5.70	39.60	89.80	155.00	232.00	321.00
967	0.0	0.0	0.0	10.80	39.60	78.10	129.00	195.00	273.00
968	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.09	6.39	20.20
969	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.52
970	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	2.07	28.40	77.20	148.00
971	0.0	0.0	0.0	0.0	1.73	19.80	54.30	95.60	151.00
972	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	4.92	24.70	61.80	122.00
973	0.0	0.0	0.0	1.90	11.90	34.80	70.60	123.00	188.00
974	0.0	0.38	9.11	25.60	45.60	72.90	112.00	165.00	225.00
975	0.0	0.0	0.0	0.0	0.60	6.09	20.30	37.80	64.30
976	0.0	0.88	23.20	81.80	147.00	220.00	303.00	391.00	482.00

Tableau16 - Volume des déficits à Gien indépendamment de toutes contraintes amont

(D'APRES C.BOCQUILLON et J.M.MASSON)

VD(i, qo), le volume des déficits d'une année i, liés à un seuil qo, prenait la valeur maximale de l'une des deux quantités VDC(i) et VDG(i, qo).

$$VD(i, qo) = Max [VDC(i), VDG(i, qo)]$$

VDC(i) est un déficit qui n'est pas lié au seuil qo à Gien, mais qui dépend de la satisfaction des contraintes à Vieille Brioude et des apports pendant la période de déficit. Il ne varie pas tant que qo reste petit, quand les débits d'étiage sont élevés à Gien en année humide. Il s'agit presque toujours de valeurs positives liées à la satisfaction des contraintes à Vieille Brioude. La satisfaction de VDC(i) entraîne la satisfaction des valeurs de VDG(i, qo) inférieures.

VDG(i, qo) est en effet le déficit observé à Gien sous un seuil qo. Il est indépendant de toute autre considération. S'il est supérieur à VDC(i), le déficit est pris égal à VDG(i, qo).

Sur les graphiques de B1 à B3 (annexe B), la courbe des déficits classés est divisée en deux parties : à gauche, c'est VDC(i) qui est supérieur à VDG(i, qo) ; à droite, c'est le contraire.

Alors, la loi de probabilité de VD(i, qo) est une loi composée avec les lois de probabilité de VDC(i) et de VDG(i, qo). La valeur de VD(i, qo) associée à une probabilité p est celle la plus élevée de l'une des deux variables VDC(i) ou VDG(i, qo) ayant cette probabilité.

3.1.2. Loi marginale des déficits contraintes

Pour qo, le seuil de débit de 10 m^3/s est inférieur au plus petit débit observé à Gien sur la série historique, on peut ajuster à la série ainsi observée une loi des fuites des paramètres suivants :

$$\gamma = 2.935$$
$$\lambda = 5.082$$

Cet ajustement est montré sur la figure B4, annexe B.

3.1.3. Rappels sur la loi des fuites

La loi des fuites a son origine dans la théorie de renouvellement, qui est l'étude d'événements chronologiques de longueur aléatoire, et séparés par des durées aléatoires.

En 1983, P. RIBSTEIN a fait une recherche sur cette loi ((11), RIBSTEIN, 1983).

Il est important de garder toujours en mémoire les hypothèses de base :

1) stationnarité : les propriétés statistiques de la série chronologique ne changent pas avec le temps,

2) indépendance des événements successifs.

Si on suppose que :

1) le nombre de points de fuite le long d'un tronçon de conduite de longueur donnée suit une loi de Poisson, de paramètre λ,

2) le débit de fuite en un point suit une loi exponentielle de paramètre S,

alors, le débit total sur le tronçon suit une loi des fuites, de paramètre de forme λ et de paramètre d'échelle S.

Soit y ≥ 0 variable aléatoire qui suit une loi exponentielle simple (Loi Gamma) de paramètre d'échelle S, et de position 0, de densité de probabilité :

$$f(y) = \frac{1}{S} \quad e^{-\frac{y}{S}}$$

Soit I un nombre entier aléatoire suivant une loi de Poisson, de paramètre de forme $\lambda > 0$; la probabilité de la valeur I est :

$$p(I) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^{I}}{I!}$$

La variable aléatoire $X = Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_I$, somme d'un nombre aléatoire I de variables aléatoires indépendantes Y suit une loi des fuites de paramètres de forme λ, d'échelle S, de position 0. X/I suit une loi Gamma incomplète, de densité de probabilité :

$$f(X, I) = \frac{1}{(I-1)!} \left(\frac{X}{S}\right)^{I-1} \frac{e^{-\frac{X}{S}}}{S}$$

En travaillant sur la variable réduite U = X/S :

$$f(u, I) = \frac{1}{(I-1)!} \quad U^{I-1} \quad e^{-U}$$

3.1.3.1. La fonction de densité de la loi des fuites

Pour I prenant toutes les valeurs de 1 à l'infini, la loi marginale de U a pour densité de probabilité :

$$f(u) = \sum_{I=1}^{\infty} \frac{e^{\lambda} \cdot \lambda^{I}}{I!} \frac{1}{(I-1)!} \quad U^{I-1} \quad e^{-u}$$

Soit :

$$f(u) = e^{-\lambda} \cdot \lambda \cdot e^{u} \left[1 + \frac{\lambda u}{2} + \ldots + \frac{(\lambda u)^{I}}{I!(I+1)!} + \ldots \right]$$

La série entre crochets s'exprime à l'aide de la fonction de Bessel modifiée d'ordre 1 :

$$I_1(2\sqrt{Xu}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\sqrt{\lambda u})^{2n+1}}{n!(n+1)!} = \sqrt{\lambda u} + \frac{(\sqrt{\lambda u})^{3}}{1!2!} + \ldots + \frac{(\sqrt{\lambda u})^{2I+1}}{I!(I+1)!}$$

Donc, la fonction de densité de la loi des fuites s'écrit :

$$pour \quad u = \frac{X}{S} \qquad\qquad F(o) = e^{-\lambda}$$

$$f(u) = e^{-\lambda - u} \cdot \frac{\lambda}{S} \cdot \frac{I_1(2\sqrt{\lambda u})}{\sqrt{\lambda u}}$$

3.1.3.2. Paramètres

Les paramètres ont une apparence de réalité physique :

λ : paramètre d'échelle, positif, représente le nombre moyen des événements Y pendant la durée D sur laquelle on considère la somme.

S : paramètre de forme, positif, représente la grandeur moyenne des événements Y sous-jacents au processus.

Si on note Xi (i = 1, 2 ... n) les valeurs prises par les variables, les paramètres de la loi des fuites sont estimés à partir de trois quantités :

n_o : le nombre de valeurs nulles
X : la moyenne des Xi,
K^2 : la variance de Xi.

Si $n_o = 0$, l'estimation est celle de la méthode des moments :

$$\lambda = \frac{2X^2}{K^2} \quad , \quad S = \frac{K^2}{2X}$$

Si $n_o \neq 0$, l'estimation utilise les expressions suivantes :

$$\lambda = \left(1 - (2 - \sqrt{2})\sqrt{\frac{n_o}{n}}\right)\left(\frac{2X^2}{K^2} - Log\frac{n}{n_0}\right) + Log\frac{n}{n_o}$$

$$S = \left(1 - (2 - \sqrt{2})\sqrt{\frac{n_o}{n}}\right)\left(\frac{K^2}{2X} - \frac{X}{Log\frac{n}{n_o}}\right) + \frac{X}{Log\frac{n}{n_o}}$$

Dans notre cas, sur la série historique de 1946 à 1976, les paramètres de la loi des fuites pour les différents seuils prennent les valeurs listées dans le tableau 17.

Tableau 17 - PARAMETRES S ET λ

SEUIL qo m^3/s	S	λ
100	112.56	2.838
90	101.76	2.426
80	92.17	1.969
70	83.07	1.475
60	69.09	1.109
50	54.7	0.764
40	41.1	0.426
30	22.19	0.249
20	13.82	0.118
10	3.056	0.0295

D'un seuil à l'autre, les paramètres évoluent de manière régulière. Nous avons aussi ajusté des fonctions qui permettent de passer de la valeur d'un seuil qo en m^3/s à la valeur des paramètres de la loi des fuites.

Il y a deux sortes d'expressions mathématiques entre qo et λ ou S (voir la figure 44).

1) Les unes sont des polynomes qui passent au plus près des points observés et sont utilisables pour l'interpolation :

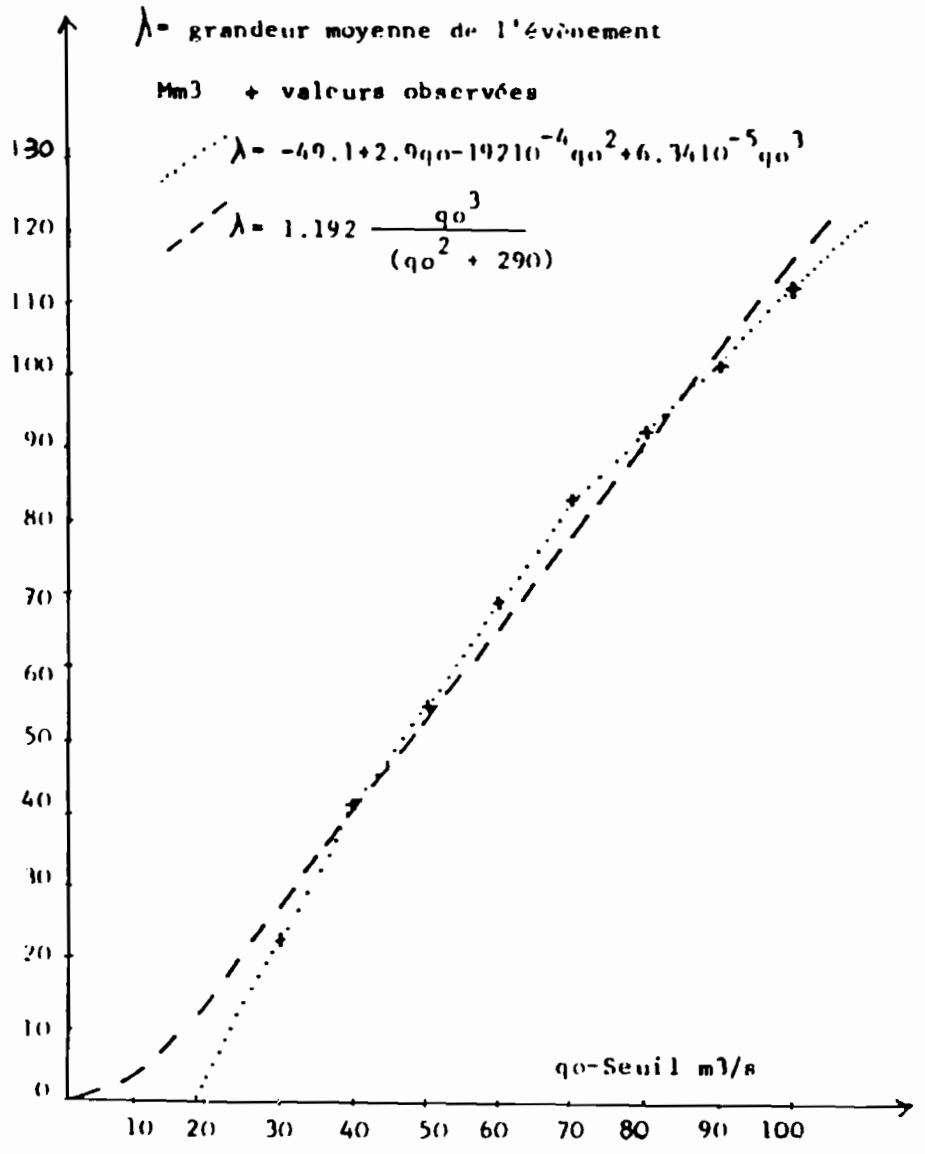
$$\lambda = -0.051 + 1.484 \,.\, 10^{-3}\, qo + 2.866 \,.\, 10^{-4}\, qo^2$$
$$S = -4.91 + 2.9\, qo - 192 \,.\, 10^{-4}\, qo^2 + 6.34 \,.\, 10^{-5}\, qo^3$$

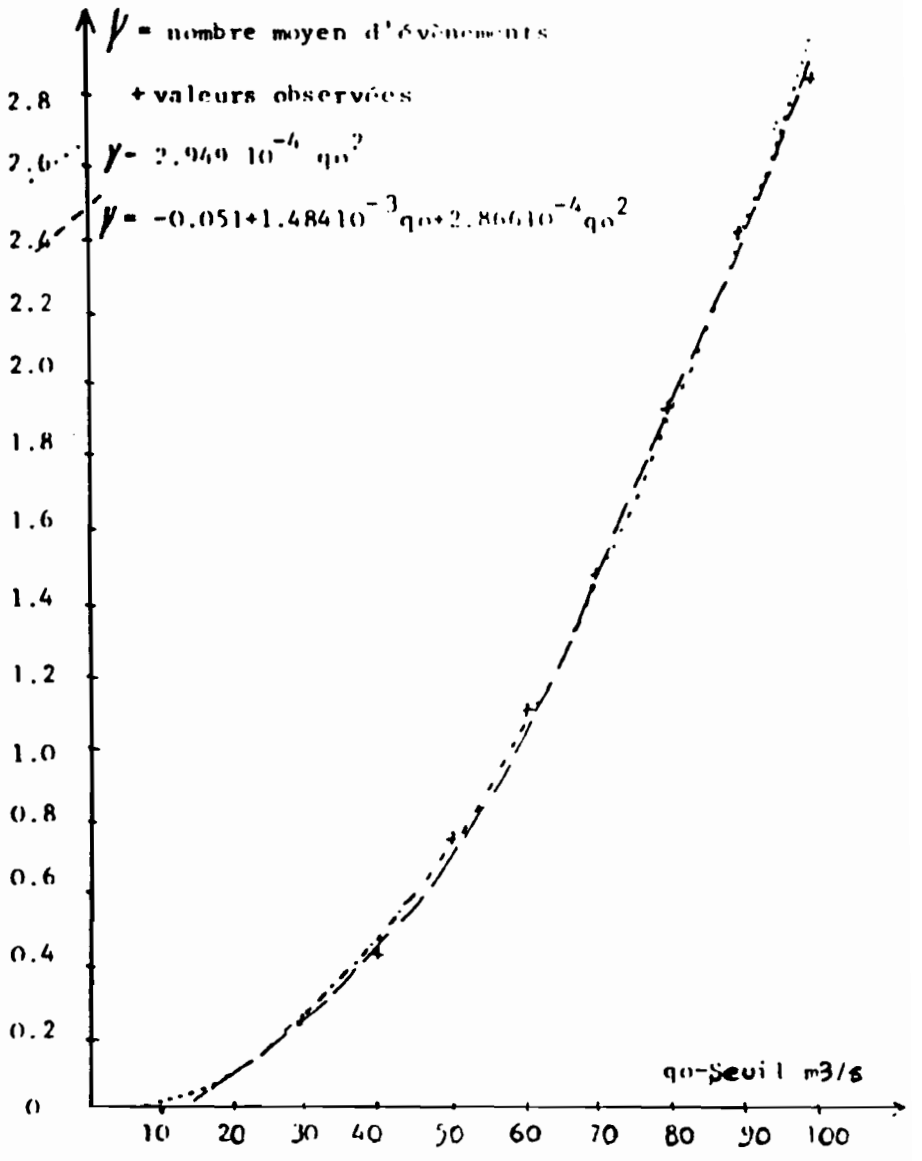
2) les autres sont des relations basées sur des hypothèses concernant l'évolution des paramètres quant qo tend vers zéro ou vers l'infini. Elles utilisent pour l'extrapolation :

$$\lambda = 2.949 \,.\, 10^{-4}\, qo^2$$
$$S = 1.192 \,.\, qo^3 / (qo^2 + 290)$$

FIG.44 Déficits annuels de la Loire à Gien indépendamment de toute contrainte amont.

Evolution des paramètres de la loi des fuites en fonction des seuils qo





(D'APRES C.BOCQUILLON et J.M.MASSON)

3.1.3.3. La fonction de répartition de la loi des fuites

Pour u = X/S

$$F(x) = F(o) + \int_o^u f(u)\, du$$

d'où

$$F(x) = e^{\lambda} + e^{-\lambda} \int_o^u \lambda\, e^{-u} \left(\sum_{I=0}^{\infty} \frac{(\lambda\, u)^I}{I!\,(I+1)!} \right) du$$

Soit

$$F(x) = e^{-\lambda} + e^{-\lambda} \sum_{I=0}^{\infty} \frac{\lambda^{I+1}}{(I+1)!} \int_o^u \frac{e^{-u} - u^{I-1}}{(I-1)!}\, du$$

On utilise l'équation :

$$\int_o^u \frac{e^{-u} - u^I}{I\,!}\, du = \frac{-e^{-u}\, u^I}{I\,!} \int_o^u \frac{e^{-u}\, u^{I-1}}{(I-1)\,!}\, du$$

Soit :

$$\int_o^u \frac{e^{-u}\, u^I}{I\,!}\, du = 1 - e^{-u} \sum_{J=0}^{I} \frac{u^J}{J!}$$

On en déduit :

$$F(x) = e^{-\lambda} + e^{-\lambda} \left[\sum_{I=0}^{\infty} \frac{\lambda^{I+1}}{(I+1)!} \left(1 - e^{-u} \sum_{J=0}^{I} \frac{u^J}{J!} \right) \right]$$

Equation que l'on peut simplifier :

1) au non-dépassement :

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda}\, e^{-u} \sum_{I=0}^{\infty} \frac{\lambda^{I+1}}{(I+1)!} \sum_{J=0}^{I} \frac{u^J}{J!} \qquad avec \qquad u = \frac{X}{S}$$

2) au dépassement :

$$F(x) = e^{-\lambda}\, e^{-u} \sum_{I=0}^{\infty} \frac{\lambda^{I+1}}{(I+1)!} \sum_{J=0}^{I} \frac{u^J}{J!} \qquad avec \qquad u = \frac{X}{S}$$

3.1.3.4. Inversion de la fonction de répartition

On ne peut pas calculer directement la valeur correspondant à une probabilité donnée P, les paramètres λ et S étant connus. La méthode qui nous a semblé la plus simple est de procéder de la façon suivante :

Calcul de u, de la valeur moyenne, d'après le paramètre de forme connu, puis de F(u), la probabilité correspondante. Si celle-ci est supérieure à la valeur donnée P de la probabilité à inverser, diviser u par 2 : $u_1 = u/2$. Calculer la probabilité correspondante, et si celle-ci est encore supéreure à P, diviser u_1 par 2 et ainsi de suite jusqu'à ce qu'une valeur U, corresponde à une probabilité inférieure à P.

Si la probabilité calculée pour u est inférieure à la valeur donnée de la probabilité à inverser, multiplier u par 2, etc. L'organigramme de cette méthode est présenté sur le figure 45.

ORGANIGRAMME POUR L'INVERSION DE LA FONCTION DE REPARTITION

DE LA LOI DES FUITES (d'après P.RIBSTEIN)

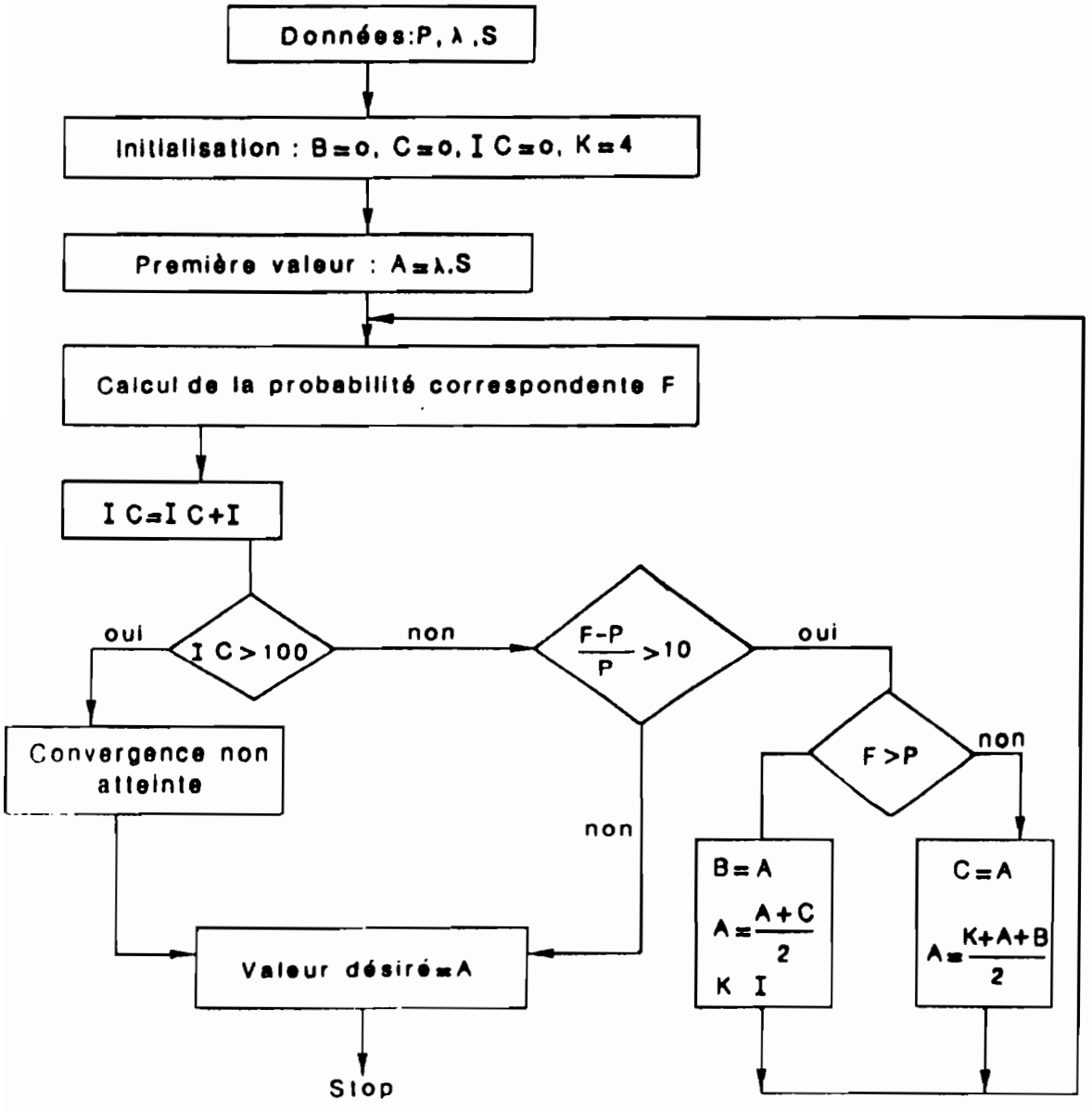


FIG.45

3.1.4. Tirage aléatoire de VD(qo) dans la loi marginale

Les valeurs ont été simulées en utilisant la méthode de Monte-Carlo, c'est-à-dire par anamorphose entre une distribution continue uniforme sur le segment [0, 1] et la fonction de répartition de la loi des fuites. Le calcul de chaque valeur est décomposé en deux phases :

1) tirage du nombre d'événements L sur la durée t dans une loi de Poisson de paramètre λ. On construit la loi de Poisson par la formule :

$$FL(l) = e^{-\lambda} + \sum_{i=1}^{l-1} \frac{e^{-\lambda} \lambda^{i}}{i!}$$

On tire ensuite un nombre au hasard F compris entre 0 et 1. On cherche la valeur L qui a une probabilité F d'apparition, ce qui s'écrit par l'équation :

$$FL(L-1) \leq F \leq FL(L)$$

On va ainsi simuler : L = L-1 événements (il y a un décalage de 1 car, pour 0 événement , on a FL (1) = $e^{-\lambda}$.

2) tirage de L événements dans une loi exponentielle de paramètre S :

$$F = 1 - e^{\frac{-y_i}{S}}$$

Ayant tiré F au hasard compris entre 0 et 1, on en déduit la valeur y_i par l'équation précédente. On en déduit finalement la valeur X, tirée d'une population-mère suivant une loi des fuites de paramètres λ et S par l'équation

$$X = \sum_{i=1}^{L} y_i$$

Ce que nous venons de décrire est la méthode générale qui permet de tirer une variable aléatoire dans la loi des fuites. Dans notre cas, la valeur VD (i, qo) associée à la probabilité P est la plus forte des deux valeurs VDC(i) et VDG(i, qo) ayant cette probabilité. En combinant de cette manière les deux lois de probabilité, on s'ajuste assez bien aux volumes des déficits définis dans le § 3.1.3. Ces ajustements sont présentés sur les figures B13 et B19 (annexe B).

Donc le tirage aléatoire de VD(100) dans la loi marginale peut être réalisé sur la base des paramètres figurant dans le tableau 17.

3.2. Liaison entre VD(100) et VD(90)

Nous avons quantifié cette liaison par une régression entre les valeurs observées de VD(100) et VD(90). Compte tenu du caractère particulier (la loi des fuites) des distributions marginales, la régression a été effectuée après anamorphose à une loi N(0, 1). C'est-à-dire que pour chaque valeur observée X de la variable aléatoire X représentant le déficit, on a calculé p = Prob (X < x) et on a fait correspondre à X une valeur u de la variable normale réduite U telle que Prob (U < u) = p.

La régression sur l'ensemble des observations est excellente : le coefficient de corrélation γ = 0.997. Mais on remarque une mauvaise adéquation de la droite aux valeurs inférieures extrêmes (voir la figure 46). Nous avons donc été amenés à considérer deux équations de régression, l'une sur les valeurs de u100 $\leq$ -1.10, l'autre sur les valeurs supérieures.

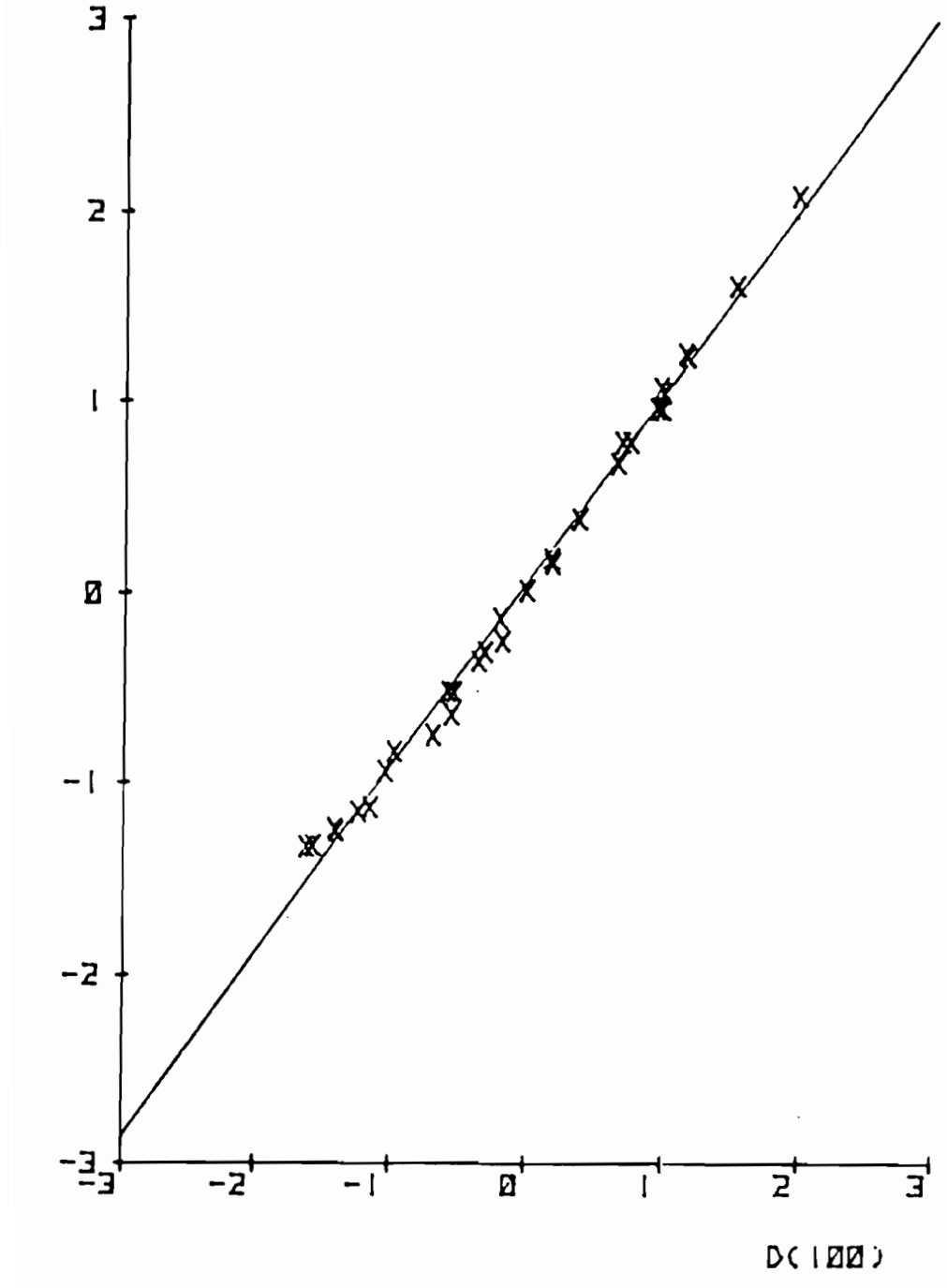
Pour u100 $\leq$ -1.10, u90 = 0.465 u100 - 0.59
r = 0.99 sur 6 points (figure 47)

Pour u100 > -1.10, u90 = 1.017 u100 + 0.02
r = 0.99 sur 25 points (figure 48)

FIG.46 LIAISON ENTRE D(90) ET D(100)

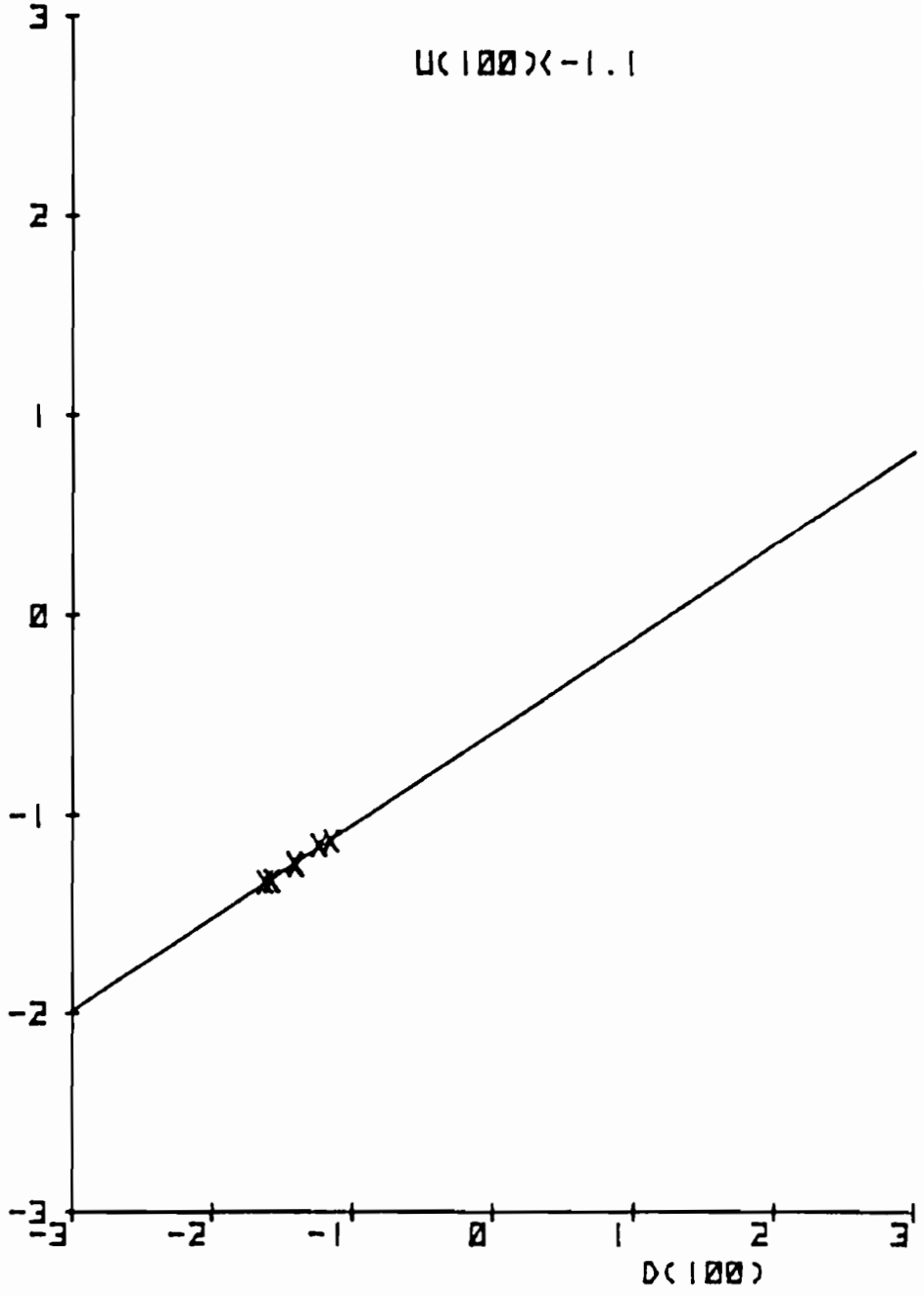
APRES ANAMORPHOSE A UNE LOI N(0,1)

(D'APRES C.BOCQUILLON et J.M.MASSON)



D(90) FIG.47 LIAISON ENTRE D(90) ET D(100)

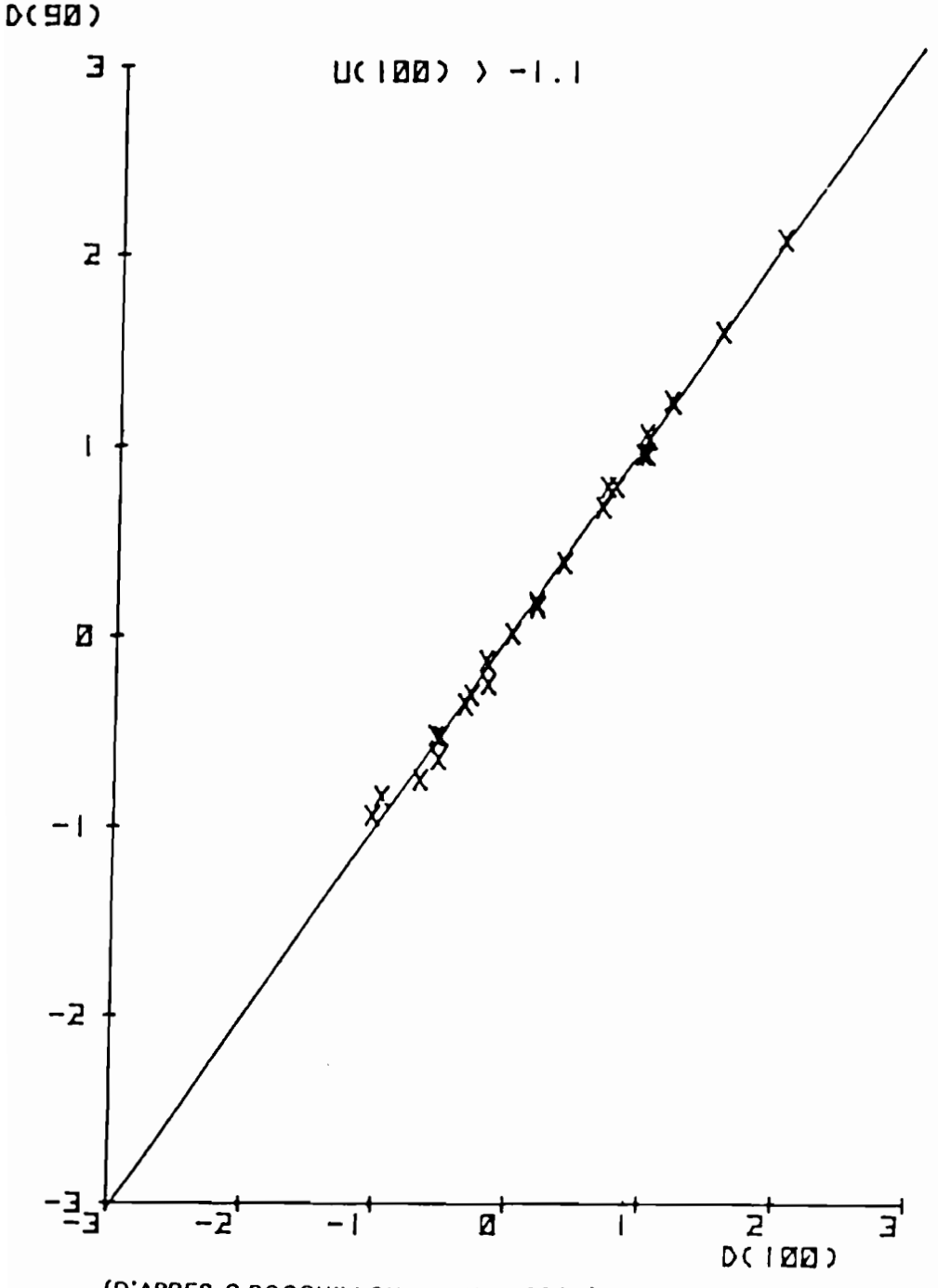
APRES ANAMORPHOSE A UNE LOI N(0,1)



(D'APRES C.BOCQUILLON et J.M.MASSON)

FIG.48 LIAISON ENTRE D(90) ET D(100)

APRES ANAMORPHOSE A UNE LOI N(0,1)



(D'APRES C.BOCQUILLON et J.M.MASSON)

Dans les deux cas, l'écart-type résiduel est donc : $\sqrt{1 - 0.99^2} \simeq 0.14$.

Les écarts aux ajustements sont symétriques (trois valeurs négatives dans le premier cas, 13 dans le second cas). Mais aucun ne dépasse la valeur de l'écart-type résiduel. Nous avons donc été amenés à considérer pour les résidus une distribution triangulaire N^2 (-0.14, 0.14). La fonction de répartition de N^2 est :

$$Pour\ u \leq 0 \qquad F(u) = \left(\frac{u + 0.14}{0.19799} \right)^2$$

$$Pour\ u > 0 \qquad F(u) = 1 - \left(\frac{u - 0.14}{0.19799} \right)^2$$

L'inversion de la fonction de répartition de N^2 est :

Pour $p \leq 0.5$ $\quad u = -0.14 + 0.19799 \sqrt{p}$
Pour $p > 0.5$ $\quad u = 0.14 - 0.19799 \sqrt{1-p}$

On tire au hasard une valeur comprise entre 0 et 1. Cette valeur est une valeur particulière de la variable continue uniforme, et est assimilable à une probabilité. De cette probabiité, on peut remonter, par l'inversion de la loi triangulaire N^2 (-0.14, 0.14) à une valeur d'une variable aléatoire suivant cette loi. La valeur aléatoire de u est tirée dans une loi N^2 (-0.14, 0.14) de cette façon.

La variable aléatoire u détermine le résidu de la régression entre u100 et u90.

Pour u100 > -1.10, u90 = 1.017 u100 + 0.02 + u
Pour u100 ≤ -1.10, u90 = 0.465 u100 - 0.59 + u

3.3. Borne inférieure et borne supérieure d'un déficit

3.3.1. Borne inférieure d'un déficit

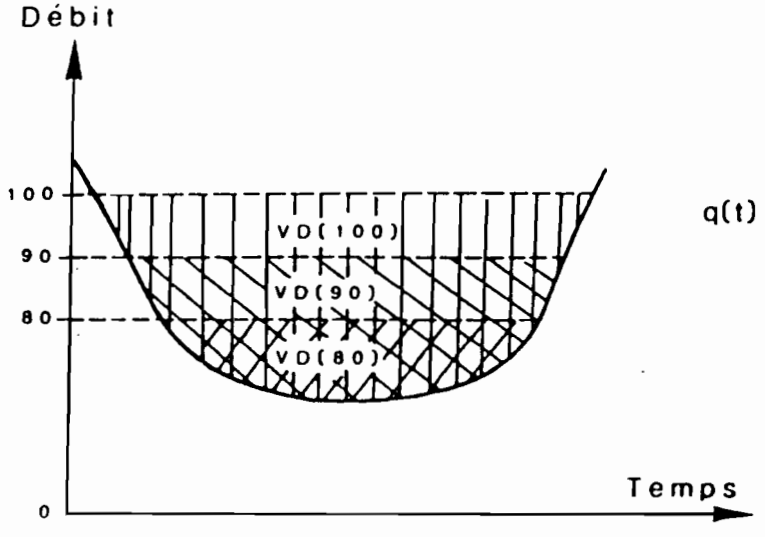


FIG.49 REPRESENTATION SCHEMATIQUE DES DEFICITS VD(100),VD(90) et VD(80)

Sur la représentation schématique (figure 49), la surface hachurée représente les déficits VD(100), VD(90) et VD(80).

La courbe q(t) des débits en fonction du temps a, sous les seuils qo retenus, une concavité tournée vers le haut. Ce qui peut s'écrire :

$$VD(100) - VD(90) > VD(90) - VD(80)$$

donc : $$VD(80) > 2\,VD(90) - VD(100)$$

En général, on a la conclusion :

$$VD(qo - 20) > 2\,VD(qo - 10) - VD(qo)$$

donc : 2 VD(qo - 10) - VD(qo) est la borne inférieure de VD(qo - 20).

En diminuant les seuils de débit par intervalles réguliers, dès que deux déficits successifs sont déterminés, le suivant a obligatoirement une borne inférieure.

3.3.2. Borne supérieure d'un déficit

Un déficit VD(qo) étant déterminé, la valeur maximale de VD(qo - 10) est obtenue quand le débit q(t) passe le plus rapidement possible de qo à (qo - 10) au début du déficit et remonte le plus rapidement de (qo - 10) à qo à la fin de l'étiage.

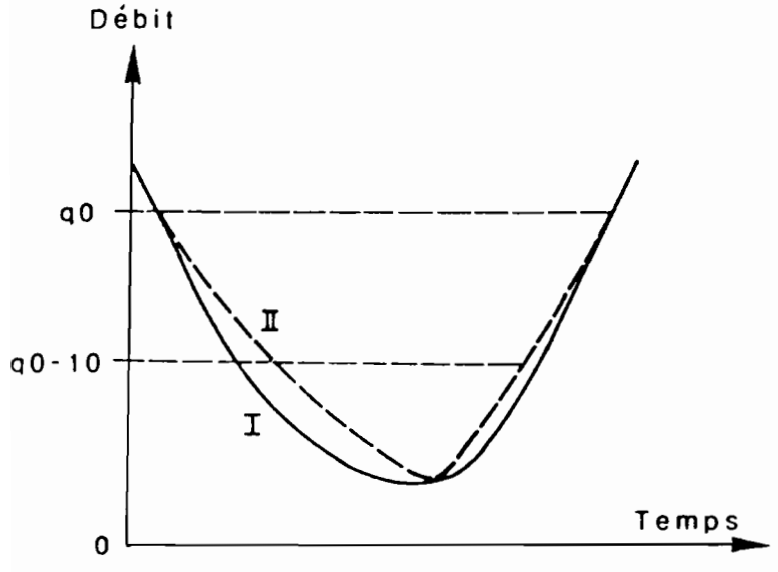


FIG.50 DEUX CAS POSSIBLES POUR LE DEFICIT VD(q0)

Sur la représentation schématique (Fig. 50) ci-contre, on peut voir que le déficit VD (qo - 10) du cas I est plus grand que celui du cas II.

La descente la plus rapide possible, pour les faibles débits tout au moins, est la courbe de tarissement en l'absence de pluie. Elle est de la forme $q_t = q_o\, e^{-\alpha(t-to)}$.

L'année 1949 nous fournit une estimation de $\alpha = 0.05$.

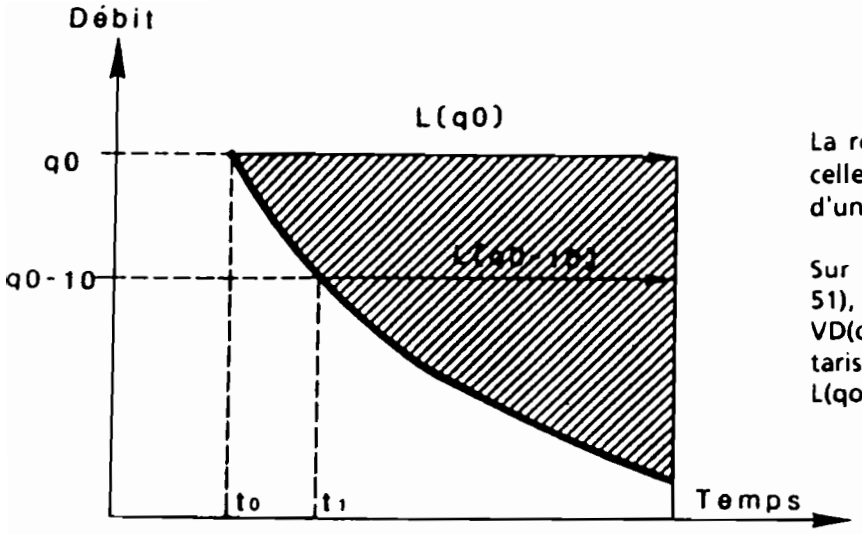


FIG.51 DEFICIT VD(q0)

La remontée la plus rapide possible est celle qui se fait en une journée à l'occasion d'une crue.

Sur la représentation schématique (Fig. 51), la surface hachurée indique le déficit VD(qo). La courbe en gras est la courbe de tarissement indiquée par $q_t = q_o\, e^{-a(t-to)}$. L(qo) est la durée correspondante à qo.

Donc :

$$VD(qo) = L(qo).\,qo - \int_0^{qo} qo\; e^{-ax}\; dx$$

$$= qo\,.\,L(qo) - \left| -\frac{qo}{a}\; e^{-ax} \right|_0^{qo}$$

$$= qo\,.\,L(qo) - \left| -\frac{qo}{a}\; e^{-a\,qo} - \left(-\frac{qo}{a} \right) \right|$$

$$= qo\,.\,L(qo) + \frac{qo}{a}\; e^{-a\,qo} - \frac{qo}{a} \qquad (1)$$

qui permet de déterminer L(qo).

D'après la formule $q(t) = qo\; e^{-a(t-to)}$,

on a :

$$qo - 10 = qo\; e^{-a\left[L(qo) - L(qo-10)\right]}$$

ainsi,

$$-a\left[L(qo) - L(qo-10)\right] = Ln(qo-10) - Ln(qo)$$

donc,

$$L(qo-10) = L(qo) - \frac{1}{a}\left[Ln(qo) - Ln(qo-10)\right] \qquad (2)$$

qui permet de déterminer L(qo - 10).
Des relations (1) et (2), on tire :

$$VD(qo-10) < (qo-10).L(qo-10) - \frac{qo-10}{a} + \frac{qo-10}{a} e^{-aL(qo-10)}$$

Les termes à droite de l'inégalité sont la borne supérieure du déficit VD(qo - 10).

Maintenant, nous avons les deux bornes d'un déficit :

$$2VD(qo) - VD(qo+10) < VD(qo-10) < (qo-10)\ L(qo-10) - \frac{qo-10}{a} + \frac{qo-10}{a} e^{-aL(qo-10)}$$

3.4. Position d'un déficit dans l'intervalle déterminé par les déficits précédents

La position des déficits observés a été étudiée en variable réduite. Si B est la borne inférieure de l'intervalle, S la borne supérieure et X la valeur prise par le déficit dans l'intervalle, la variable réduite Z a pour expression :

$$Z = \frac{X-B}{S-B}$$

Il apparaît très nettement que la valeur de Z dépend de celle de B. Pour des valeurs élevées de B, Z est relativement proche de la borne inférieure, tandis que pour des valeurs faibles de B, Z est au contraire proche de la borne supérieure.

Pour les classes de B, la distribution des Zi peut être caractérisée par les deux premiers moments par rapport à l'origine :

$$S_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} Zi \quad , \quad S_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} Zi^2$$

qui permettent d'estimer les paramètres p et q d'une loi Beta incomplète décrivant correctement la distribution des Zi.

La loi Beta incomplète a pour expression :

$$Prob\,(Z \leq z) = \frac{1}{B(p,q)} \int_0^z t^{p-1} (1-t)^{q-1}\, dt$$

B (p, q) est la fonction Beta complète et on a les relations :

$$S_1 = \frac{p}{p+q} \quad , \quad S_2 = pq \,/\, \left[(p+q)^2 (p+q+1)\right]$$

qui permettent d'estimer p et q.

Les résultats obtenus sont indiqués dans le Tableau 18.

Tableau 18 - RESULTATS

CLASSE DE B	S_1	S_2	p	q
$B \geqq 300$	0.16	0.0327	2.857	15.0
$200 \leqq B < 300$	0.16	0.0348	2.19	11.486
$100 \leqq B < 200$	0.227	0.055	11.22	38.218
$50 \leqq B < 100$	0.306	0.103	6.715	15.203
$0 \leqq B < 50$	0.423	0.2	4.484	6.125
$B < 0$	0.687	0.489	8.216	3.737

Avec les paramètres p et q, Z est tiré par anamorphose entre une distribution continue uniforme sur le segment [0, 1] et la fonction de répartition de la loi Beta incomplète.
Cependant, l'utilisation des valeurs de S_1 et S_2 ainsi calculées pour estimer les paramètres p et q de la loi Beta, conduit à des valeurs extraordinairement élevées ou négatives pour $70 < B < 125$ millions de m^3. Nous sommes là en effet dans un domaine où la loi Beta est symétrique et proche d'une loi normale. Dans cette zone de B, nous remplacerons la loi Beta par une loi $N(S_1, \sigma)$. La valeur de σ, calculée à partir des observations, est de 0.6.

Avec la variable réduite Z, la borne inférieure B et la borne supérieure S, la position d'un déficit peut être déterminée par la formule suivante :

$$VD(q) = Z\,[S(q) - B(q)] + B(q)$$

3.5. Lois marginale et conditionnelle des apports A(i)

D'après les observations, les apports annuels à Naussac dans sa première phase de l'utilisation sont distribués selon une loi N(88.85, 35.7).

Les apports et les déficits qui les suivent ne sont pas indépendants : à des apports faibles correspondent en général des déficits importants et vice-versa.

La loi des apports conditionnels au déficit VD(i, 100) peut être représentée par une loi normale $N(-0.485\, u100\, \sigma A + \upsilon A, \sigma A \sqrt{1 - 0.485^2})$.

En ce qui concerne les paramètres de la loi, υA et σA sont respectivement la moyenne et l'écart-type des apports : 88.85 et 35.7 millions de m^3. u100 est une valeur de la variable normale réduite N(0,1) telle que :

$$\varnothing(u100) = F[VD(i, 100)],$$

avec : $\varnothing(u)$ = fonction de répartition de la variable normale réduite,
$F[VD(i, 100)]$ = fonction de répartition du déficit sous le seuil $qo = 100\ m^3/s$.

Il s'agit d'une anamorphose entre la loi des fuites de VD(i, 100) et la loi normale réduite.

3.6. Calcul du débit minimal sans soutien

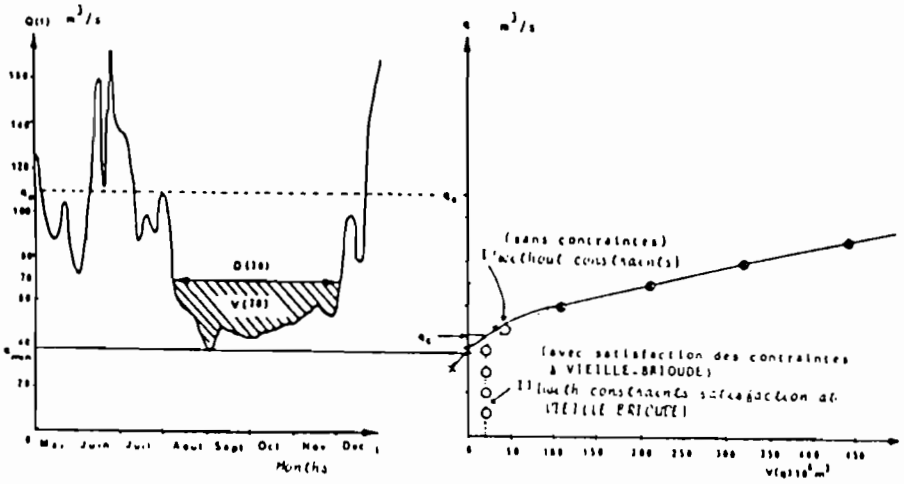


Fig.52 Caractéristiques synthétiques des déficits de la Loire à Gien en 1955.

(D'APRES C.BOCOUILLON et J.M.MASSON)

Les valeurs de VD(q) sont tabulées avec un pas de débit Δq (10 m³/s) décroissant à partir de q_e. Ceci a conduit à définir une valeur de VD(q) négative. A partir de la valeur de VD(q) négative et de la dernière valeur discrétisée positive, on peut trouver qmin correspondant à VD(qmin) = 0, par interpolation linéaire. C'est le débit minimal sans soutien (voir la figure 52).

3.7. Déficits liés aux contraintes

3.7.1. Loi marginale des déficits contraintes

On l'obtient en prenant pour q_0 un seuil de débit de 10 m³/s inférieur au plus petit débit à Gien sur la série historique.

On peut ajuster à la série ainsi observée une loi des fuites de paramètres $\lambda = 2.935$, $S = 5.082$.

3.7.2. Loi conditionnelle des déficits liés aux contraintes

Les déficits liés aux contraintes VC(i) sont d'autant plus importants que les déficits à Gien, sous un seuil qo et indépendants de toute contrainte amont, sont importants.

Pour cette loi conditionnelle, on utilise encore l'anamorphose normale avec le déficit VD(i, 100). La loi conditionnelle est telle que la variable UC suit une loi $N(0.82\, u100, \sqrt{1 - 0.82^2})$.

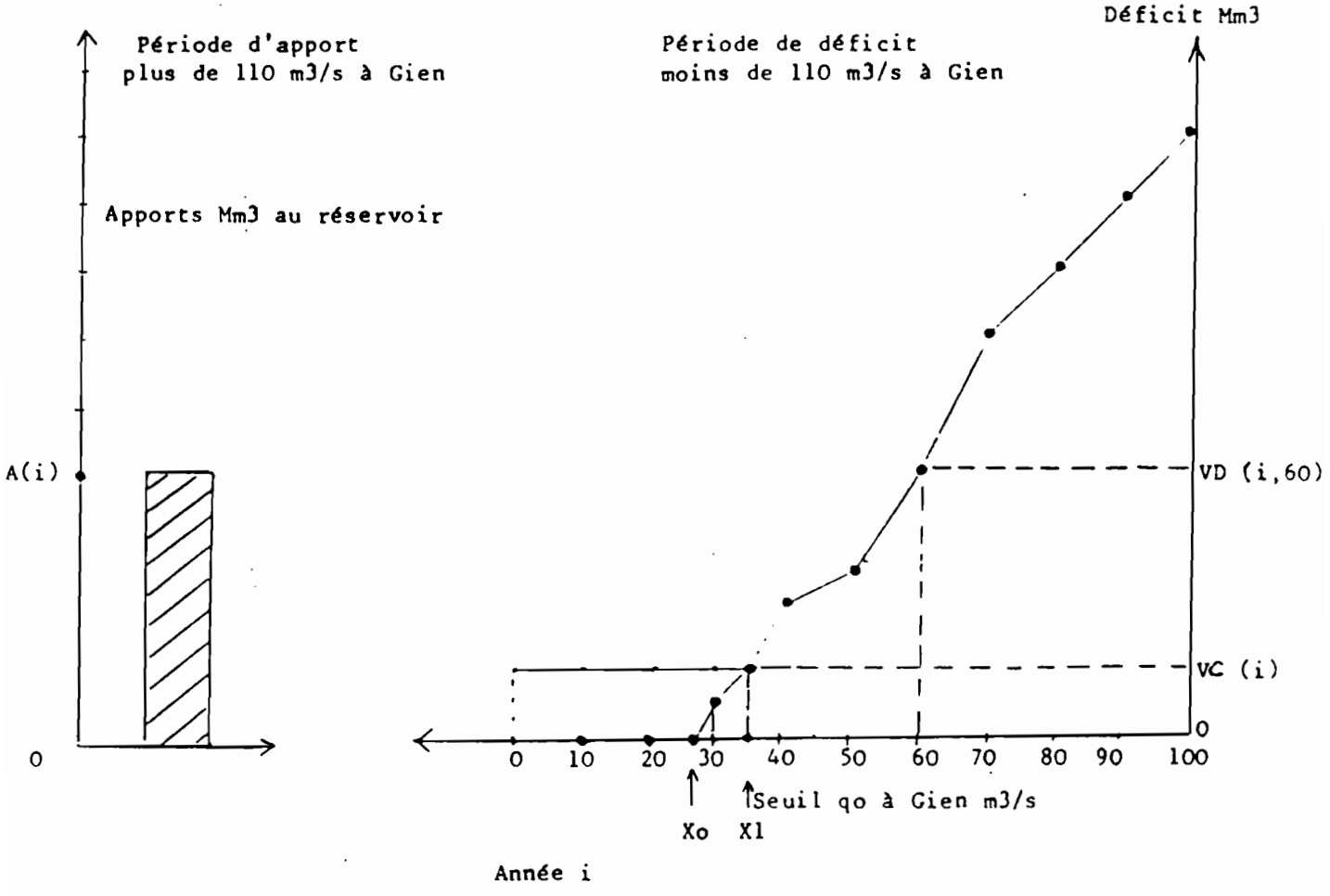
On calcule ensuite VD(i) tel que : $F[VC(i)] = \varnothing(UC)$

avec $F[VC(i)]$ = fonction de répartition de la loi des fuites,
$\varnothing(UC)$ = fonction de répartition de la loi $N(0.82\, u100, \sqrt{1 - 0.82^2})$.

Le débit qc correspondant à VC(i) (déficits liés aux contraintes) se déduit des volumes de déficit sous seuil comme l'indique la figure 53. Sur la figure 53, X_1 = qc.

FIG.53 Signification des variables dans la représentation d'une année du processus d'alternance Apports - Déficits

(D'APRES C.BOCQUILLON et J.M.MASSON)



- Valeurs numériques obtenues à l'issue de la simulation

VD (i,qo) = volume du déficit sous le seuil qo à Gien pour l'année i

VC (i) = volume nécessaire à la satisfaction d'une contrainte pour l'année i

Xo = débit minimum à Gien sans soutien

X1 = débit minimum à Gien après satisfaction de la contrainte uniquement

La figure B12 (Annexe B) montre le lieu géométrique des moyennes conditionnelles de VC et la dispersion des points autour de cette moyenne conditionnelle.

3.8. La simulation du processus d'alternance apports-déficits ; variables caractéristiques et résultats

La figure 43 représente l'organigramme de la simulation. Nous avons vérifié que les lois marginales des déficits et des apports étaient bien reproduites par le modèle.

La figure 53 montre de façon schématique la signification des variables obtenues à l'issue de la simulation. Dans le cas de Naussac première phase, on remarque qu'avec douze valeurs fondamentales, on peut condenser l'information d'une année i en ce qui concerne les étiages et leur soutien. Ces valeurs sont :

A(i), les apports au réservoir,
VD(i, qo), qo = 100, 90, 80, 70, 60, 50, 40, 30, 20, 10
les déficits à Gien sous les dix seuils indépendamment de toute contrainte,
VC(i), le volume correspondant au soutien des contraintes.

Avec ces valeurs, on va pouvoir caractériser les étiages à Gien, principalement par la chaîne des débits minimaux séparés par un déficit ΔV millions de m^3.

On a :

qo ($0\Delta V$) - débit correspondant à l'ordonnée VD (i, qo) = 0
qo ($1\Delta V$) - débit correspondant à l'ordonnée $1\Delta V$ M m^3
qo ($2\Delta V$) - débit correspondant à l'ordonnée $2\Delta V$ M m^3
etc.

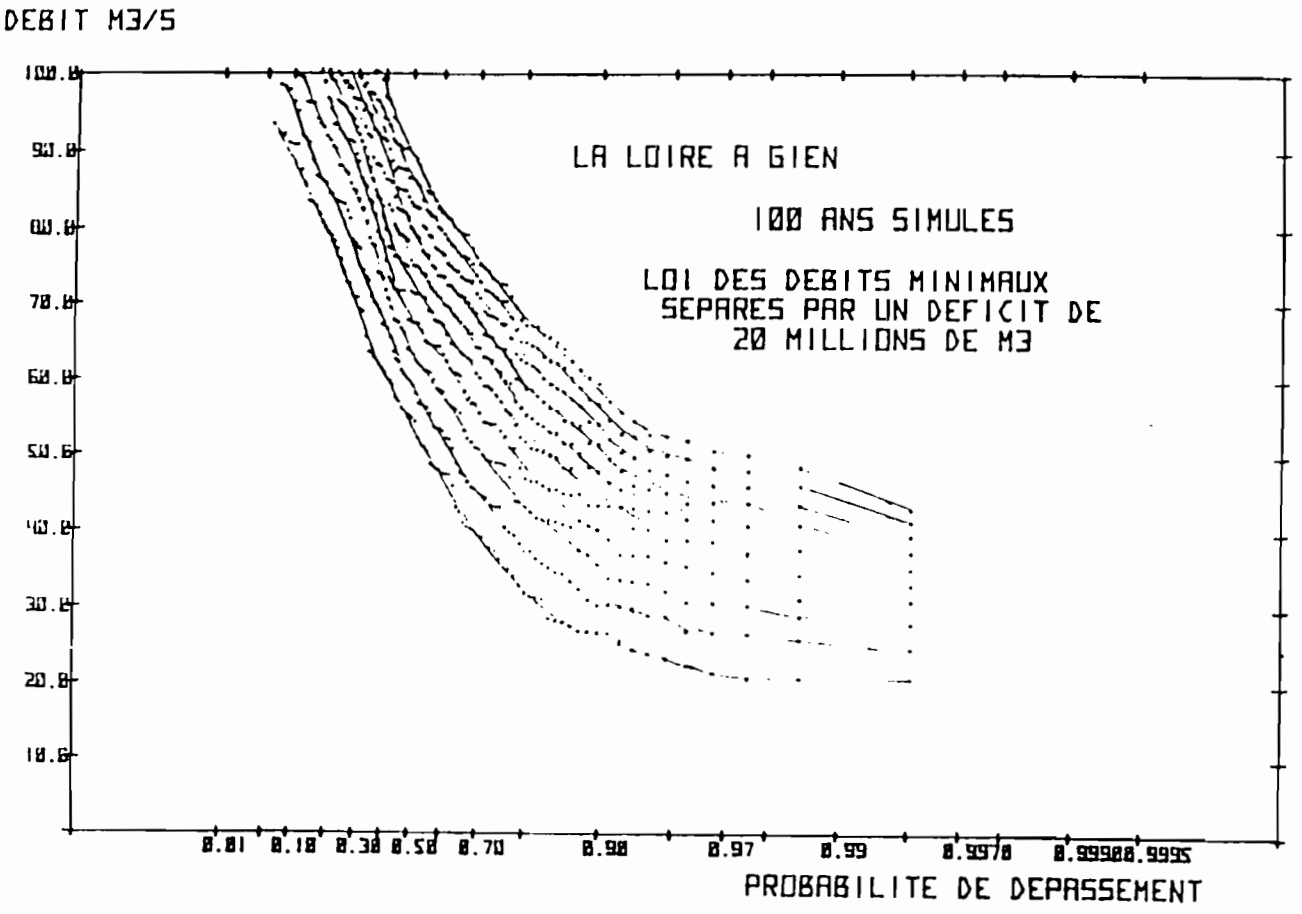
Chaque année est caractérisée par sa chaîne de débits minimums où on distingue deux points particuliers :

qmin = qo ($0\Delta V$). C'est approximativement le débit minimum atteint par la rivière à Gien pour l'année considérée et en l'absence de soutien.

qc(VC(i)). C'est approximativement le débit minimum à Gien si on utilise l'eau du réservoir uniquement pour respecter les contraintes à Vieille Brioude. En effet, les volumes d'eau lâchés pour respecter les contraintes à Vieille Brioude passent à Gien et y relèvent les débits.

Alors que la chaîne des débits minimums séparés par un déficit ΔV millions de m^3 caractérise l'année, la distribution des fréquences des débits minimums correspondant à chaque ΔV, qu'on peut déterminer à partir de la simulation d'un grand nombre d'années, permet une représentation statistique de la sévérité des étiages à Gien. La figure 54 montre à titre indicatif une telle représentation.

Nous avons simulé mille années du processus d'alternance apports-déficits. Donc nous pouvons comparer la fréquence des étiages les plus sévères au cours des mille années simulées, aux estimations qu'on peut en faire à partir de la série historique. Le Tableau 19 résume les comparaisons :



(D'APRES C.BOCOUILLON et J.M.MASSON)

FIG. 54

Tableau 19 - COMPARAISONS

		SERIE HISTORIQUE	1000 ANS SIMULES
Débits minimums à	Nombre d'années	7 (1863-1976) 2 (1946-1976)	88
Gien, voisins de 20 m³/s	Période de retour (ans)	15	12
Débits minimums à	Nombre d'années	1	13
Gien, voisins de 10 m³/s	Période de retour (ans)	100	80

Le modèle respecte donc l'ordre de grandeur estimé par les fréquences des étiages sévères.

4. La gestion journalière en étiage par la méthode du fil tendu

A partir du modèle de simulation des déficits, on peut déterminer une chronique de débits en étiage. Comme nous l'avons mentionné au Chapitre 1 (Section1), c'est la chronique des débits de la rivière qui n'entrent pas dans le réservoir de Naussac. Le rôle du réservoir de Naussac est de lâcher l'eau stockée en hiver et au printemps pour soutenir les débits à Gien en étiage. Il ne peut pas stocker l'eau qui coule à Gien. Mais pour la gestion de réservoirs par la méthode du fil tendu, on a besoin de construire la courbe d'apports cumulés. Donc on suppose que les débits de Gien passent par le réservoir de Naussac. Mais il faut ajouter une contrainte aux lâchures du réservoir : la lâchure journalière ne peut pas être inférieure au débit naturel du même jour dans la rivière.

La lâchure du réservoir est la somme du soutien et du débit naturel dans la rivière qui passe, en effet, directement vers Gien. Numériquement pour des débits à Gien, le système imaginé représente bien la réalité.

Après cette translation imaginée de la position géographique, la méthode du fil tendu peut facilement être introduite pour la gestion du réservoir de Naussac en utilisant les courbes cumulées (les types 2 et 3) décrites à la Section 1, Chapitre 1.

4 1. Détermination d'une chronique de débits en étiage à partir du modèle de simulation des déficits

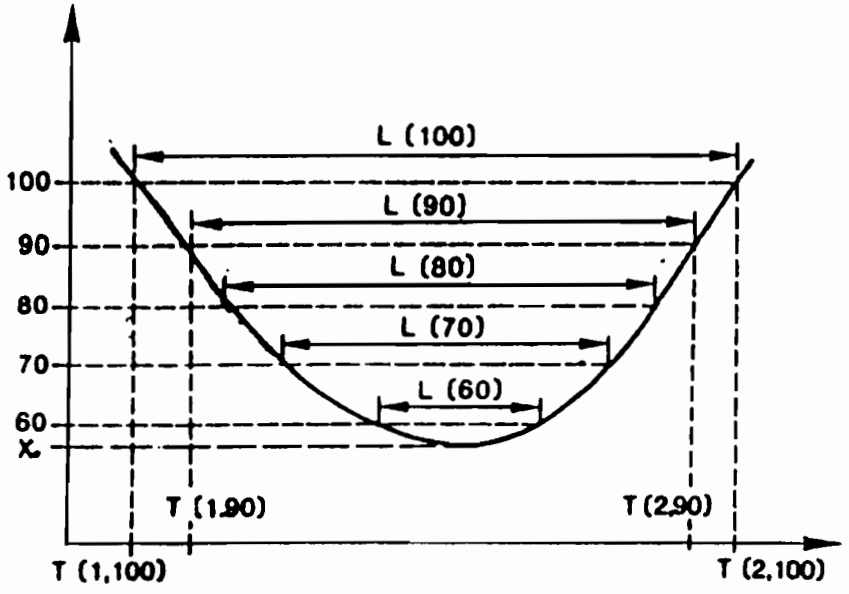


FIG.55 DUREE DES DEFICITS AUX SEUILS DIFFERENTS

A partir du modèle de simulation des déficits, nous avons déjà obtenu des déficits à différents seuils VD(i, 100), VD(i, 90) ... VD(i, 10). Si nous pouvons déterminer les durées des déficits à différents seuils L(100), L(90) ..., il est possible de dessiner la trajectoire des débits en étiage (voir la figure 55).

Un problème important est la détermination des dates des passages en-dessous des seuils de débit en étiage. Par exemple, la date T(1, 100) du passage au-dessous de 100 m³/s au début de l'étiage, la date T(1,90) du passage au-dessous de 90 m³/s, ...

Les dates et les durées sont deux éléments importants pour la détermination d'une chronique de débits en étiage.

4.1.1. Date du passage au-dessous de 100 m^3/s au début de l'étiage

La régression linéaire existant entre le déficit sous 100 m^3/s et la date de début de ce déficit T(1, 100) est exprimée par la formule suivante :

$$T(1, 100) = -3.75 \sqrt{VD(100)} + 253$$

avec un coefficient de corélation $r = 0.70$
un écart-type résiduel de 30 jours.

En utilisant cette régression, nous nous sommes aperçus qu'elle démarrait trop tard les étiages importants (par exemple, quand VD(100) > 1000 millions de m^3) qui, de ce fait, devaient s'étaler jusque sur l'année suivante. Effectivement, le seul point représentant un VD(100) > 1000 millions de m^3, l'année 1949 se trouve nettement en-dessous de la droite de régression.

Nous avons donc été amenés à corriger empiriquement l'équation de régression pour faire débuter plus tôt les étiages avec des déficits importants. La nouvelle relation décrivant le lieu des moyennes conditionnelles s'écrit :

$$T(1, 100) = -3.75 \sqrt{VD(100)} + 265 - 90\, e^{|(\sqrt{VD(100)} - 40)/12|}$$

La figure 56 montre cette relation et les points observés.

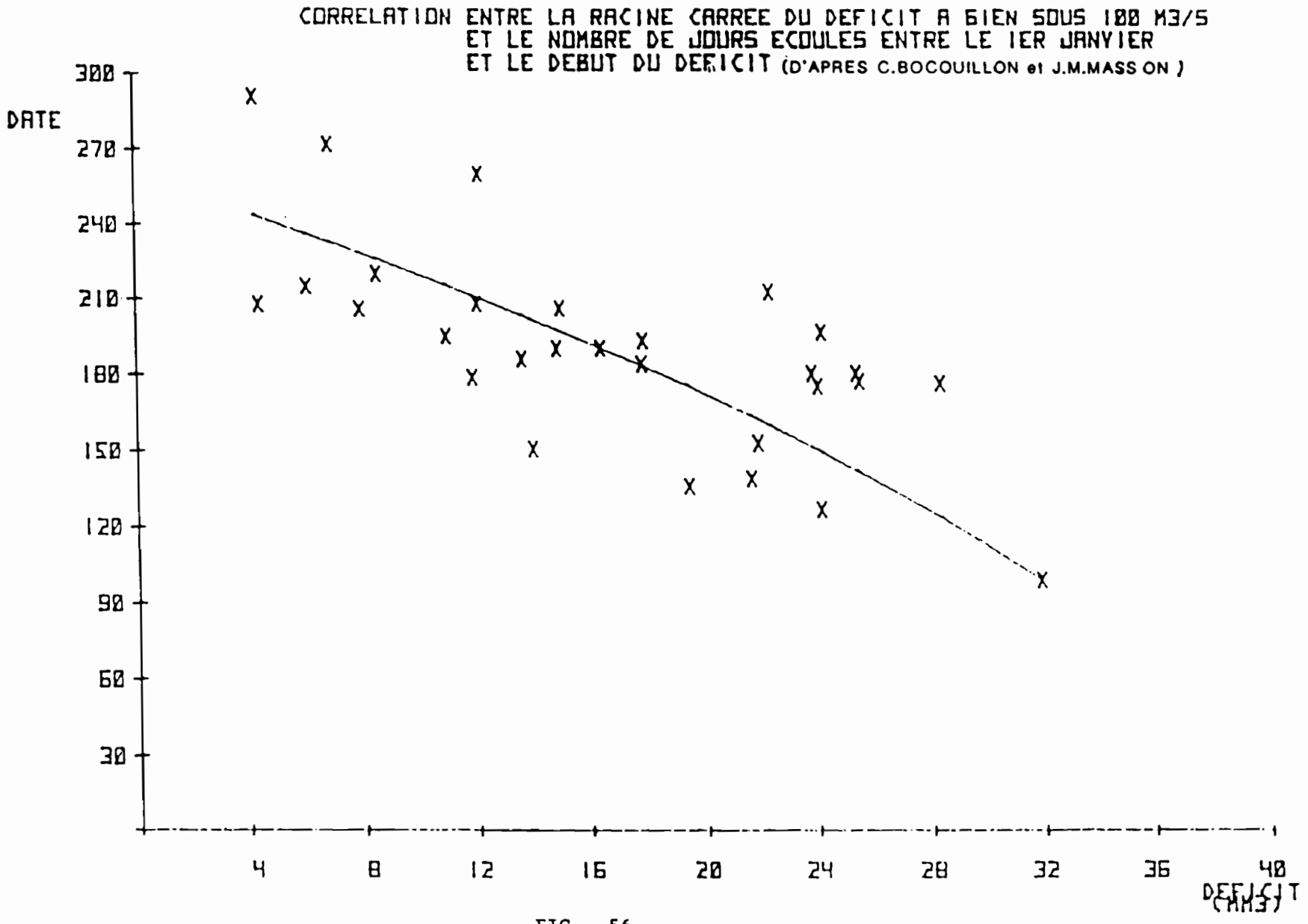

CORRELATION ENTRE LA RACINE CARREE DU DEFICIT A BIEN SOUS 100 M3/S
ET LE NOMBRE DE JOURS ECOULES ENTRE LE 1ER JANVIER
ET LE DEBUT DU DEFICIT (D'APRES C.BOCOUILLON et J.M.MASSON)
DATE
300
270
240
210
180
150
120
90
60
30
4
8
12
16
20
24
28
32
36
40
DEFICIT
(MM3)

FIG. 56

Le tableau 20 montre la distribution du déficit sous 100 m³/s entre une date J et le 5 décembre (jour N° 339) et les valeurs des paramètres calculés sur des données observées de 40 années (de 1937 à 1976).

Tableau 20

La Loire à GIEN

Loi de distribution du déficit sous 100 m3/s entre une date J et le 5 Décembre (jour 339)

Valeur des paramètres calculés sur 40 années (1937-1976)

Date en jours depuis le 01/01	Lambda	Mu
5	114.46	2.65
15	114.54	2.64
25	114.53	2.64
36	114.50	2.64
46	114.62	2.64
56	114.53	2.64
64	112.34	2.73
74	115.13	2.64
84	112.27	2.73
95	112.32	2.73
105	112.24	2.73
115	111.25	2.75
125	110.09	2.77
135	112.41	2.68
145	108.05	2.79
156	107.62	2.78
166	107.60	2.76
176	107.28	2.72
186	103.95	2.74
196	98.21	2.76
206	92.50	2.75
217	87.03	2.65
227	83.75	2.40
237	82.69	2.06
248	80.05	1.74
258	74.39	1.52
268	71.61	1.25
278	59.93	1.15
288	48.78	1.02
298	38.02	0.82
309	31.09	0.49
319	23.04	0.30
329	13.35	0.25

(D'APRES C.BOCQUILLON et J.M.MASSION)

Dans un premier temps, nous avons supposé les résidus distribués autour de moyennes conditionnelles avec une loi N(0, 30). Mais nous nous sommes aperçus que les étiages aléatoires correspondant à des variables N(O, 1) supérieures à |2.5| conduisaient souvent à des incohérences. Effectivement, on n'observe pas de points s'écartant de plus de 2.0 écarts-types résiduels autour de la droite de régression. Aussi, avons-nous été amenés à supposer aux résidus une distribution proche de la loi normale mais tronquée, la distribution N5.N5 est la somme de 5 variables indépendantes suivant une distribution uniforme dans le segment [0,1].

4.1.2. Durée des déficits sous un seuil

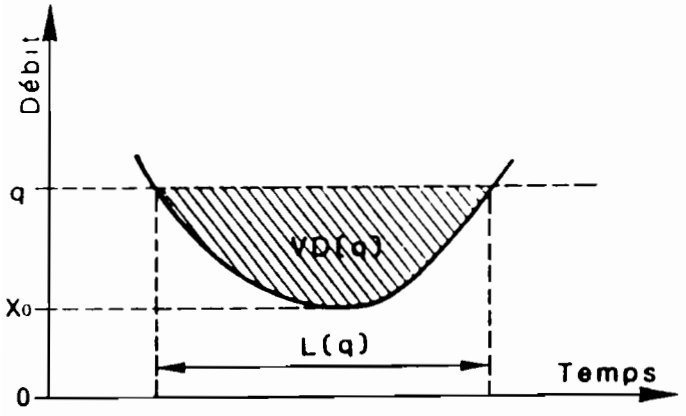


FIG.57 DUREE DU DEFICIT SOUS UN SEUIL

La forme générale de la trajectoire (figure 57) des débits permet d'écrire pour un seuil q, que le déficit sous ce seuil a pour expression :

$$VD(q) = \int_{X_0}^{q} L(X)\, dx$$

On en déduit que la durée du déficit sous un seuil q est la dérivée de ce déficit par rapport à q :

$$L(q) = \frac{\partial VD(q)}{\partial q}$$

En procédant par paliers de 10 m³/s comme nous l'avons fait, et en linéarisant entre ces paliers, on a :

$$L(q + 5) = \left| VD(q + 10) - VD(q) \right| / (10 * 0.0864)$$

On obtient donc les durées sous les débits (q + 5) pour autant qu'on connaisse les déficits sous les débits q et (q + 10). On en déduit :

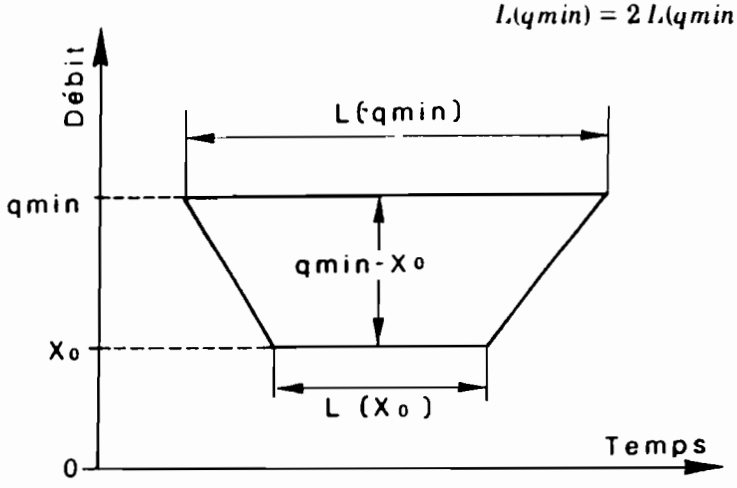
$$L(q) = \frac{L(q + 5) + L(q - 5)}{2}$$

Un problème se pose pour les extrêmités. En assimilant les aires q = f(t) à des trapèzes, on obtient L(100) par la formule suivante :

$$L(100) = 2 . L(95) - L(90)$$

De la même façon, pour qmin, la plus petite valeur de q multiple de 10, on a :

$$L(qmin) = 2\,L(qmin + 5) - L(qmin + 10)$$



Enfin, la durée du débit minimal Xo (voir la figure 58) est telle que l'aire VD(qmin) sous qmin est assimilée à un trapéze de grande base L(qmin), de hauteur (qmin - Xo) et de petite base L(Xo).

FIG.58 DUREE DU DEBIT MINIMAL

$$VD(qmin) = \frac{1}{2}\left|L(qmin) + L(Xo)\right|\,(qmin - Xo)\,.\,0.0864$$

$$L(qmin) + L(Xo) = \frac{2\,VD\,(qmin)}{(qmin - Xo)\,.\,0.0864}$$

$$L(Xo) = \frac{2\,VD\,(qmin)}{(qmin - Xo\,.\,0.0864} - L(qmin)$$

Maintenant, nous avons toutes les formules pour calculer toutes les durées sous les seuils.

A partir de L(95), on a :

$$L(95) = \left|VD(100) - VD(90)\right| / 0.864$$

$$L(85) = \left|VD(90) - VD(80)\right| / 0.864$$

$$L(75) = \left|VD(80) - VD(70)\right| / 0.864$$

.....

$$L(90) = \left|L(95) + L(85)\right| / 2$$

$$L(80) = \left|L(85) + L(75)\right| / 2$$

$$L(70) = \left|L(75) + L(65)\right| / 2$$

.....

$$L(100) = 2 \,.\, L(95) - L(90)$$

Si qmin = 50 et Xo = 48, on a :

$$L(50) = 2\,L(55) - L(60)$$

$$L(48) = \frac{2\,VD(50)}{|(50 - 48) * 0.0864|} - L(50)$$

4.1.3. Date de passage sous un seuil connaissant la date de passage sous 100 m³/s

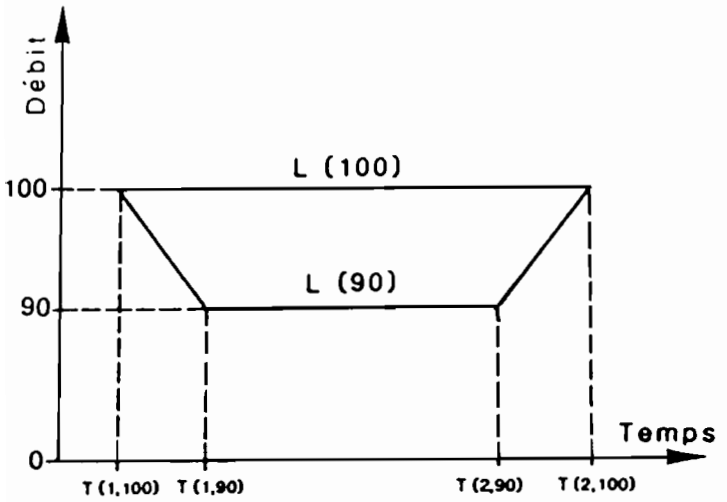


FIG.59 DIFFERENCE DES DUREES DE DEUX SEUILS

Elles se déduisent de la durée des déficits sous un seuil.

La différence des durées sous deux seuils est (voir la figure 59) :

$$\Delta L(q) = L(q + 10) - L(q)$$

Cette différence de durée, sur les étiages historiques, est répartie de manière tout à fait aléatoire entre le début et la fin de l'étiage. On tire donc au hasard Z une variable uniforme dans le segment [0, 1] et on obtient :

$$T(1, q) = T(1, q + 10) + Z \,.\, \Delta L(q)$$

$$= T(1, q + 10) + Z \,.\, \left| L(q + 10) - L(q) \right|$$

et ainsi de suite.

Quant à la date T(2, q) de passage au-dessus d'un seuil q, elle est obtenue simplement par :

$$T(2, q) = T(1, q) + L(q)$$

Maintenant, nous avons obtenu toutes les dates de passage en-dessous et au-dessus des seuils. Nous pouvons déterminer une chronique de débits.

4.1.4. Détermination d'une chronique des débits d'étiage

Les dates de passage au-dessous et au-dessus des différents seuils, ainsi que les dates d'occurrence du débit minimal d'étiage étant déterminées, il est facile d'obtenir par interpolation linéaire une chronique de débits. Par exemple, à partir de :

$$T(1,100) = 181 \quad , \quad T(1,90) = 184 \quad , \quad T(1,80) = 188$$

On a la chronique suivante pour le début de l'étiage :

DATE	DEBIT	DATE	DEBIT
181	100	182	96.9
183	93.3	184	90
185	87.5	186	85
187	82.5	188	80

Cette chronique, représentée par une ligne brisée à concavité tournée vers le haut, a un caractère artificiel et géométrique. Cependant, nous pensons qu'elle n'est pas fondamentalement différente des chroniques observées qui doivent finalement leur caractère naturel à des oscillations de faible amplitude.

4.2. Gestion journalière pour le soutien des étiages par la méthode du fil tendu.

Avec la chronique de débits des étiages d'une année, la connaissance du stock initial et du stock final de la période d'étiage, il est facile de faire la gestion journalière par la méthode du fil tendu.

Mais pour la gestion journalière en étiage pendant plusieurs années consécutives, la situation est un peu plus complexe. Il y a deux façons de procéder. La première façon utilise la courbe cumulée du type 3 décrite à la Section 1, Chapitre 1, qui permet d'obtenir en une seule fois la gestion journalière en étiage. La deuxième façon utilise la courbe cumulée du type 2 décrite aussi à la Section 1, Chapitre 1. On commence par faire la gestion interannuelle pour déterminer les stocks initiaux et les stocks finaux des étiages de chaque année, puis on fait la gestion journalière pour chaque année.

La première façon est directe et simple, en particulier, quand le nombre des années n'est pas très grand. Mais quand le nombre des années est important ou si on ne s'intéresse à la gestion journalière que pour quelques années particulières, la deuxième façon est mieux adoptée.

Voici la description détaillée de ces deux procédés.

4.2.1. Gestion journalière en étiage de manière directe

Le but de la gestion du réservoir de Naussac est d'élever les débits les plus faibles à Gien en lâchant de l'eau du réservoir, stockée en hiver. La gestion ne concerne que l'étiage. Il n'y a pas de gestion pendant la période d'apport.

Au début de la période d'étiage, l'apport est déjà stocké dans le réservoir. On peut imaginer que l'apport d'hiver entre instantanément dans le réservoir au début de la période d'étiage. On a déjà supposé que les débits naturels dans la rivière entrent dans le réservoir, donc, l'apport peut être traité comme le débit naturel qui entre instantanément dans le réservoir au début de la période d'étiage.

Donc, en cas de gestion sur plusieurs années, la séquence des apports cumulés est celle des débits journaliers naturels en étiage à Gien de la première année plus l'apport de l'hiver suivant

considéré instantanément, plus les débits journaliers naturels en étiage à Gien de la deuxième année, plus les apports de l'hiver suivant .... L'apport de première année est contenu dans le stockage initial (l'état initial du réservoir).

La courbe cumulée est identique à celle indiquée sur la figure 10 (Chapitre 1). Comme nous l'avons expliqué précédemment, les débits naturels de la rivière sont supposés entrer dans le réservoir. Pour garder le système équivalent au système réel, les lâchures du réservoir en étiage doivent être supérieures ou égales aux débits naturels dans la rivière.

En tenant compte de cette contrainte, la gestion journalière en étiage peut être facilement réalisée par la méthode du fil tendu en utilisant cette courbe cumulée. Bien sûr, on peut tenir compte d'autres contraintes comme celles décrites à la Section 3, Chapitre 1.

En utilisant cette courbe cumulée, la gestion journalière en étiage pour plusieurs années est directe et simple. Elle est intéressante pour la gestion journalière en étiage.

4.2.2. La gestion journalière en étiage sur la base de la gestion interannuelle.

Lorsque le nombre d'années à gérer est très grand, en particulier, si on ne fait la gestion journalière que quelques années particulières non consécutives qui nous intéressent, la meilleure solution est de commencer par la détermination des stockages initiaux et finaux pour les différentes années en considérant les reports interannuels. La gestion journalière pour chaque année particulière est ensuite faite connaissant l'état initial et final du réservoir.

Nous donnons ci-dessous l'explication détaillée de la méthode.

4.2.2.1. Gestion interannuelle

Dans le travail précédent, nous avons déterminé le déficit et l'apport pour chaque année. Pour une période d'apport i, le volume d'apport est celui disponible pour le stockage compte tenu des contraintes immédiates. Il peut être lâché pour élever les débits dans la rivière à l'aval pendant la période d'étiage. Pour un débit q, le volume de déficit VD(q) est celui du soutien nécessaire pendant la période de déficit pour empêcher le débit Q(t) de descendre sous un niveau q.

Selon les années, les déficits et les apports sont différents. Pour quelques années, les déficits sont très importants et les apports sont faibles, donc les possibilités de soutenir les étiages sont faibles si on n'utilise que les apports de l'hiver précédent.

La prudence nous engage à garder d'une année sur l'autre un volume d'eau, afin de pouvoir faire face à la conjonction apport faible-étiage sévère. Pour la gestion interannuelle, il faut considérer ensemble apports et déficits. La nécessité de report interannuel est évidente pour Naussac première phase. Elle se révèle aussi nécessaire pour les autres aménagements, car les apports y sont sujets à une forte variabilité. Même si les apports sont en moyenne supérieurs à la capacité de la retenue, celle-ci ne sera pas pleine tous les ans, et notamment les apports sont en général faibles les hivers qui précèdent les forts étiages. Dans ces conditions, il est préférable de conserver une partie des réserves si l'étiage n'est pas très sévère, le volume sauvegardé augmentant d'autant la réserve disponible pour faire face au cycle : apport faible-étiage exceptionnel.

Pour faire la gestion par la méthode du fil tendu pendant la période d'étiage de chaque année, il est nécessaire de déterminer les stockages initiaux et finaux du réservoir, qui varient avec les années. Cette détermination est faite par un procédé appelé gestion interannuelle.

4.2.2.1.1. Constitution de la courbe des apports cumulés

Nous avons déjà décrit la méthode du fil tendu au Chapitre 1. Dans cette méthode originale, le couloir est constitué par deux courbes d'apports cumulés (l'une représente l'état du réservoir vide, l'autre représente l'état du réservoir plein) et la largeur du couloir est la capacité totale du réservoir. A l'exception des stockages initiaux et finaux, les lâchures sont seulement liées aux apports. En étiage, les apports sont les débits naturels dans la rivière qui conditionnent la valeur du déficit sous un seuil de débit. Entre deux étiages, l'apport est l'eau stockée dans le réservoir en hiver.

Pour la gestion, il faut considérer ensemble les déficits estivaux et les apports hivernaux. Donc, il faut chercher une courbe cumulée qui peut refléter leur effet.

Pour le soutien, l'apport est un facteur positif, et le déficit un facteur négatif. La différence entre l'apport A et le déficit D correspondant peut représenter l'influence des deux facteurs.

La question suivante se pose :

La méthode du fil tendu fonctionne-t-elle encore pour le couloir constitué par deux courbes (D-A) ou (A-D) cumulées avec pour largeur la capacité totale du réservoir ?

La réponse est positive.

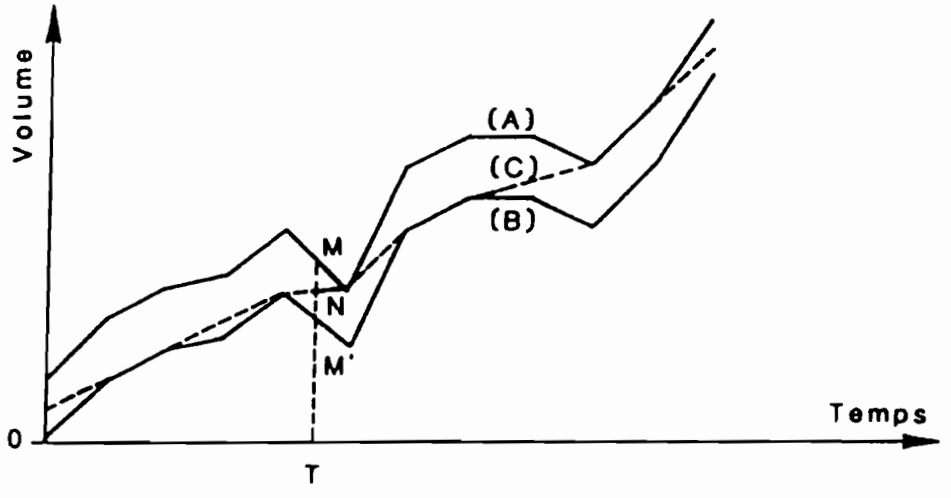


Fig. 60 EXEMPLE DE L'APPLICATION DE LA METHODE DU FIL TENDU PAR LA COURBE DE (D-A) CUMULE

Sur la figure 60, (B) est la courbe (D-A) cumulée, la courbe (A) est toujours parallèle à la courbe (B). La différence des ordonnées entre la courbe (A) et la courbe (B) est la capacité R du réservoir. Les courbes (A) et (B) ne sont pas toujours croissantes, parce que, pour quelques années, (D-A) est négative.

Menons une ordonnée quelconque d'abscisse T. Elle coupe la courbe (A) en M, et la courbe (B) en M'. La courbe (B) représente la situation lorsque le réservoir est vide, et la courbe (A) la situation lorsque le réservoir est plein. La courbe (C) doit être entre la courbe (A) et la courbe (B). La courbe

(C) cumulée de soutien est toute entière située entre les courbes (A) et (B). Quand le réservoir est plein, elle entre en contact ou se confond avec la courbe (A) ; quand le réservoir est vide, elle entre en contact ou se confond avec la courbe (B). MT coupe la courbe (C) en N. A l'instant T, M' représente l'état du réservoir vide, c'est-à-dire, le soutien total. N représente l'état du soutien partiel ; NM' est le stockage après soutien. N est toujours entre M et M', c'est-à-dire, le stockage est compris entre zéro et la capacité totale du réservoir.

La gestion dans notre cas est encore la détermination de la courbe (C) rationnelle entre les courbes (A) et (B).

Quelle est la courbe (C) rationnelle ? Elle doit satisfaire au moins deux objectifs :

1) Face à une séquence : apports importants-étiages faibles, il faut augmenter le stockage le plus possible,

2) Face à une séquence : apports faibles-étiages sévères, il faut diminuer le stockage le plus possible pour améliorer au maximum les débits à l'aval.

Maintenant, voyons sur les graphes suivants (Fig. 61 et Fig. 62), quelle est la courbe (C) rationnelle pour améliorer les situations décrites ci-dessus.

Supposons que pendant la période (t-t'), la courbe (C) soit une droite tangente à la fois aux courbes (A) et (B), par exemple TT' dans la figure 61 et la figure 62.

Pendant le régime uniforme, S sur l'ordonnée de T est obligatoirement situé entre M et T. De même, S' est sur l'ordonnée de T', entre M' et T'.

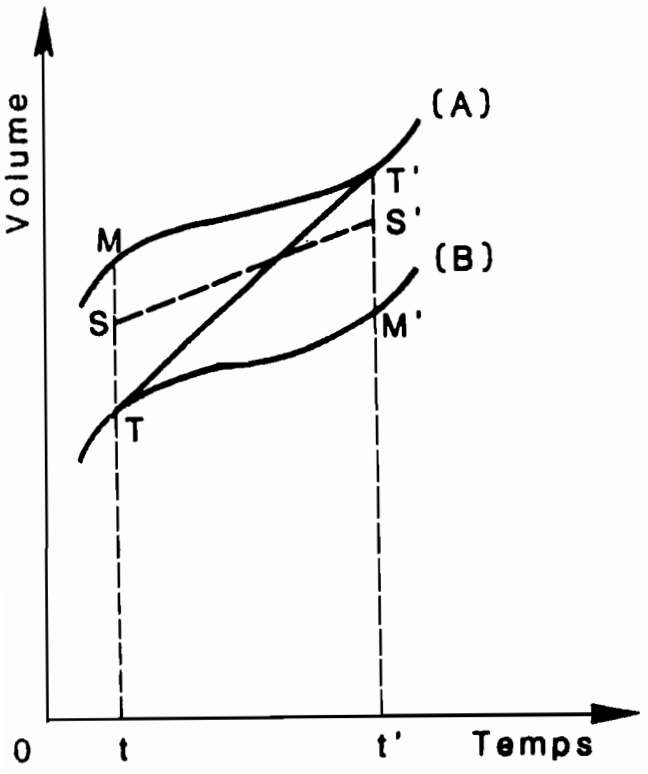


FIG.61 PERIODE HUMIDE

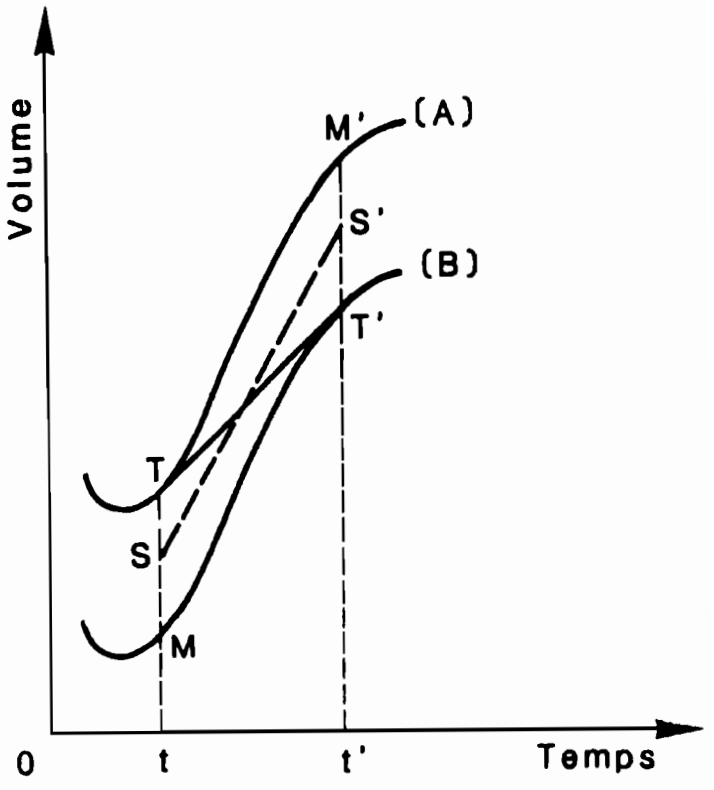


FIG.62 PERIODE SECHE

Avec la succession : apports importants-étiages faibles, la valeur (D-A) pour chaque année est petite ou négative. Les courbes (A) et (B) montent légèrement ou descendent (Fig. 61). TT' part de la courbe (B) et aboutit à la courbe (A). Parce que la courbe (A) représente l'état du réservoir plein et la courbe (B) l'état du réservoir vide. Donc TT' représente, pendant la période (t-t'), le stockage du réservoir qui augmente de zéro à R (la capacité totale du réservoir). C'est l'augmentation la plus grande possible. Elle est plus grande que celle des autres situations représentées par d'autres droites SS' (S et S' étant les points quelconques respectivement de TM et de T'M'. Il existe une infinité de droites SS'). Si la courbe (C) suit la trace de TT', le stockage du réservoir sera maximum.

Avec des séquences : apports faibles-étiages sévères, la valeur de (D-A) pour chaque année est importante. Les courbes (A) et (B) montent fortement (Fig 62). TT' part de la courbe (A) et aboutit à la courbe (B). Parce que la courbe (A) représente l'état du réservoir plein et la courbe (B) l'état du réservoir vide. Donc, TT' représente, pendant la période (t-t'), le stockage du réservoir qui diminue de R (la capacité totale du réservoir) à zéro. C'est la diminution la plus grande possible. Elle est supérieure à celle des situations représentées par d'autres droites SS'. Si la courbe (C) suit la trace de TT', le stockage du réservoir diminuera le plus possible et la situation d'étiage sera améliorée au maximum.

Nous pouvons aussi construire la courbe (C) à partir des pentes.

Les courbes (A) et (B) sont parallèles à chaque instant. TT' s'appelle la tangente commune. Soit K' la pente de SS' ; soit K la pente de TT'. Pendant la période apports importants-étiages faibles, on a $K > K'$. Toute autre droite SS' est en effet moins pentue que TT'. TT' est la droite la plus pentue. Mais pendant la période apports faibles-déficits sévères, la situation est l'inverse. On a $K' > K$. Toute autre droite SS' est en effet plus pentue que TT'. TT' est la droite la moins pentue.

Notons que cette conclusion à l'air de contredire celle de la méthode traditionnelle du fil tendu. La raison en est la constitution différente du couloir. Dans notre cas, le couloir est constitué par des courbes (D-A) cumulées. La pente de cette courbe est faible pendant les périodes humides, et forte pendant les périodes sèches, parce que D est un facteur négatif pour le soutien tandis que A est un facteur positif. Si nous constituons le couloir par les courbes (A-D) cumulées, la situation sera identique au cas traditionnel de la méthode du fil tendu. Cependant, en ce qui concerne le réservoir de Naussac première phase, en général, A est inférieur à D. Pour faciliter le traitement numérique, nous avons alors choisi la courbe (D-A) cumulée. En effet ici, la courbe (C) est celle cumulée du soutien. A chaque instant, la différence d'ordonnées entre la courbe (C) et la courbe (B) donne le stockage instantané. C'est le résultat de la gestion interannuelle. En effet, dans notre cas, le but de la gestion interannuelle n'est pas la détermination des lâchures annuelles, mais celle des stockages finaux des périodes d'étiage de toutes les années, c'est-à-dire, des volumes d'eau dans le réservoir après soutien des débits pendant les périodes d'étiage.

En résumé, si la courbe cumulée de soutien est la moins pentue pendant la période sèche, et la plus pentue pendant la période humide, la gestion s'effectuera dans des conditions optimales. La solution correspond à la recherche du chemin le plus court entre deux points dans un couloir. Bien que le couloir soit constitué par les courbes (D-A) cumulées, l'essence de cette méthode est celle du fil tendu. Autrement dit, c'est encore la méthode du fil tendu.

Les résultats de la gestion interannuelle sont les stockages optimaux à la fin des périodes d'étiage. C'est le point de départ de la gestion journalière pendant les périodes d'étiage.

4.2.2.2. Détermination des stockages initiaux en périodes d'étiage

Pour la gestion journalière en période d'étiage, la connaissance du stockage final n'est pas suffisante. Il faut aussi connaître le stockage initial de la période d'étiage. Par la gestion interannuelle, nous avons déterminé seulement le stockage final de la période d'étiage. Il faut trouver une solution pour déterminer les stockages initiaux des périodes d'étiage pour toutes les années.

La figure 63 est une représentation schématique de l'alternance des périodes d'apport et des périodes de déficit.

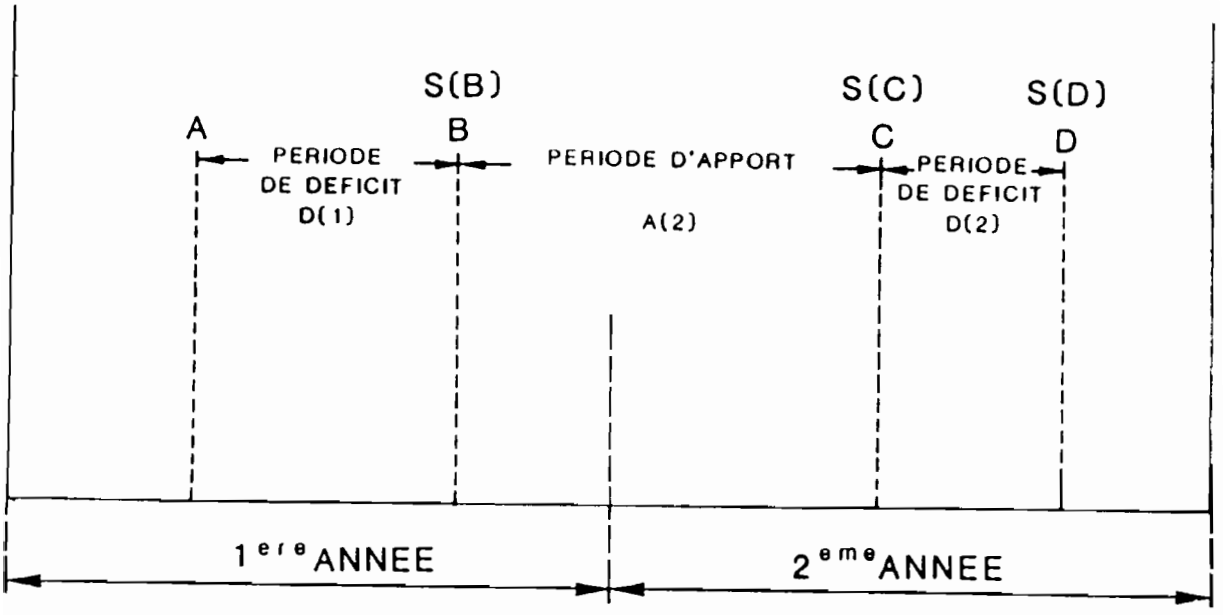


FIG. 63 ALTERNANCE DES PERIODES D'APPORT ET DES PERIODES DE DEFICIT

Sur la figure 63, A est le début de la période de déficit de la première année ; B est la fin de cette période. Mais B est aussi le début de la période d'apport de la deuxième année (les périodes d'apport sont à cheval sur deux années civiles). C est la fin de la période d'apport de la deuxième année. Mais C est aussi le début de la période de déficit de la deuxième année. D est la fin de la période de déficit de la deuxième année. D(1) est le volume de déficit de la première année. A(2) est le volume d'apport de la deuxième année. D(2) est le volume de déficit de la deuxième année.

Avec la gestion interannuelle, nous avons déjà déterminé les stockages du réservoir en B et D (stockages finaux des périodes d'étiage). Soit S_B le stockage en B, S_D en D, S_A en A et S_C en C. Le stockage S_C doit être la somme de S_B et l'apport A(2) pendant la période d'apport BC. C'est-à-dire,

$$S_C = S_B + A(2)$$

Si S_C est inférieur à la capacité totale du réservoir, le stockage initial de la période de déficit de la deuxième année est déterminé sans aucun problème. Mais d'après ce que nous avons dit précédemment, le volume des apports A(i) pendant une période d'apport i peut éventuellement être supérieur à la capacité totale du réservoir. La valeur maximale de S_C est la capacité R du réservoir. Si S_C est supérieur à R, il faudra diminuer S_B. C'est-à-dire qu'on lâche plus d'eau pendant la période d'étiage précédente et qu'on laisse ainsi plus de place pour stocker l'apport de cette année. On a ensuite les relations :

$$\text{Si} \quad S_C \leq R \quad , \quad \text{alors} \quad S_C = S_C$$

$$\text{Si} \quad S_C > R \quad , \quad \text{alors} \quad \begin{array}{l} S_B = S_B - (S_C - R) \\ S_C = R \end{array}$$

Ceci n'est pas encore la solution finale. Il faut vérifier les deux stockages les plus voisins de S_C, c'est-à-dire, S_D et S_B. Parce qu'il y a aussi des contraintes pour S_B et S_D.

Pour S_B, nous avons déjà dit que si $S_C > R$, il faudra diminuer S_B. Mais la borne inférieure de S_B est zéro. Si $S_C = R$ et $S_B < 0$, C'est-à-dire, si l'apport A(2) est plus grand que la capacité totale du réservoir, il est impossible de stocker l'eau en surplus A(2) - R pendant la période d'apport. Ce n'est pas le cas pour le réservoir de Naussac. Pour les 1000 années que nous avons simulées, tous les apports simulés sont inférieurs à R. Mais on ne peut pas exclure cette possibilité d'occurrence.

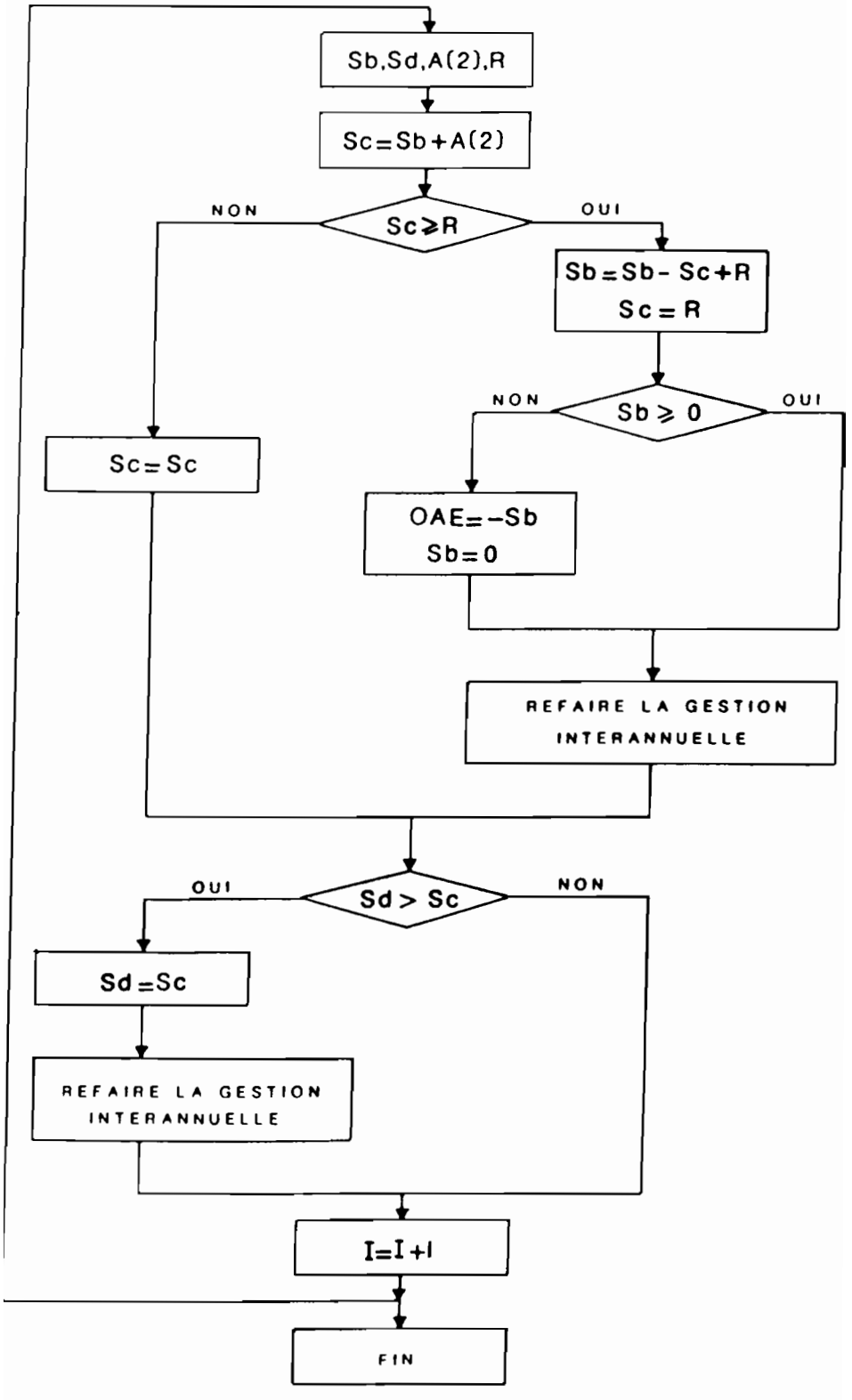
Pour S_D, c'est l'autre face du problème. S_D est obligatoirement égal ou inférieur à S_C. En effet, pendant la période d'étiage, le réservoir ne peut pas augmenter son stockage. Donc, dès que S_C est déterminé, S_D doit être inférieur ou égal à S_C. Si $S_D > S_C$, on laisse $S_D = S_C$.

Dès qu'on modifie S_B et S_D, la gestion interannuelle doit être refaite à partir de l'instant correspondant à S_B ou S_D. La modification de S_B ou S_D n'influence pas les résultats précédents, mais elle influence les résultats suivants. La gestion est refaite à partir de l'instant B ou D avec la nouvelle valeur de stockage de S_B ou S_D.

Après la régénération de la nouvelle série des stockages finaux, nous recommençons la détermination des stockages initiaux à partir de l'instant B ou D. Le processus est répété de cette façon jusqu'à la détermination complète des stockages initiaux et finaux pour toutes années considérées.

On a ensuite l'organigramme complet ci-dessous (voir la figure 64).

FIG. 64 ORGANIGRAMME



Nous avons effectué la gestion interannuelle pour 1000 années simulées au § 3.8, Section 2, Chapitre 3. Les résultats des premières 49 années figurent sur le tableau 21.

L'examen de ce tableau permet de faire les deux remarques suivantes :

1) La lâchure n'est plus uniquement fonction de l'apport. Elle est aussi la fonction du déficit. Par exemple, à l'année 3, l'apport est faible (64.89), mais le déficit est important (501.72), la lâchure est donc maximale, un réservoir plein est complètement vidé pendant la période d'étiage. Un autre exemple est l'année 41, l'apport est assez important (142.51), mais la lâchure est de 24.98 parce que le déficit est seulement de 88.20.

2) Pour les années humides (les valeurs de (D-A) sont faibles ou négatives), les stockages finaux sont toujours assez importants. Par exemple, les années 4, 5 et 6. On stocke une certaine quantité d'eau en prévison des années sèches.

L'effet de la gestion interannuelle est logique et la détermination des stockages initiaux et finaux est raisonnable.

Sur cette base, on peut commencer à faire la gestion journalière de la période d'étiage pour chaque année.

4.2.2.3. Gestion journalière

Avec des stockages initiaux et finaux et des chroniques de débits en étiage (des vrais apports), il est facile de faire la gestion journalière pour chaque année qui nous intéresse. Bien sûr, toutes les contraintes doivent être respectées dans la procédure de gestion.

Nous avons appliqué les deux méthodes sur quelques courtes séries d'années et ces tests succincts n'ont pas révélé de différences significatives dans les valeurs de lâchures jouranlières.

TABLEAU 21 RESULTATS DE LA GESTION INTERANNUELLE

ANNEE	APPORT (M M3)	DEFICIT D(100) (M M3)	SOMME DE (D100-A) (M M3)	STOCKAGE INITIAL (M M3)	STOCKAGE FINAL (M M3)
1	75.56	302.11	226.55	0.00	95.00
2	77.34	321.78	470.99	172.34	125.11
3	64.89	501.72	907.82	190.00	0.00
4	95.80	0.00	812.02	95.80	62.08
5	127.92	92.28	776.39	190.00	84.71
6	105.29	4.49	675.58	190.00	133.12
7	56.88	306.32	925.04	190.00	78.73
8	111.27	582.54	1396.31	190.00	32.84
9	112.03	463.78	1748.06	144.87	106.46
10	67.37	409.21	2089.90	173.83	73.80
11	116.20	869.81	2843.51	190.00	0.00
12	99.10	597.32	3341.73	99.10	0.00
13	90.24	218.36	3469.85	90.24	113.60
14	76.40	515.76	3909.21	190.00	0.00
15	105.19	0.00	3804.02	105.19	61.79
16	128.21	401.06	4076.87	190.00	0.00
17	84.35	62.25	4054.77	84.35	125.11
18	64.89	444.02	4433.89	190.00	0.00
19	94.46	98.90	4438.33	94.46	130.80
20	59.20	423.96	4803.09	190.00	0.00
21	113.67	48.30	4737.71	113.67	73.01
22	116.99	239.61	4860.33	190.00	66.08
23	54.25	46.03	4852.11	120.33	133.78
24	56.22	379.78	5175.66	190.00	0.00
25	86.39	124.41	5213.68	86.39	123.29
26	66.71	190.67	5337.63	190.00	106.15
27	83.83	644.10	5897.88	190.00	0.00
28	103.74	553.30	6347.43	103.74	0.00
29	85.52	326.71	6588.62	85.52	42.19
30	87.06	412.63	6914.18	129.25	0.00
31	93.20	20.93	6841.91	93.20	75.69
32	114.31	189.82	6917.41	190.00	109.74
33	65.60	94.90	6946.71	175.34	94.59
34	95.41	394.66	7245.96	190.00	36.10
35	61.89	148.75	7332.82	97.99	93.44
36	96.56	607.83	7844.08	190.00	0.00
37	121.32	181.67	7904.43	121.32	105.22
38	84.78	173.74	7993.39	190.00	89.36
39	100.64	323.70	8216.45	190.00	94.54
40	95.46	531.37	8652.35	190.00	0.00
41	142.51	88.20	8598.04	142.51	117.53
42	72.47	455.47	8981.04	190.00	0.00
43	88.41	239.99	9132.61	88.41	0.00
44	91.79	150.69	9191.51	91.79	7.63
45	85.57	115.52	9221.46	93.20	44.20
46	79.28	0.00	9142.18	123.48	102.96
47	87.04	204.50	9259.63	190.00	70.18
48	119.89	411.58	9551.39	190.00	0.00
49	129.10	310.89	9735.18	129.10	0.00
50	121.02	88.04	9702.20	121.02	74.71

CHAPITRE 4

LA COMPARAISON ENTRE LA METHODE DU FIL TENDU ET SMECA

(LE SOUTIEN MAXIMAL DES ETIAGES CONNAISSANT L'AVENIR)

Section 1 : Introduction de SMECA

Pour soutenir les étiages de la Loire moyenne et aval, la construction de réservoirs dans le haut bassin est nécessaire. La politique de gestion de ces réservoirs est la définition quantitative du prélèvement sur les stockages à partir de grandeurs hydro-climatiques connues au moment de la prise de décision, dans le but de relever les plus faibles débits en un point critique de la basse vallée appelée point objectif.

Au Chapitre 3, nous avons décrit un modèle permettant la génération d'une longue série synthétique d'étiages et d'apports dans les réservoirs. Cette série synthétique est utilisée ici pour définir la politique de gestion.

La série synthétique permet en effet une description quantitative des étiages :

1) en l'absence d'aménagement ;
2) dans le cas d'une répartition idéale des réservoirs ;
3) en appliquant une règle de gestion.

Les deux premières descriptions constituent des cas extrêmes entre lesquels se situent les résultats des règles de gestion, les meilleures étant les plus proches de la répartition idéale.

En 1982, J. BOCQUILLON et J.M. MASSON ont proposé une méthode pour estimer le soutien maximal des étiages connaissant l'avenir (SMECA) ((8), C. BOCQUILLON et J.M. MASSON, 1982).

Une bonne gestion devra :

1) utiliser au maximum les ressources disponibles, et
2) le faire au bon moment dans l'étiage et d'autant plus que l'étiage est plus sévère.

Mais, est-il préférable de soutenir les étiages faibles quitte à n'avoir pas d'eau pour les étiages exceptionnels ou vaut-il mieux garder au maximum les réserves pour pouvoir faire face aux grandes sècheresses.

Les diverses qualités d'une gestion peuvent se traduire par de multiples formulations numériques, conduisant à des formules multi-critères, qui ne sont que des artifices plus ou moins commodes pour cacher notre embarras.

Nous avons retenu comme grandeur-mesure de l'efficacité d'une règle de gestion la courbe des débits minimums d'étiages, en fonction de leur probabilité d'occurrence.

La mesure de l'efficacité d'une règle de gestion résulte de la comparaison entre la courbe liée à cette gestion et celles des gestions limites :

1) gestion nulle : où il n'y a pas de réserve pour agir sur les débits minimums
2) gestion optimale : où les apports d'eau sont utilisés au meilleur moment sans pertes.

Section 2 : Limites de l'influence d'un aménagement sur les bas débits en un point objectif

La détermination des limites de l'influence d'un aménagement nous paraît fondamentale, car elle permet de préciser un rendement de la gestion par rapport à la gestion nulle (rendement = 0) et à la gestion optimale (rendement unité).

1. Détermination de la limite inférieure

Une gestion totalement inefficace, conduira à la même courbe de débits minimums classés que l'absence d'aménagement. La limite inférieure est fournie par la distribution de fréquence de débits minimums annuels de la série des 1000 années générées par la simulation.

2. Définition de la limite supérieure

La limite supérieure théorique, définie comme la meilleure utilisation possible de l'eau, correspond à :

1) un rendement parfait des volumes utilisés chaque année, qui sont lâchés de façon à rendre maximum le débit minimal ;

2) un report interannuel optimal pour relever au mieux les débits les plus faibles ;

3) pas de déversements, excepté quand les apports dépassent les capacités de stockage.

La réalisation de tels objectifs suppose une connaissance à priori de tout l'avenir, c'est-à-dire, une prévision parfaite. Ceci confère un caractère théorique à une telle gestion. Le schéma de la figure 65 montre comment cette connaissance de l'avenir permet de faire des reports optimaux.

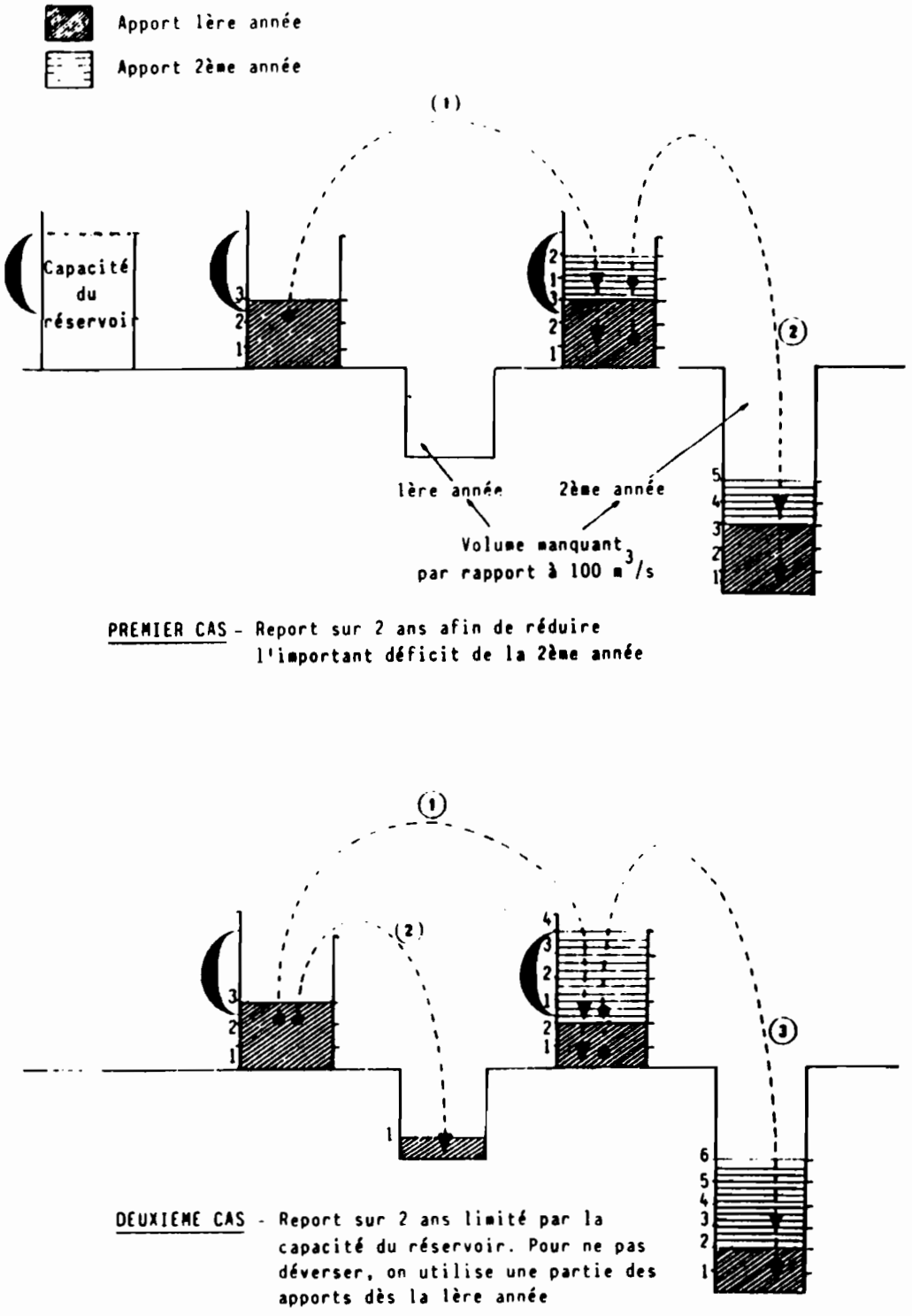


FIG.65 **Si la 2ème année est connue, une même 1ère année est gérée différemment.**

(D'APRES C.BOCQUILLON et J.M.MASSON)

Dans les deux cas, l'année en cours se présente de la même façon : même volume stocké, même déficit. Mais dans le premier cas, on sait que l'année suivante sera très déficitaire en apport et déficit. On garde tout, pour combler le déficit. Dans le second cas, par contre, l'étiage de la première année même peu important est soutenu, car conserver trop d'eau conduirait à la déverser.

Dans une gestion réelle, les prévisions ne dépassant pas l'année en cours, le gestionnaire ne pourra prendre que la même décision.

On remarque que la qualité de la gestion est liée à la qualité de prévision.

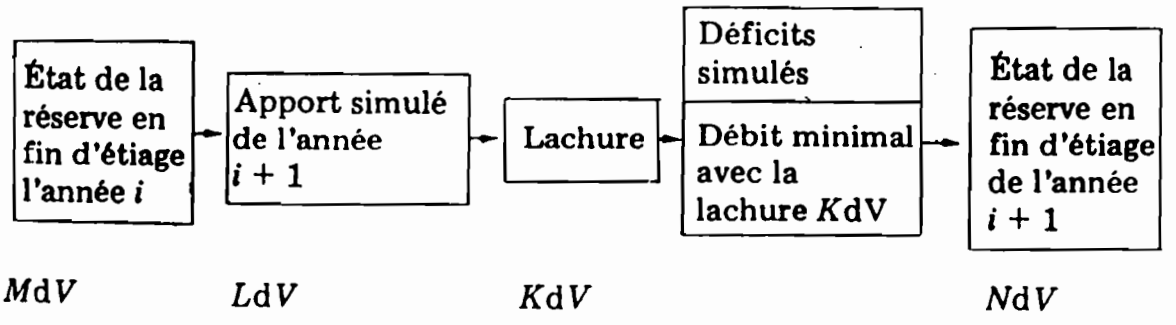
3. Détermination des résultats d'une gestion optimale

La grandeur "performance d'une gestion" sur i années définies est constituée par le vecteur des i débits minimums annuels qu'elle définit.

Cette grandeur peut être munie d'une relation d'ordre, qui permet de choisir la plus performante. Le critère retenu est du type max-min : la gestion la meilleure sera celle qui fournit le débit minimum journalier le plus fort.

Une représentation discrète du cycle apport-déficit :

1) le réservoir est caractérisé par P états possibles de capacités croissantes de dV ;
2) les apports sont discrétisés au même pas dV ;
3) les déficits sont représentés par les vecteurs qi (K), débits soutenus l'année i par une répartition idéale de K unités de volume dV, permet de schématiser le processus de soutien annuel sous forme de correspondance d'états :



soit:

$$M + L - K = N$$

Avec un état initial donné, à l'état M de la réserve l'année i, correspond un vecteur de soutien optimal représenté par les débits minimums journaliers annuels obtenus avec des lâchures optimales :

$$SM(i) = \{q_1, q_2, \ldots, q_i\}$$

L'état de la réserve pouvant varier de 0 à P, la structure des soutiens optimaux est décrite par un tableau à P x i dimensions.

Un algorithme permet de construire de façon récurrente le tableau optimal relatif à i + 1 années, à partir de celui de i années, supposé connu (Fig. 66).

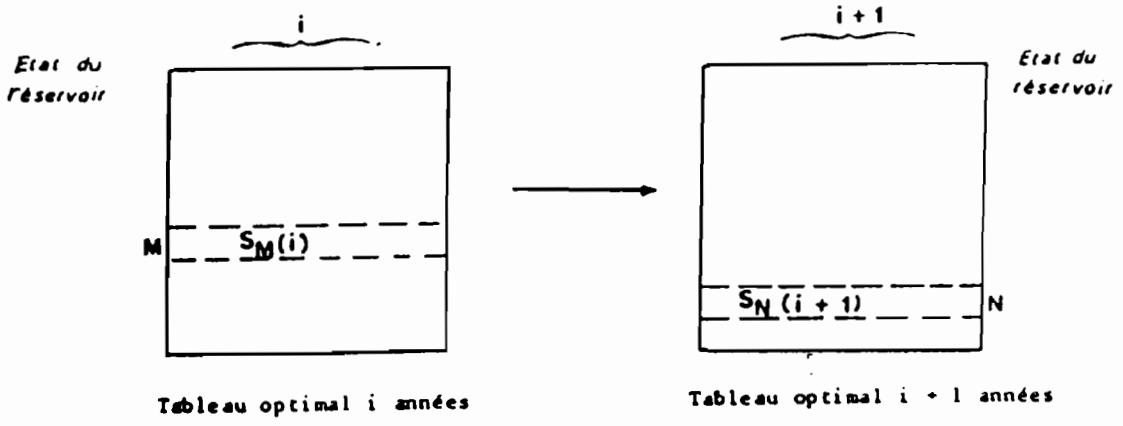


FIG. 66

Cet algorithme s'écrit pour l'état N de l'année (i + 1) :

$$S_N(i+1) = Optim. \left| \left\{ S_M(i), q_{i+1}(K) \right\}, \ldots \right|$$

avec K = M - N + L (M = 0, P), avec la contrainte : K ≥ 0.

Cet algorithme est long, et coûteux à mettre en oeuvre. Il a été remplacé par un algorithme simplifié résultant de propriétés du tableau des performances :

Lemme 1 : Les $S_N(i + 1)$ d'une même année sont strictement ordonnés par rapport à N.

En effet, si $S_N(i + 1) = S_{N-1}(i + 1)$, il serait toujours possible de lâcher dV de plus la dernière année en améliorant S_{N-1} à partir de S_N.

Lemme 2 : $Sp(i + 1) = \{S_{p-L}(i), q_{i+1}(0)\}$

En effet, pour avoir l'état plein à la fin de l'étiage, il faut n'avoir rien lâché.

Lemme 3 : si $S_N(i + 1) = \{S_M(i), q_{i+1}(K)\}$

Il en résulte que :

$$S_{N-1}(i+1) = Optim.\left[\left\{S_M(i), q_{i+1}(K+1)\right\}, \left\{S_{M-1}(i), q_{i+1}(K)\right\}\right]$$

En effet, avec dV de plus disponible, il ne peut y avoir que deux solutions de changement : une sur $S_M(i)$ ou une sur $q_i(K)$.

L'algorithme simplifié utilise le tableau $R_N(i)$ des performances après apports. Ce tableau résulte du tableau $S_N(i)$ avec un décalage de L lignes vers le haut. Les L lignes dépassant P disparaissent (déversement). Les L lignes inférieures correspondent à des états du réservoir impossibles. Ces états ont été représentés par un ensemble vide, qui étant le moins performant de tous, disparaît dans toute comparaison. L'organigramme de SMECA (Soutien Maximal des étiages connaissant l'avenir) est représenté sur la figure 67.

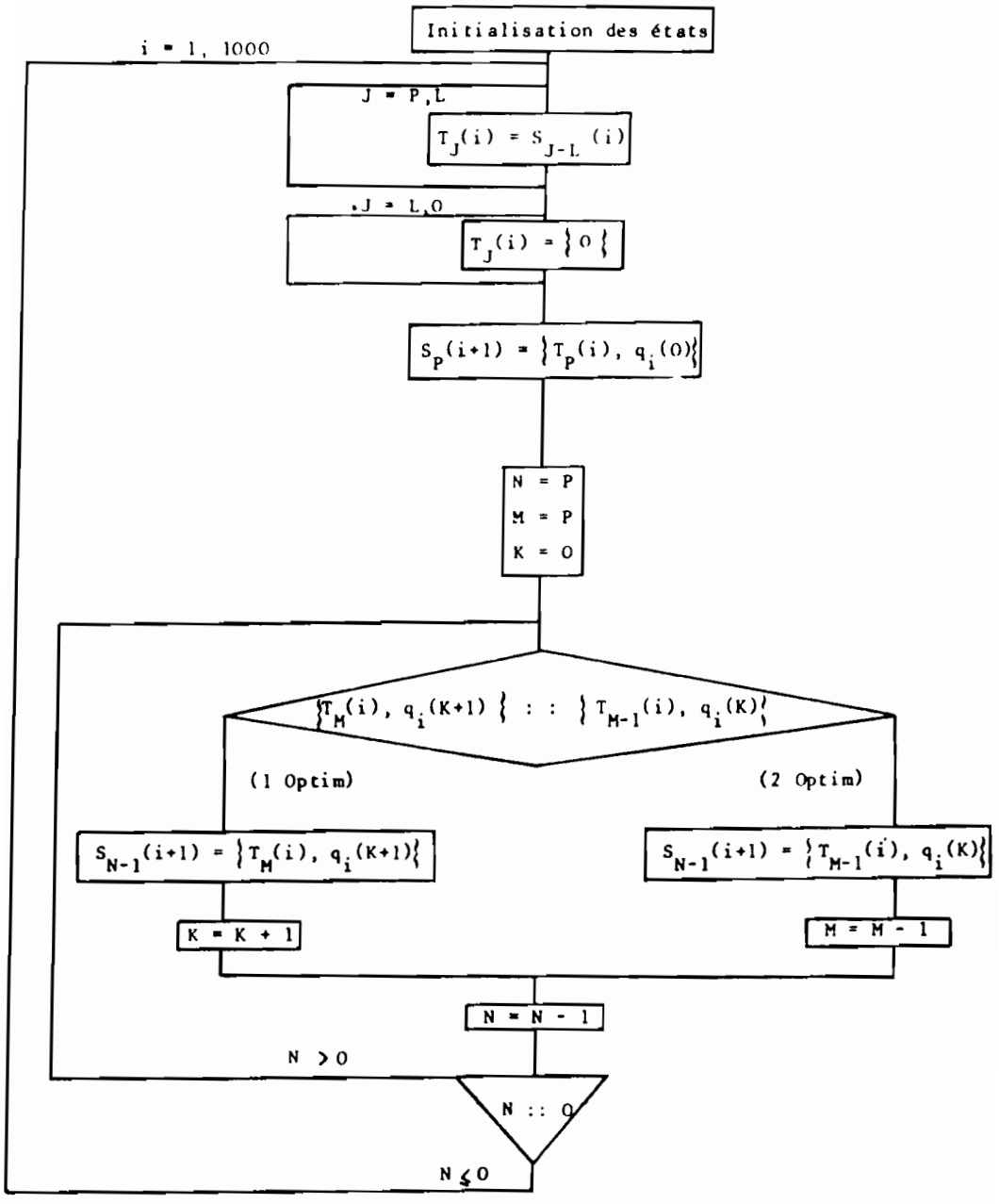


Fig.67 Organigramme du programme SMECA.

Le traitement par les programmes SMECA des 1000 années synthétiques simulées par le modèle annuel d'alternance : apports-déficit nous a permis d'estimer le débit minimal d'étiage résultant pour chaque année de la gestion optimale des différents ensembles de réservoirs prévus sur la Loire. Le classement de ces débits fournit la limite supérieure du critère d'efficacité des règles de gestion. La figure 68 montre les limites inférieures et supérieures de l'efficacité sur les étiages de l'aménagement Naussac première phase.

On remarque que cette gestion théorique maximale garantit à Gien un débit minimal d'étiage supérieur ou égal à 30 m^3/s.

Les débits minimums des étiages les plus sévères sont relevés de 20 m^3/s environ.

La limite supérieure et la limite inférieure constituent les cas extrêmes entre lesquels se situent les résultats des règles de gestion, les meilleurs étant les plus proches de la limite supérieure.

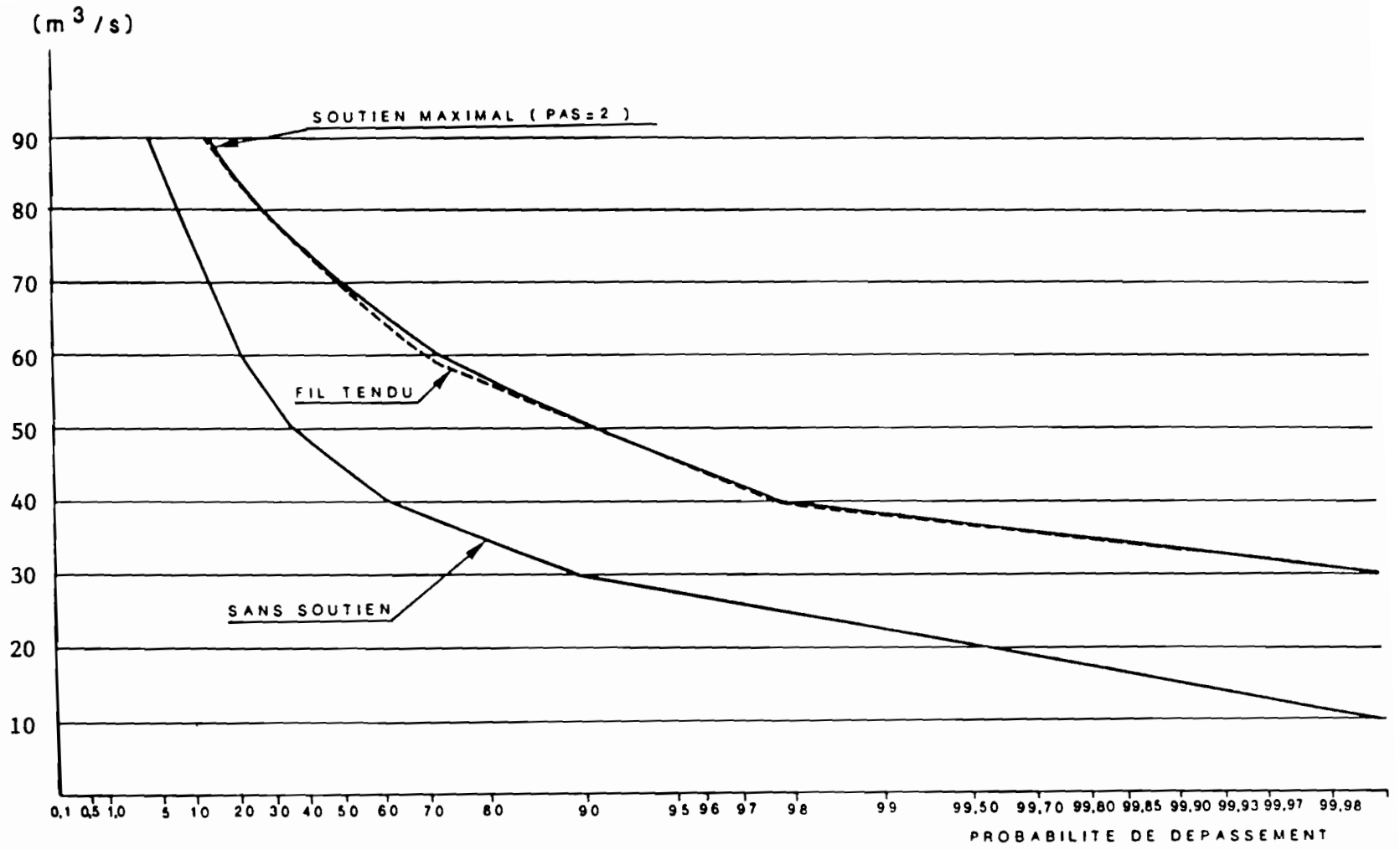


FIG. 68 LOI DES DEBITS MINIMAUX D'ETIAGE A GIEN

Section 3 : Comparaison pour la Loi des débits minimums d'étiage à Gien entre SMECA et la méthode du fil tendu

Avec les mêmes 1000 années simulées, on estime les débits minimums d'étiage par la méthode du fil tendu. Le classement de ces débits fournit aussi une courbe (voir la figure 68) qui représente l'efficacité du soutien des étiages par la méthode du fil tendu.

On peut remarquer que cette courbe atteint la limite supérieure du critère d'efficacité des règles de gestion obtenue par SMECA. Les petites différences résultent des méthodes de calcul. Cela prouve encore une fois que la solution donnée par le fil tendu est optimale. En connaisssant l'avenir, on peut obtenir le résultat optimal par la méthode du fil tendu.

Le problème demeure de l'application de cette méthode sur la gestion des réservoirs en temps réel. C'est aussi un test de sa valeur pratique pour la gestion des réservoirs.

CHAPITRE 5

APPLICATION DE LA METHODE DU FIL TENDU POUR LA GESTION EN TEMPS REEL

Section 1 : Introduction

Sur les données historiques, on constate que la date J(i, 110) de passage des débits non influencés sous 110 m^3/s à Gien a une bonne relation avec le déficit VD(i, 100). Il est donc possible de déterminer une chronique de débits d'étiage. On peut ensuite faire la gestion journalière par la méthode du fil tendu sur cette chronique de débits d'étiage. Mais il subsiste néanmoins deux problèmes :

1) Il y a de nombreuses possibilités pour la chronique des débits d'étiage. La relation entre J(i, 110) et VD(i, 100) nous donne seulement un domaine certain pour les déficits, la position exacte de VD(i, 100) dans ce domaine est aléatoire. D'autre part, même si le déficit VD(i, 100) pouvait être exactement déterminé, les valeurs des déficits VD(i, 90), VD(i, 80), ..., la durée du déficit sous un seuil $q < 100$, la date de passage de débit sous un seuil q ... , sont des variables aléatoires (voir § 3.4., 4.1.2., 4.1.3., Section 2, Chapitre 4). Une seule chronique de débits d'étiage n'est pas significative. Il faut considérer plus de possiblités. Donc nous fabriquons beaucoup de chroniques de débits d'étiage, c'est-à-dire, beaucoup de scénarios.

2) Comme nous l'avons dit précédemment, pour le réservoir de Naussac, il est nécessaire de considérer les reports interannuels. Pour cette raison, la gestion ne peut considérer uniquement l'étiage en cours. Elle doit aussi tenir compte des risques d'étiages exceptionnels associés à des apports faibles cours des années suivantes.

A une chronique possible pour décrire la suite de l'étiage en cours qui est une chronique conditionnée à la partie déjà observée de l'étiage, on ajoute une chronique possible pour les années suivantes. Ces chroniques (apports-déficits d'étiage) sont indépendantes d'une année à l'autre.

100 scénarios sont ainsi tirés comportant une suite pour l'étiage en cours suivie des apports et des déficits d'étiage de plusieurs années.

Partant de ces 100 scénarios, la gestion par la méthode du fil tendu peut fournir les décisions de lâchure.

En général, l'intervalle de temps entre deux décisions est d'une semaine, d'une décade ou de quinze jours. On détermine le volume total de lâchure pour cette période. Ensuite, on module la lâchure journalière en fonction du débit observé. Pour le réservoir de Naussac, le but de la gestion est d'élever les débits les plus faibles à Gien en étiage, non seulement ceux de l'année considérée, mais aussi ceux des années suivantes. Il faut analyser la relation entre le volume de

lâchure totale pendant une période, par exemple, quinze jours et le débit minimal du scénario. Cette analyse se fait après application de la méthode du fil tendu sur 100 scénarios. Si le coefficient de corrélation est significativement différent de zéro, il faudra choisir le volume de lâchure en tenant compte de cette liaison. Si le coefficient de corrélation n'est pas différent de zéro, ce n'est pas la peine de gaspiller de l'eau qui pourra être utilisée plus tard.

Après avoir décidé du volume de lâchure pour quinze jours, on peut déterminer la lâchure journalière jour par jour d'après le débit observé. A la fin des premiers quinze jours, on peut connaître l'état du réservoir d'après les lâchures effectuées. Sur la base du nouvel état du réservoir, on peut continuer à faire la gestion pour une deuxième quinzaine de jours ... jusqu'à la fin de la période d'étiage.

Section 2 : La prévision du déficit sous 100 m3/s à Gien.

Le meilleur préviseur de VD(i, 100) est J(i, 110), le jour de franchissement du seuil 110 m3/s.

L'équation de prévision est : $\sqrt{VD(i, 100)} = -0.137\, J(i, 110) + 41.0$

J(i, 110) est compté en nombre de jours depuis le premier janvier. Le coefficient de corrélation est de 0.75, l'écart-type résiduel de 5.45 $\sqrt{Mm^3}$.

Sur les 1000 années synthétisées, à partir de la valeur exacte de VD(i, 100), on peut simuler une estimation VD(i, 100) en tirant de manière aléatoire dans la loi N(0,5.45) décrivant la distribution des écarts entre la valeur exacte et la valeur estimée.

Section 3 : La détermination d'une chronique dépendante de débits en étiage.

On vient de voir que la détermination de VD(i, 100) n'est pas très exacte. La valeur de VD(i, 100) est dans un domaine. La position de VD(i, 100) dans ce domaine est déterminée au hasard. Mais de toute façon, la dispersion n'est pas très grande.

Après la détermination de VD(i, 100), on peut utiliser le processus décrit aux § 3.4, 4.1, Section 2, Chapitre 3 pour déterminer une chronique de débits d'étiage.

Une même valeur de VD(i, 100) peut donner des chroniques de débits d'étiage différentes car les déficits sous les différents seuils inférieurs à 100 m^3/s, les durées des déficits, les dates de début ... sont des variables obtenues par tirage aléatoire. Il existe beaucoup de possibilités .

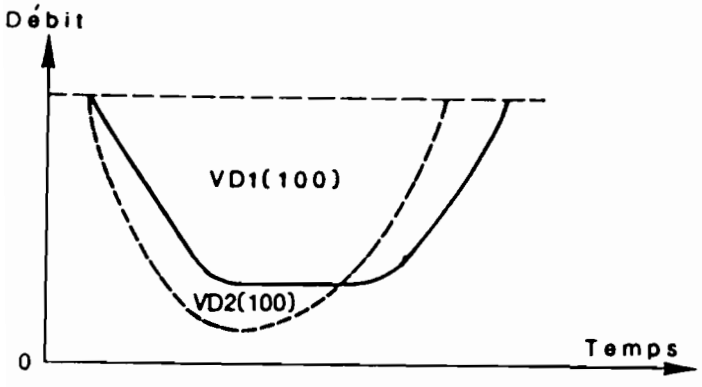


Fig. 69 - DIFFERENTES CHRONOLOGIES DE DEBITS EN ETIAGE POUR UNE MEME VALEUR DE DEFICIT

la Fig. 69 est un petit exemple. $VD_1(100) = VD_2(100)$, mais les hydrogrammes en étiage sont différents.

Pour la gestion en temps réel, il faut considérer beaucoup de possibilités, c'est-à-dire qu'il faut faire beaucoup de scénarios pour réaliser le plus de situations possibles.

Quand nous commençons à faire la gestion pour les deuxièmes, troisièmes ou quatrièmes quinzaines, nous connaissons la chronique réelle des débits pendant la période précédente, la chronique simulée pour l'étiage doit-être compatible avec les observations déjà réalisées.

En particulier le déficit sous 100 m^3/s antérieur à la date de la prise de décision est connu. Les scénarios retenus sont ceux qui approchent cette valeur à moins de 10% près.

section 4 : Tirage de la chronique indépendante de débits en étiage à la suite de la série dépendante.

Après tirage de 100 scénarios pour la suite de l'étiage en cours (chronique dépendante), on va tirer au hasard un nombre identique de scénarios de chronique indépendante qui sont constituées par les apports et les déficits d'étiage d'au moins trois années. Chaque chronique indépendante suit la dépendante pour refléter les situations possibles après l'année considérée.

On a donc 100 scénarios. Chaque scénario est constitué par une chronique dépendante plus trois chroniques indépendantes de débits en étiage.
La chronique indépendante de débits en étiage est tirée comme indiqué à la Section 1, Chapitre 3. On tire au hasard la valeur de VD(i, 100) dans la loi des fuites et on détermine VD(i, 90) selon la relation entre VD(i, 100) et VD(i, 90). Puis, on détermine d'après l'ordre VD(i, 80), VD(i, 70) ... d'après les bornes supérieures et inférieures de ces déficits, et finalement le débit minimal. Avec les déficits sous les différents seuils et le débit minimal, on peut déterminer la chronique des débits d'étiage.

Section 5 : Gestion journalière par la méthode du fil tendu pour chaque scénario

Sur les 100 scénarios constitués par les chroniques dépendantes et indépendantes, on peut utiliser la méthode du fil tendu de manière directe (voir § 4.2.1, Section 2, Chapitre 3) pour faire la gestion journalière optimale de chaque scénario.

Dans la procédure de gestion, sauf aux temps charnières entre deux périodes d'étiage, il faut respecter la contrainte : la lâchure journalière doit-être supérieure ou égale au débit naturel dans la rivière.

On a donc les lâchures journalières et les débits après soutien. Si l'intervalle du temps entre deux gestions est de quinze jours, on aura le volume total de lâchure pendant ces quinze jours. Bien sûr, ici, il faut tenir compte du temps de propagation, le débit après soutien au jour J à Naussac est celui au jour (J + 6) à Gien.

Parmi les débits après soutien, il est facile de trouver le débit minimal. Parce que nous avons 100 scénarios, nous avons donc 100 volumes totaux de lâchure pendant quinze jours et 100 débits minimums correspondants.

Section 6 : Analyse de la relation entre les volumes totaux de lâchure pendant quinze jours et les débits minimums correspondants.

On a 100 volumes totaux de lâchure pendant quinze jours et 100 débits minimaux correspondants, on peut donc faire le diagramme de corrélation (voir la Fig. 70 et la Fig. 71) et déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre les deux.

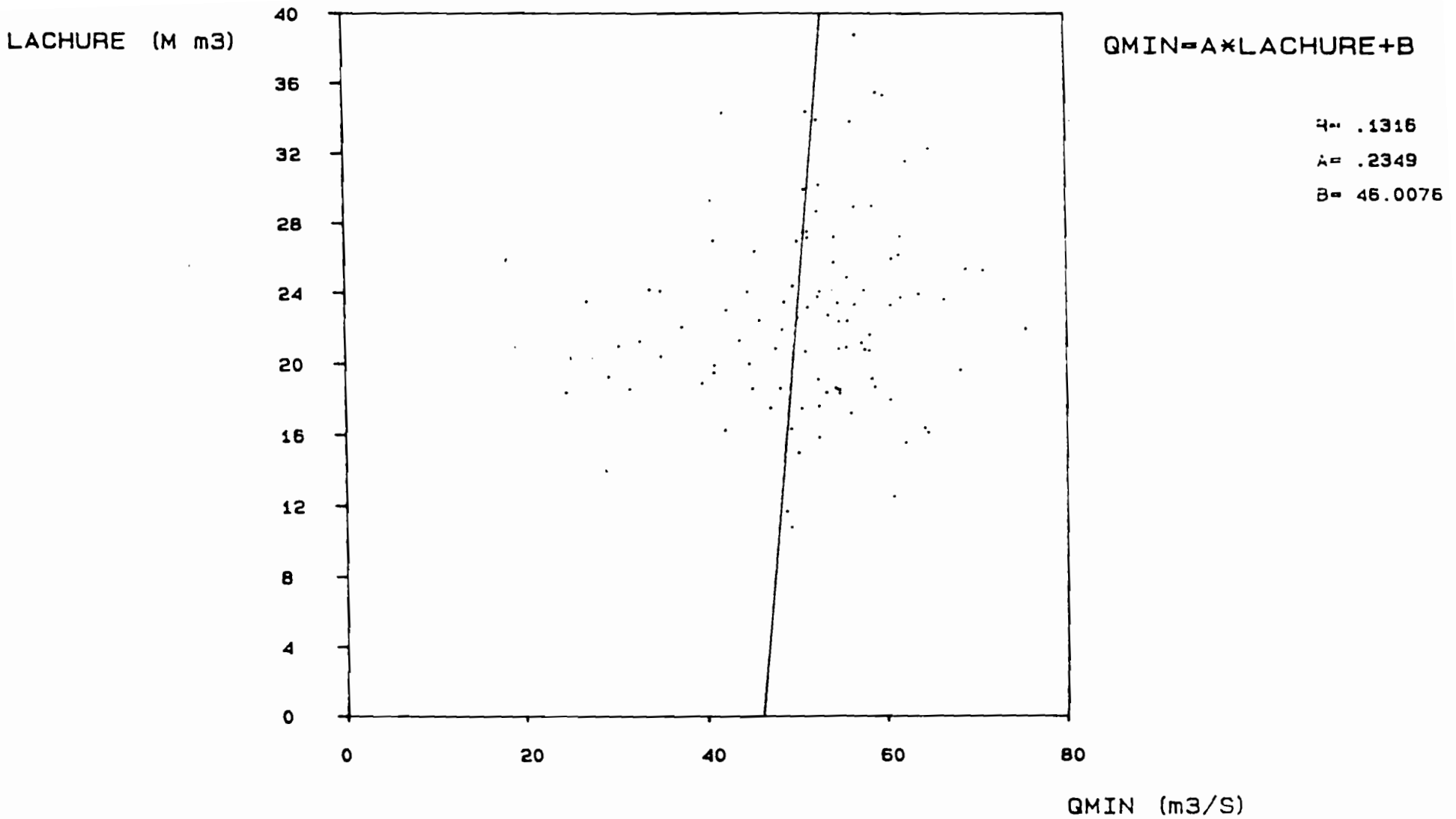


FIG. 70 *RELATION ENTRE QMIN ET LACHURE*

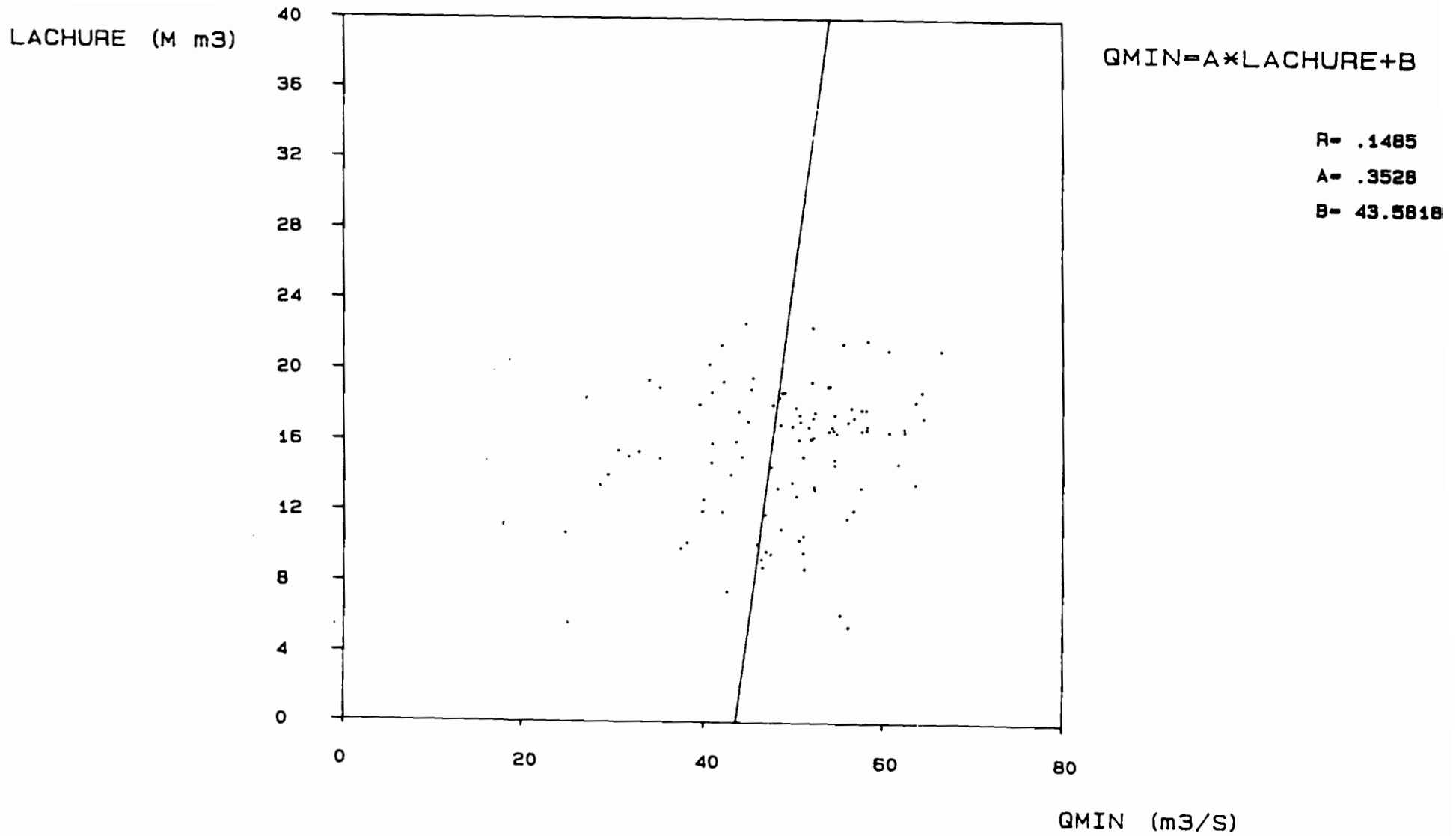


FIG. 71 *RELATION ENTRE QMIN ET LACHURE*

Section 7 : Détermination du volume de lâchure totale prévu pendant quinze Jours.

Le coefficient de corrélation linéaire entre le volume total de lâchure pendant quinze jours et le débit minimal sert à décider le volume de lâchure totale prévu pendant ces quinze jours. Le principe est le suivant :

Si le coefficient est relativement fort (supérieur à 0.5), c'est que l'augmentation des lâchures pendant ces quinze jours est efficace pour relever le débit minimal pendant cette période d'étiage ou pendant les suivantes, on peut retenir la lâchure qui correspond au débit minimal le plus élevé. En effet on s'accorde une marge de 5 % et on retient la lâchure qui correspond à la cinquième valeur des 100 débits classés par valeurs décroissantes. La valeur de la lâchure correspondante à ce débit est obtenue par régression linéaire (Fig. 72)

En l'absence de corrélation, le débit n'est pas influencé par le volume de lâchure, et ce n'est pas la peine de gaspiller l'eau, donc on prend la cinquième valeur de lâchure classée par valeurs croissantes (Fig.73).

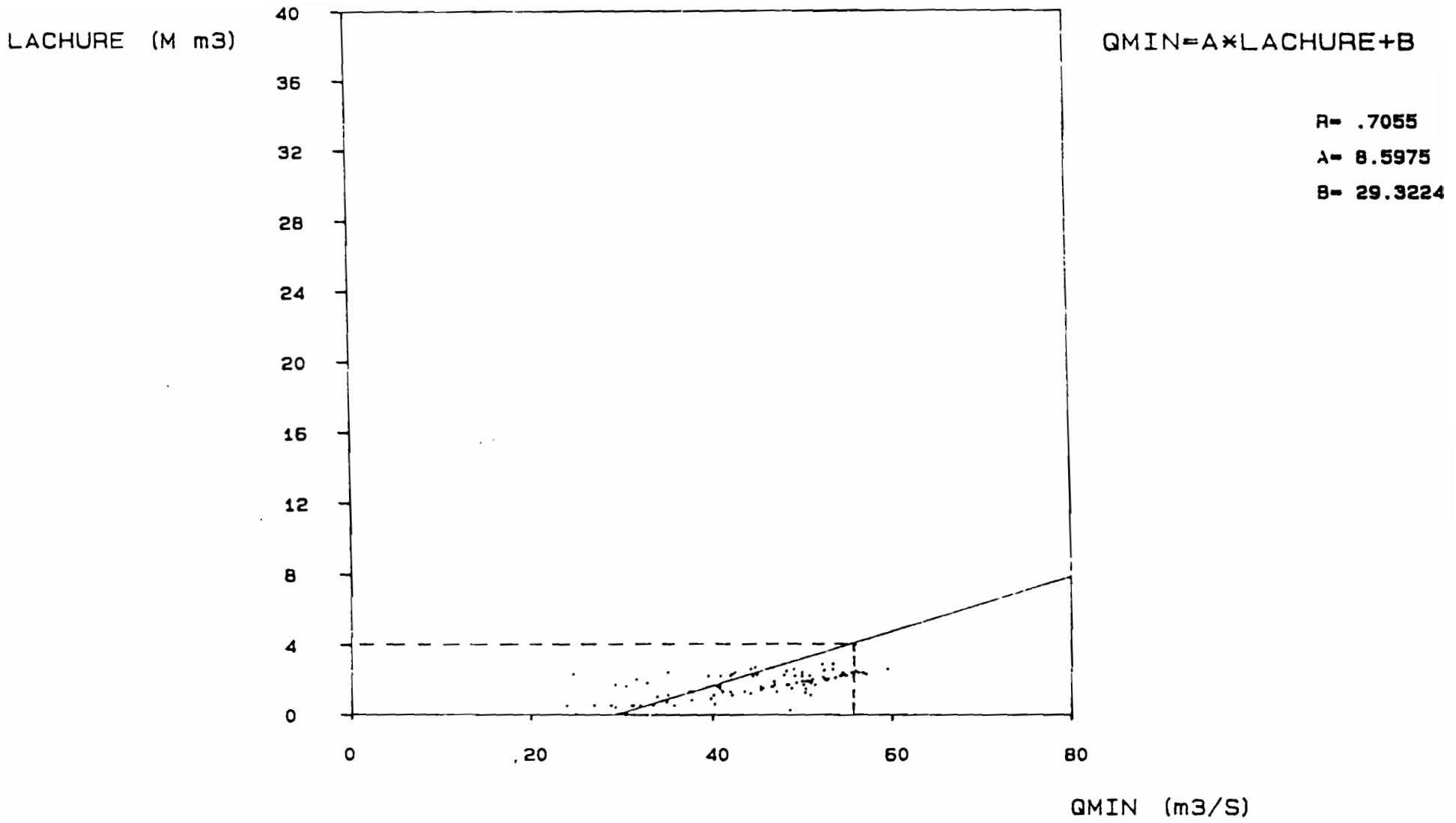


FIG. 72 *RELATION ENTRE QMIN ET LACHURE*

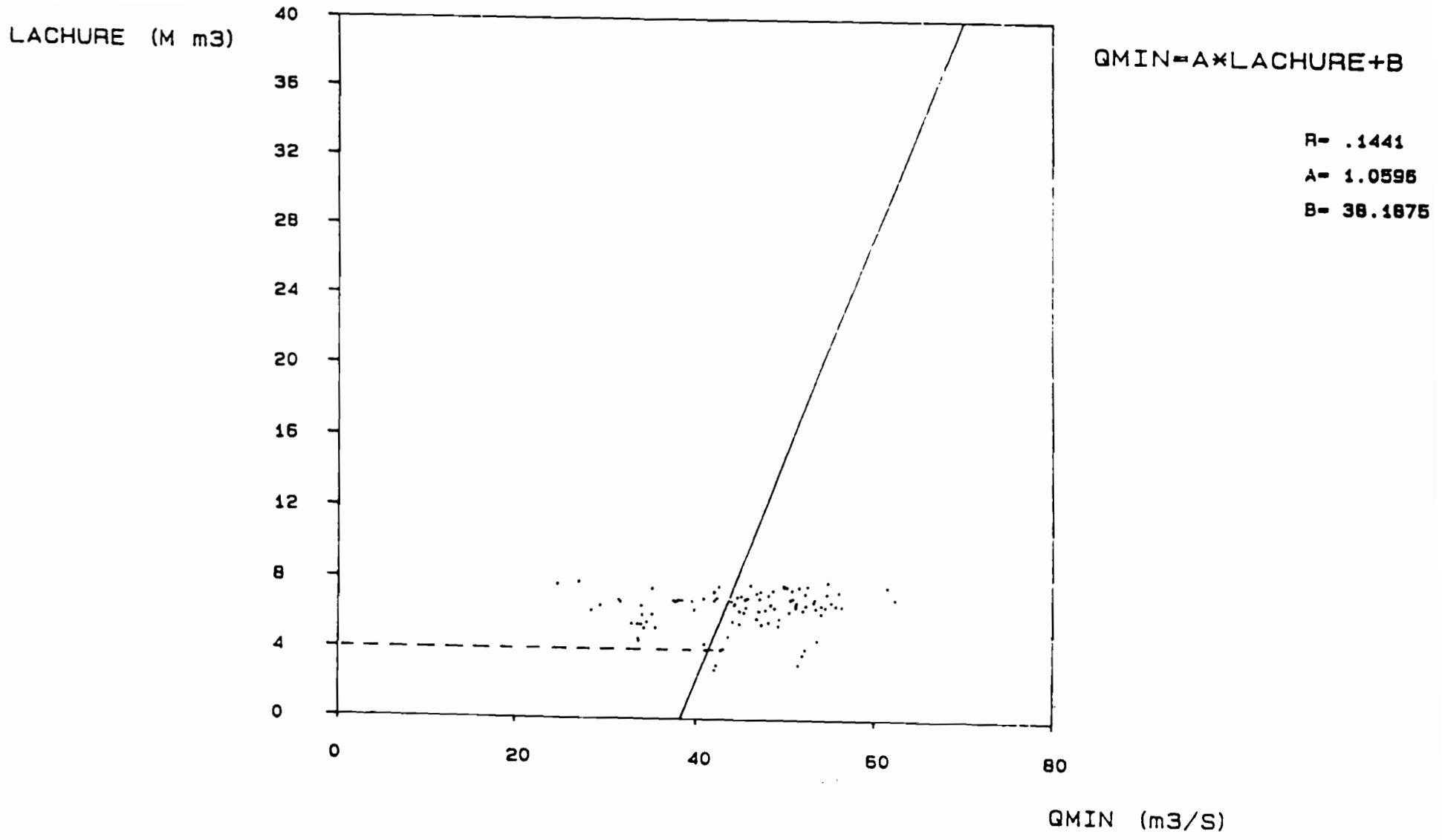


FIG. 73 *RELATION ENTRE QMIN ET LACHURE*

Section 8 : Détermination en temps réel de la lâchure journalière.

Après la détermination du volume de lâchure totale prévu pour quinze jours, on peut déterminer la lâchure journalière d'après le débit observé à Gien.

Si le volume de lâchure totale prévu pour cette période est nul, on ne soutient pas. Sinon, on suppose que le volume total de lâchure pendant quinze jours est distribué uniformément. C'est-à-dire que la lâchure journalière est égale au volume total de lâchure de quinze jours divisé par quinze. Le volume de lâchure journalière après transformation d'unité est ajouté au débit observé à Gien le premier des quinze jours.C'est le débit objectif pour cette période. Parce que la gestion du réservoir de Naussac a pour but d'élever les débits les plus faibles à Gien, on donne une limite supérieure pour le débit objectif selon l'état initial du réservoir au début de la période d'étiage. Quand le débit objectif calculé est supérieur à la limite supérieure, on prendra la limite supérieure comme débit objectif. La règle pour déterminer la limite supérieure est la suivante :

Soit Ri l'état initial du réservoir au début de la période d'étiage.

Si Ri $\geq$ 150 Mm^3, la limite supérieure pour le débit objectif est égale à (Ri - 90) m^3/s, sinon elle est de 50 m^3/s.

Après la détermination du débit objectif, on peut déterminer la lâchure journalière jour par jour. Si le débit à Gien excède le débit objectif, on ne soutient pas, sinon on lâche pour amener le débit à Gien jusqu'au niveau objectif.

Au bout des 15 jours, il est facile d'obtenir le volume réel de lâchure totale pendant cette période.

Section 9 : Procédure de la gestion pour la période entière d'étiage.

En partant du volume réel de lâchure pendant la première quinzaine, on a le stockage du réservoir à la fin de cette période. C'est la différence entre l'état du réservoir au début de la quinzaine et le volume lâché pendant ces quinze jours.

Maintenant, on peut recommencer à faire la simulation de scénarios pour la suite de l'étiage en cours. Cette simulation tient compte que nous connaissons le déficit réel sous 100 m^3/s pour les premiers quinze jours. Nous imposons au déficit simulé d'être proche du déficit réel pour ces

premiers quinze jours. Nous spécifions que la différence entre les deux doit être inférieure à 10 %.

Après la simulation de 100 chroniques dépendantes de débits en étiage, nous ajoutons les chroniques de trois années indépendantes qui ont déjà été obtenues pour constituer 100 scénarios complets.

A partir de l'état du réservoir à la fin des premiers quinze jours, on fait la gestion journalière par la méthode du fil tendu à partir du seizième jour pour obtenir les volumes totaux de lâchure pendant la deuxième quinzaine et les débits minimums correspondants. On détermine le coefficient de corrélation linéaire et le volume total de lâchure prévue pour la deuxième quinzaine comme indiqué précédemment. Et finalement, on détermine jour par jour la lâchure journalière d'après le débit observé à Gien, ceci pour toutes les quinzaines.

De cette façon, on fait la gestion journalière en temps réel jusqu'à la fin de la période d'étiage.

Utilisant ce procédé, on a simulé la gestion journalière en temps réel du réservoir de Naussac pendant la période de 1946 à 1975. Les résultats sont indiqués dans le Tableau 22. Les figures 74 à 77 montrent les comparaisons entre les débits sans soutien et les débits après soutien pour quatre années (de 1946 à 1949) qui sont une période très sèche dans l'histoire de la Loire.

TABLEAU 22

APPORT, DEFICIT, STOCKAGE INITIAL, STOCKAGE FINAL ET LACHURE TOTALE

ANNEE	APPORT M M3	DEFICIT SOUS100 M M3	STOCKAGE INITIAL M M3	STOCKAGE FINAL M M3	LACHURE TOTALE M M3	DEBIT MINIMAL NATUREL M3/S	DEBIT MINIMAL APRES SOUTIEN M3/S	LACHURE EN HIVER M M3
1946	--	--	95.00	49.68	45.32	32.8	45.0	
1947	33.93	808.16	83.61	20.48	63.13	20.4	35.4	
1948	65.80	228.97	86.28	86.28	0.00	53.5	53.5	
1949	2.79	1013.51	89.07	10.97	78.10	11.0	26.0	
1950	50.82	651.64	61.79	0.81	60.98	23.0	35.0	
1951	109.92	50.70	110.73	110.73	0.00	75.0	75.0	
1952	65.91	583.35	176.64	33.08	143.56	21.0	42.3	
1953	23.34	376.65	56.42	24.37	32.05	34.0	50.0	
1954	89.78	140.72	114.15	99.12	15.03	45.0	50.0	
1955	75.93	584.45	175.05	74.12	100.93	37.0	57.1	
1956	82.51	4.75	156.63	156.63	0.00	87.0	87.0	
1957	105.74	503.11	190.00	47.93	142.07	41.0	61.2	72.37
1958	71.97	41.39	119.90	119.90	0.00	72.0	72.0	
1959	105.32	323.19	190.00	89.68	100.32	48.0	61.2	35.22
1960	120.13	198.55	190.00	87.33	102.67	55.0	63.3	19.81
1961	72.69	469.88	160.02	58.00	102.02	25.0	47.0	
1962	82.71	648.09	140.71	39.02	101.69	28.0	41.3	
1963	135.87	19.44	174.89	172.00	2.89	75.0	85.6	
1964	132.54	572.77	190.00	48.81	141.19	29.0	52.6	114.54
1965	64.77	74.12	113.58	113.58	0.00	60.0	60.0	
1966	125.37	322.53	190.00	78.47	111.63	44.0	61.4	48.95
1967	82.07	275.85	160.54	91.11	69.43	39.8	60.8	
1968	65.54	14.26	166.65	166.65	0.00	78.5	78.5	
1969	138.83	0.60	190.00	190.00	0.00	96.5	96.5	105.48
1970	104.85	147.89	190.00	190.00	0.00	68.0	68.0	104.85
1971	133.67	149.81	190.00	190.00	0.00	56.5	56.5	133.67
1972	114.82	119.76	190.00	190.00	0.00	63.0	63.0	114.82
1973	85.96	186.95	190.00	131.92	58.08	44.3	60.0	
1974	151.22	224.74	190.00	85.59	104.41	27.8	69.0	93.14
1975	104.38	65.07	189.97	189.36	0.61	56.0	60.0	

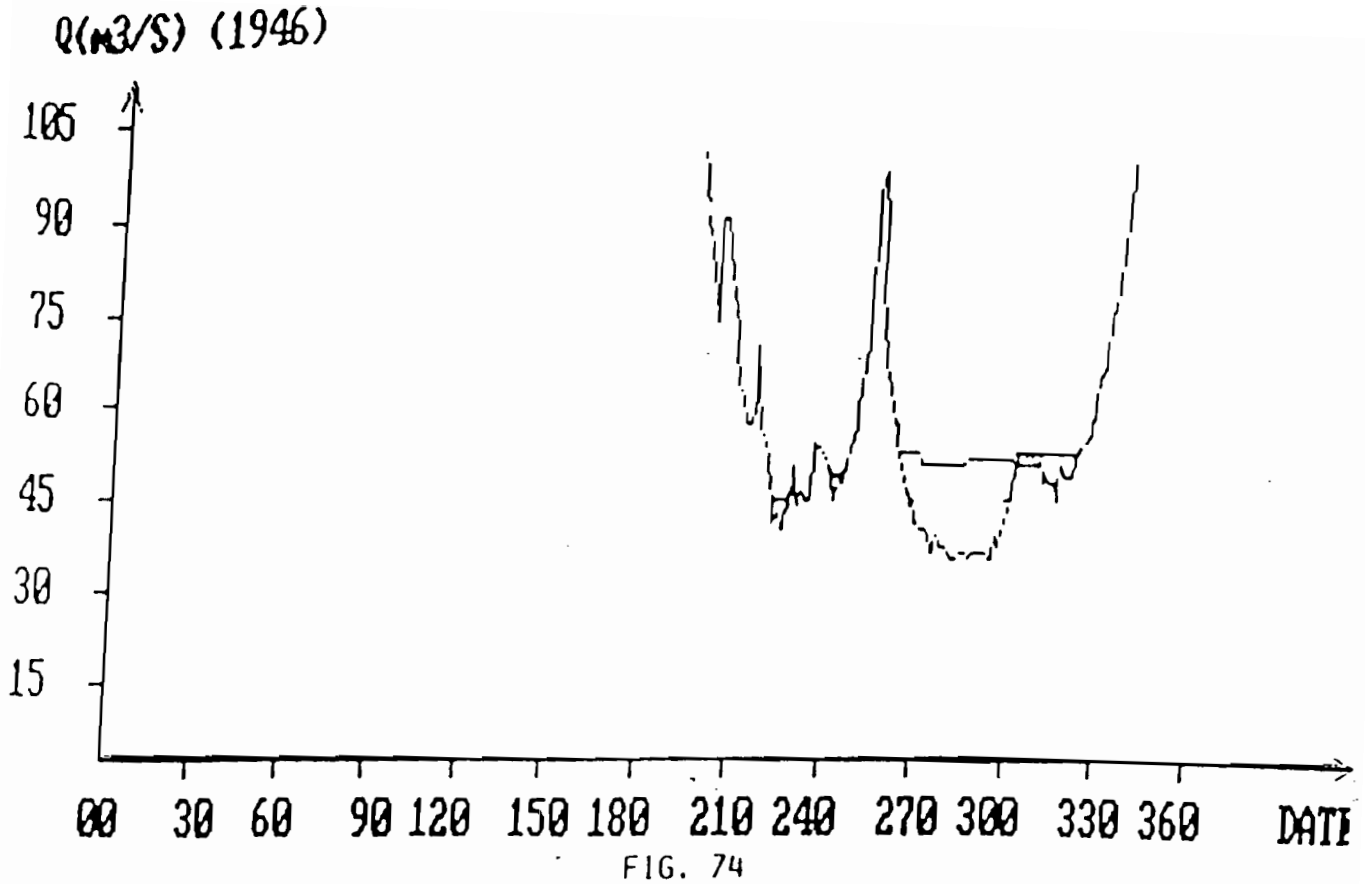

Q(m3/S) (1946)
105
90
75
60
45
30
15
00 30 60 90 120 150 180 210 240 270 300 330 360
DATE

FIG. 74

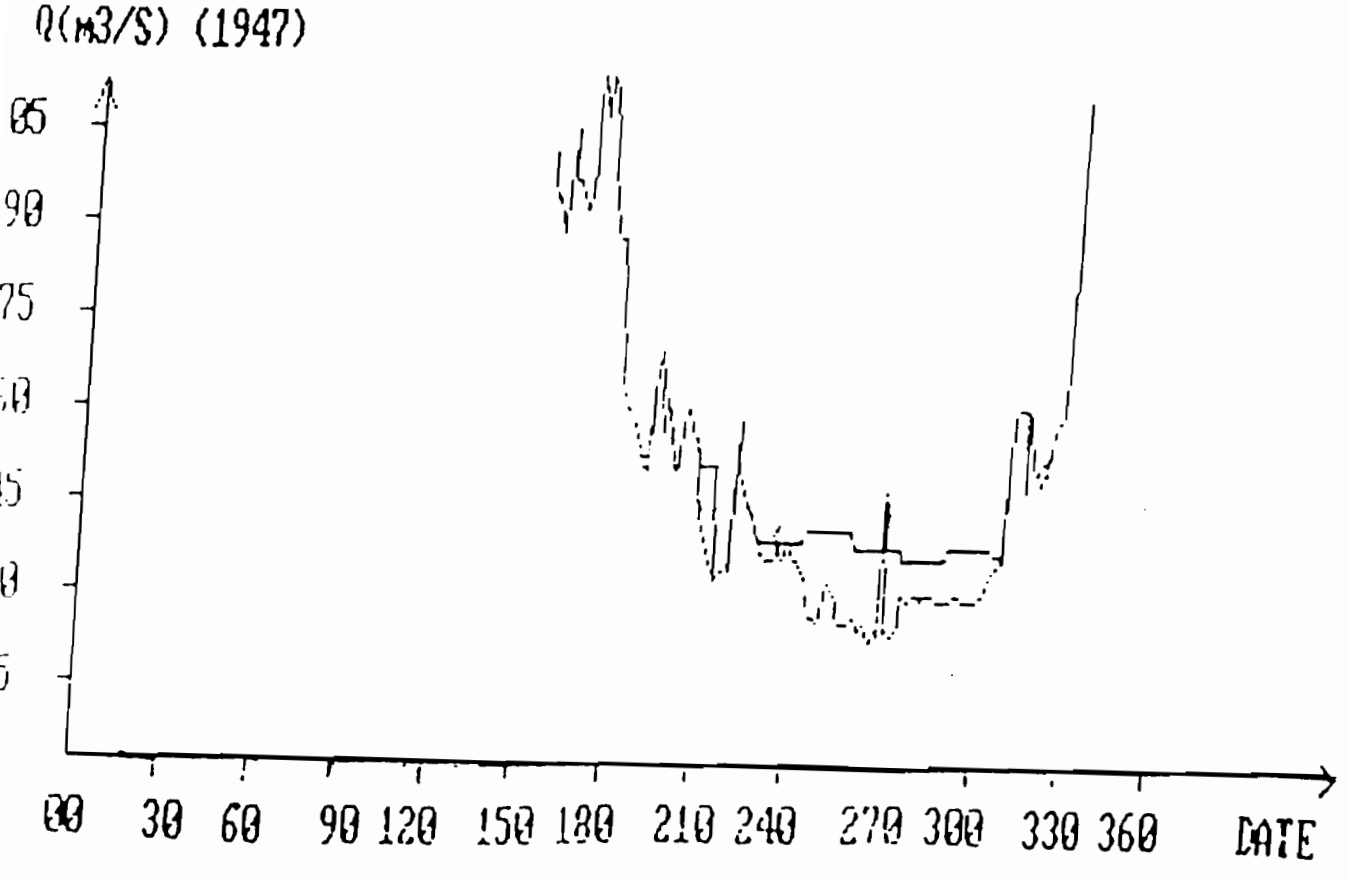

Q(m3/S) (1947)
00 30 60 90 120 150 180 210 240 270 300 330 360
DATE

FIG. 75

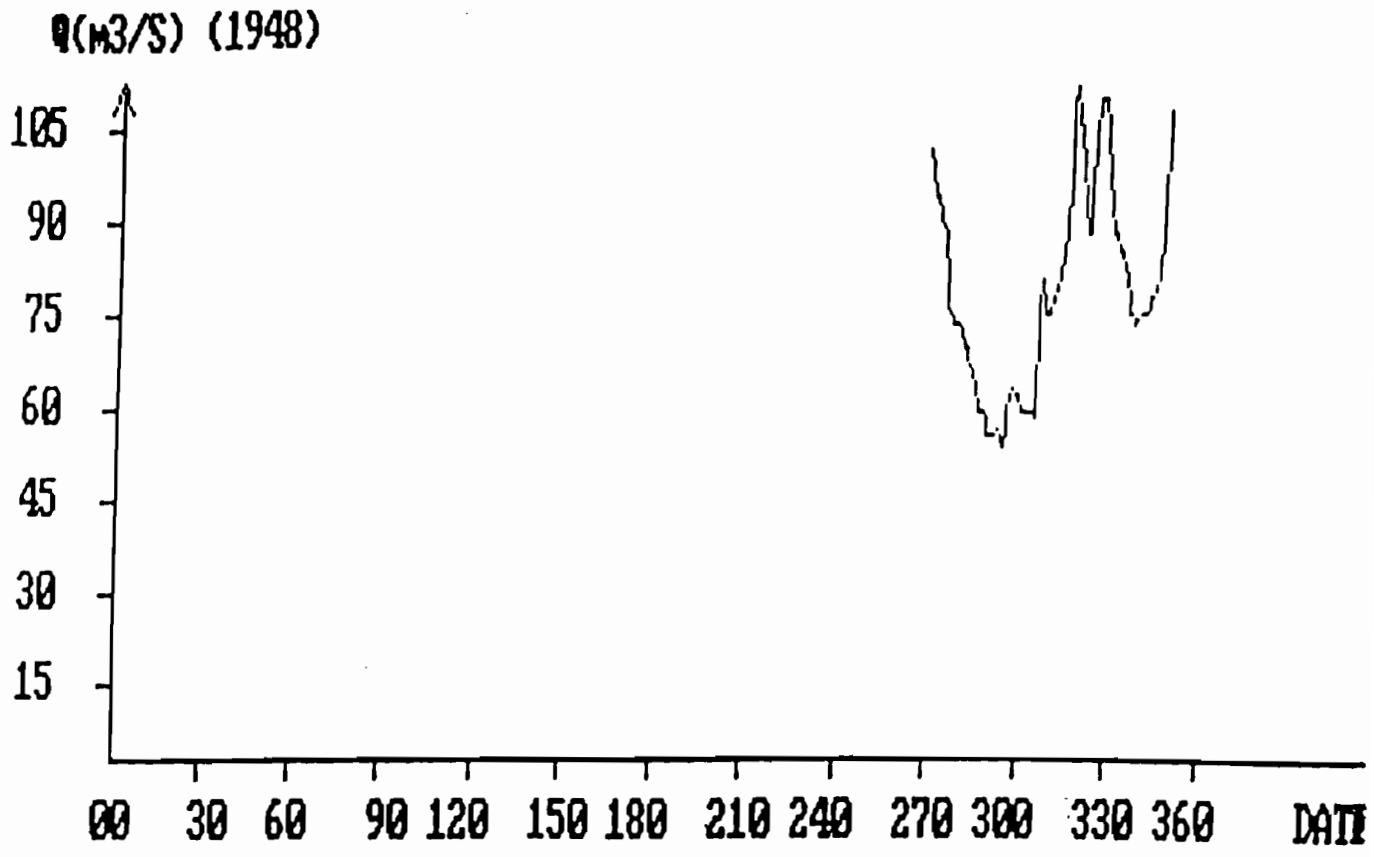

Q(M3/S) (1948)
105
90
75
60
45
30
15
00 30 60 90 120 150 180 210 240 270 300 330 360
DATE

FIG. 76

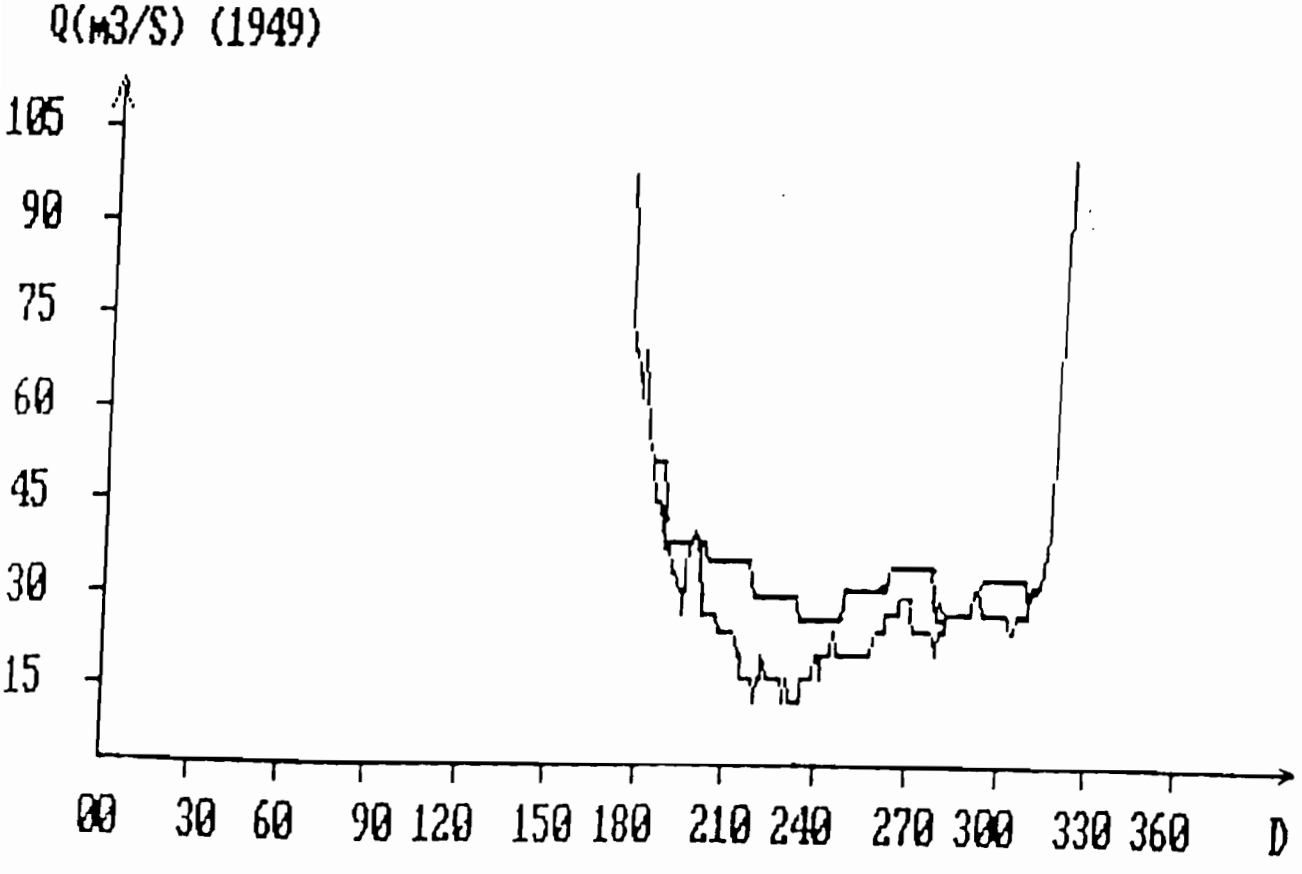

Q(M3/S) (1949)
105
90
75
60
45
30
15
00 30 60 90 120 150 180 210 240 270 300 330 360
D

FIG. 77

Section 10 : Analyse de résultat et conclusion

Sur le Tableau 22 et les figures 74 à 77, on peut voir que la gestion est efficace. Les débits les plus faibles sont relevés à des degrés différents. Pour les années humides (par exemple, 1951, 1956, 1958, 1965, 1968, 1969, 1970, ...) où les apports sont supérieurs aux déficits VD(i, 100) ou proches des déficits VD(i, 100), on ne soutient pas, mais pour les années sèches (par exemple, 1949, 1950, 1952, 1957, 1961, 1962, 1964, ...), on utilise une grande partie des réserves pour soutenir l'étiage.

Les oscillations du débit soutenu pour chaque année sont de faible amplitude, ce qui est bénéfique pour les besoins en eau à l'aval.

A partir de l'année 1957, les apports sont souvent importants, ce qui n'est pas le cas pour les lâchures hivernales ; les réserves sont suffisamment utilisées pendant les périodes d'étiage.

En résumé, pour une gestion en temps réel, le résultat est, dans l'ensemble, assez bon. Les débits en étiage les plus faibles à Gien sont relevés. Le but de la gestion est réalisé.

Mais dans le résultat, on peut aussi constater les trois problèmes suivants :

1) Pour l'année 1947 et la période comprise entre le jour 209 et le jour 222 (Fig. 75), on soutient pour la première moitié de cette période, mais on ne soutient plus pour la deuxième moitié. C'est l'intervalle de temps entre deux prises de décision qui en est la cause. La première moitié de la période appartient à la quatrième quinzaine, mais la deuxième moitié à la cinquième quinzaine. C'est normal qu'on ait des décisions différentes. Un intervalle plus court, par exemple cinq jours ou sept jours, peut éviter ce phénomène. Mais le temps de calcul augmente.

2) En 1949, pendant la quatrième quinzaine, le débit obtenu est peu élevé par rapport au débit naturel. C'est parce que le débit naturel est très bas le premier jour de cette quinzaine, et le débit objectif est déterminé d'après ce débit. Le débit naturel du premier jour de la quinzaine est important pour la détermination du débit objectif. Pendant la période de tarissement, le débit objectif est toujours un peu élevé ; mais pendant la période de crue, il est toujours un peu bas. L'exemple de l'année 1949 est celui pendant la période de crue. Mais de toute façon, les débits soutenus pendant cette période sont de 26 m^3/s. C'est un niveau acceptable.

3) Il y a encore les lâchures hivernales. La raison principale est la suivante :

Nous décidons le volume total de lâchure prévu pendant quinze jours d'après le coefficient de corrélation entre les volumes totaux des lâchures pendant quinze jours et les débits minimums. En l'absence de corrélation, on prend la cinquième valeur des lâchures classées par valeurs croissantes. Ce principe est approprié pour des années sèches. Mais pour des années humides, pour éviter des lâchures hivernales, il est mieux de prendre la dixième ou quinzième valeur des lâchures classées par valeurs croissantes. En effet, on peut essayer de choisir le rang approprié d'après l'état initial du réservoir au début de la période d'étiage.

Section II. Comparaison entre cette méthode et celle proposée par le LHM.

En 1979, le Laboratoire d'Hydrologie Mathématique de Montpellier a proposé une méthode pour la gestion du réservoir de Naussac ((8), C.BOCQUILLON, J.M. MASSON, 1982). Cette méthode est aussi valable en temps réel. Il est intéressant de faire la comparaison entre cette méthode et celle proposée dans cette thèse.

1. La méthode proposée par le LHM

1.1. Détermination d'un débit cible au point objectif

Nous avons défini les limites inférieures et supérieures des résultats d'une gestion destinée à soutenir les étiages (Section 2, Chapitre 1). Toute gestion réelle conduira à des débits minimums dont la distribution de fréquence sera comprise dans les limites ci-dessus définies à cause des incertitudes concernant l'avenir pour les années suivantes. La détermination du volume à lâcher pour soutenir l'étiage de façon optimale est intéressante, mais elle reste théorique, parce qu'elle ne permet pas de savoir quand et comment lâcher ce volume. Il est donc nécessaire de transformer ce volume en objectif de débit à maintenir en utilisant la relation statistique qui lie ces grandeurs, avec les aléas qu'elle comporte.

La fixation du débit à maintenir se fait en deux étapes :

1) Une première étape amène à une estimation en début d'étiage d'un volume d'eau qu'on peut affecter au soutien de l'étiage qui arrive. Ce débit constitue "le débit objectif à long terme" fixé "ne varietur" au début de chaque étiage.

L'étiage peut cependant s'avérer plus sévère que prévu; le soutien inconditionnel du débit à la valeur du débit-objectif à long terme, va conduire à dépenser beaucoup plus d'eau que prévu, et peut amener à une rupture de stock. Cette éventualité ne survient pas brusquement et on peut suivre l'état du stock au fur et à mesure que l'été s'avance et moduler les lâchures en conséquence.

2) Une seconde étape consiste à calculer un autre objectif de débit, "l'objectif à moyen terme", réajusté chaque jour, en fonction des conditions hydrologiques et de l'état des réserves.

Les finalités des deux débits-objectifs sont distinctes :

1) à long terme, une limite supérieure pour assurer les reports,
2) à moyen terme, une limite supérieure pour éviter les ruptures de stock.

Pour satisfaire les deux finalités, le débit qu'on va chercher à maintenir effectivement au point objectif (Gien), ou "débit-cible", doit être le plus petit des deux débits-objectifs.

1.2. Formulation de l'objectif à long terme.

L'examen de SMECA montre que la valeur du débit soutenu chaque année dépend :

1) fortement de la valeur des déficits de l'année, VD(i, 100), VD(i, 90) ... ,
2) plus faiblement des réserves avant l'étiage R(i). Ces dépendances se traduisent par une relation :

$$q(i) = f\{VD(i), R(i)\}$$

où q(i) est le débit de soutien idéal de l'année i.

Sa détermination pose deux problèmes :

1) Estimation de VD(i) en début d'étiage,
2) Choix de f, la fonction d'estimation.

Les déficits de l'année peuvent être estimés à partir de J(i, 110) le jour de franchissement du seuil 110m³/s comme nous l'avons expliqué à la Section 2, Chapitre 5.

Le choix de f dépend du degré de défaillance accepté. Nous avons retenu une formulation qui conduit à mettre les réservoirs à sec avec une période de retour de l'ordre de 15 à 25 ans. Les paramètres de cette formulation ont été définis par simulation sur la série synthétique de 1000 ans. Dans le cas de l'aménagement de Naussac première phase, l'objectif à long terme à Gien s'écrit :

$$Q_1 = 30 + 54 \left[1 - 0.2 \left(\frac{Ri - 190}{190} \right)^2 \right] e^{-\frac{[41 - 0.137\, J(i, 110)]^2}{450}}$$

avec J(i, 110) date de passage des débits non influencés en-dessous de 110 m³/s à Gien en jours depuis le premier janvier, et R(i) volume de la réserve à cette date.

Cette règle conduit à observer 67 défaillances du réservoir au cours de 1000 années soit une période de retour de 15 ans environ.

Nous allons maintenant chercher la règle de gestion à moyen terme, qui corrige la règle à long terme dans l'éventualité d'une défaillance du réservoir, sans en modifier sensiblement les effets à long terme.

1.3. Determination de l'objectif à moyen terme;

Le débit de soutien calculé par le long terme en début d'étiage correspond à une prévision de volume de soutien bien proportionnée aux réserves de l'année. Mais ce volume est susceptible de variations aléatoires très importantes. Les étiages de la Loire sont essentiellement liés à :

1) l'importance des pluies d'été ;
2) la date de démarrage des pluies d'automne qui détermine la fin de l'étiage.

Dans l'état actuel de nos connaissances, ces deux événements sont imprévisibles à quelques mois d'échéance.

Le soutien continu avec la valeur calculée par le long terme sur une base statistique bien définie risque donc de vider totalement le réservoir dans le cas de pluies d'été inexistantes et d'étiage se prolongeant tardivement. L'objectif à moyen terme, qui prend en compte les données de l'année en cours, limite ce risque en étant d'autant plus prudent que les stocks sont faibles. Cet objectif est modulé en cours de saison à partir de la connaissance du débit non influencé à Gien. Si au 15 août on a un débit important à Gien, l'étiage ne pourra pas être sévère.

L'objectif à moyen terme est défini comme le débit de soutien qui permet la totalité des réserves au jour de calcul, en supposant une évolution ultérieure de l'étiage défavorable. Cet objectif est redéfini chaque jour de l'étiage.

1.3.1. Schéma d'évolution des étiages tardifs sur la Loire.

Sur la Loire, l'évolution des débits d'étiage se fait schématiquement de la façon suivante :

1) décroissance générale, contrariée par quelques pluies d'été ;
2) une remontée rapide consécutive à la reprise des pluies en automne.

La date Tf de la remontée des débits est une variable aléatoire. Sa détermination a déjà été décrite dans le Chapitre 3.

Le volume V_1 disponible dans la rivière sans aménagement depuis un jour donné Tj (Tj < Tf) jusqu'à Tf est physiquement lié à la valeur de Tf, borne de l'intégrale.

$$V_1 = \int_{Tj}^{Tf} q(t)\ dt$$

La courbe de tarissement à Gien peut être caractérisée par une exponentielle

$$q(t) = qo \quad e^{-\alpha(t - to)}$$

avec $\alpha = 0.05$, soit une diminution de moitié des débits tous les quinze jours. Cependant, cette décroissance ne semble pas valable pour les très petits débits et tout se passe comme s'il existait une limite inférieure qo. La fixation de qo est difficile. C'est un paramètre lié à Tf ayant la dimension d'un débit.

En définitive, compte tenu du tarissement qui fait diminuer le débit de moitié tous les quinze jours, la trajectoire déterministe des débits q(i) à partir d'une origine q(j) (j < i) peut s'écrire :

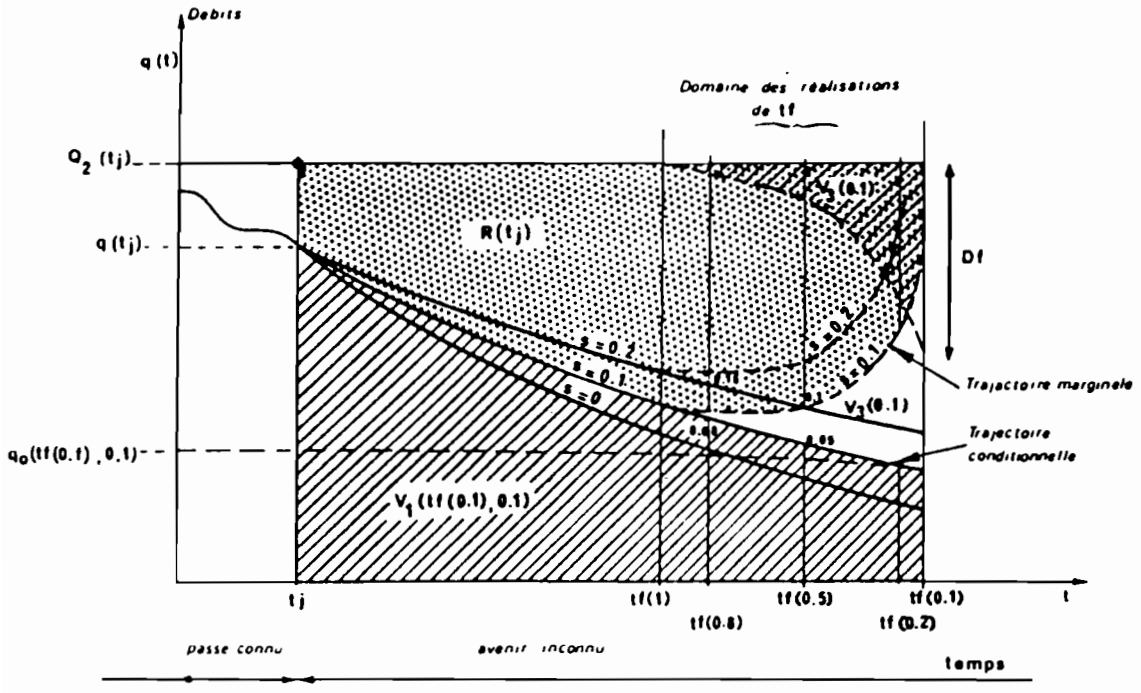
$$q(i) = qo + \Big(q(j) - qo\Big)\ e^{(j - i)/15}$$

Dans ces conditions, l'apport déterministe entre la date Tj et Tf a pour expression

$$V_1 = 0.0864 \left| 15 \Big((q(j) - qo)(1 - e^{(Tj - Tf)/15}) \Big) + qo\,(Tf - Tj) \right|$$

en millions de mètres cubes.

Sur la Fig. 78, on remarque que qo est un paramètre lié à Tf ayant la dimension d'un débit dont le réglage par simulation permet d'assurer la probabilité de non dépassement S.



(D'APRES C.BOCOUILLON et J.M.MASSON)

Fig. 78 Représentation schématique de l'évolution des étiages tardifs sur la Loire.

1.3.2. Formulation de l'objectif à moyen terme

Le volume R(Tj) disponible dans la réserve au temps Tj est réparti entre Tj et Tf(s) de manière à assurer un débit constant en association avec la trajectoire marginale de risque S.

Pour des raisons de commodité dans les calculs, le volume V_3 a été appliqué sous la trajectoire de soutien (Fig. 78) et paramétré par deux quantités :

1) Df, la diminution maximale du soutien à Tf(S) ajustée par simulation,

2) Nf, le taux de décroissance ayant la dimension d'un temps en jours, choisi à priori pour que l'essentiel de la décroissance s'effectue entre Tf(1) et Tf(s). Nf = 35 jours pour la Loire à Gien ; Df = 10m³/s.

Dans ces conditions, on a :

$$V_3 = 0.0864 \left| Nf Df \left(1 - e^{\frac{Tj - Tf(s)}{Nf}} \right) - Df(Tf(s) - Tj)\ e^{\frac{Tj - Tf(s)}{Nf}} \right|$$

L'objectif à moyen terme $Q_2(Tj)$ pour le jour Tj étant donné par :

$$Q_2(Tj) = \left| V_1 \left\{ Tf(s), S \right\} + V_3(s) + R(Tj) \right| / \left| 0.0864 \left(Tf(s) - Tj \right) \right|$$

1.4. Le débit-cible au point objectif.

Les objectifs à long et moyen terme constituant des limites supérieures, le débit cible ne peut être que le plus petit des deux : Débit (cible) = Min $[Q_1, Q_2 (Tj)]$.

La fig. 79 permet de juger la qualité des résultats obtenus par le maintien parfait du débit cible dans le cas de l'aménagement Naussac première phase + Villerest et pour les deux niveaux de sécurité proposés. Les limites inférieures et supérieures du critère retenu, portées sur le même graphique, facilitent les appréciations.

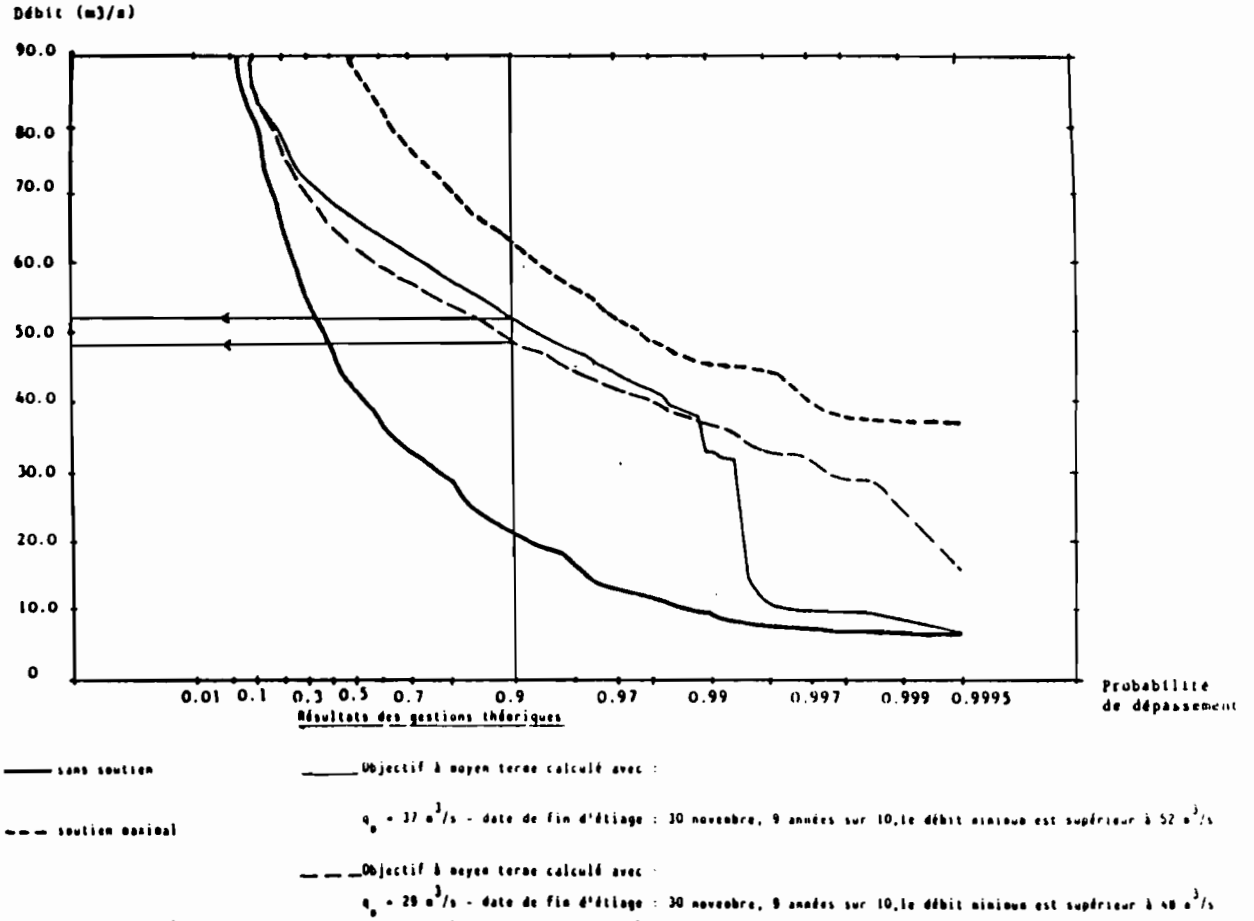


Fig. 79 La Loire à Gien — distribution des débits minimaux d'étiage. Influence de Naussac (1 ere phase) + Villerest sur 1000 années simulées. (D'APRES C.BOCQUILLON et J.M.MASSON)

Utilisant le procédé décrit précédemment, on a simulé la gestion journalière en temps réel du réservoir de Naussac pendant la période de 1946 à 1975. Les résultats sont indiqués dans le tableau 23. Les figures 80 à 83 montrent les comparaisons entre les débits soutenus et ceux sans soutien pour les années de 1946 à 1949.

TABLEAU 23

APPORT, DEFICIT, STOCKAGE INITIAL, STOCKAGE FINAL ET LACHURE TOTALE
(REGLE A LONG ET MOYON TERME)

ANNEE	APPORT M M3	DEFICIT SOUS 100 M M3	STOCKAGE INITIAL M M3	STOCKAGE FINAL M M3	LACHURE TOTALE M M3	DEBIT MINIMAL NATUREL M3/S	DEBIT MINIMAL APRES SOUTIEN M3/S	LACHURE EN HIVER M M3
1946	--	--	95.00	74.82	20.18	32.8	42.1	
1947	33.93	808.16	108.75	9.11	99.64	20.4	37.9	
1948	65.80	228.97	74.91	74.91	0.00	53.5	53.5	
1949	2.79	1013.51	77.71	-27.53	105.24	11.0	22.0	
1950	50.82	651.64	50.82	12.67	38.15	23.0	36.4	
1951	109.92	50.70	121.82	121.82	0.00	75.0	75.0	
1952	65.91	583.35	187.73	104.07	83.66	21.0	42.7	
1953	23.34	376.65	127.41	118.13	9.28	34.0	42.4	
1954	89.78	140.72	190.00	190.00	0.00	45.0	45.0	17.91
1955	75.93	584.45	190.00	187.47	2.53	37.0	42.7	89.78
1956	82.51	4.75	190.00	190.00	0.00	87.0	87.0	79.98
1957	105.74	503.11	190.00	188.90	1.10	41.0	42.7	105.74
1958	71.97	41.39	190.00	190.00	0.00	72.0	72.0	70.87
1959	105.32	323.19	190.00	190.00	0.00	48.0	48.0	105.32
1960	120.13	198.55	190.00	190.00	0.00	55.0	55.0	120.13
1961	72.69	469.88	190.00	157.83	32.17	25.0	42.7	72.68
1962	82.71	648.09	190.00	132.33	57.67	28.0	42.7	50.54
1963	135.87	19.44	190.00	190.00	0.00	75.0	75.0	78.20
1964	132.54	572.77	190.00	158.79	31.71	29.0	42.7	132.54
1965	64.77	74.12	190.00	190.00	0.00	60.0	60.0	33.56
1966	125.37	322.53	190.00	190.00	0.00	44.0	44.0	125.37
1967	82.07	275.85	190.00	189.47	0.53	39.8	42.7	82.07
1968	65.54	14.26	190.00	190.00	0.00	78.5	78.5	65.01
1969	138.83	0.60	190.00	190.00	0.00	96.5	96.5	138.83
1970	104.85	147.89	190.00	190.00	0.00	68.0	68.0	104.85
1971	133.67	149.81	190.00	190.00	0.00	56.5	56.5	133.67
1972	114.82	119.76	190.00	190.00	0.00	63.0	63.0	114.82
1973	85.96	186.95	190.00	190.00	0.00	44.3	44.3	85.96
1974	151.22	224.74	190.00	176.41	13.59	27.8	42.7	151.22
1975	104.38	65.07	190.00	190.00	0.00	56.0	56.0	90.79

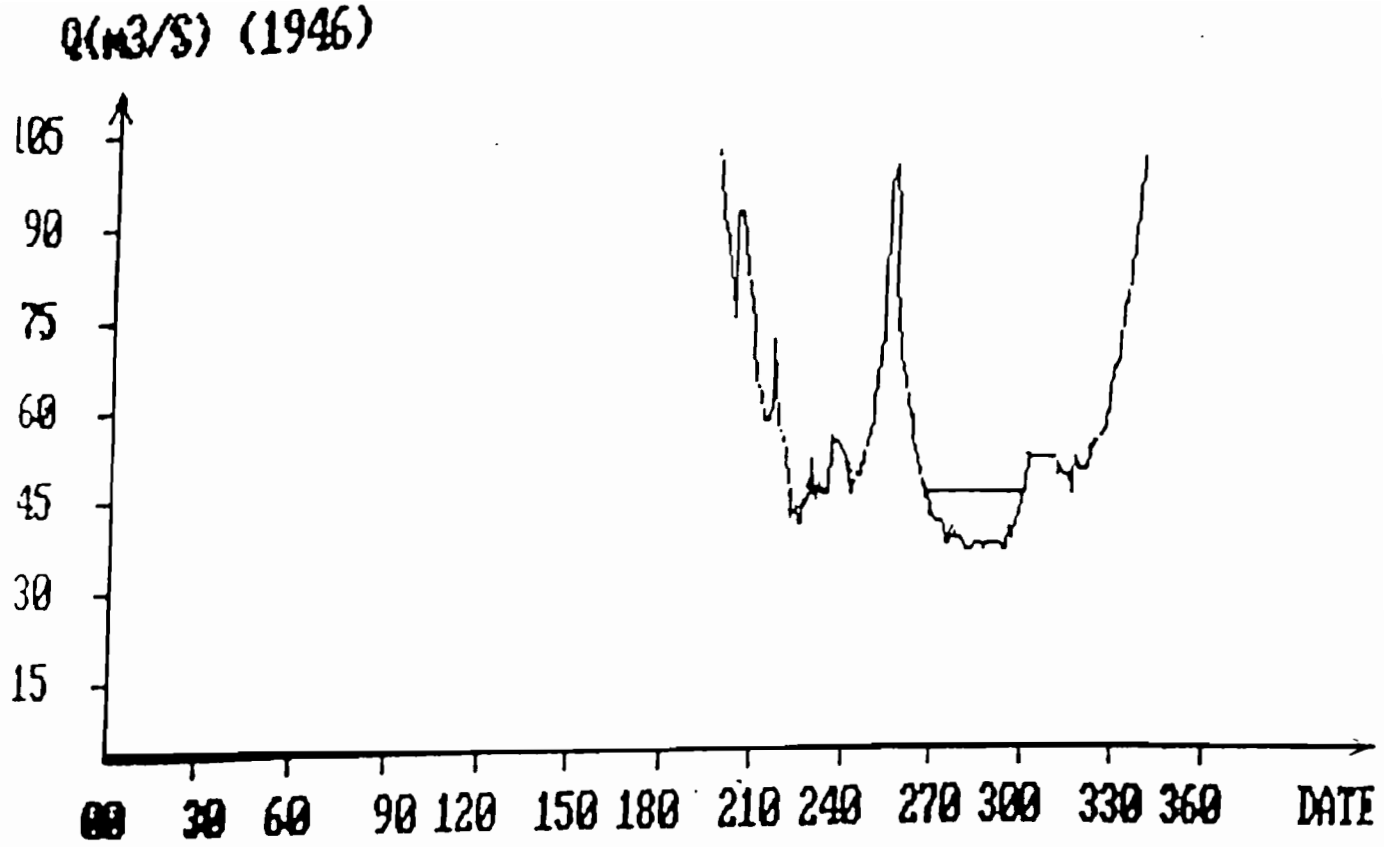

Q(m3/S) (1946)
105
90
75
60
45
30
15
00 30 60 90 120 150 180 210 240 270 300 330 360
DATE

FIG.80

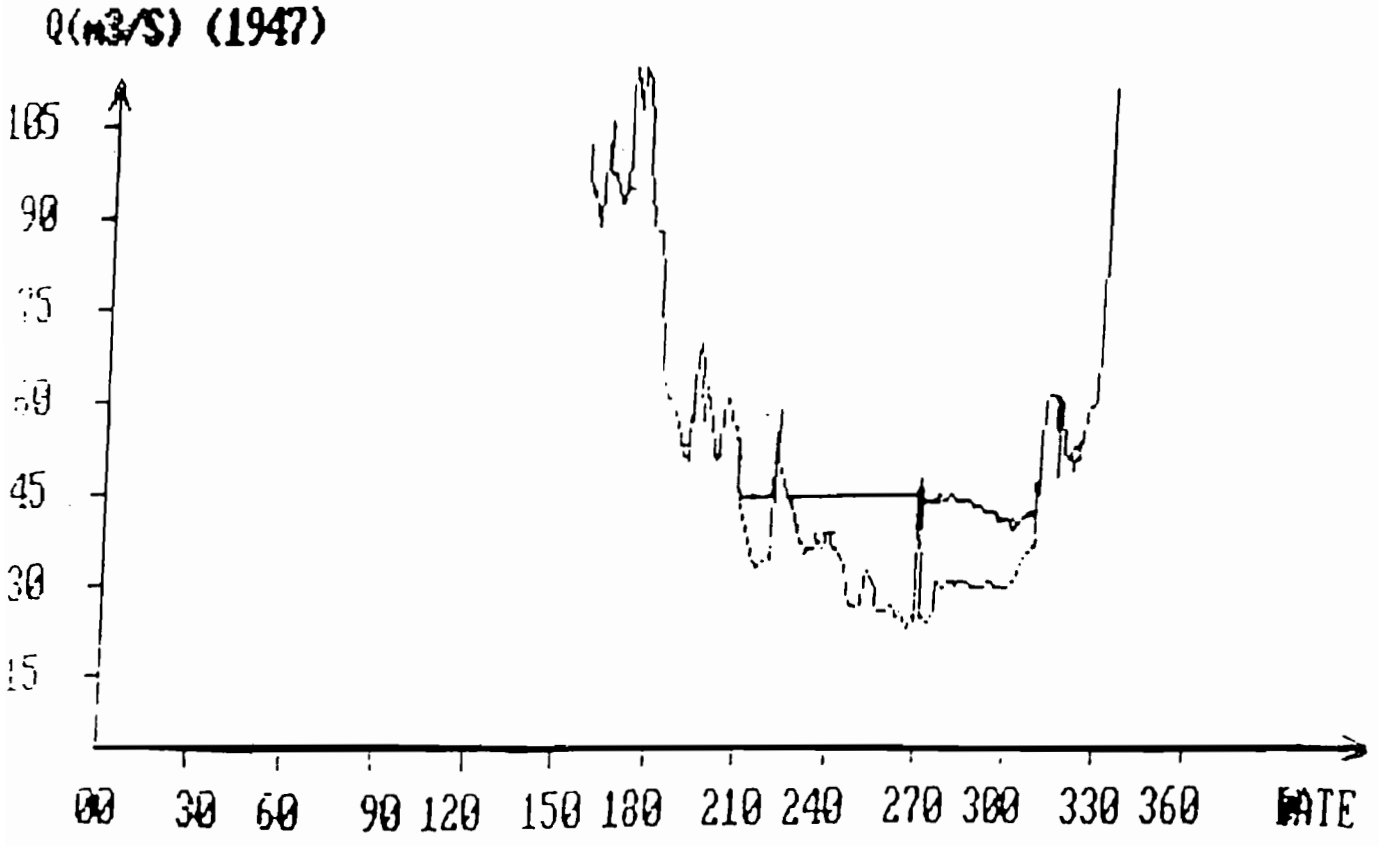

Q(m3/S) (1947)
105
90
45
30
15
00 30 60 90 120 150 180 210 240 270 300 330 360
DATE

FIG.81

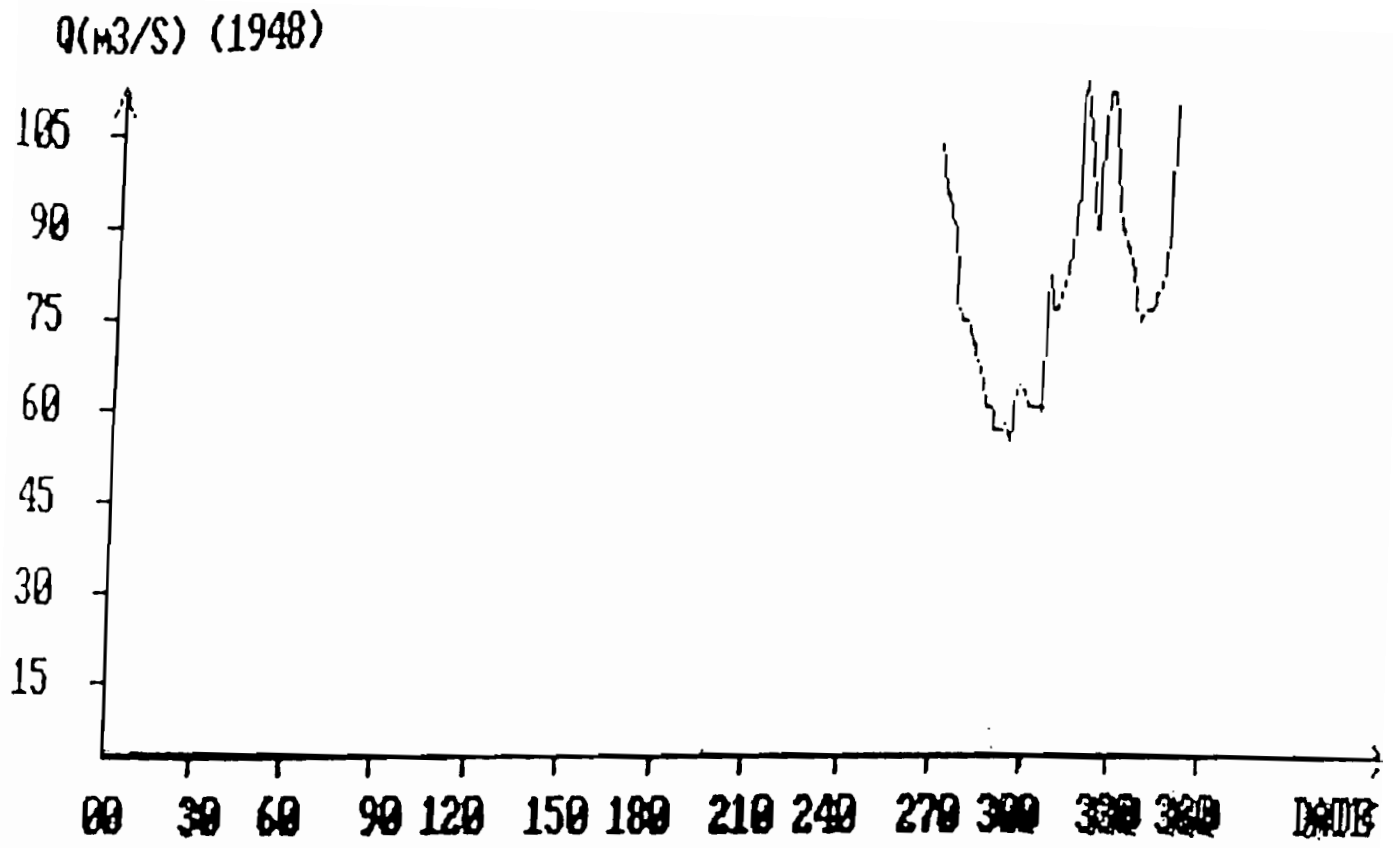

Q(M3/S) (1948)
105
90
75
60
45
30
15
00 30 60 90 120 150 180 210 240 270 300 330 360

FIG.82

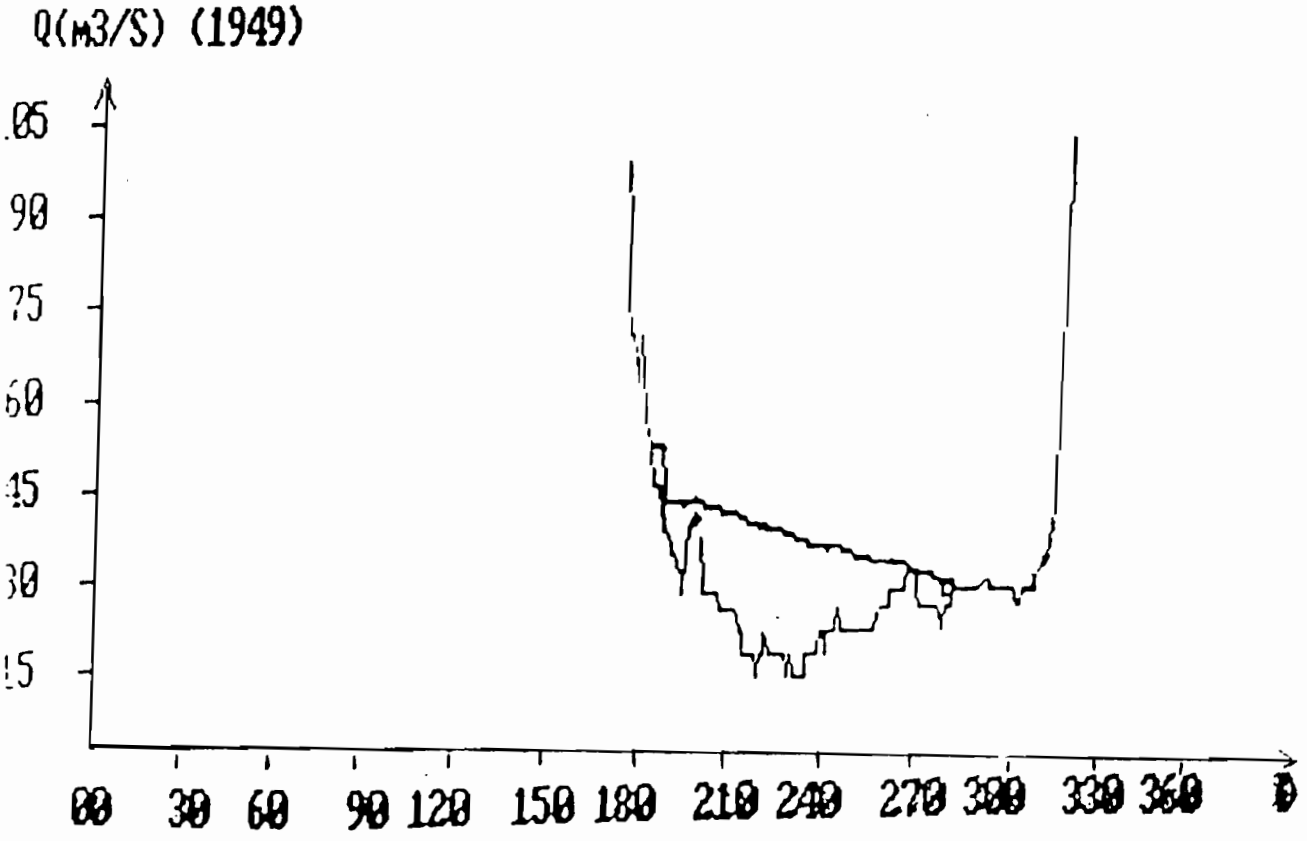

Q(M3/S) (1949)
.05
90
75
60
45
30
15
00 30 60 90 120 150 180 210 240 270 300 330 360

FIG.83

2. Comparaison entre la méthode proposée dans cette thèse et celle proposée par le LHM.

Les simulations de la gestion en temps réel pendant une période de 30 ans (de 1946 à 1975) ont été faites par la méthode proposée dans cette thèse et par celle proposée par le LHM. Les résultats sont respectivement indiqués dans les tableaux 22 et 23. Le tableau 24 montre la comparaison entre les deux méthodes pour les débits soutenus minimums classés.

Tableau 24

DEBIT SOUTENU MINIMAL CLASSE (m^3/s)	NOMBRE D'ANNEES	
	METHODE PROPOSEE DANS CETTE THESE	METHODE PROPOSEE PAR LE LHM
20-30	1	1
30-40	2	2
40-50	4	14
50-60	6	4
60-70	11	3
> 70	6	6

On peut y voir que pour les années très sèches et pour les années très humides, les résultats tirés par les deux méthodes sont identiques. En effet, pour la période très sèche, les débits en étiage ne peuvent pas être considérablement relevés et pour la période très humide, le soutien d'étiage n'est pas nécessaire. La différence entre les deux méthodes est liée aux années moyennes qui ne sont ni très sèches ni très humides. La méthode proposée dans cette thèse peut fournir plus d'eau pendant la période d'étiage pour les années moyennes. C'est aussi la raison pour laquelle dans son résultat (tableau 22) les lâchures hivernales sont moins abondantes que celles résultant (tableau 23) de la règle proposée par le LHM. Le débit soutenu en été à l'aval en est bénéficiaire.

Les figures 84, 85, 86, 87 montrent la comparaison entre les deux méthodes pour les hydrogrammes des débits soutenus pendant une période exceptionnelle dans l'histoire de la Loire (de 1946 à 1949). On peut y voir que pour la méthode proposée dans cette thèse, les oscillations de débits soutenus ont faibles amplitudes. C'est aussi important pour les besoins en eau à l'aval.

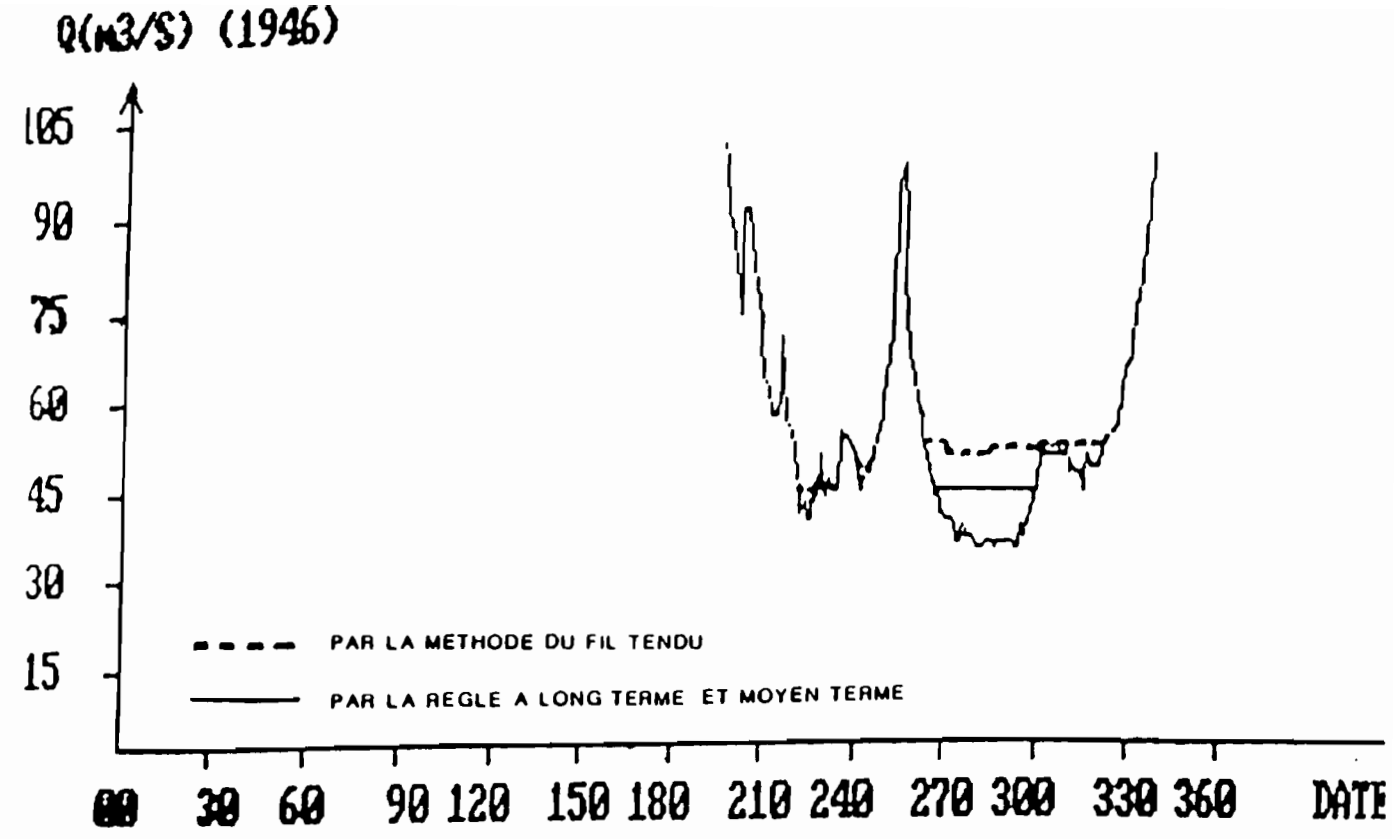

Q(m3/S) (1946)
105
90
75
60
45
30
15
PAR LA METHODE DU FIL TENDU
PAR LA REGLE A LONG TERME ET MOYEN TERME
00 30 60 90 120 150 180 210 240 270 300 330 360
DATE

FIG.84

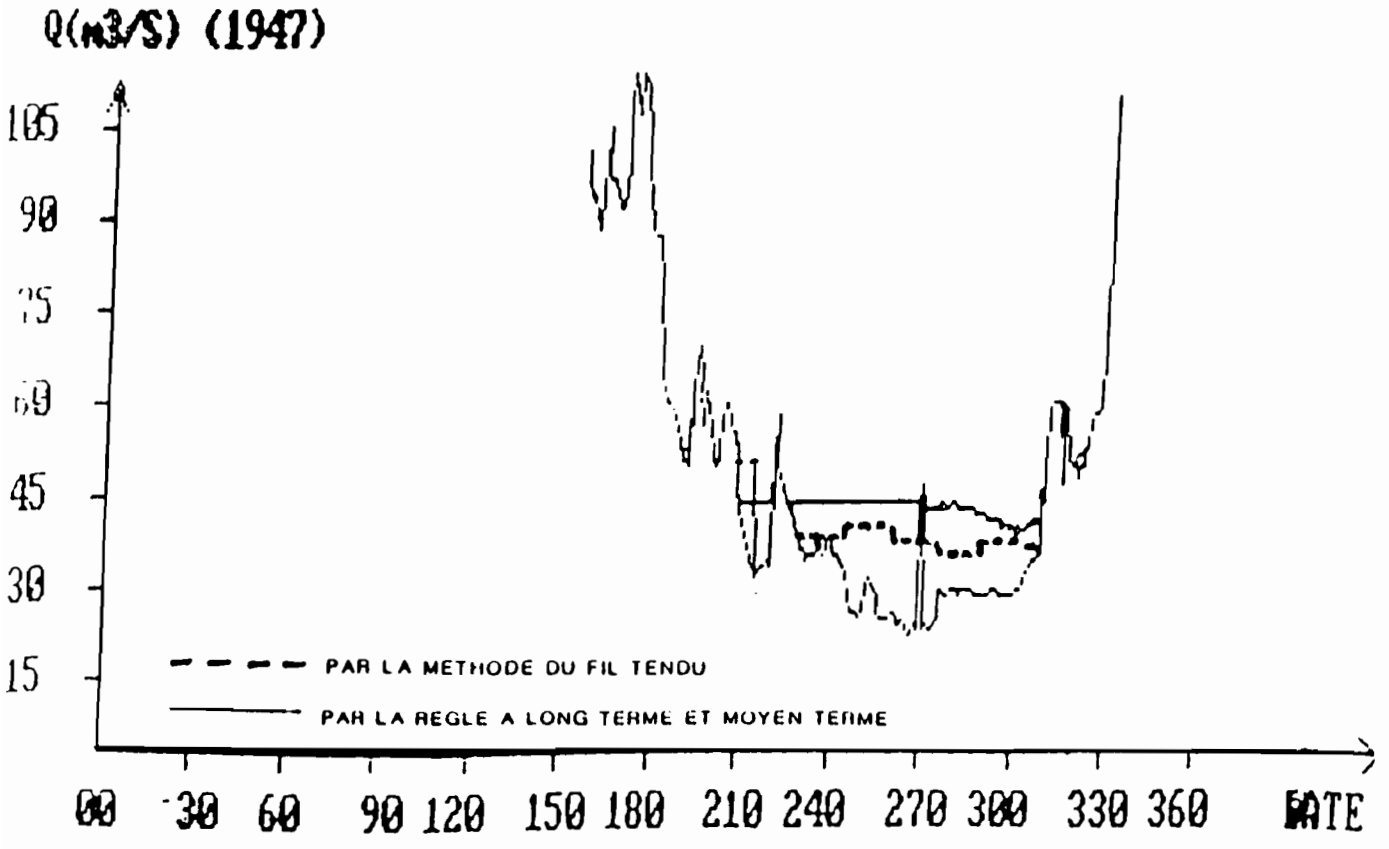

Q(m3/S) (1947)
105
90
75
60
45
30
15
PAR LA METHODE DU FIL TENDU
PAR LA REGLE A LONG TERME ET MOYEN TERME
00 30 60 90 120 150 180 210 240 270 300 330 360
DATE

FIG.85

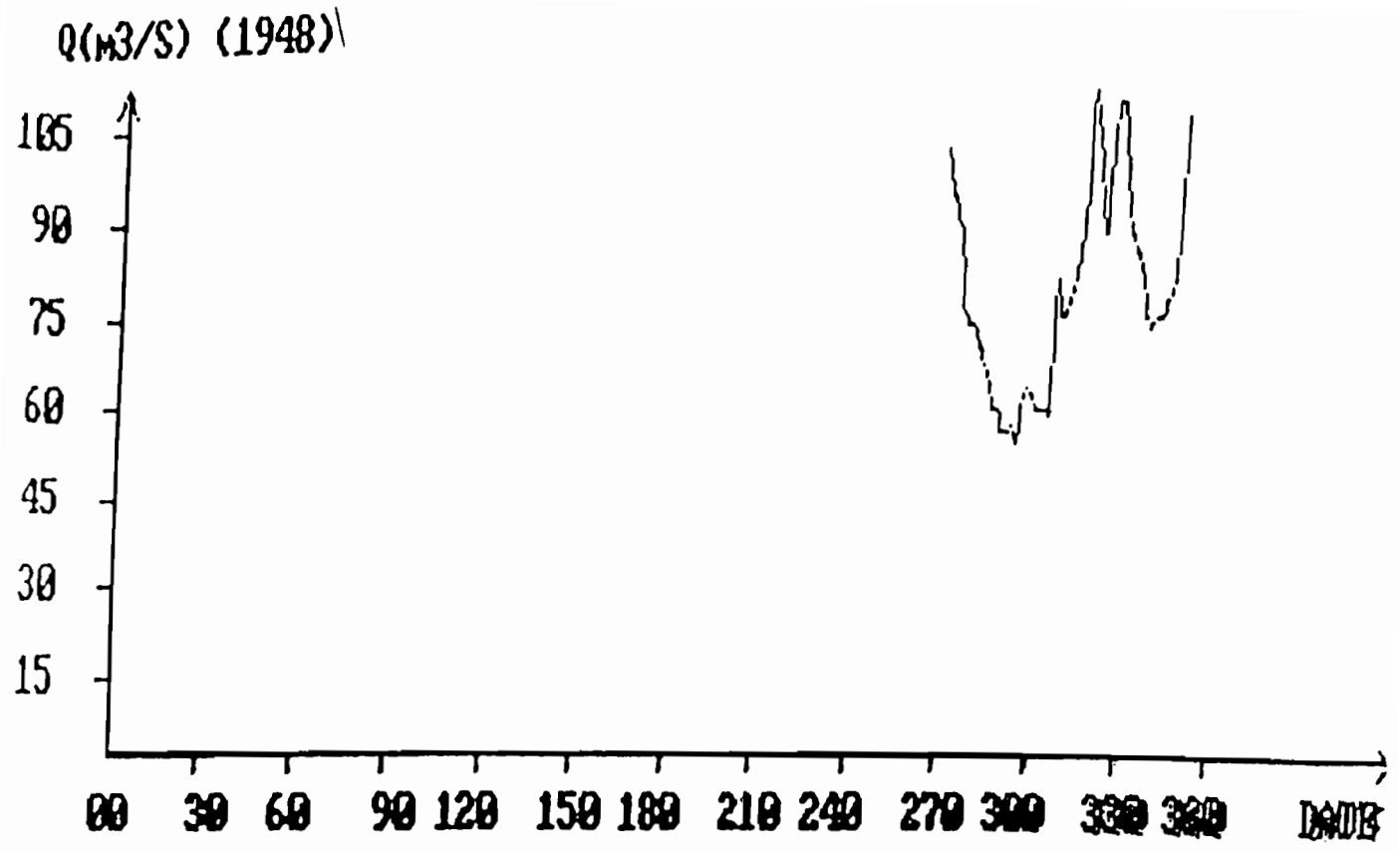

Q(M3/S) (1948)
105
90
75
60
45
30
15
00 30 60 90 120 150 180 210 240 270 300 330 360
DAUE

FIG.86

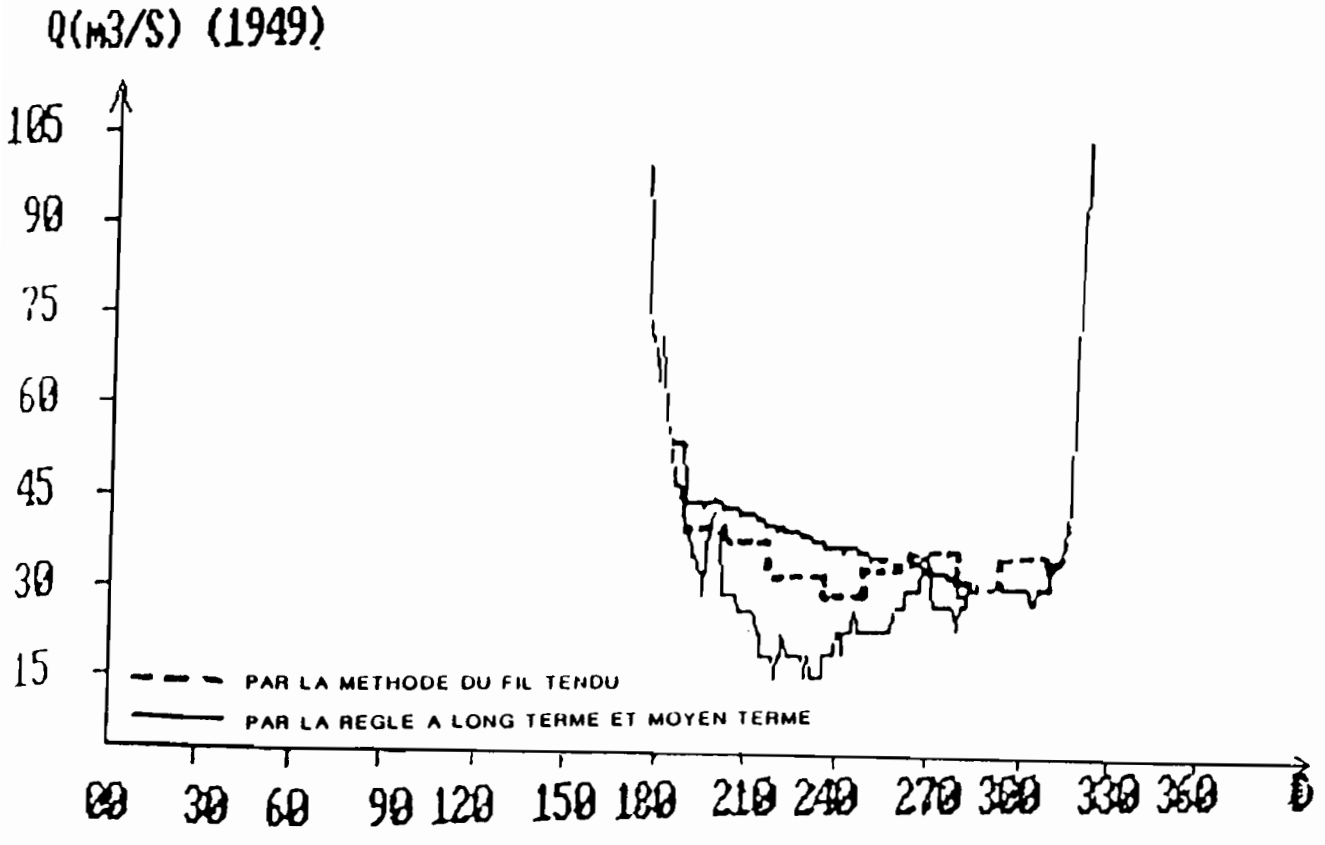

Q(M3/S) (1949)
105
90
75
60
45
30
15
PAR LA METHODE DU FIL TENDU
PAR LA REGLE A LONG TERME ET MOYEN TERME
00 30 60 90 120 150 180 210 240 270 300 330 360
D

FIG.87

Dans le résultat tiré par la règle proposée par le LHM (tableau 23) on peut constater qu'à la fin de la période d'étiage de l'année 1949, le stockage final du réservoir est négatif. Il signifie la défaillance de soutien. Mais dans le résultat tiré par la méthode proposée dans cette thèse, il n'y a pas de défaillance pendant ces 30 années.

Comme nous l'avons dit précédemment, l'application de la méthode proposée dans cette thèse pourrait être améliorée en affinant le choix, parmi l'échantillon des lâchures prévues, du rang de celle qu'on réalisera.

En résumé, pour les années très sèches ou très humides, les efficacités des deux règles sont identiques, mais pour les années moyennes, la règle proposée dans cette thèse semble plus performante.

Le but de la gestion pour le réservoir de Naussac est de relever les débits les plus faibles à Gien pendant la période d'étiage. De ce point de vue, les deux méthodes sont valables pour la gestion en temps réel de réservoirs.

CONCLUSION

La programmation de la méthode du fil tendu sur ordinateur redonne de la vitalité à cette ancienne méthode graphique.

Comme méthode informatique, elle peut être utilisée pour la gestion de réservoirs avec plusieurs contraintes, en avenir certain, en avenir incertain, et pour la gestion en temps réel.

Cette méthode a sa liaison théorique avec la programmation dynamique. En prenant en compte la série des contraintes, elle permet d'obtenir d'aussi bons résultats que la programmation dynamique pour la gestion en avenir certain. Mais son temps de calcul est beaucoup moins important que pour les autres méthodes, et diminue avec la taille du réservoir.

Cette méthode permet d'obtenir une meilleure précision parce qu'elle n'a pas de problème de choix, la solution est unique et optimale.

En connaissant l'avenir, l'éfficacité du soutien des étiages par la méthode du fil tendu atteint la limite supérieure (une limite théorique) du critère d'efficacité des règles obtenues par SMECA (soutien maximal des étiages connaissant l'avenir).

Comme pour d'autres méthodes qui nécessitent de simuler des scénarios d'apports et de prendre en compte une fonction coût, la méthode du fil tendu fonctionne aussi pour la gestion de réservoirs en avenir incertain.

En utilisant la méthode du fil tendu, une règle est proposée pour la gestion de réservoirs en temps réel. Pour le soutien en étiage, des années très sèches ou très humides, les résultats sont identiques à ceux auxquels conduit la méthode proposée par le LHM. Pour les années moyennes, les résultats sont plus satisfaisants.

Il faut noter que la règle que nous avons utilisée n'est pas encore optimale et que des recherches ultérieures pourraient conduire à en donner une meilleure définition.

L'application souple et rationnelle de la méthode du fil tendu est importante pour résoudre des problèmes différents. Il faut analyser un problème spécial dans une perspective spéciale. Le principe de cette méthode est simple, mais ses applications pratiques sont probablement innombrables.

Les résultats obtenus dans cette thèse montrent qu'il est important de continuer à développer cette méthode ancienne qui a encore beaucoup à apporter dans la gestion de réservoirs.

BIBLIOGRAPHIE

1. **H. VARLET**

"Barrages, Réservoirs" (Tome 1)
Eyrolles, 1966.

2. **V. KLEMES**

"Storage Mass-Curve Analysis in a Systems-Analytic Perspective".
Water Resources Research. Vol. 15, N° 2, 1979.

3. **R.E. BELLMAN ; S.E. DREYFUS**

"Applied Dynamique Programming", 1972.

4. **M. HUSSER**

"Un modèle stochastique de simulation de pluies et débits".
Rapport de stage HE/43/85-35 (LNH, EDF), 1985.

5. **ZHAO RENJING**

"Simulation hydrologique de bassins versants".
Ressources en eau, Chine, 1984.

6. **C. RIOU**

"La détermination pratique de l'évaporation" (Application à l'Afrique Centrale).
Mémoires ORSTOM, 1975.

7. **Y. BRUNET-MORET**

"Etude de quelques lois statistiques utilisées en Hydrologie".
Cah. ORSTOM. Sér. HYDROL. Vol. VI, N° 3, 1969.

8. **C. BOCQUILLON ; J.M. MASSON**

"Recherche d'une politique de gestion des stocks d'eau de barrages-réservoirs en vue de soutenir les étiages".
(Utilisation d'un modèle alterné annuel apports-déficits pour la recherche des conditions de gestion).
Journal of Hydrology 60, 1983.

9. **C. BOCQUILLON ; J.M. MASSON**

"Recherche d'une politique de gestion des stocks d'eau de barrages-réservoirs en vue de soutenir les étiages".
(Elaboration d'un modèle alterné annuel apports-déficits).
Journal of Hydrology 60, 1983.

10. **J.M. BELLOSTAS ; C. BOCQUILLON ; J.M. MASSON ; J. SAURIN ; Y. TREVISOL**

"Cadre et sensibilité d'une gestion interannuelle du réservoir de Naussac (1ère phase) vis-à-vis du soutien des étiages en Gien".
(Méthodologie pour la recherche et la mise au point des règles de gestion à long terme et moyen terme).
Rapport 4°/78 -LHM, 1979.

11. **P. RIBSTEIN**

"Loi des fuites".
Cah. ORSTOM. Sér. HYDROL. Vol. XX, N° 2, 1983.

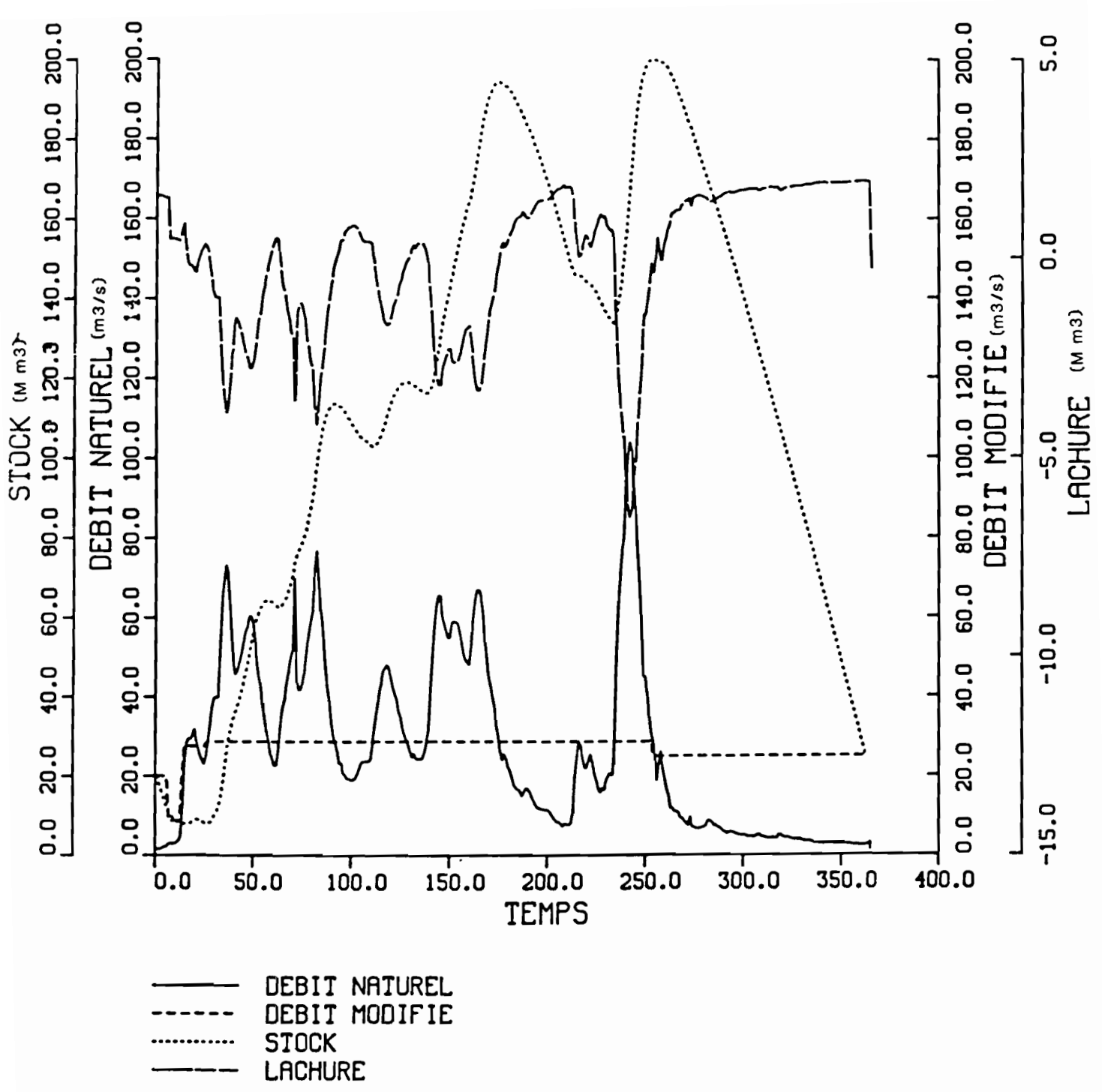
12. **LI JIREN**

"La gestion du réservoir pour l'apport certain par la méthode du fil tendu.
Rapport de stage HE/40/86-02 (LNH, EDF), 1986.

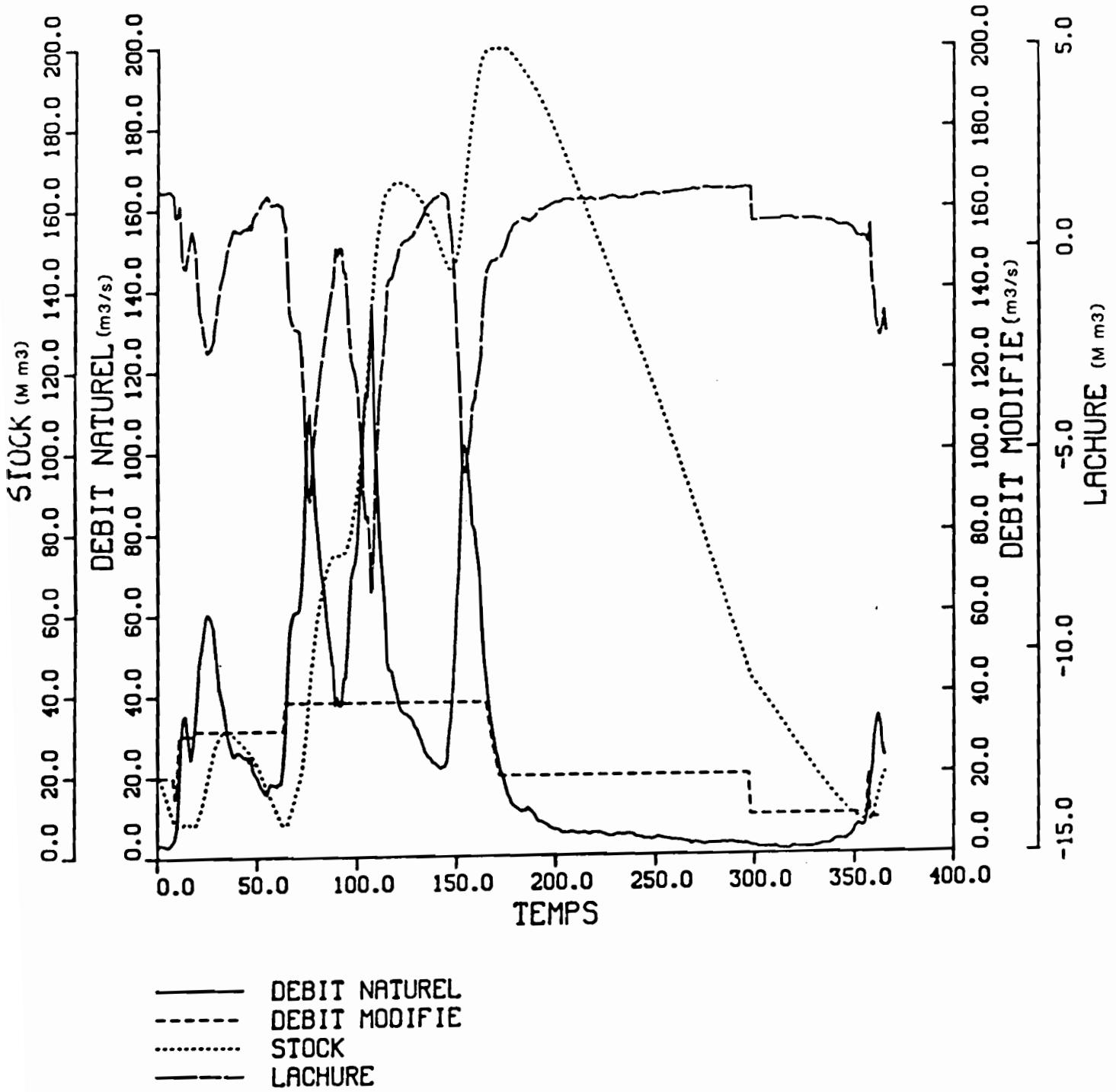
13. **LI JIREN**

"Etude de la méthode pour calculer l'évapotranpiration de bassins versants".
Hydrology, vol. 12, 1983.

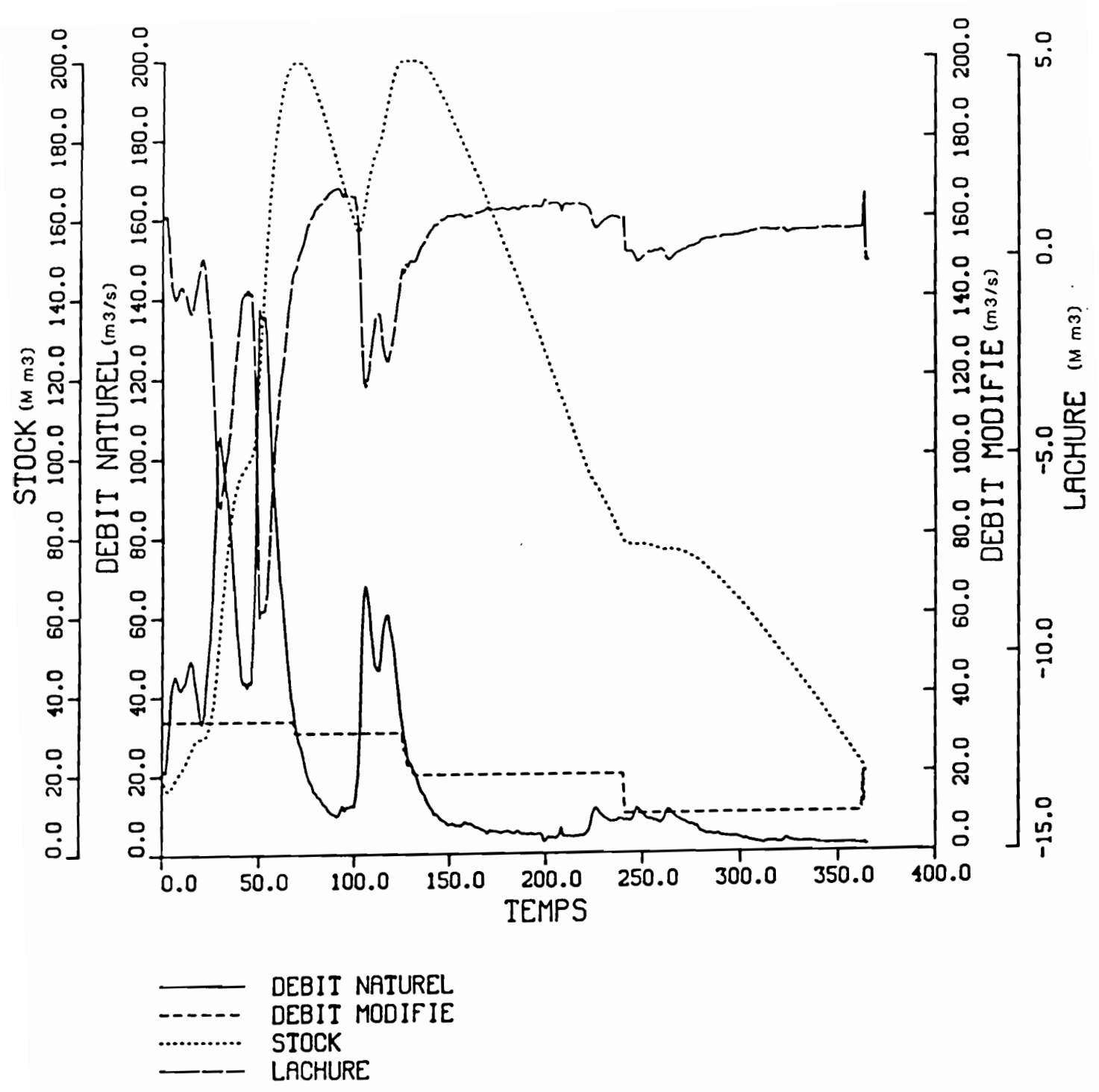
ANNEXE A



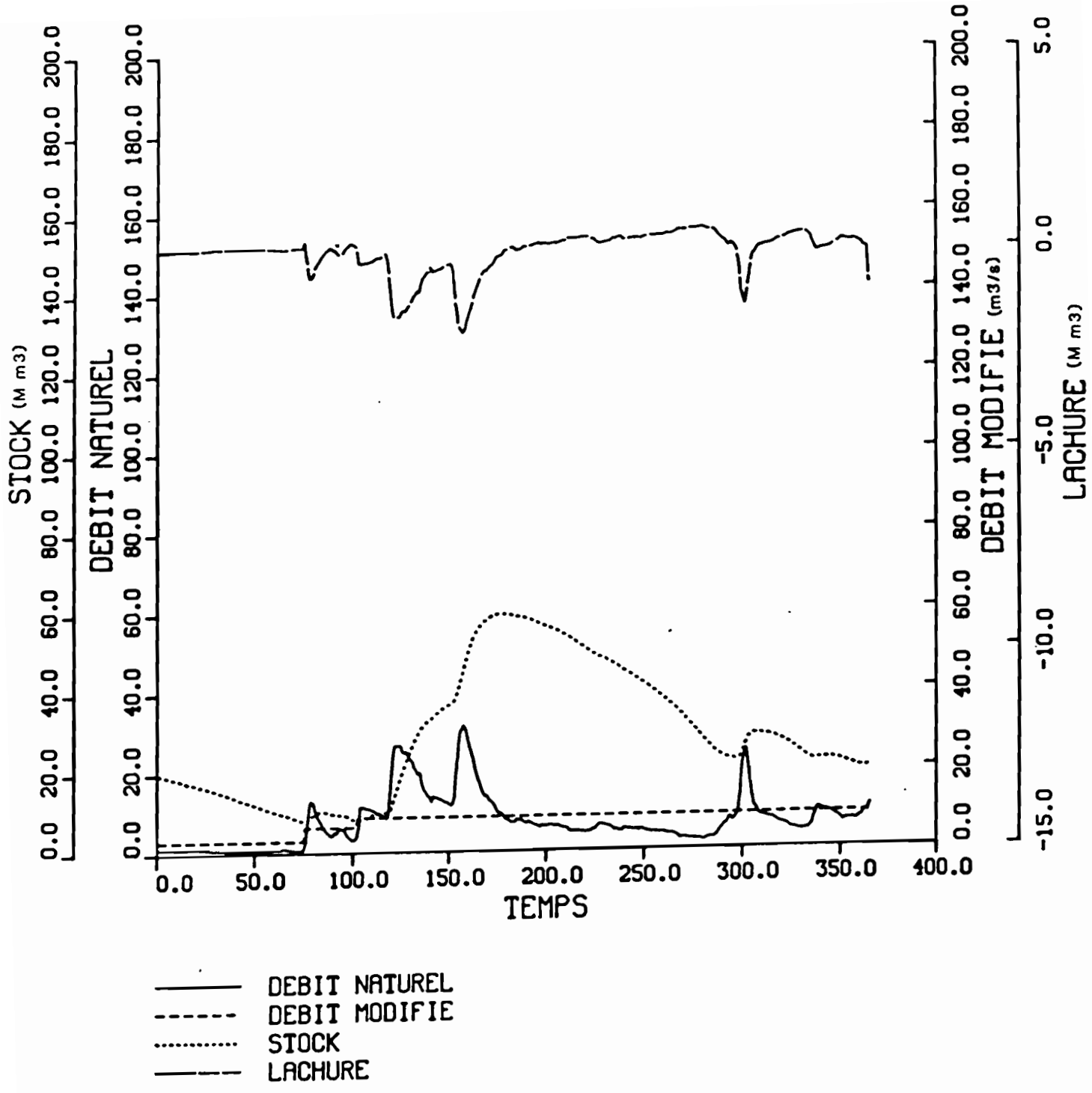
FIL TENDU (1950 – 1951)



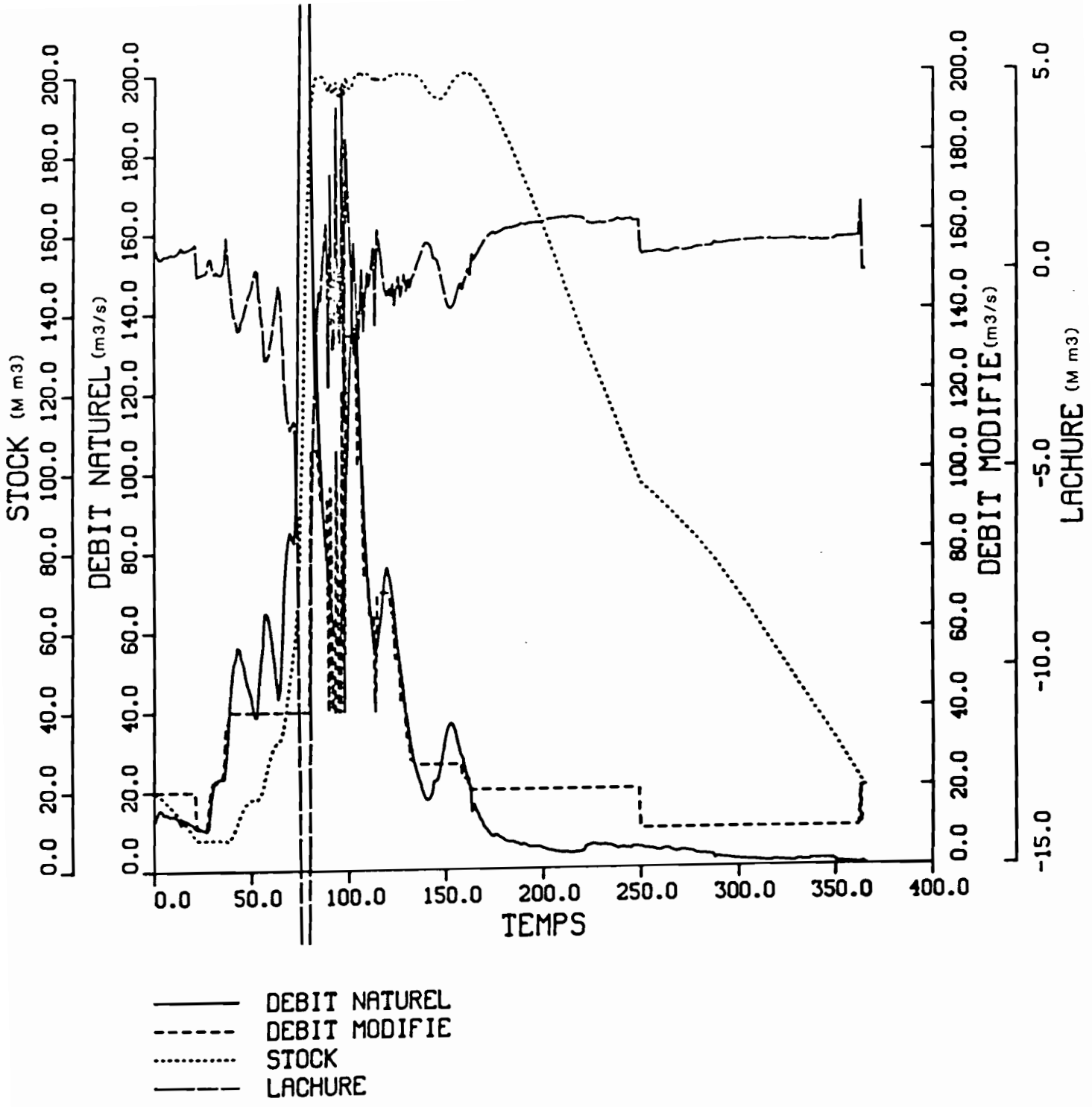
FIL TENDU (1951 – 1952)



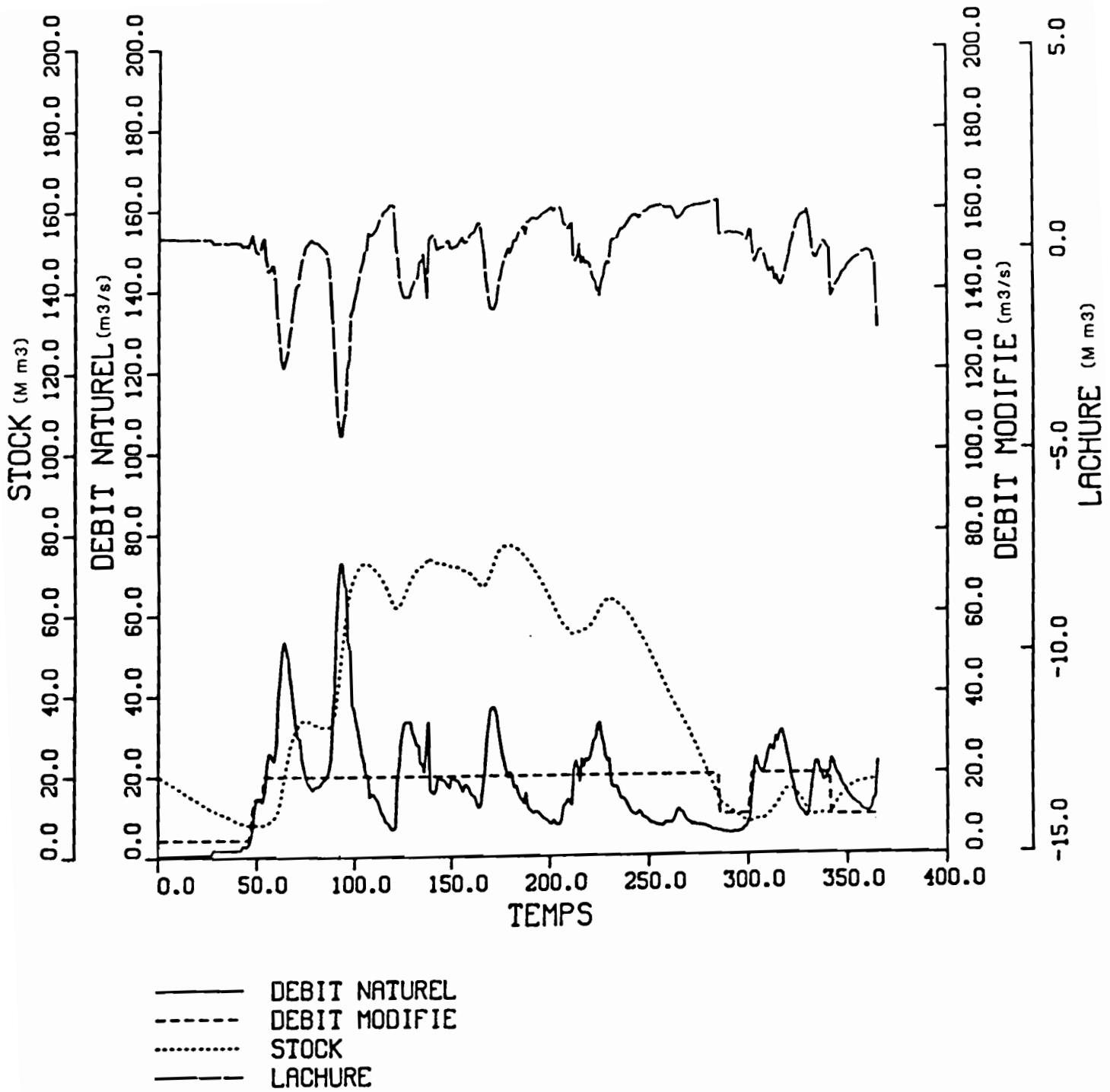
FIL TENDU (1952 – 1953)



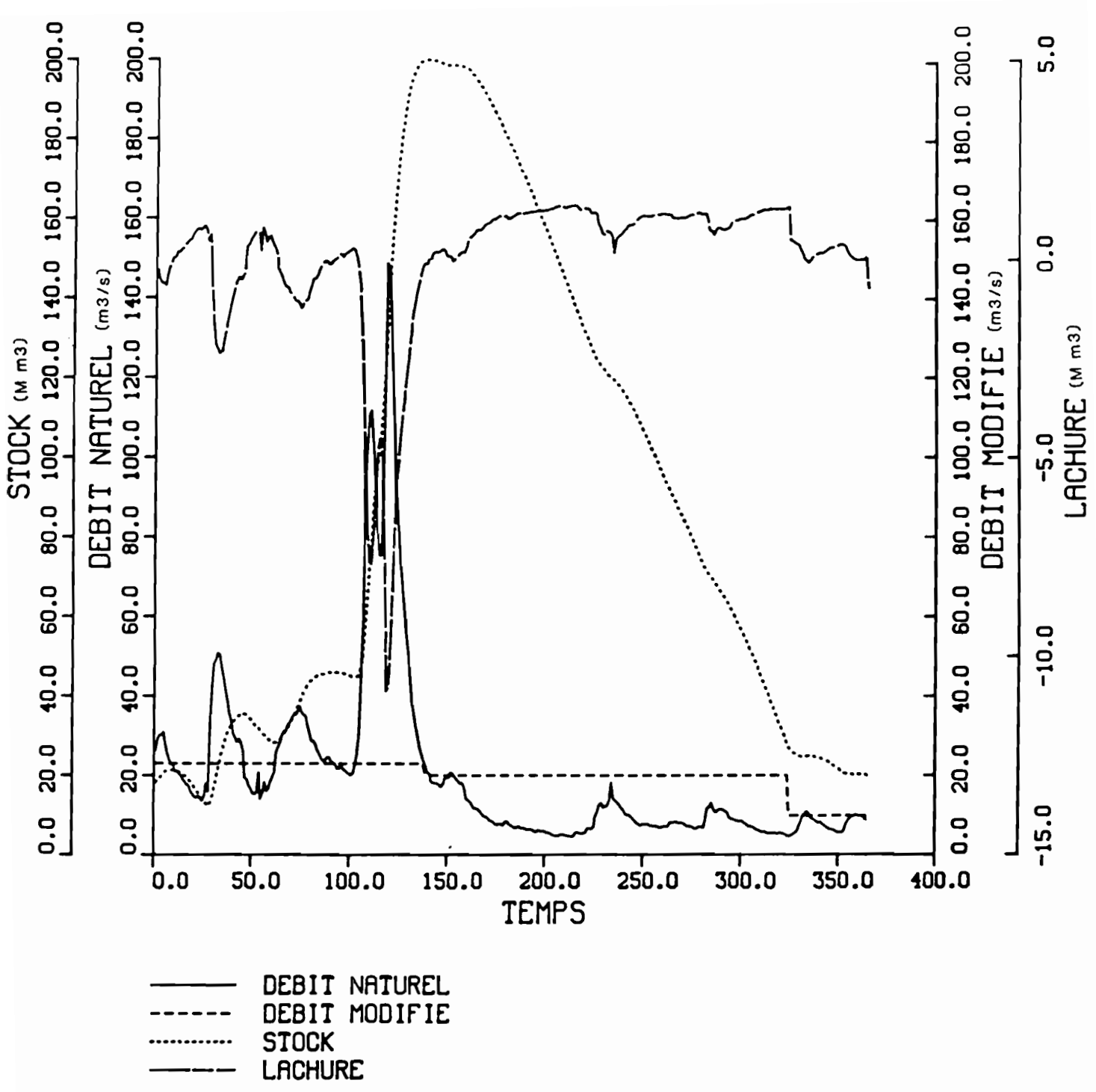
FIL TENDU (1953 – 1954)



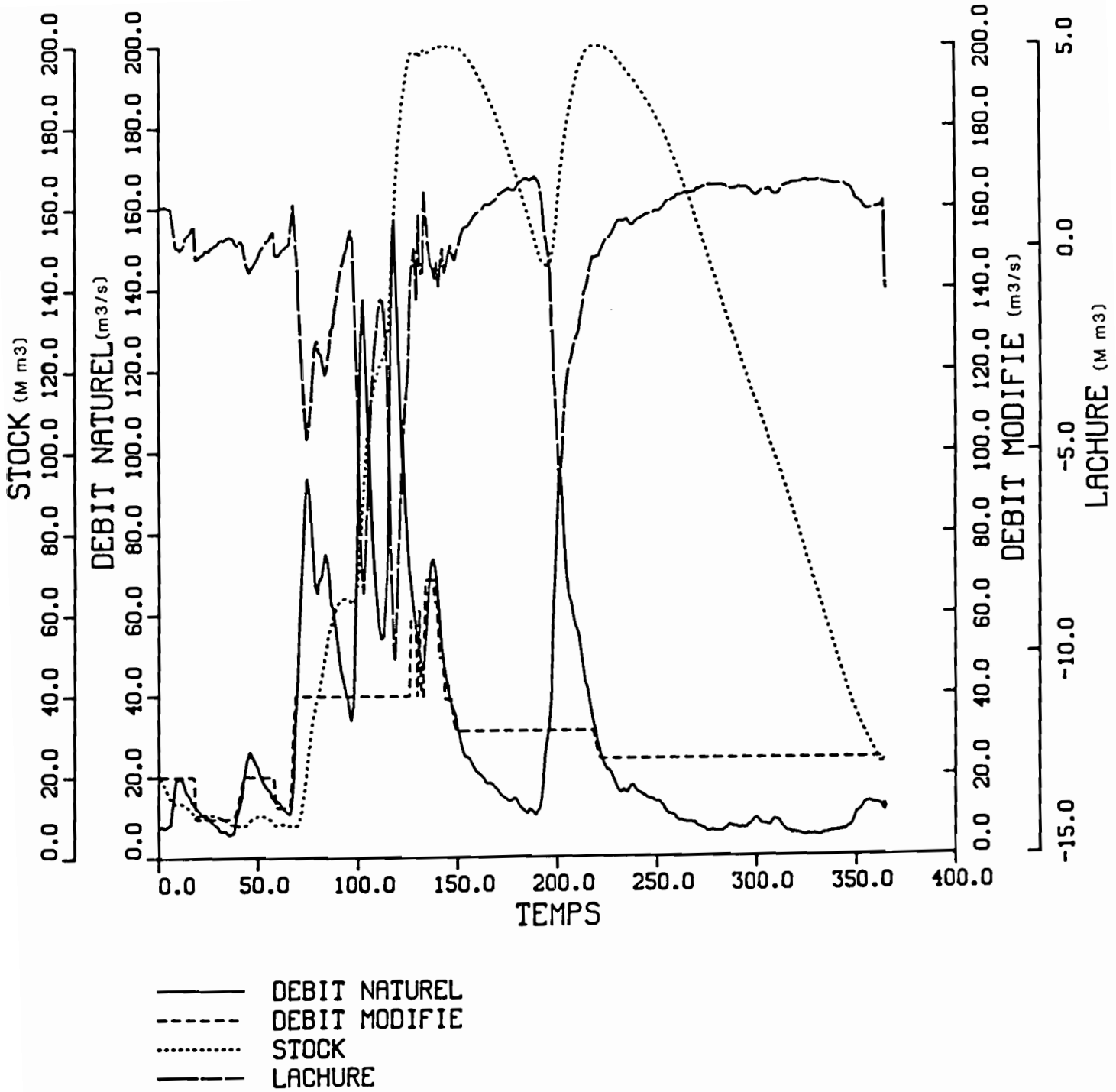
FIL TENDU (1954 – 1955)



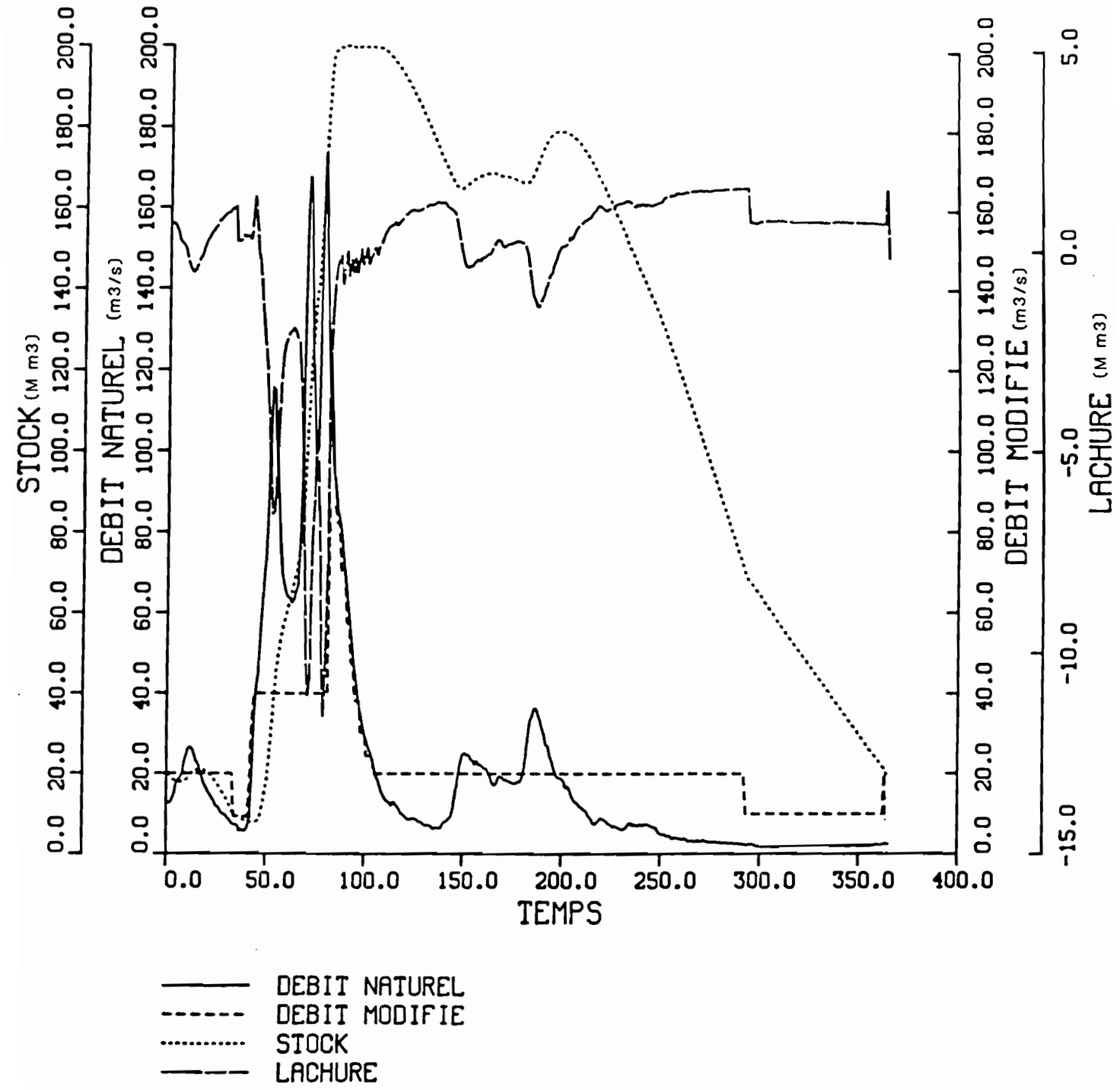
FIL TENDU (1955 – 1956)



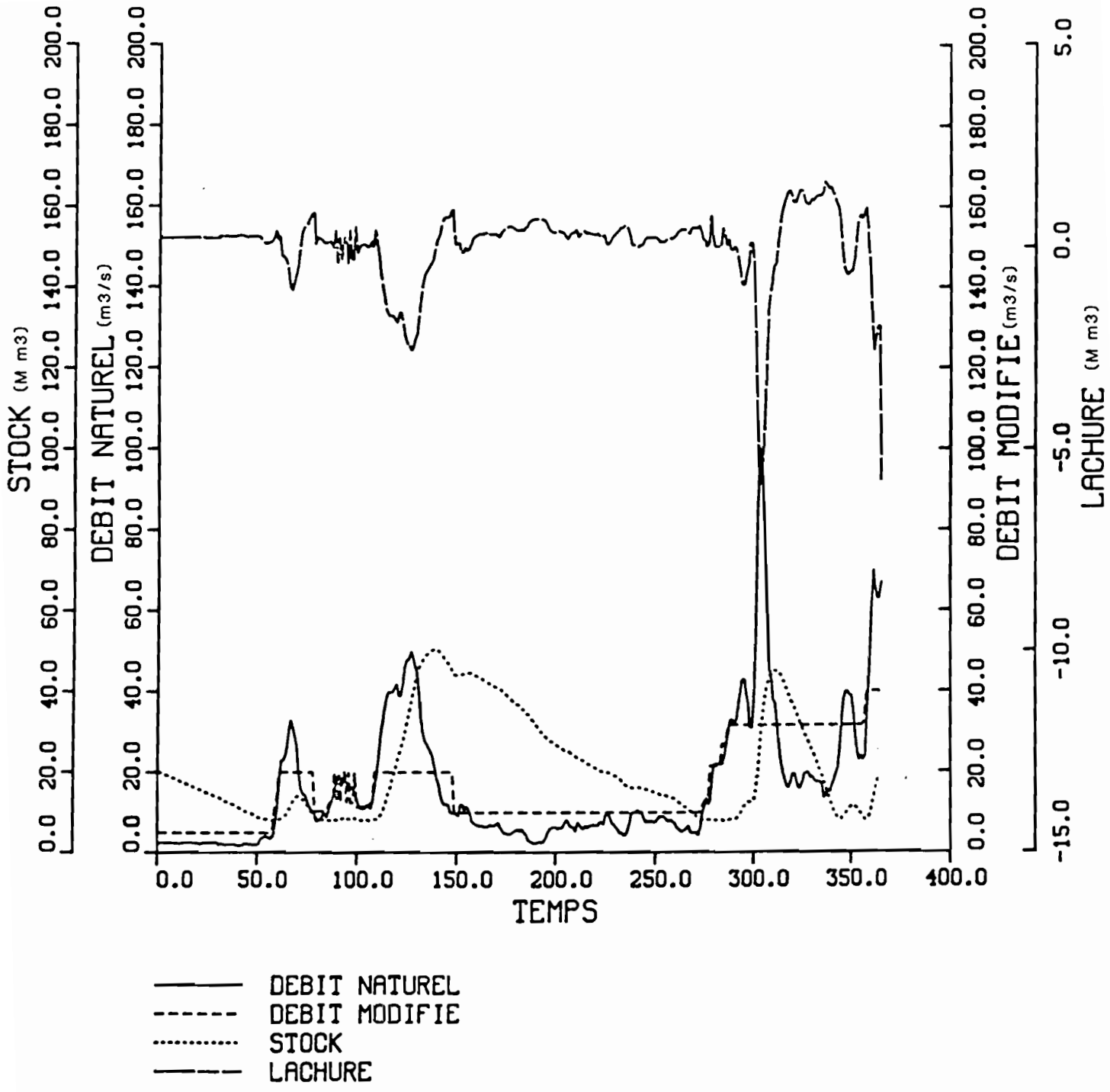
FIL TENDU (1956 – 1957)



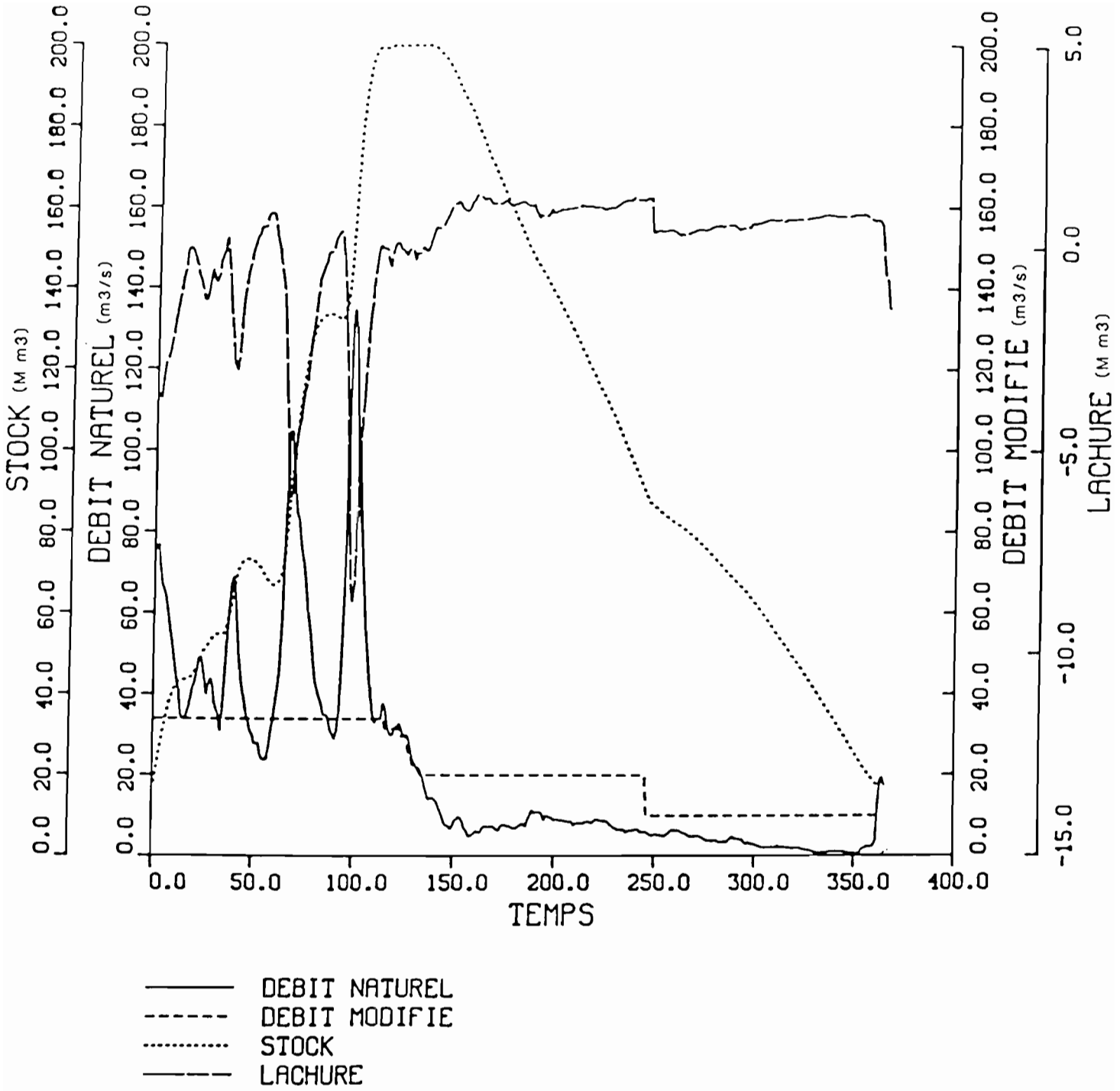
FIL TENDU (1957 – 1958)



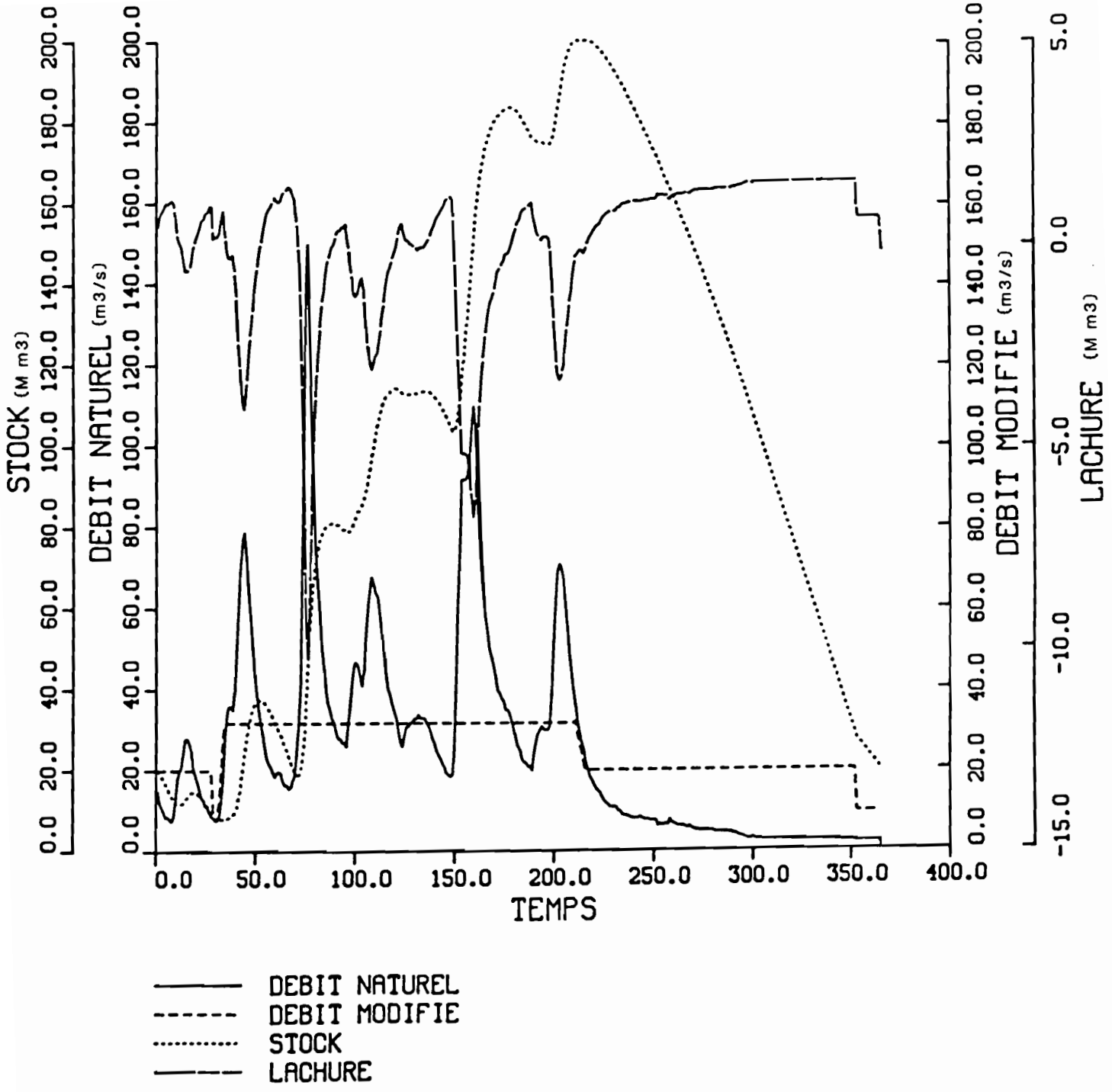
FIL TENDU (1958 – 1959)



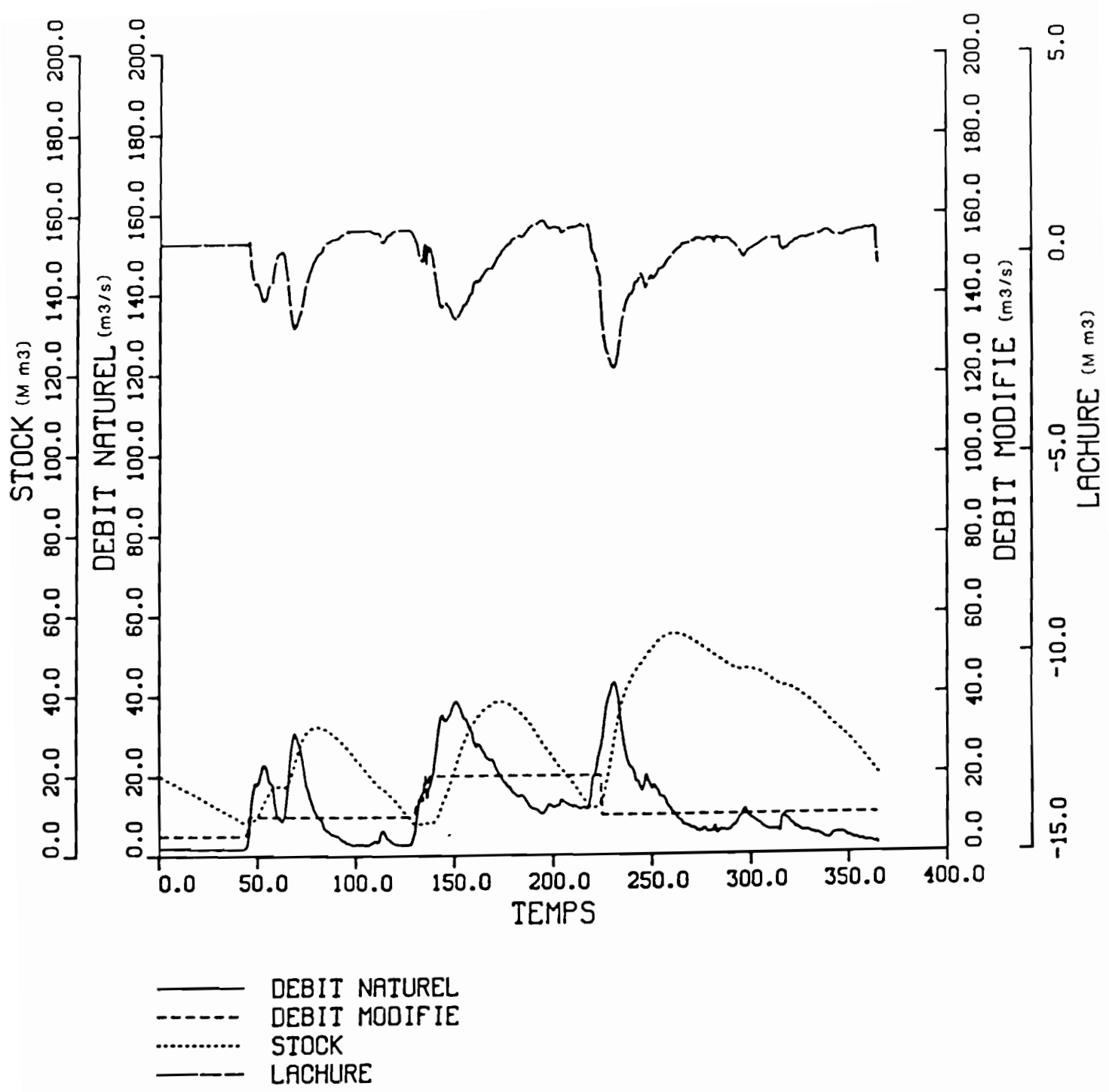
FIL TENDU (1959 – 1960)



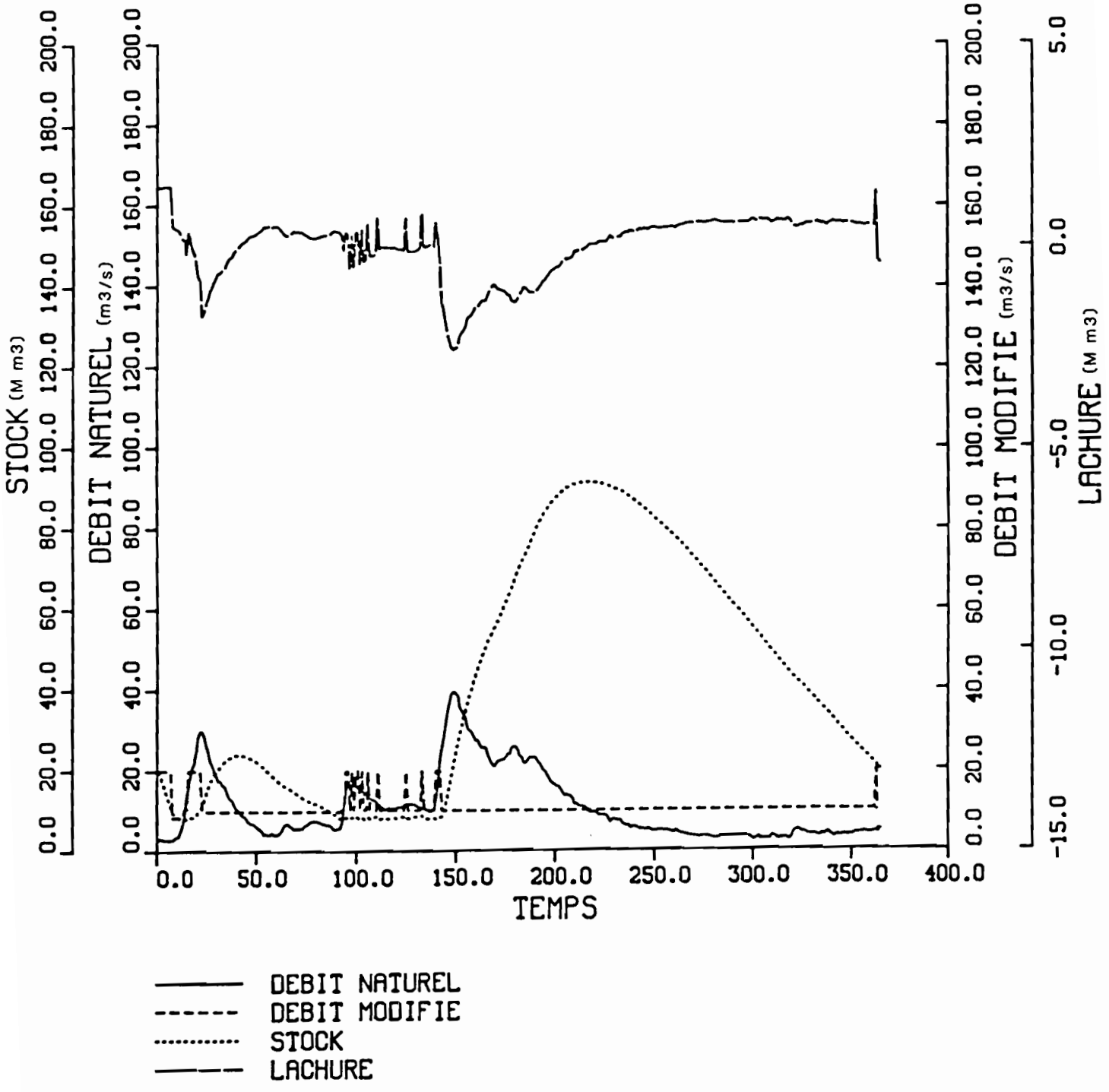
FIL TENDU (1966 - 1961)



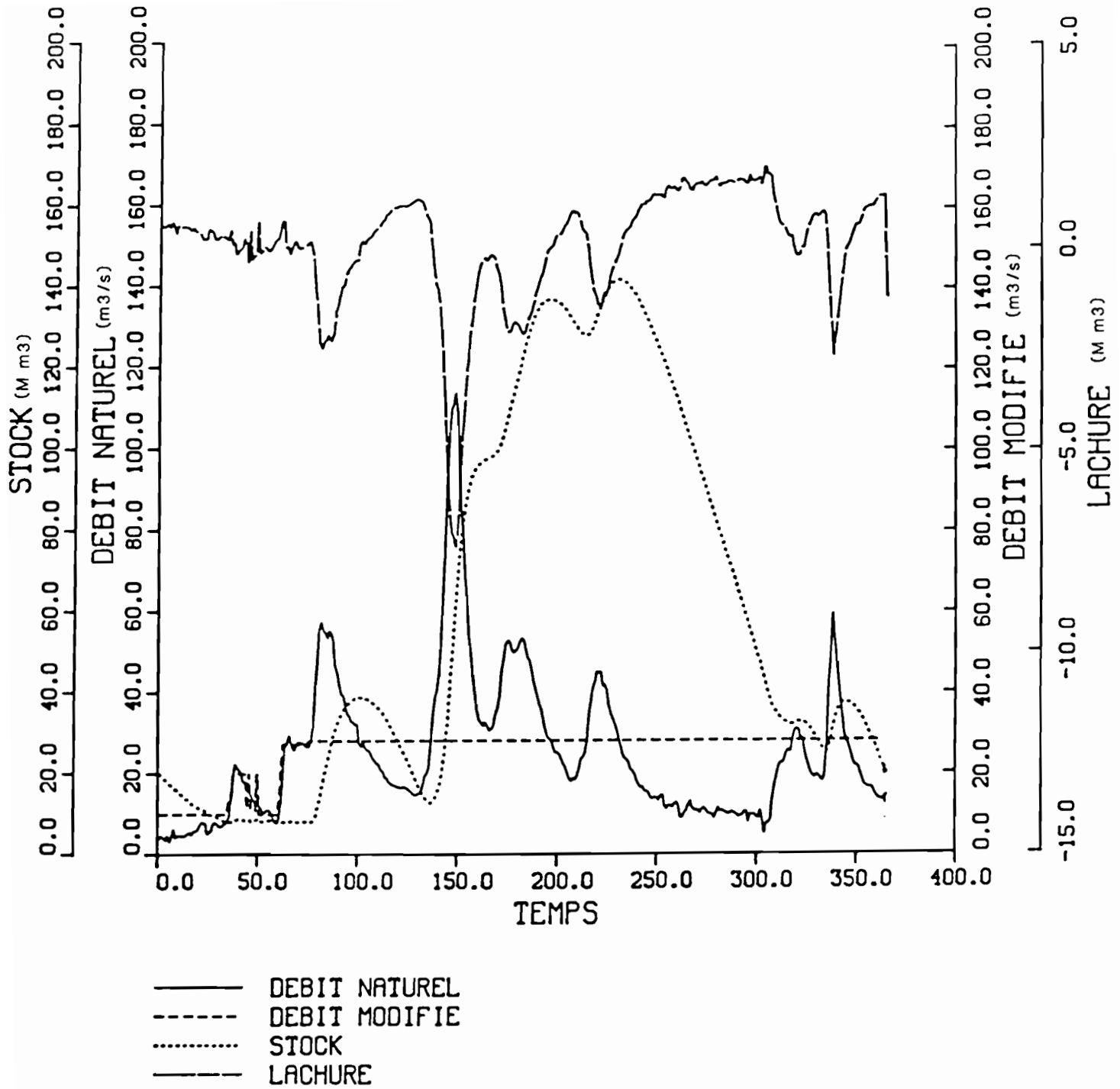
FIL TENDU (1961 – 1962)



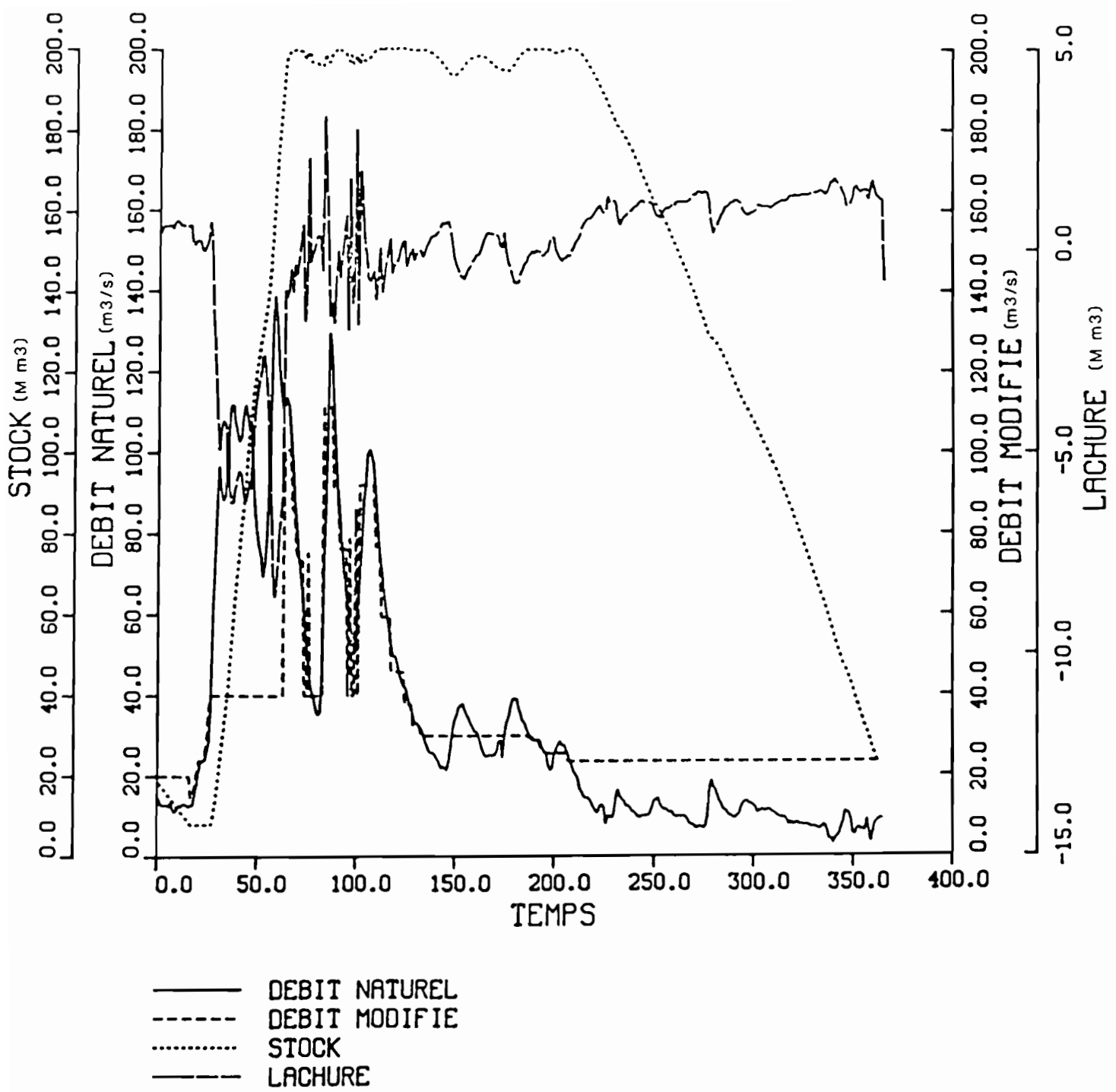
FIL TENDU (1962 – 1963)



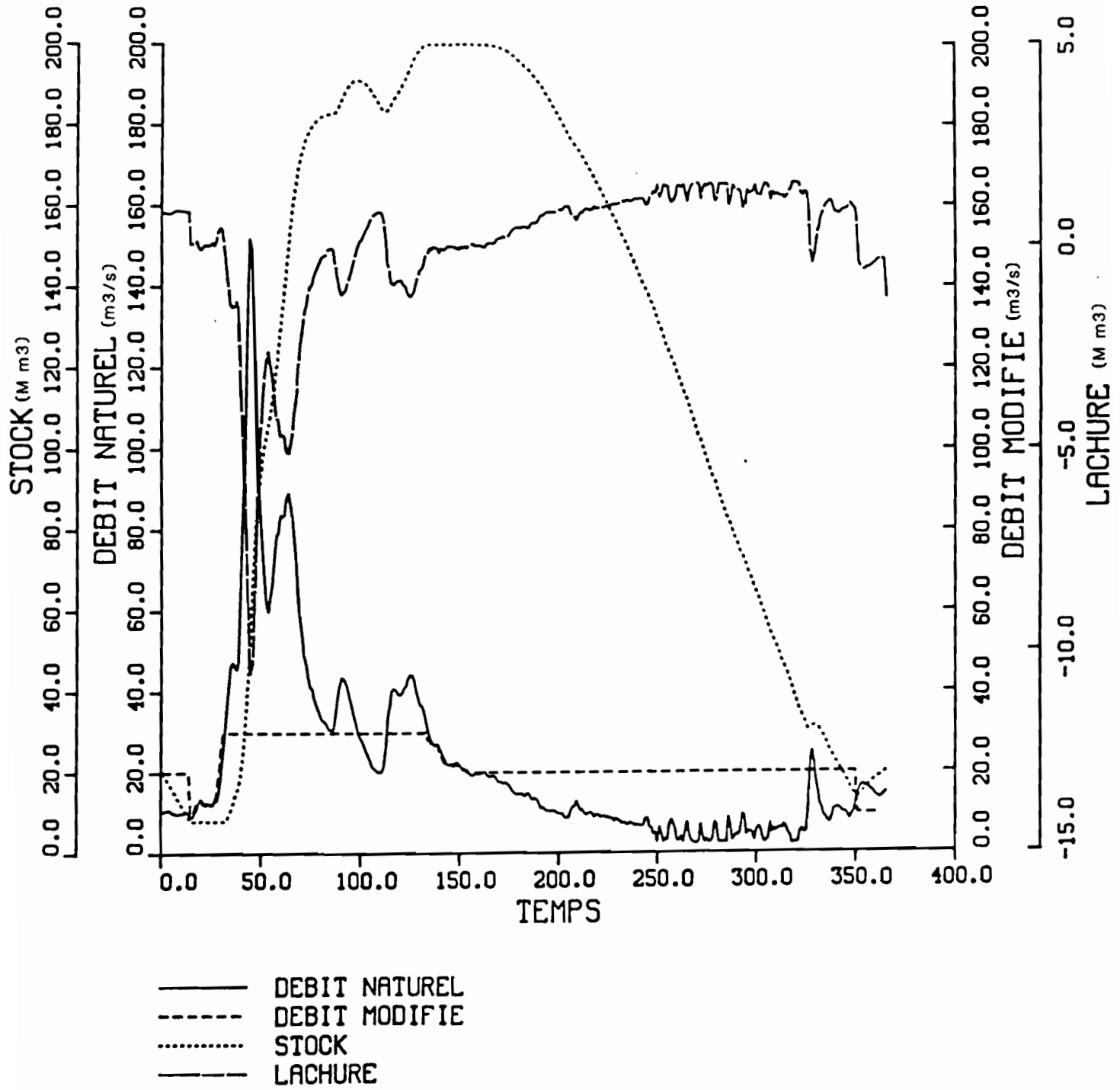
FIL TENDU (1963 – 1964)



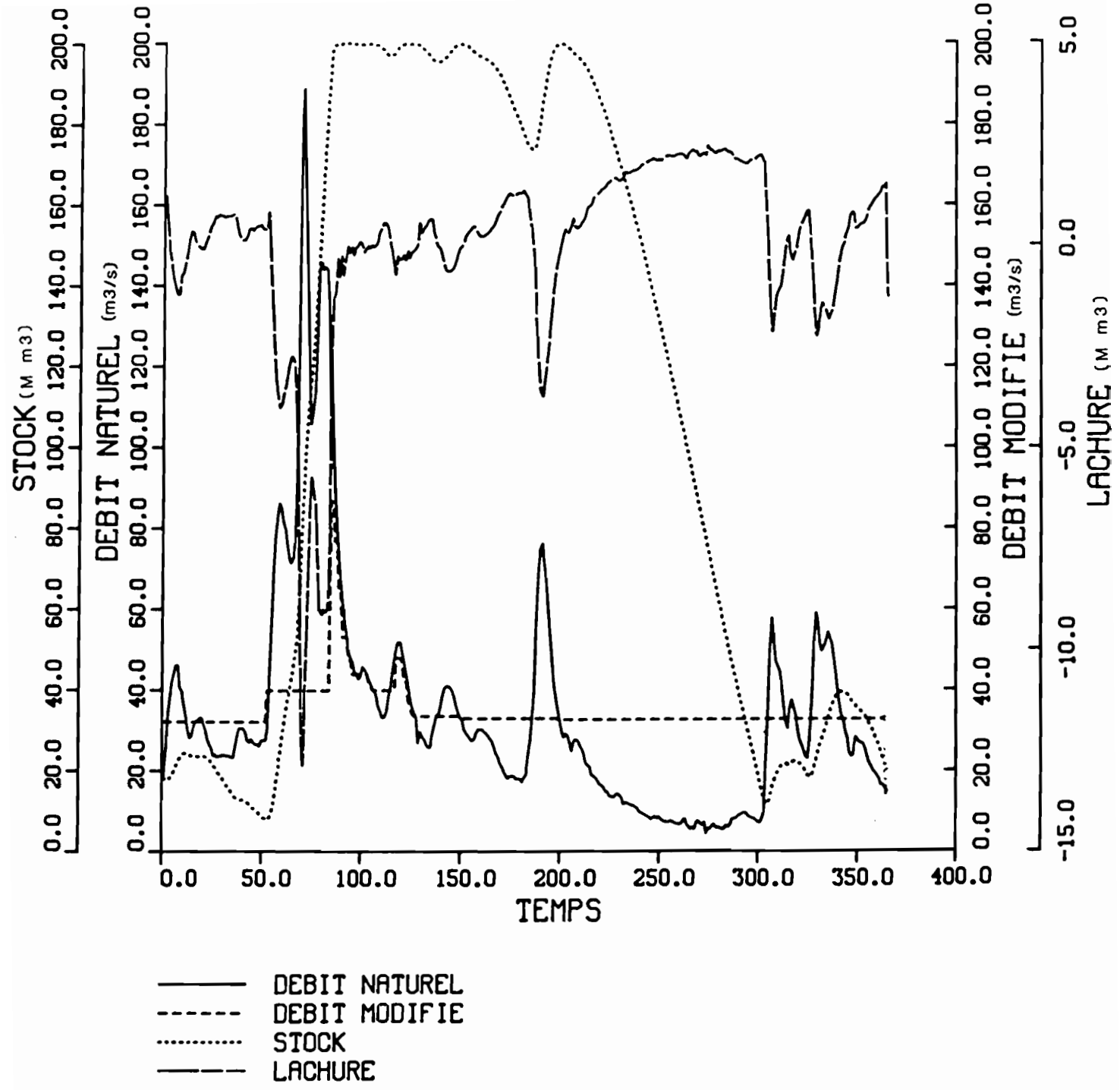
FIL TENDU (1964 - 1965)



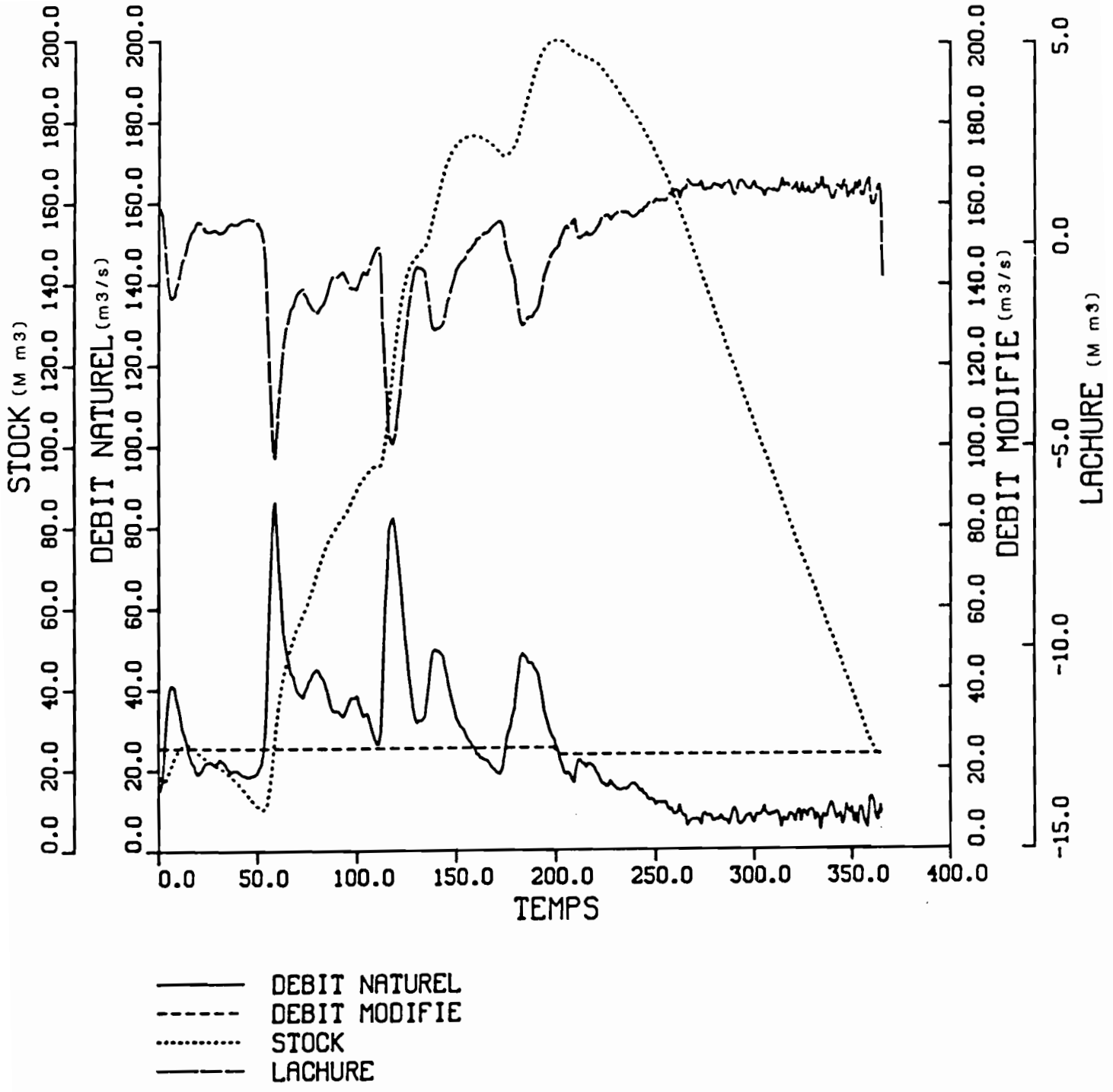
FIL TENDU (1965 – 1966)



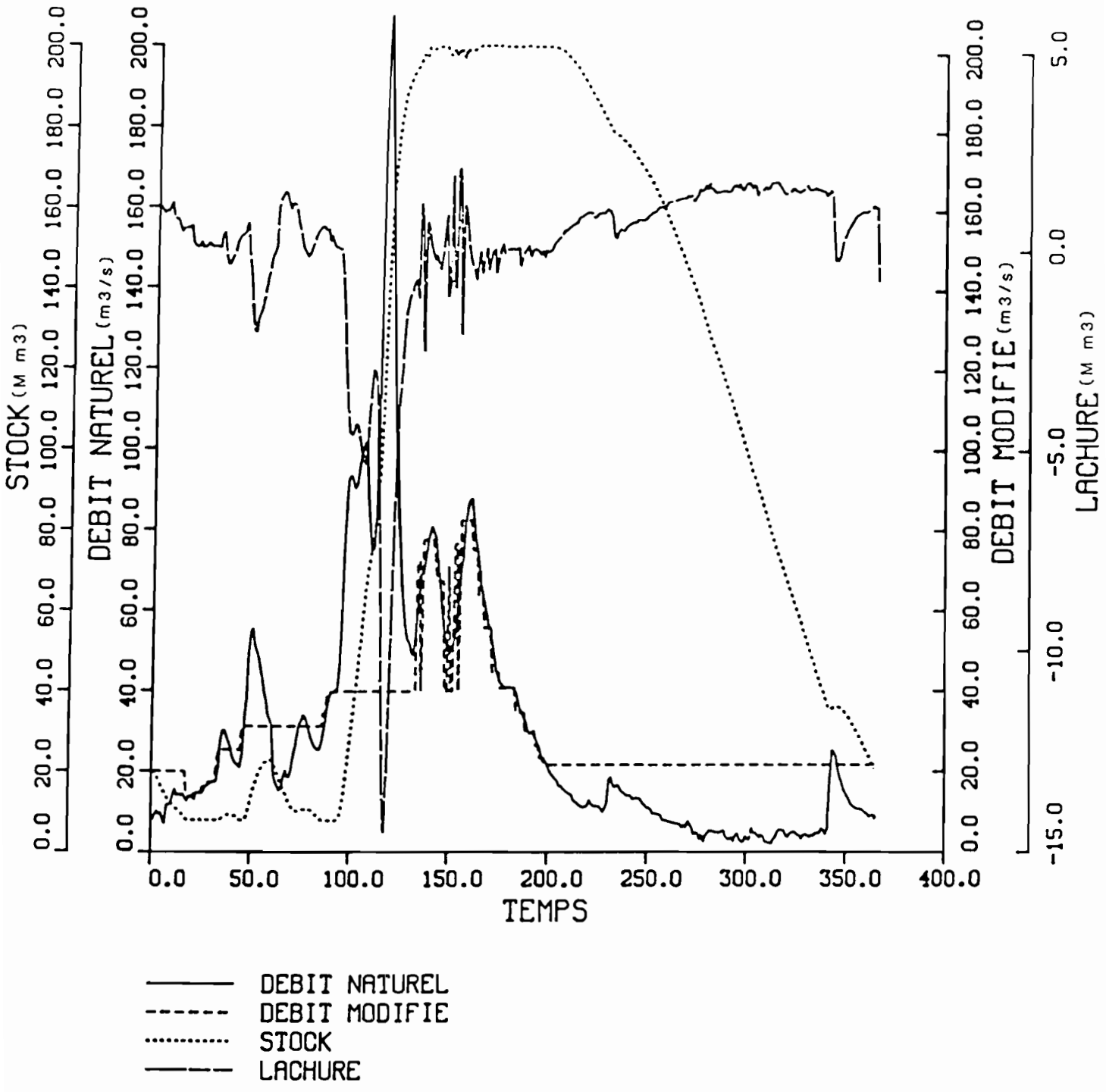
FIL TENDU (1966 – 1967)



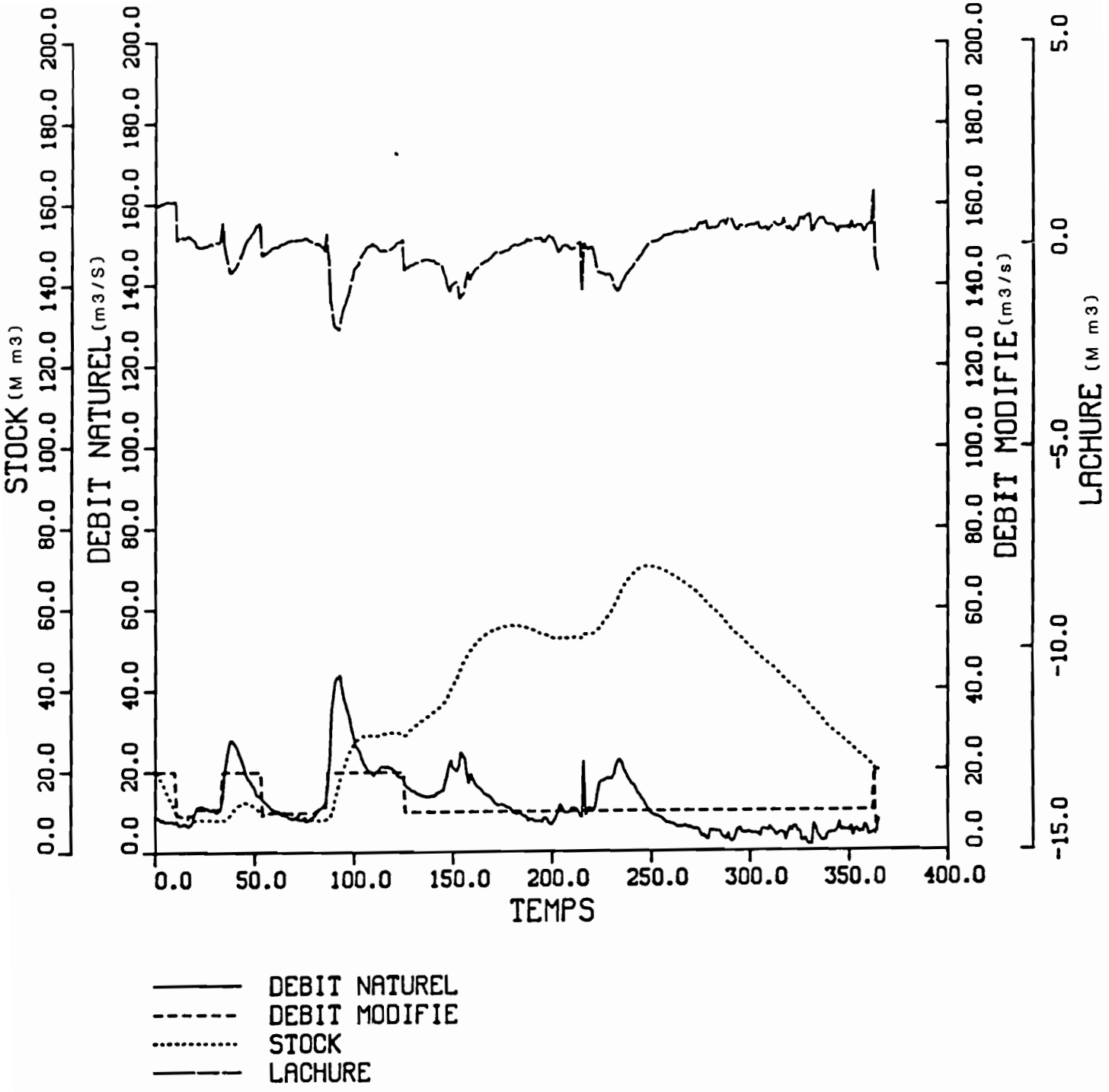
FIL TENDU (1967 – 1968)



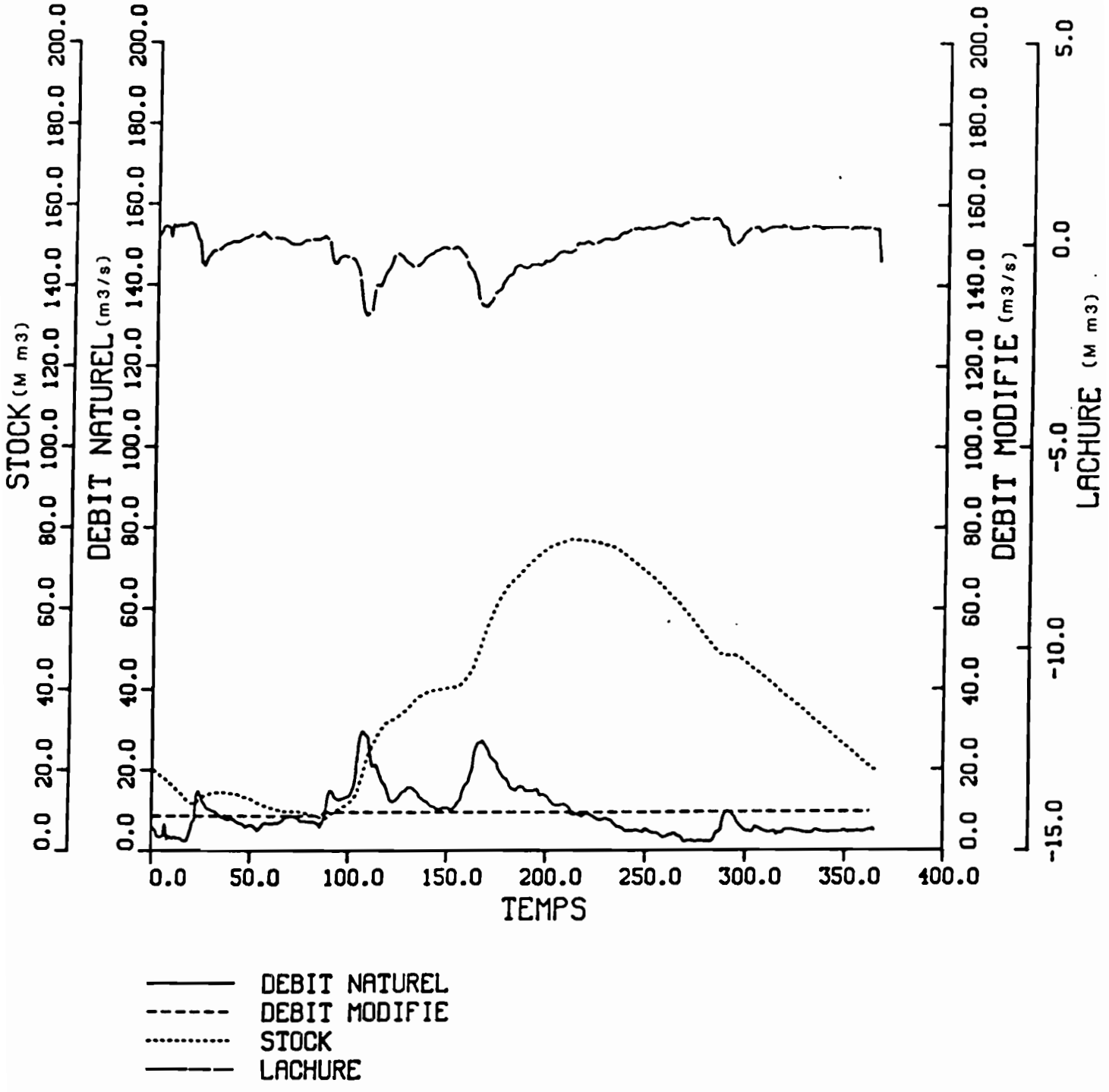
FIL TENDU (1968 – 1969)



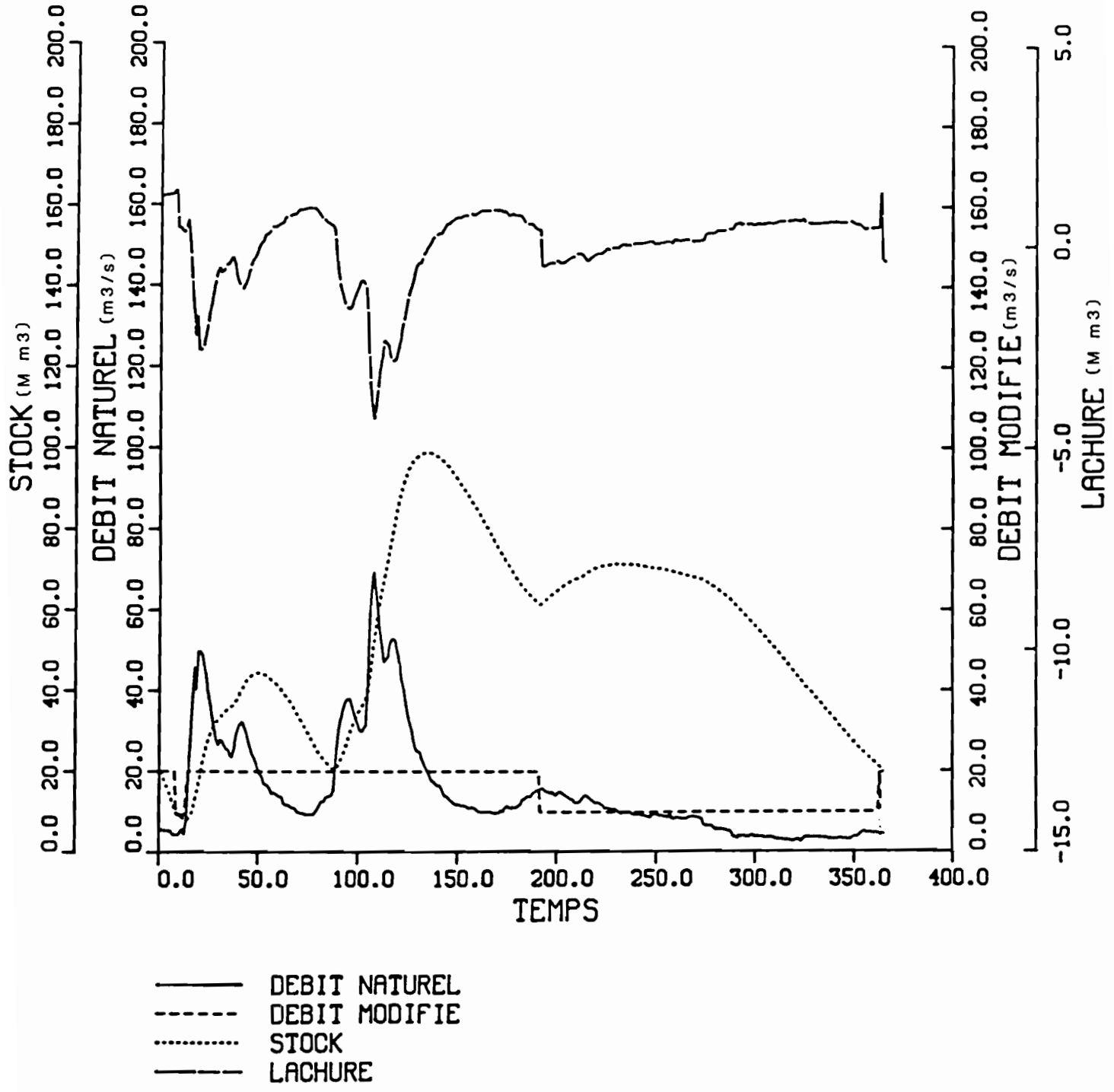
FIL TENDU (1969 – 1970)



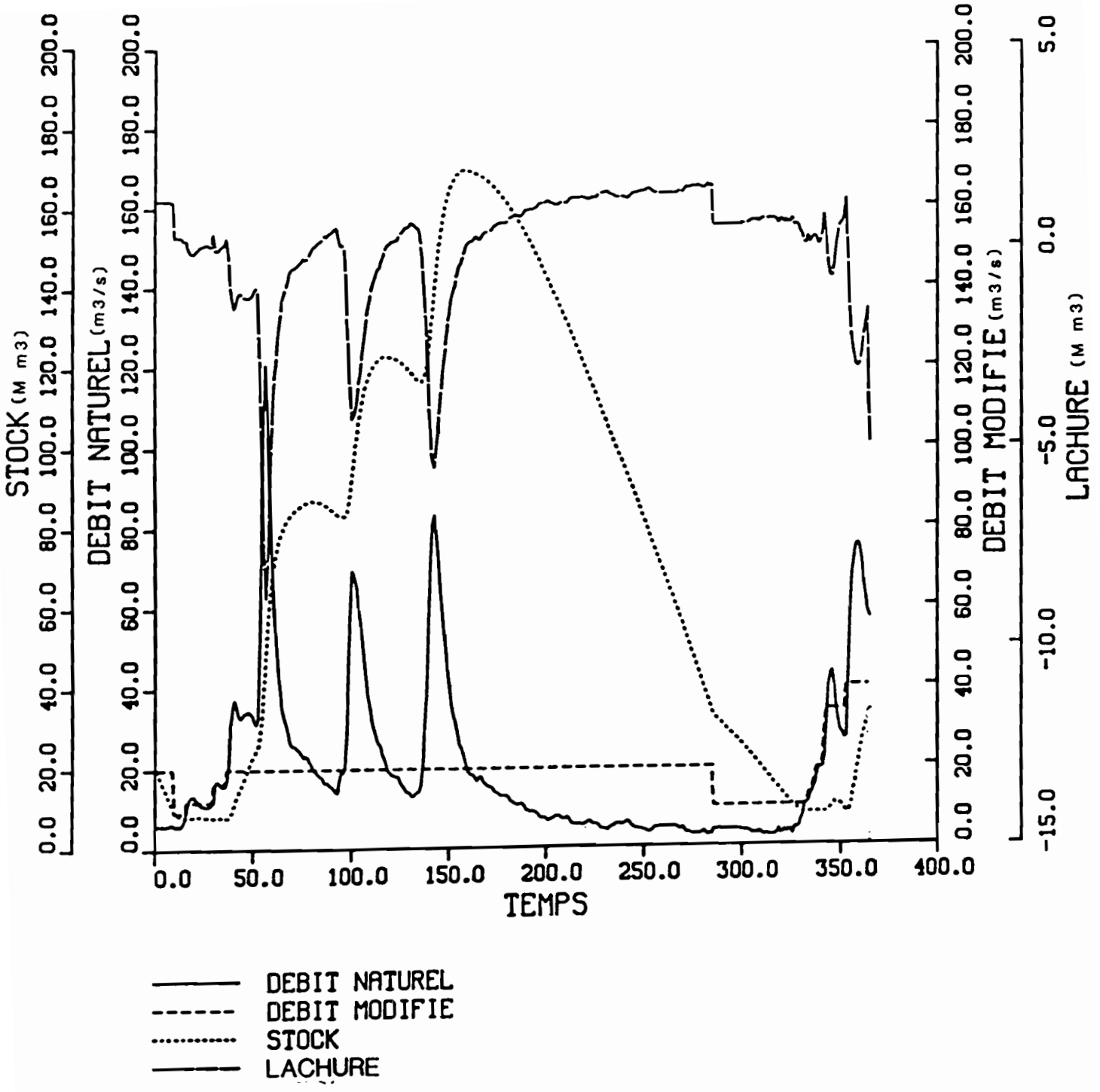
FIL TENDU (1970 – 1971)



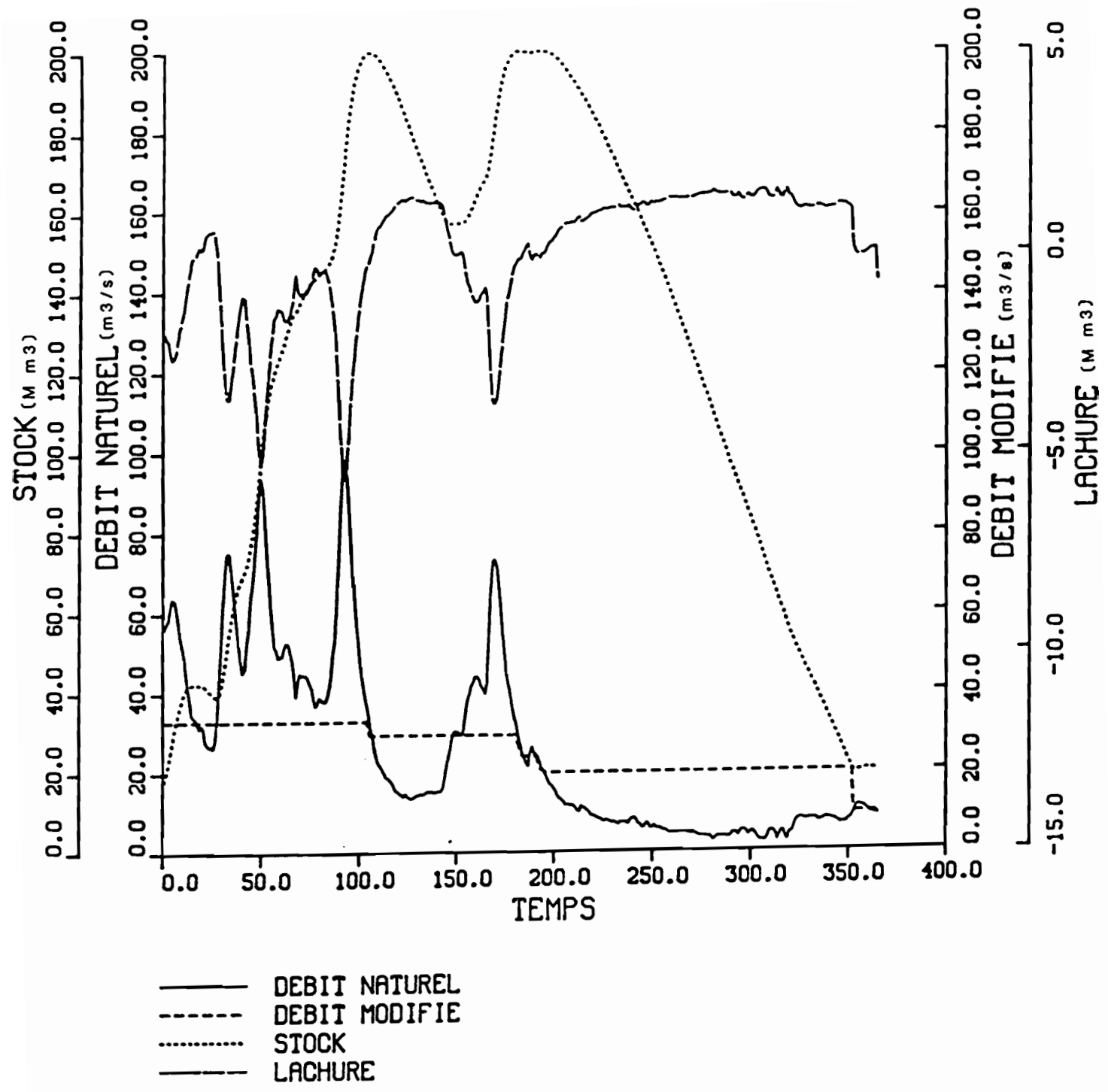
FIL TENDU (1971 – 1972)



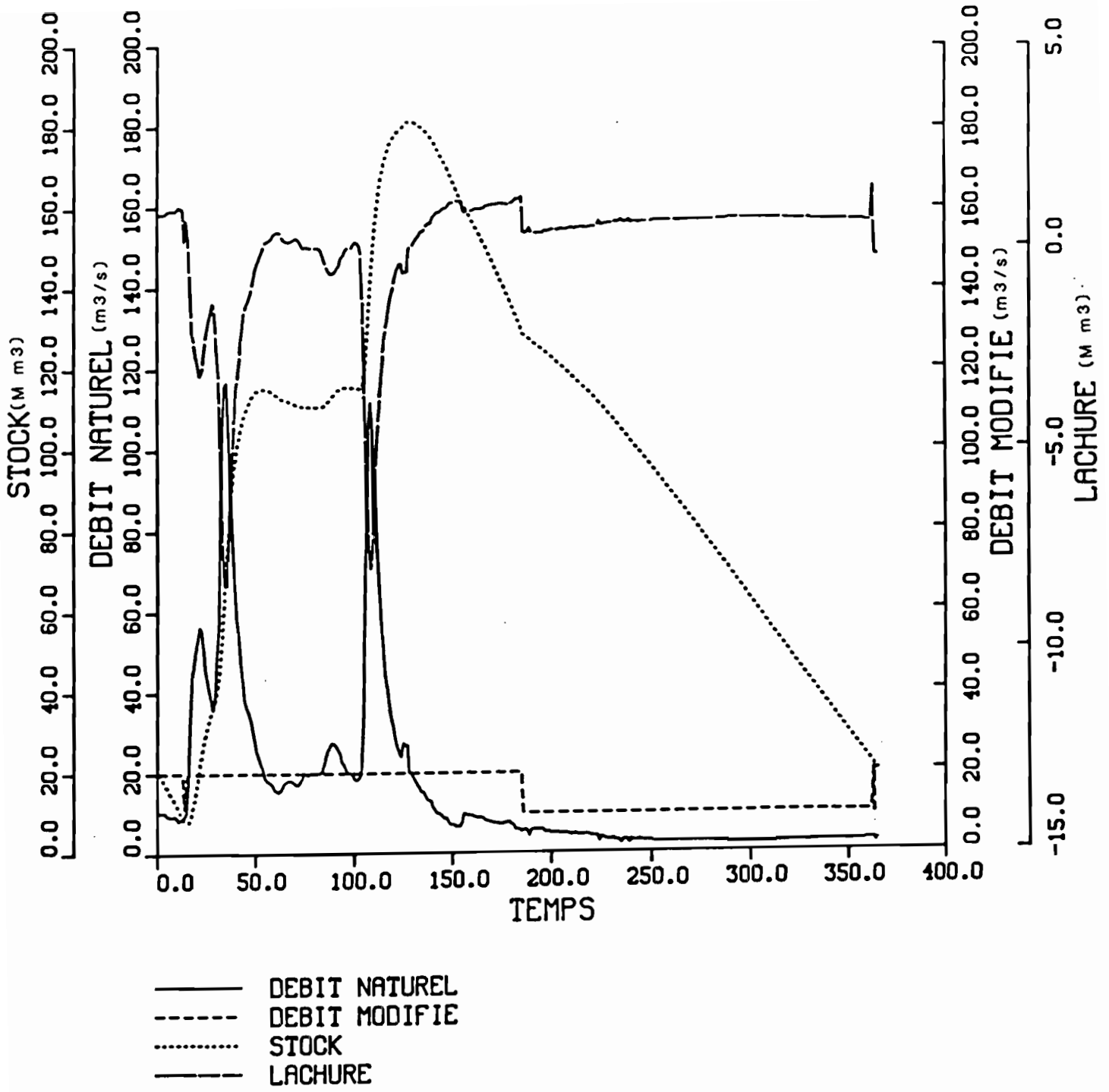
FIL TENDU (1972 – 1973)



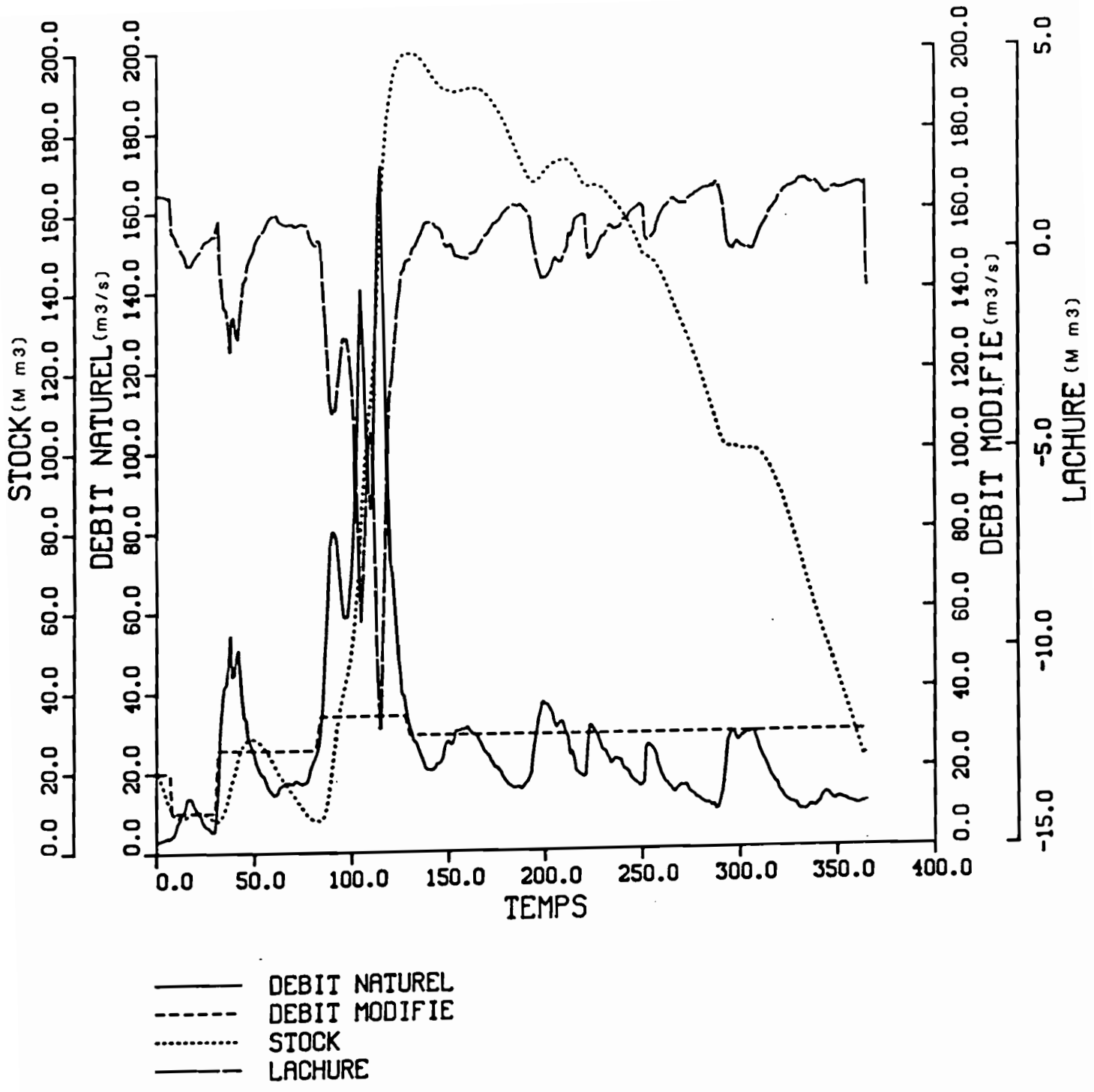
FIL TENDU (1973 – 1974)



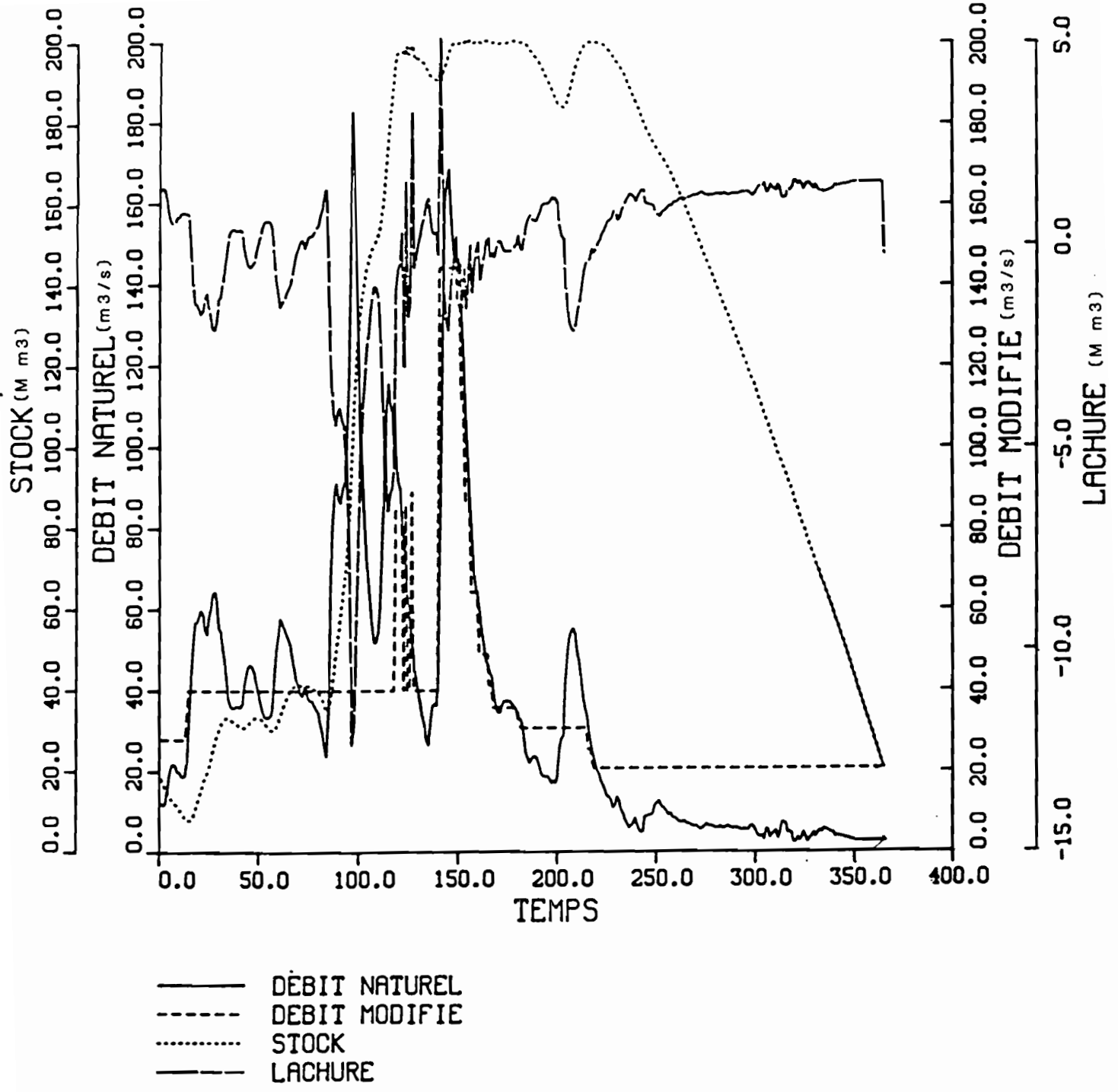
FIL TENDU (1974 – 1975)



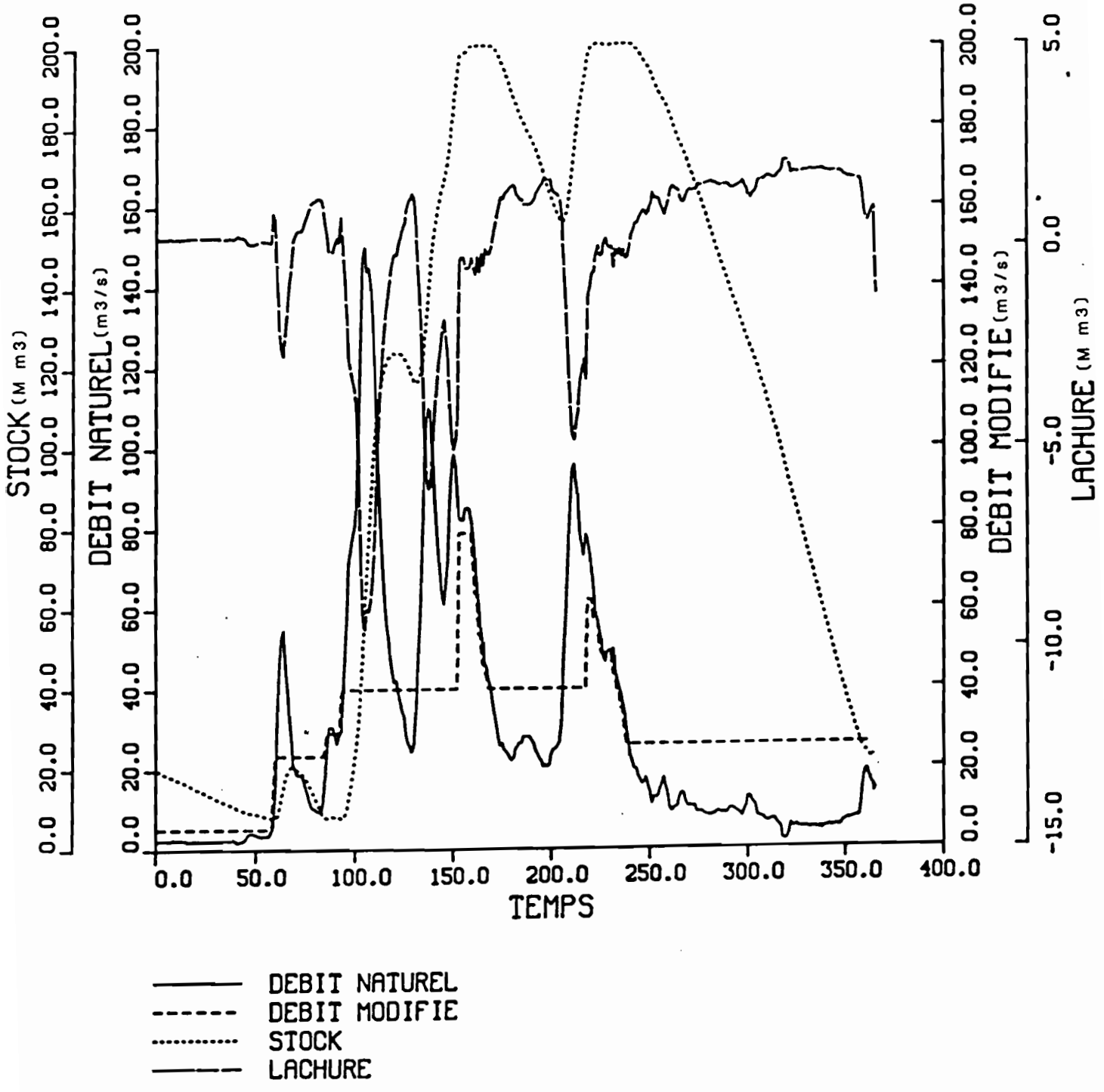
FIL TENDU (1975 – 1976)



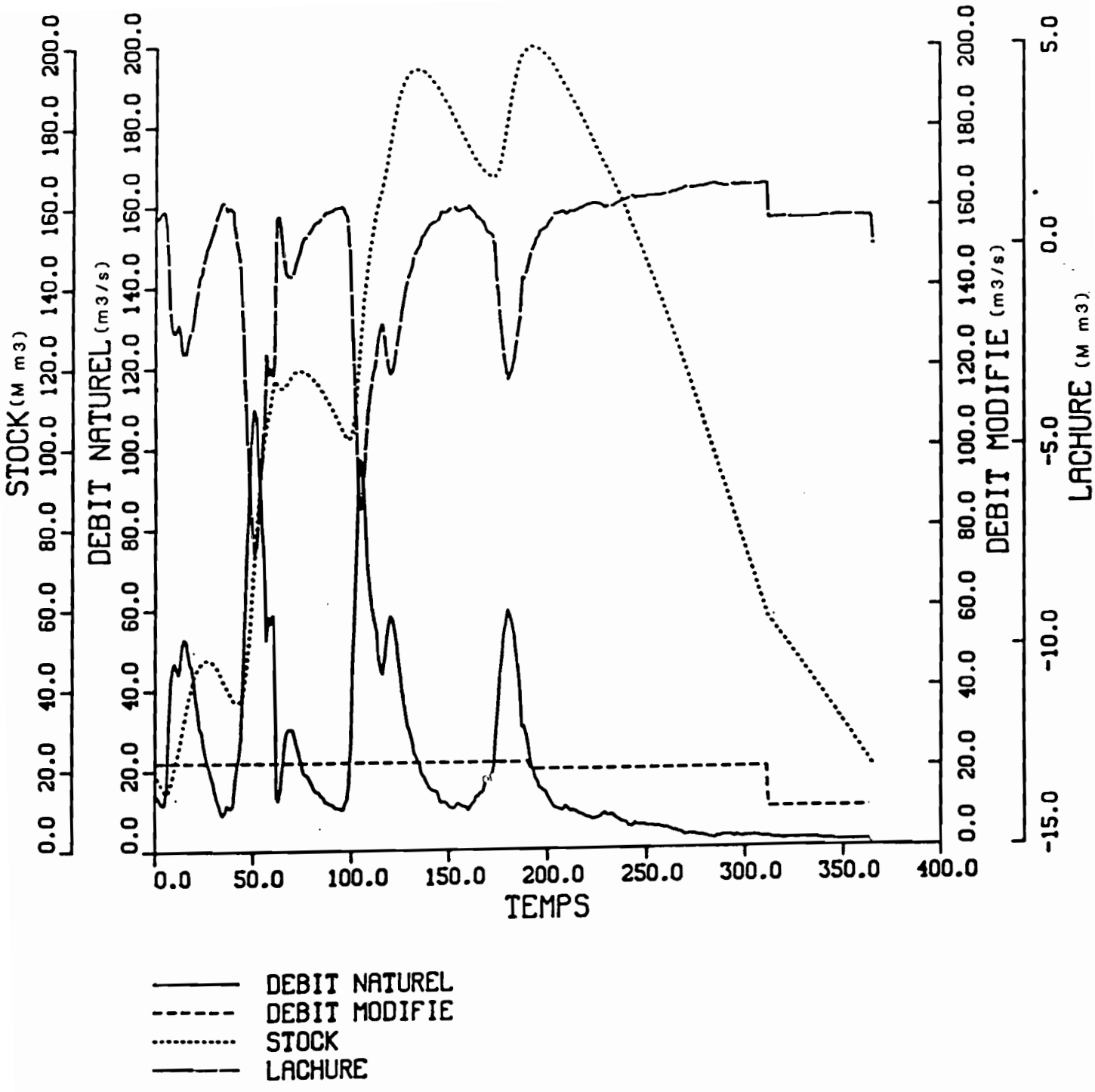
FIL TENDU (1976 – 1977)



FIL TENDU (1977 – 1978)



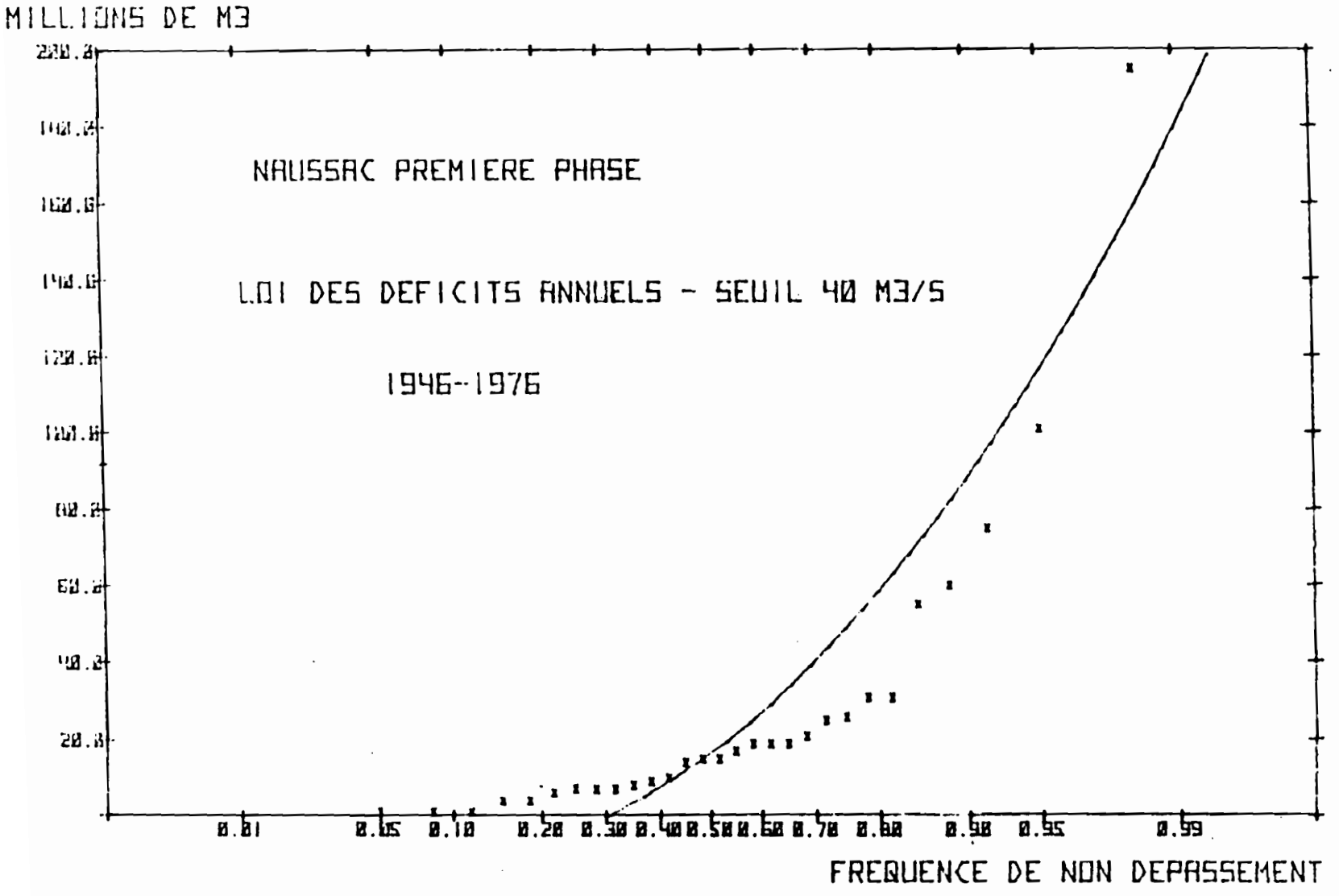
FIL TENDU (1978 – 1979)

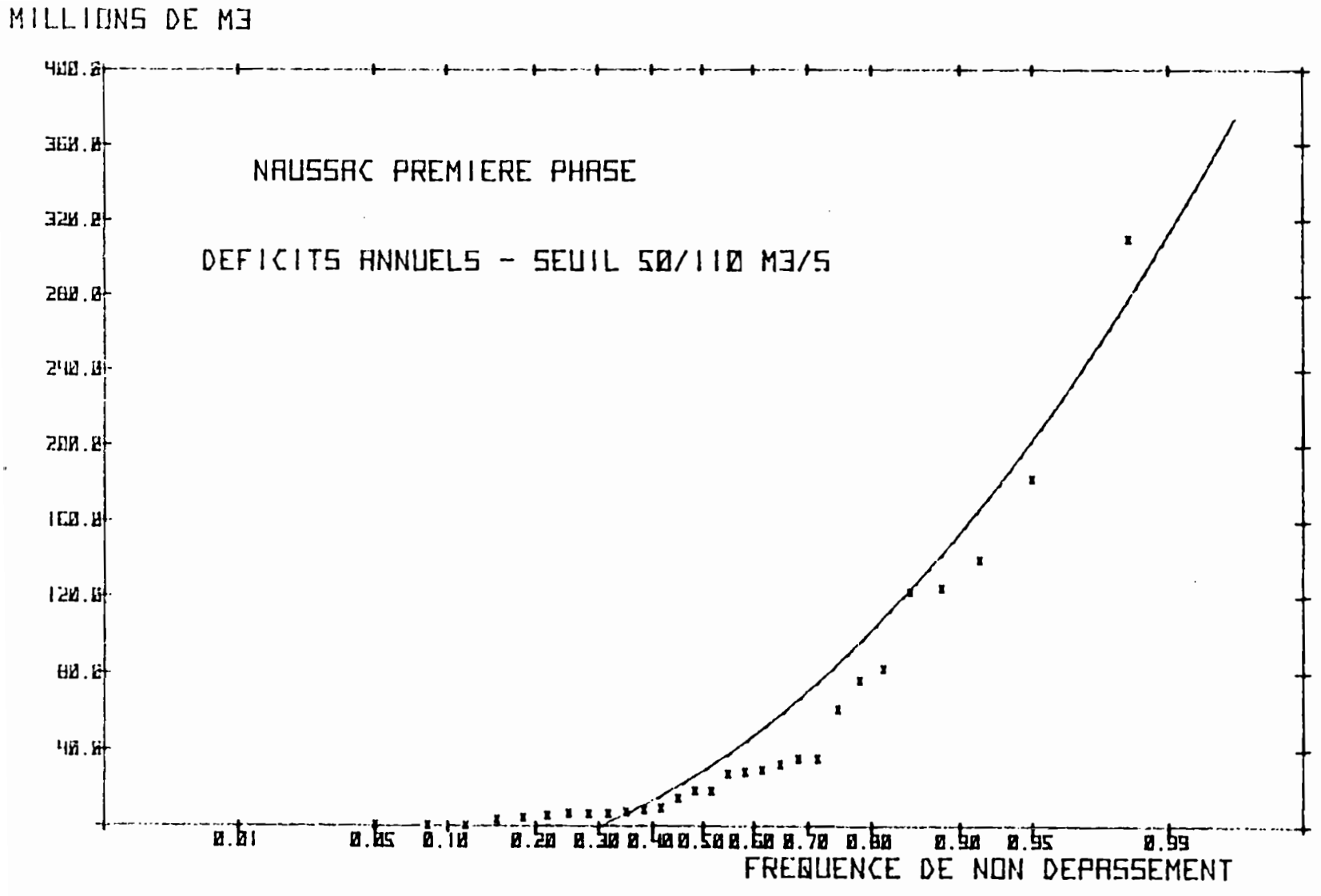


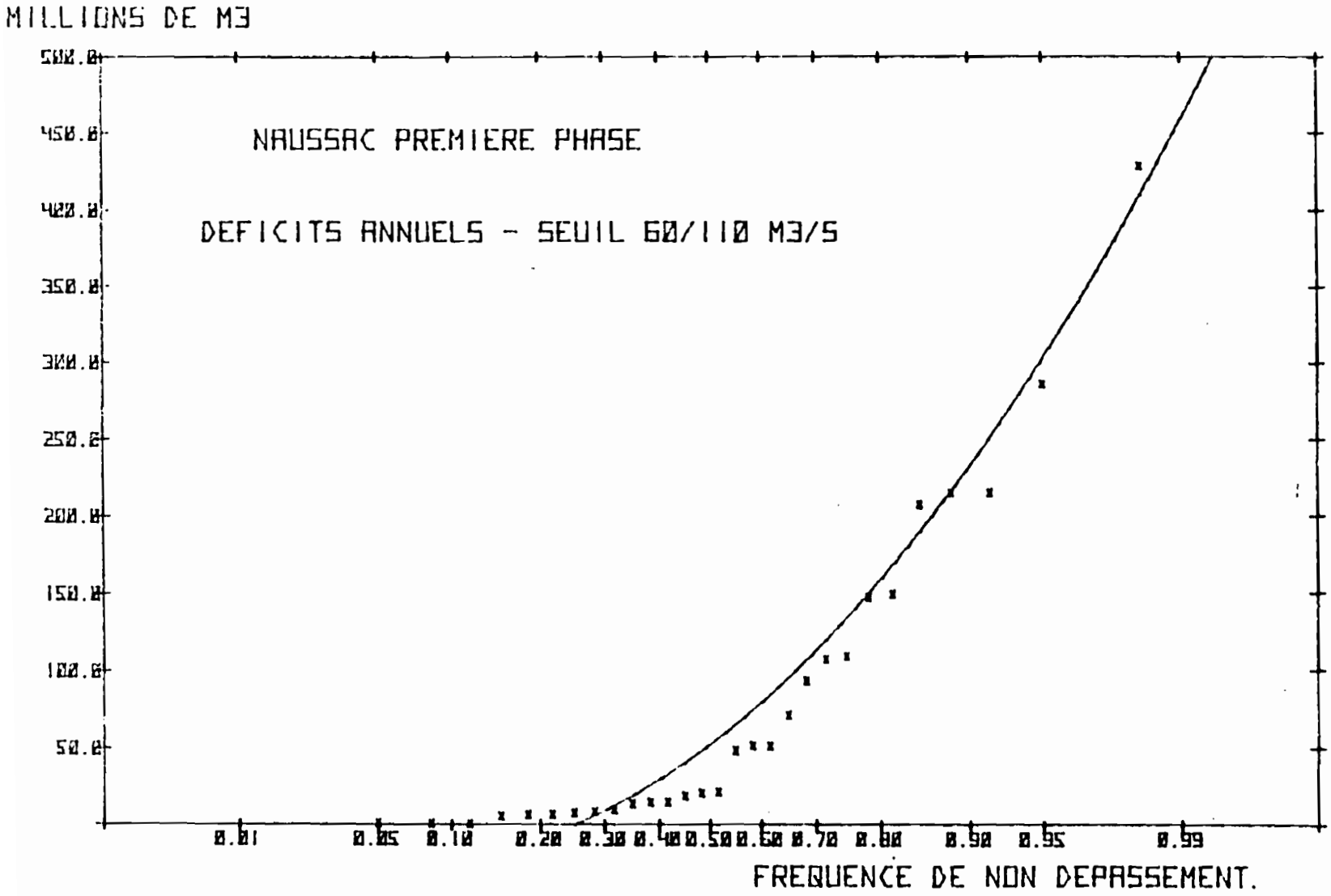
FIL TENDU (1979 – 1980)

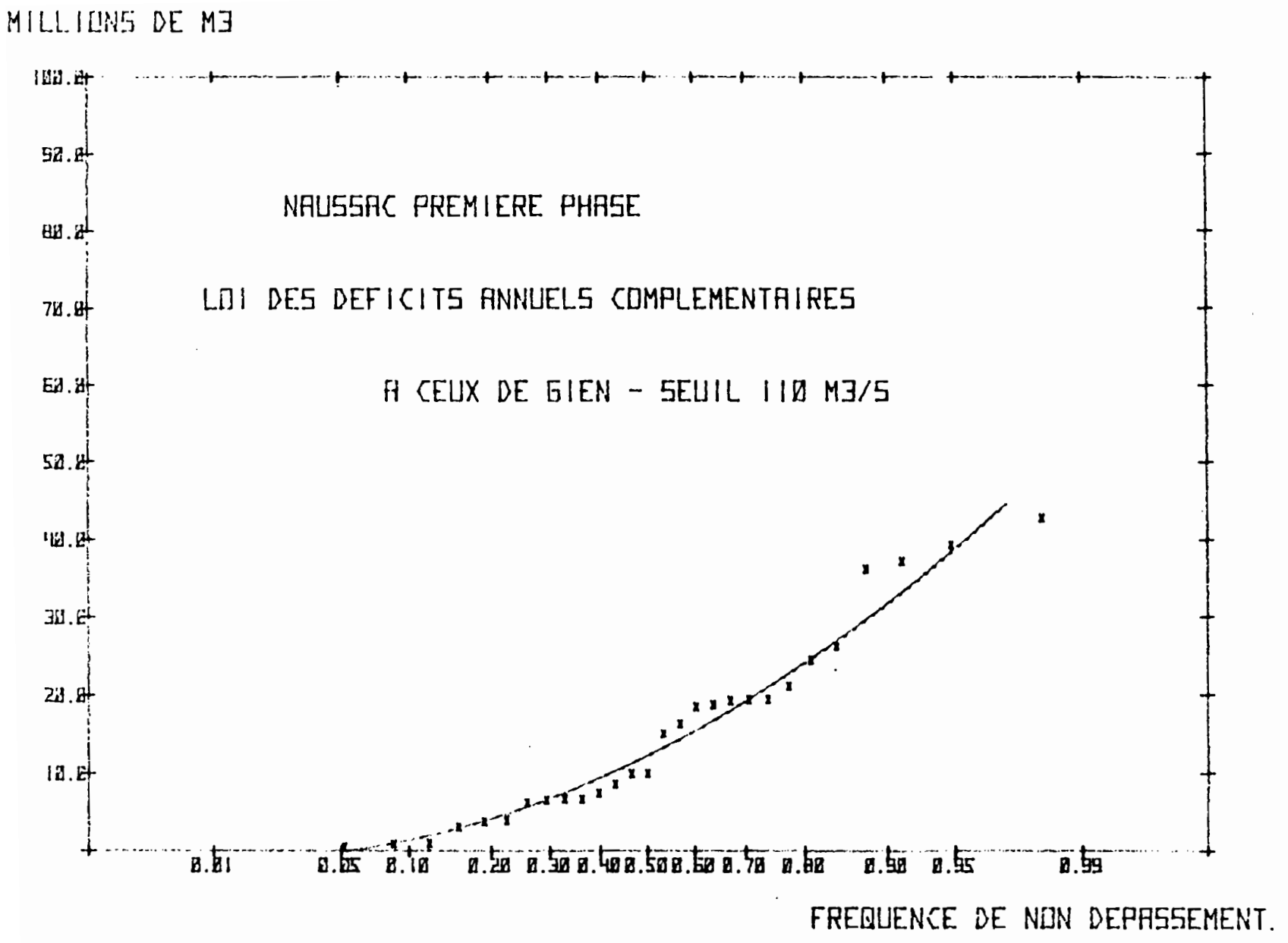
ANNEXE B

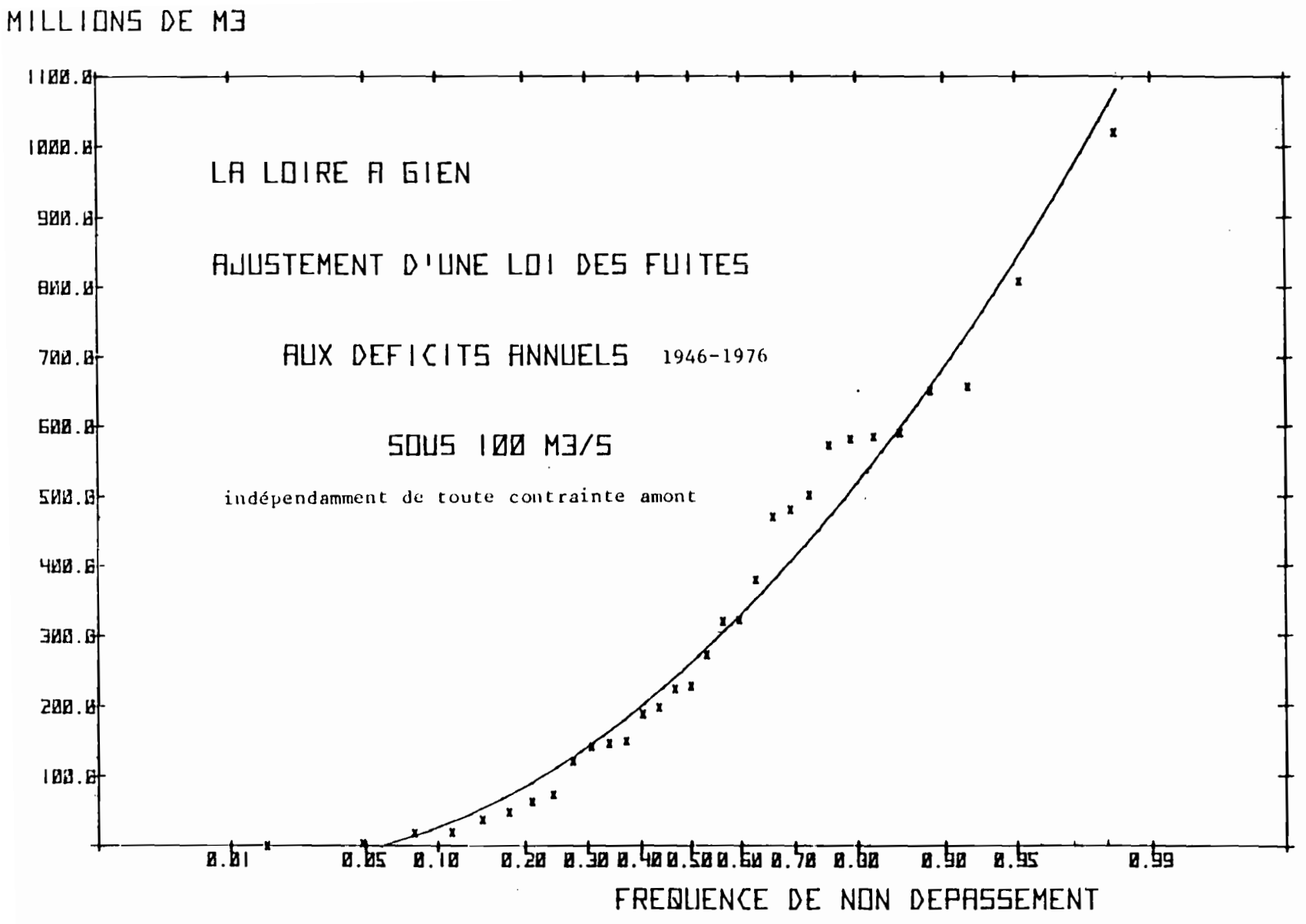
(D'après C. BOCQUILON et J.M. MASSON)

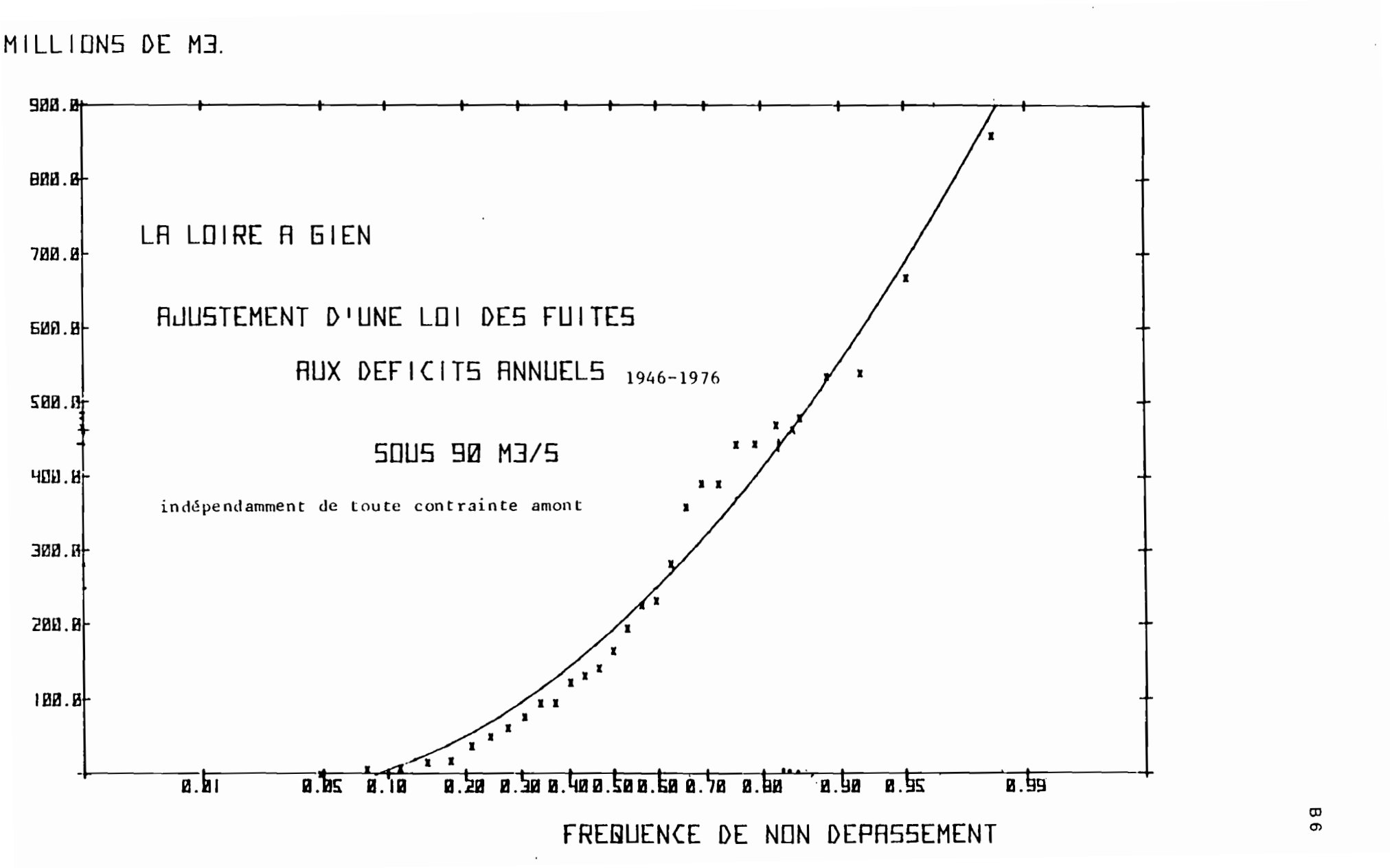

MILLIONS DE M3
NAUSSAC PREMIERE PHASE
LOI DES DEFICITS ANNUELS - SEUIL 40 M3/S
1946-1976
0.01
0.05
0.10
0.20
0.30
0.40
0.50
0.60
0.70
0.80
0.90
0.95
0.99
FREQUENCE DE NON DEPASSEMENT

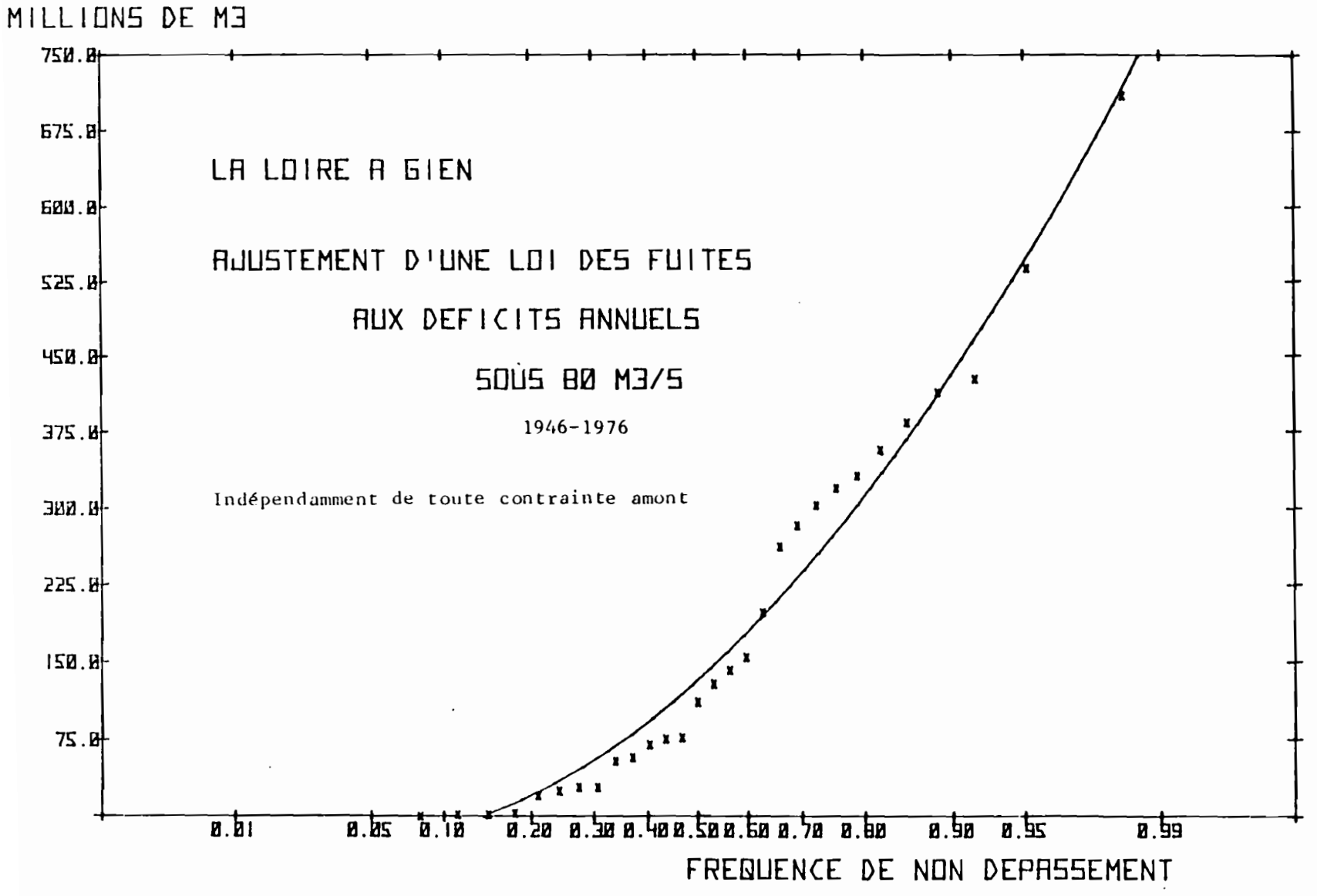

MILLIONS DE M3
NAUSSAC PREMIERE PHASE
DEFICITS ANNUELS - SEUIL 50/110 M3/S
400.0
360.0
320.0
280.0
240.0
200.0
160.0
120.0
80.0
40.0
0.01
0.05
0.10
0.20
0.30
0.40
0.50
0.60
0.70
0.80
0.90
0.95
0.99
FREQUENCE DE NON DEPASSEMENT

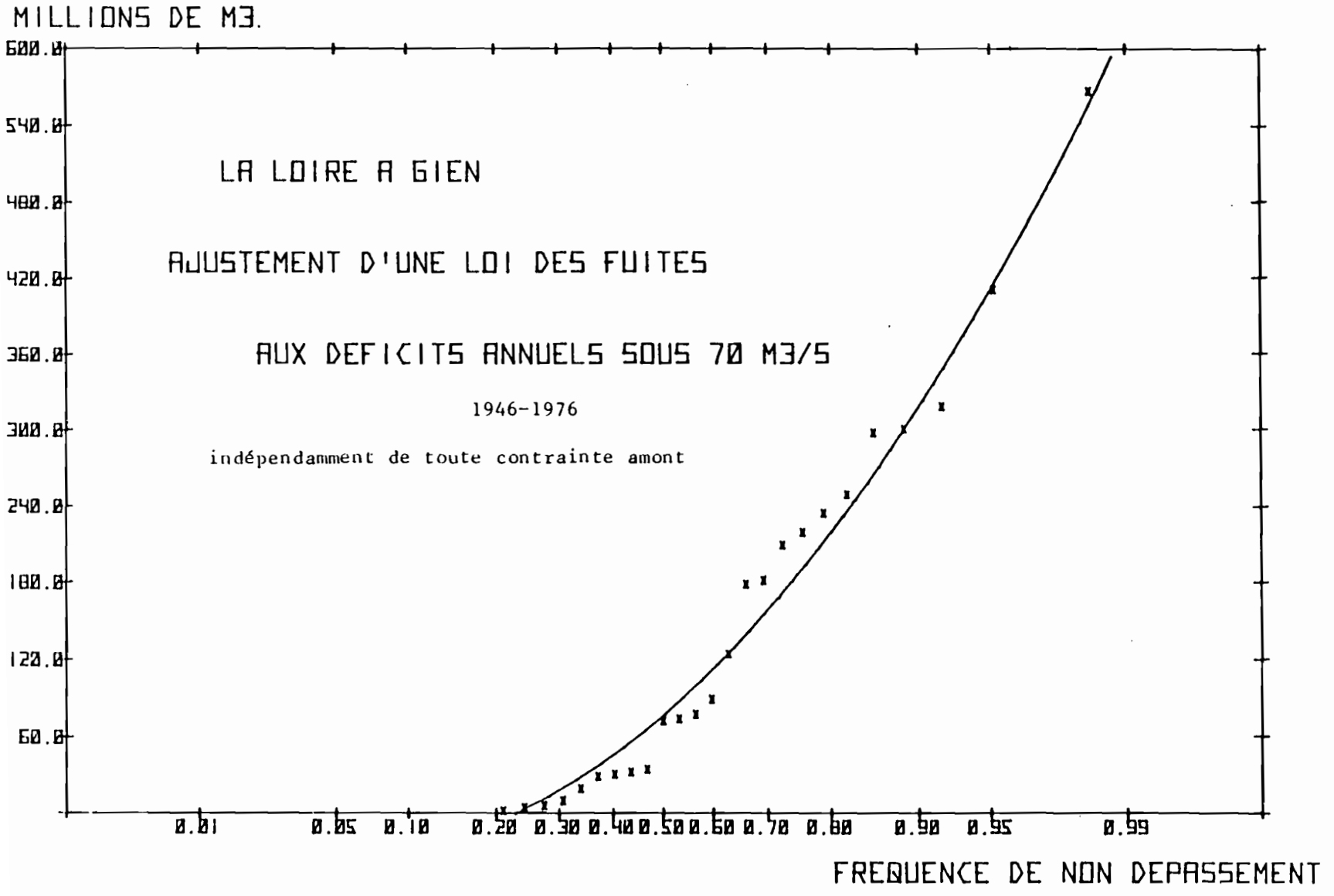

MILLIONS DE M3
NAUSSAC PREMIERE PHASE
DEFICITS ANNUELS - SEUIL 60/110 M3/S
500.0
450.0
400.0
350.0
300.0
250.0
200.0
150.0
100.0
50.0
0.01
0.05
0.10
0.20
0.30
0.40
0.50
0.60
0.70
0.80
0.90
0.95
0.99
FREQUENCE DE NON DEPASSEMENT.

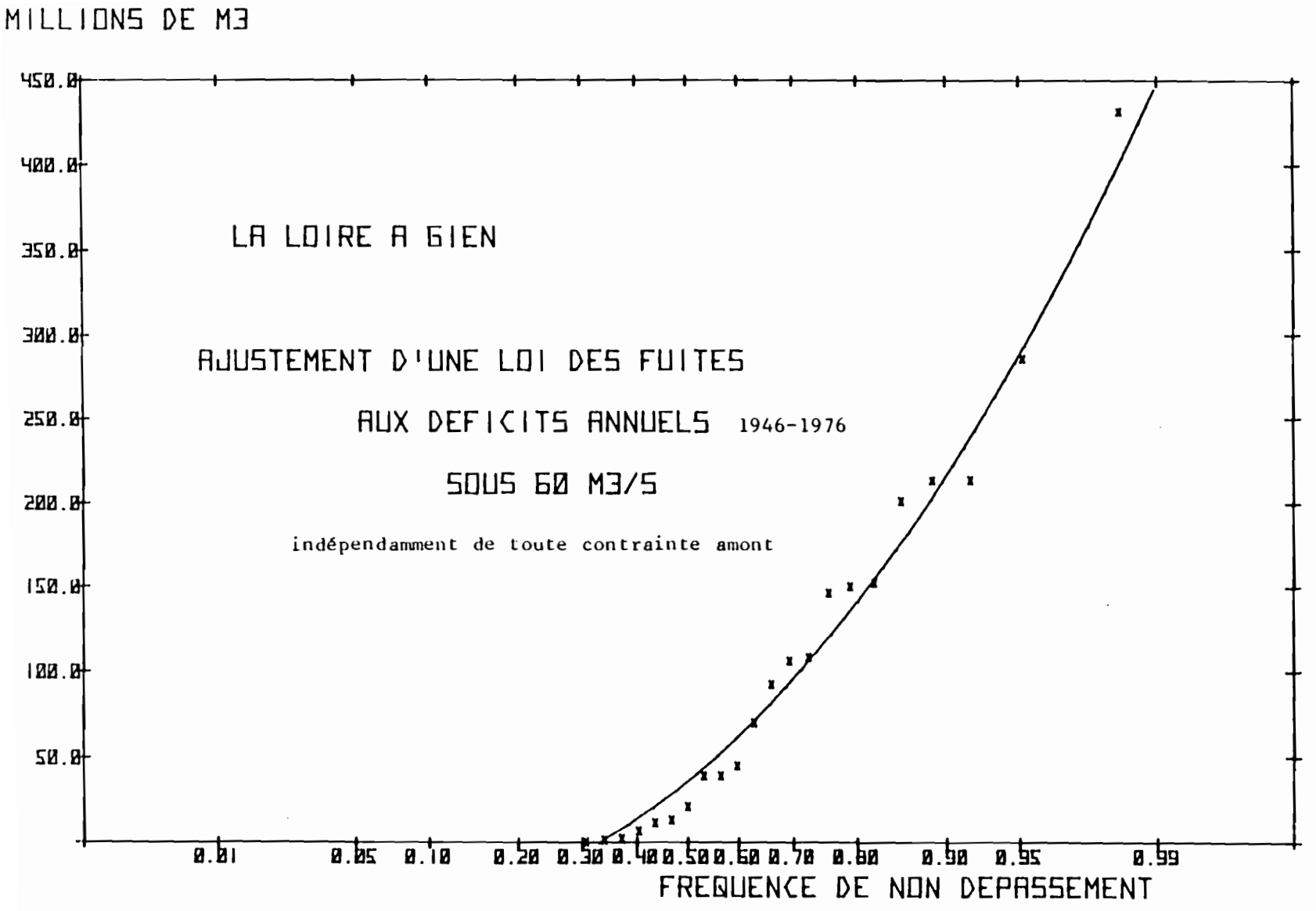

MILLIONS DE M3
NAUSSAC PREMIERE PHASE
LOI DES DEFICITS ANNUELS COMPLEMENTAIRES
A CEUX DE GIEN - SEUIL 110 M3/S
100.0
90.0
80.0
70.0
60.0
50.0
40.0
30.0
20.0
10.0
0.01
0.05
0.10
0.20
0.30
0.40
0.50
0.60
0.70
0.80
0.90
0.95
0.99
FREQUENCE DE NON DEPASSEMENT.

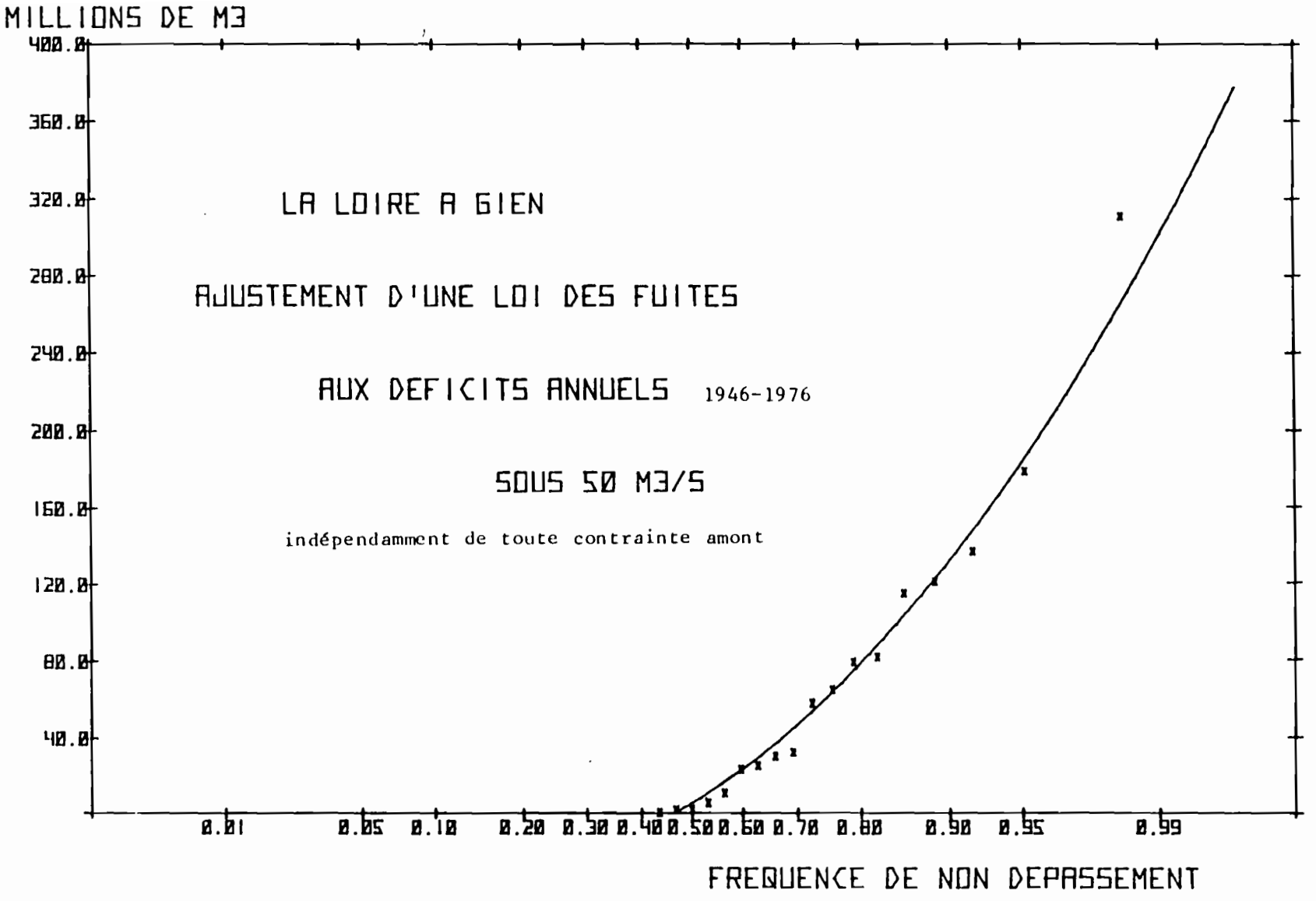

MILLIONS DE M3
1100.0
1000.0
900.0
800.0
700.0
600.0
500.0
400.0
300.0
200.0
100.0
LA LOIRE A GIEN
AJUSTEMENT D'UNE LOI DES FUITES
AUX DEFICITS ANNUELS 1946-1976
SOUS 100 M3/S
indépendamment de toute contrainte amont
0.01
0.05
0.10
0.20
0.30
0.40
0.50
0.60
0.70
0.80
0.90
0.95
0.99
FREQUENCE DE NON DEPASSEMENT

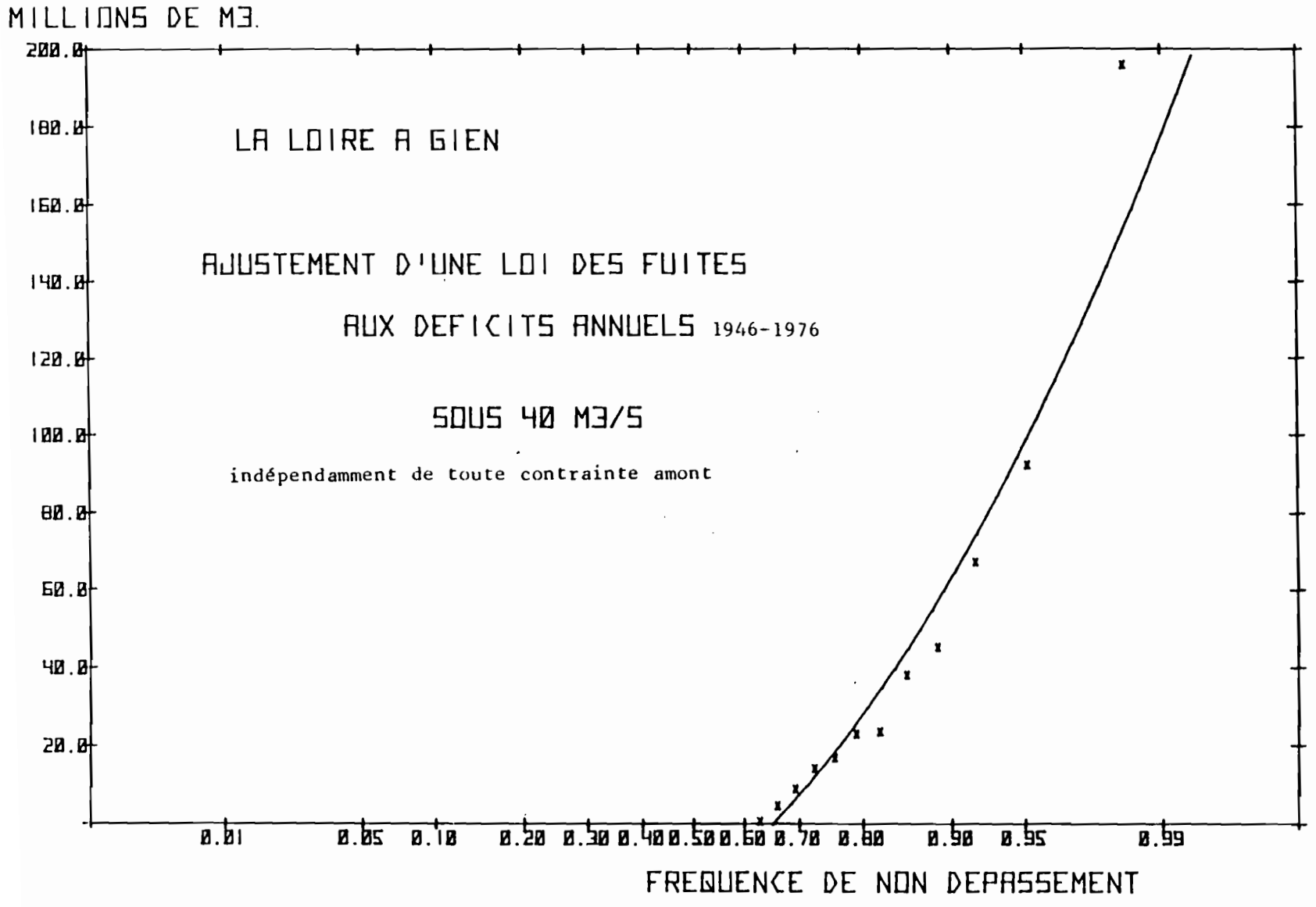

MILLIONS DE M3.
900.0
800.0
700.0
600.0
500.0
400.0
300.0
200.0
100.0
LA LOIRE A GIEN
AJUSTEMENT D'UNE LOI DES FUITES
AUX DEFICITS ANNUELS 1946-1976
SOUS 90 M3/S
indépendamment de toute contrainte amont
0.01
0.05
0.10
0.20
0.30
0.40
0.50
0.60
0.70
0.80
0.90
0.95
0.99
FREQUENCE DE NON DEPASSEMENT


MILLIONS DE M3
750.0
675.0
600.0
525.0
450.0
375.0
300.0
225.0
150.0
75.0
LA LOIRE A GIEN
AJUSTEMENT D'UNE LOI DES FUITES
AUX DEFICITS ANNUELS
SOUS 80 M3/S
1946-1976
Indépendamment de toute contrainte amont
0.01
0.05
0.10
0.20
0.30
0.40
0.50
0.60
0.70
0.80
0.90
0.95
0.99
FREQUENCE DE NON DEPASSEMENT


MILLIONS DE M3.
600.0
540.0
480.0
420.0
360.0
300.0
240.0
180.0
120.0
60.0
LA LOIRE A GIEN
AJUSTEMENT D'UNE LOI DES FUITES
AUX DEFICITS ANNUELS SOUS 70 M3/S
1946-1976
indépendamment de toute contrainte amont
0.01
0.05
0.10
0.20
0.30
0.40
0.50
0.60
0.70
0.80
0.90
0.95
0.99
FREQUENCE DE NON DEPASSEMENT

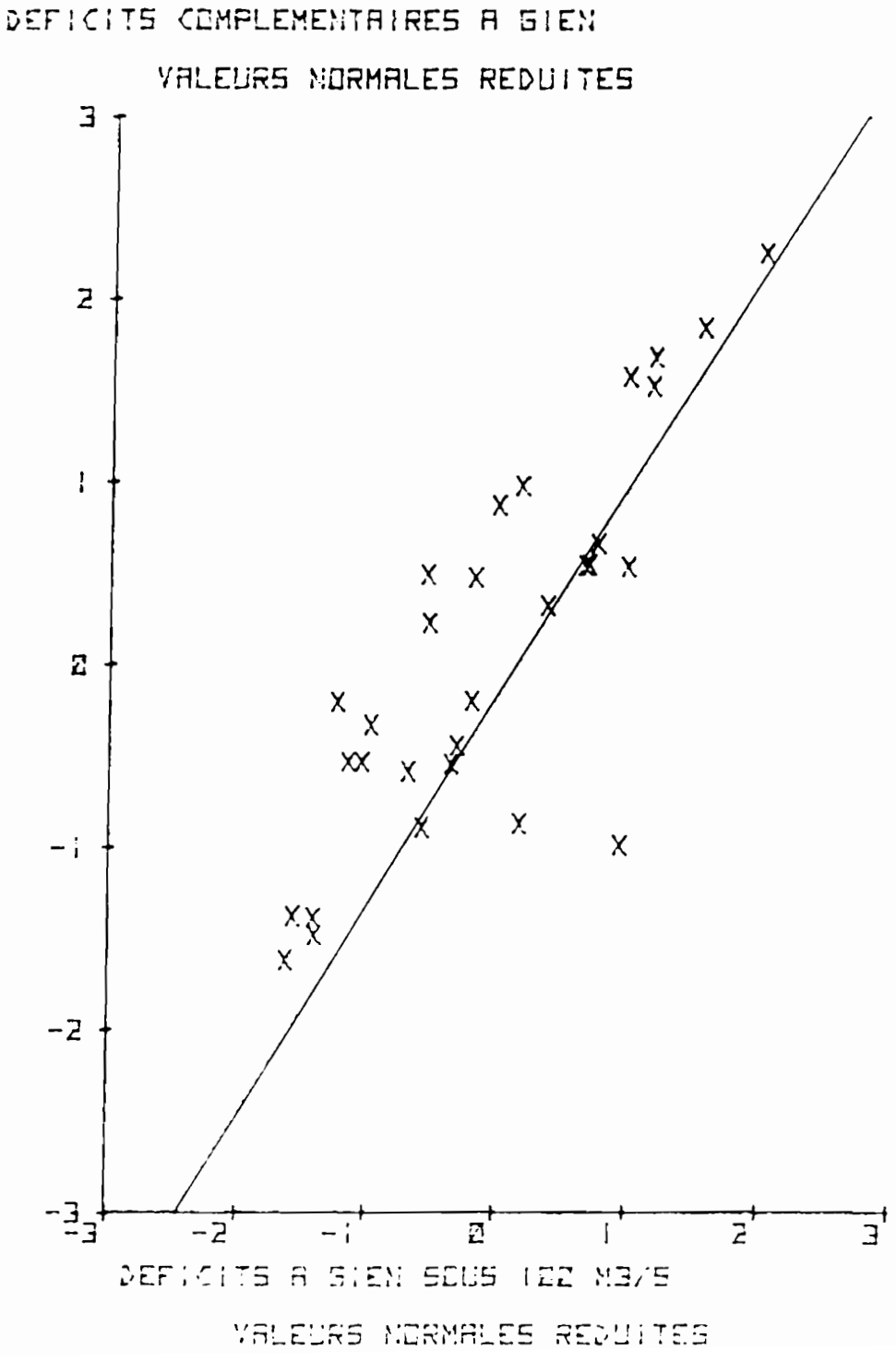

MILLIONS DE M3
450.0
400.0
350.0
300.0
250.0
200.0
150.0
100.0
50.0
LA LOIRE A GIEN
AJUSTEMENT D'UNE LOI DES FUITES
AUX DEFICITS ANNUELS 1946-1976
SOUS 60 M3/S
indépendamment de toute contrainte amont
0.01
0.05
0.10
0.20
0.30
0.40
0.50
0.60
0.70
0.80
0.90
0.95
0.99
FREQUENCE DE NON DEPASSEMENT

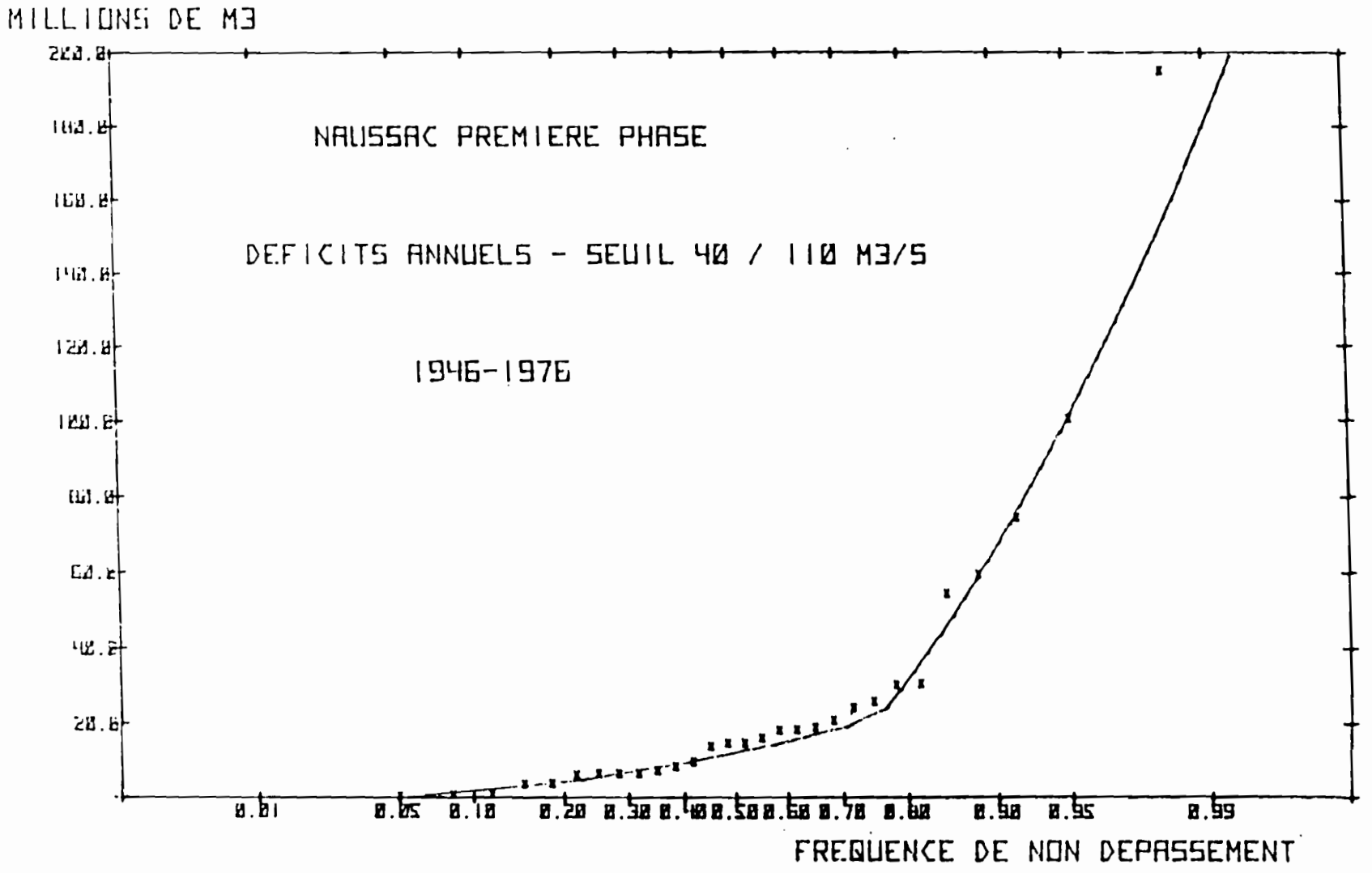

MILLIONS DE M3
400.0
360.0
320.0
280.0
240.0
200.0
160.0
120.0
80.0
40.0
LA LOIRE A GIEN
AJUSTEMENT D'UNE LOI DES FUITES
AUX DEFICITS ANNUELS 1946-1976
SOUS 50 M3/S
indépendamment de toute contrainte amont
0.01
0.05
0.10
0.20
0.30
0.40
0.50
0.60
0.70
0.80
0.90
0.95
0.99
FREQUENCE DE NON DEPASSEMENT

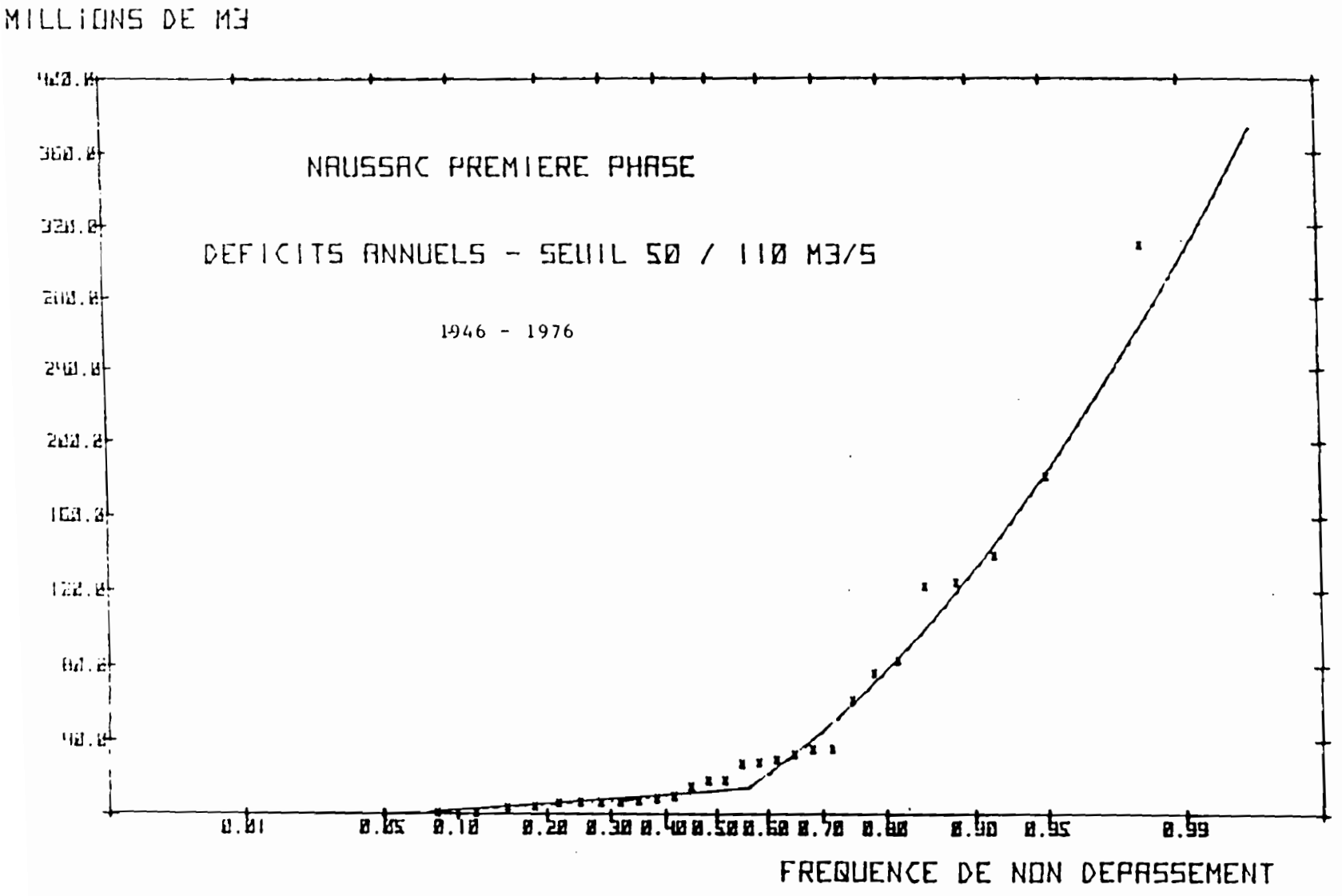

MILLIONS DE M3.
200.0
180.0
160.0
140.0
120.0
100.0
80.0
60.0
40.0
20.0
LA LOIRE A GIEN
AJUSTEMENT D'UNE LOI DES FUITES
AUX DEFICITS ANNUELS 1946-1976
SOUS 40 M3/S
indépendamment de toute contrainte amont
0.01
0.05
0.10
0.20
0.30
0.40
0.50
0.60
0.70
0.80
0.90
0.95
0.99
FREQUENCE DE NON DEPASSEMENT

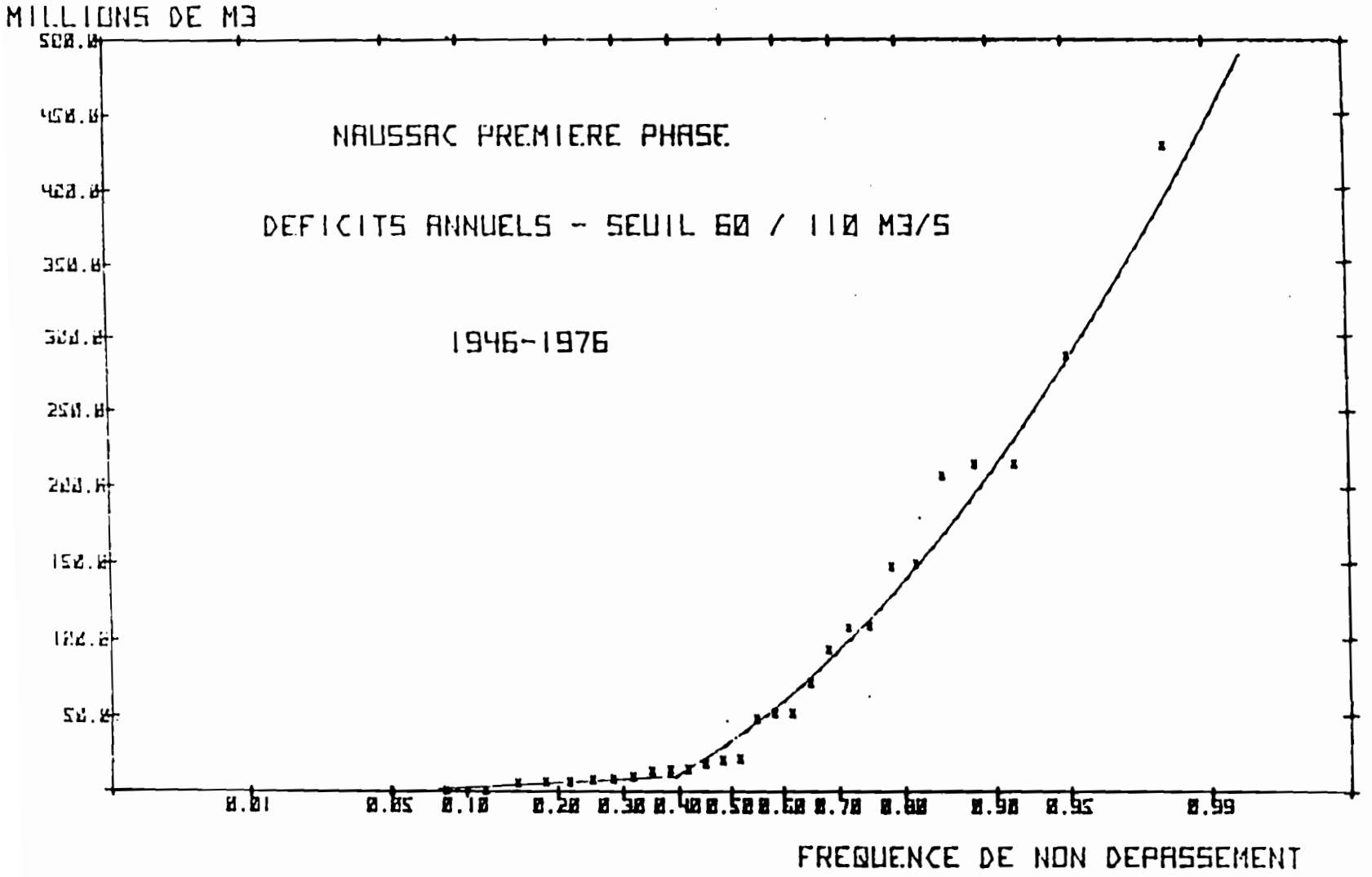
LOI CONDITIONNELLE DES DEFICITS LIES AUX CONTRAINTES

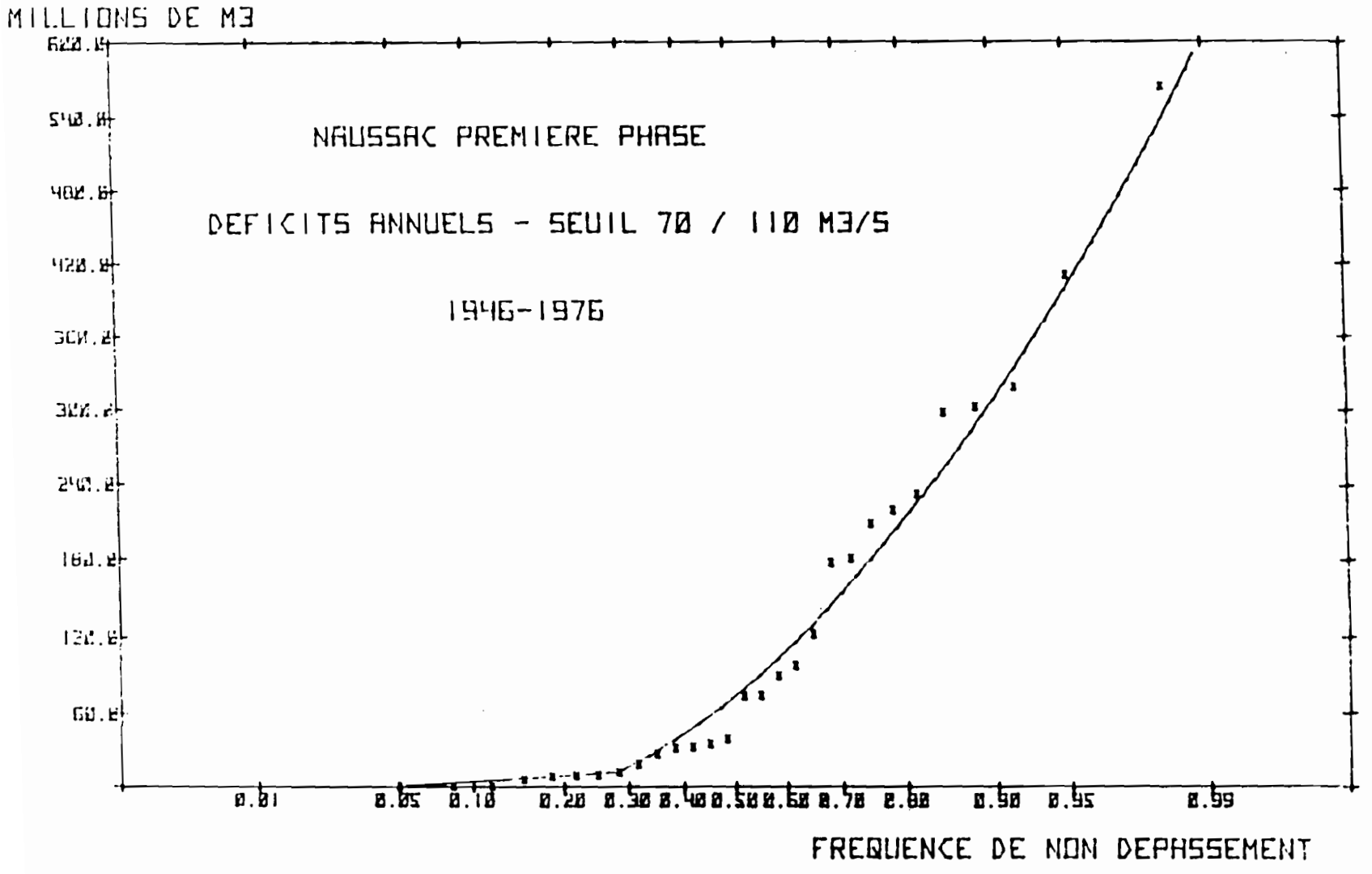
(1946 - 1976)

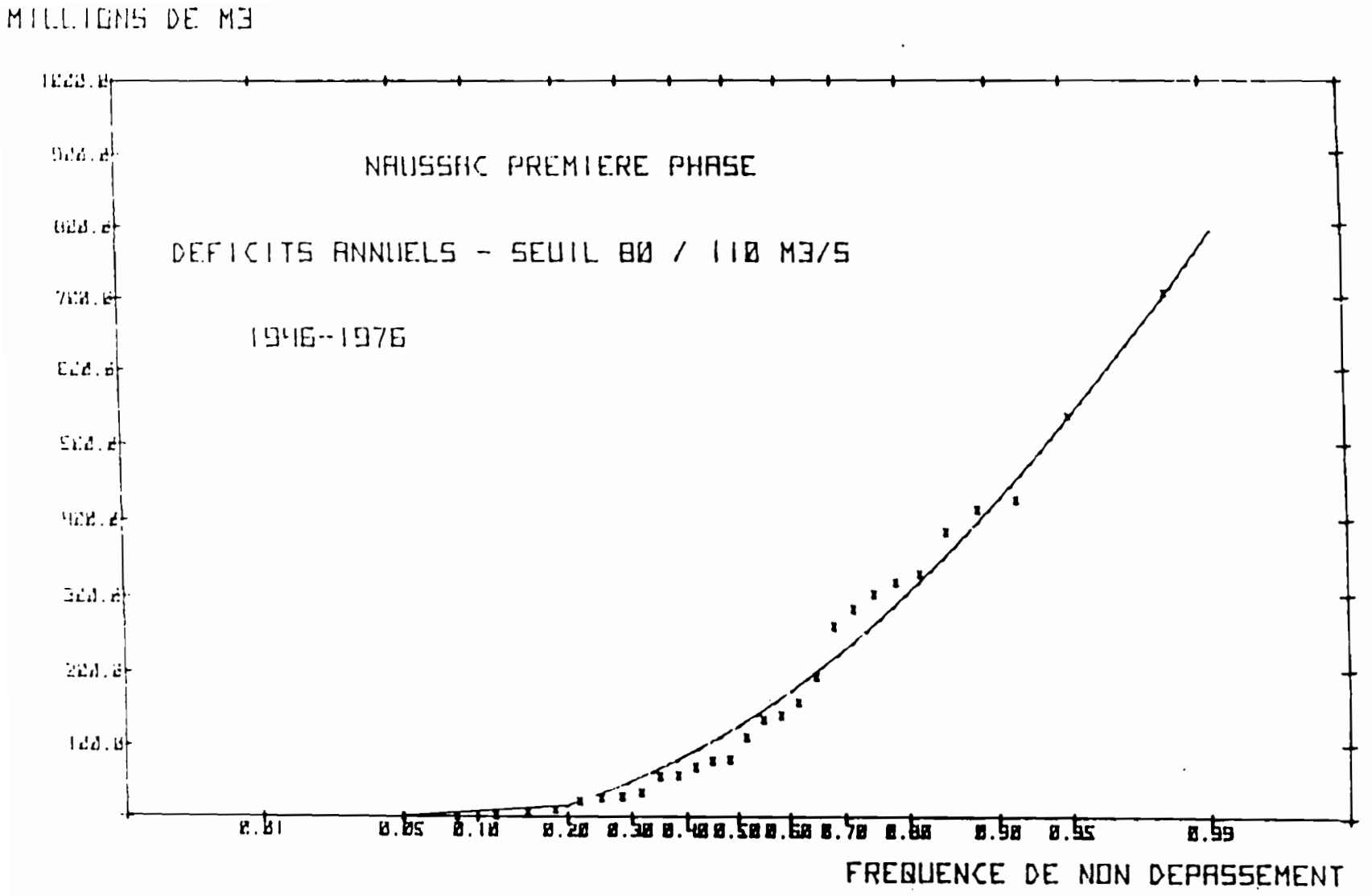


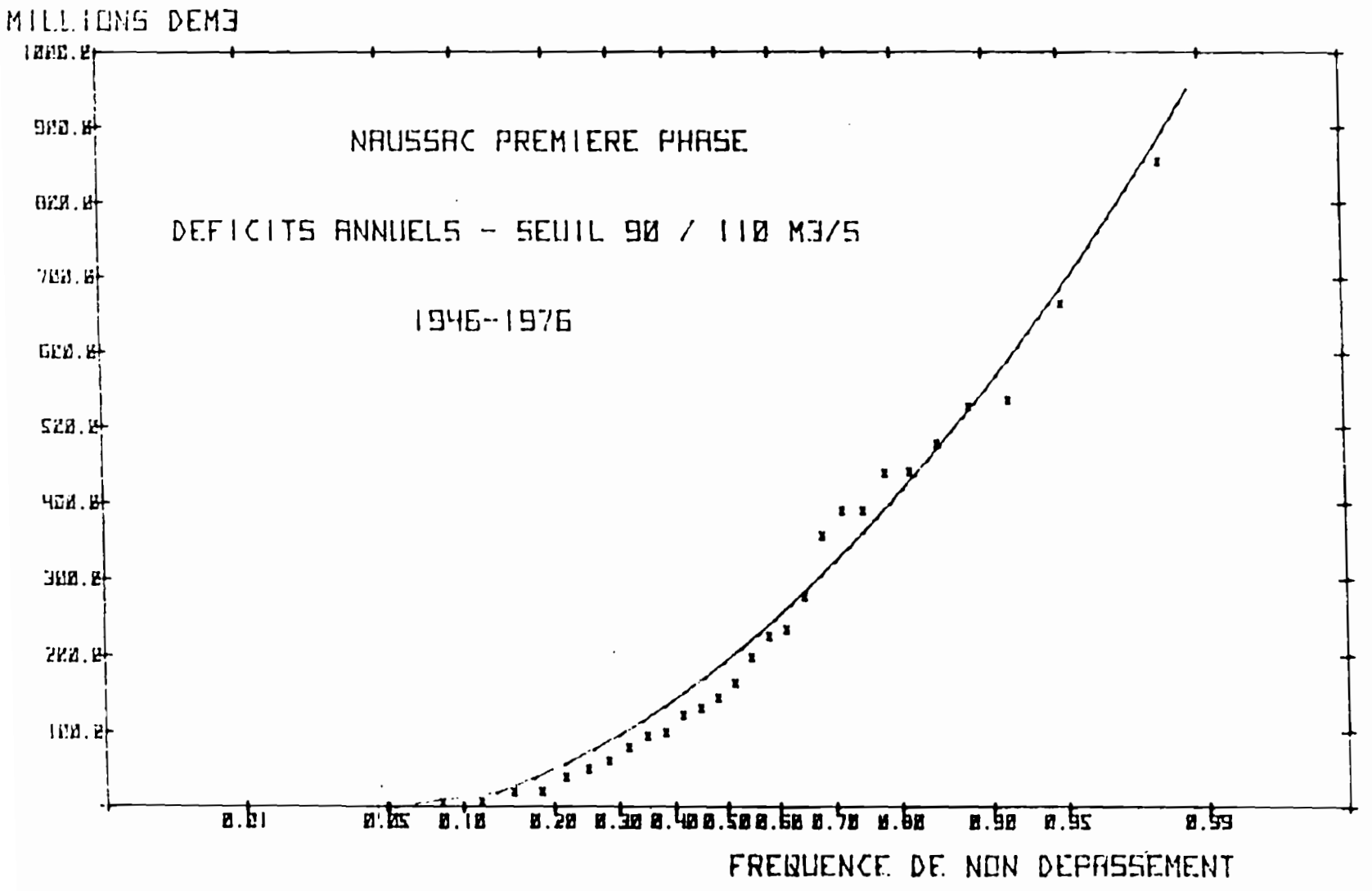

MILLIONS DE M3
NAUSSAC PREMIERE PHASE
DEFICITS ANNUELS - SEUIL 40 / 110 M3/S
1946-1976
0.01
0.05
0.10
0.20
0.30
0.40
0.50
0.60
0.70
0.80
0.90
0.95
0.99
FREQUENCE DE NON DEPASSEMENT

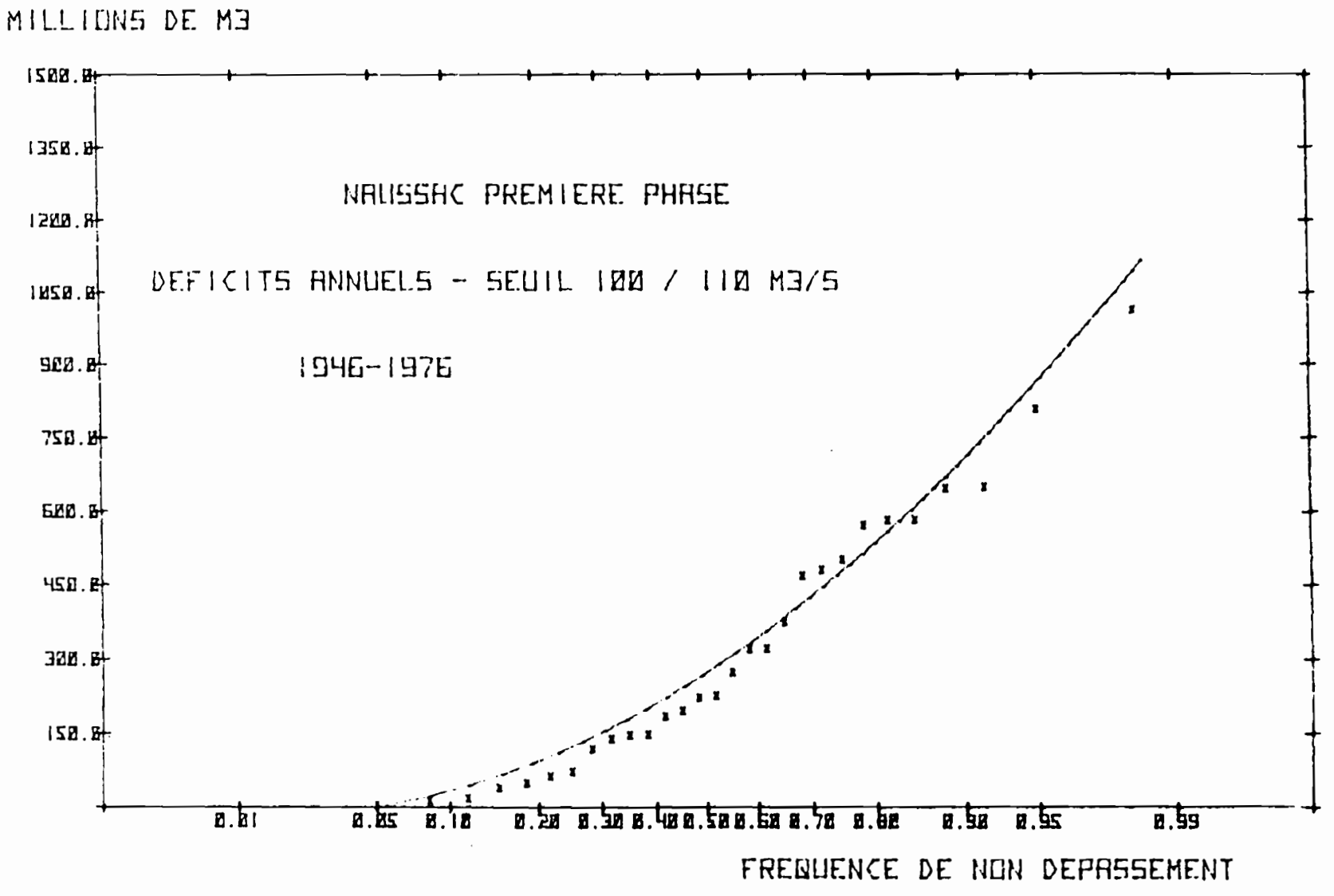

MILLIONS DE M3
NAUSSAC PREMIERE PHASE
DEFICITS ANNUELS - SEUIL 50 / 110 M3/S
1946 - 1976
0.01
0.05
0.10
0.20
0.30
0.40
0.50
0.60
0.70
0.80
0.90
0.95
0.99
FREQUENCE DE NON DEPASSEMENT


MILLIONS DE M3
NAUSSAC PREMIERE PHASE
DEFICITS ANNUELS - SEUIL 60 / 110 M3/S
1946-1976
500.0
450.0
400.0
350.0
300.0
250.0
200.0
150.0
100.0
50.0
0.01
0.05
0.10
0.20
0.30
0.40
0.50
0.60
0.70
0.80
0.90
0.95
0.99
FREQUENCE DE NON DEPASSEMENT


MILLIONS DE M3
NAUSSAC PREMIERE PHASE
DEFICITS ANNUELS - SEUIL 70 / 110 M3/S
1946-1976
0.01
0.05
0.10
0.20
0.30
0.40
0.50
0.60
0.70
0.80
0.90
0.95
0.99
FREQUENCE DE NON DEPASSEMENT


MILLIONS DE M3
NAUSSAC PREMIERE PHASE
DEFICITS ANNUELS - SEUIL 80 / 110 M3/S
1946--1976
0.01
0.05
0.10
0.20
0.30
0.40
0.50
0.60
0.70
0.80
0.90
0.95
0.99
FREQUENCE DE NON DEPASSEMENT


MILLIONS DEM3
NAUSSAC PREMIERE PHASE
DEFICITS ANNUELS - SEUIL 90 / 110 M3/S
1946-1976
0.01
0.05
0.10
0.20
0.30
0.40
0.50
0.60
0.70
0.80
0.90
0.95
0.99
FREQUENCE DE NON DEPASSEMENT


MILLIONS DE M3
1500.0
1350.0
1200.0
1050.0
900.0
750.0
600.0
450.0
300.0
150.0
NAUSSAC PREMIERE PHASE
DEFICITS ANNUELS - SEUIL 100 / 110 M3/S
1946-1976
0.01
0.05
0.10
0.20
0.30
0.40
0.50
0.60
0.70
0.80
0.90
0.95
0.99
FREQUENCE DE NON DEPASSEMENT

紧线法在水库优化调度中的应用

内容提要

一法是该法给紧线化紧序的程出机提称力图计命了，用的一二水度才际、伐的生出法应下其其缺调等实短。它的提方的见。，游时划的间赫。新文的中情法拟下实规法时等宛仍昂法了本国度定方模季了态该称等研中

介绍法调确种的枯展动计的度

恩赋用库不雨量和发方：一调

水库水量了流量雨量点唯

其束流正日流进结优和水库

大约库提和库又得。其优在

扩多入，量入。所较了最法

在在就度雨季拟。比示是紧

自是文调日雨模术了显介紧

种其论库於於的技作用得了前景。

几右。水基基量的法应所明的

表潤

果广

成有

作者：李紀人

(一九八七年十月於法国蒙貝利埃大学通过该博士论文的答辩)

ANNEE : 1987

NOM DE L'AUTEUR : LI JIREN

UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DU LANGUEDOC (MONTPELLIER II)

TITRE : CONTRIBUTION A L'OPTIMISATION DE LA GESTION DES RETENUES
APPLICATIONS PARTICULIERES DE LA METHODE DITE "DU FIL TENDU".

RESUME :

La méthode du "fil tendu", proposée par H. VARLET, s'appuie sur des représentations graphiques ; la programmation sur ordinateur relance son intérêt dans la gestion des retenues.

Cette thèse propose quelques solutions pour élargir son application et en particulier pour prendre en compte différentes contraintes liées à la gestion de réservoirs. Le point important de cette thèse est la gestion de réservoirs en avenir incertain par la méthode du fil tendu. Deux techniques sont proposées : la première, basée sur la simulation des pluies journalières et des débits journaliers ; la seconde, sur la simulation des apports et des déficits. La seconde est également développée pour la gestion en temps réel. Les résultats obtenus ont été comparés à ceux donnés par d'autres méthodes.

L'application pratique de la méthode du fil tendu montre que cette méthode possède des avantages non négligeables : temps de calcul réduit, solution optimale et unique...

Les résultats obtenus montrent l'intérêt de remettre à l'honneur cette ancienne méthode qui a encore de belles perspectives dans la gestion de réservoirs.

MOTS-CLES :

Réservoir, gestion opérationnelle, méthode du fil tendu.