# SOURCES ET ANALYSE DES DONNÉES DÉMOGRAPHIQUES

Application à l'Afrique d'expression française et à Madagascar

## DEUXIEME PARTIE

## *AJUSTEMENT DE DONNÉES IMPARFAITES*

INSTITUT NATIONAL D'ÉTUDES DÉMOGRAPHIQUES
INSTITUT NATIONAL DE LA STATISTIQUE ET DES ÉTUDES ÉCONOMIQUES
OFFICE DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE D'OUTRE-MER
SECRÉTARIAT D'ÉTAT AUX AFFAIRES ÉTRANGÈRES CHARGÉ DE LA COOPÉRATION
1973

# SOURCES ET ANALYSE DES DONNÉES DÉMOGRAPHIQUES

*Application à l'Afrique d'expression française et à Madagascar*

●

**DEUXIÈME PARTIE**

INSTITUT NATIONAL D'ÉTUDES DÉMOGRAPHIQUES
INSTITUT NATIONAL DE LA STATISTIQUE ET DES ÉTUDES ÉCONOMIQUES
OFFICE DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE D'OUTRE-MER
SECRÉTARIAT D'ÉTAT AUX AFFAIRES ÉTRANGÈRES
CHARGÉ DE LA COOPÉRATION

1973

# Avertissement

La présente brochure –Ajustement de données imparfaites– est la *deuxième partie* d'un Manuel méthodologique mis au point par le groupe de travail I.N.E.D., I.N.S.E.E., O.R.S.T.O.M., S.E.A.E. et dont le titre général est :

"SOURCES ET ANALYSE DES DONNEES DEMOGRAPHIQUES"
Application à l'Afrique d'expression française et à Madagascar

La *première partie* paraîtra au début de l'année 1974 : elle comportera trois subdivisions, intitulées respectivement :

– Sources principales (Recensement, Enquête, Etat Civil etc. . .)

– Sources complémentaires (Fichiers, Monographies, etc. . .)

– Problèmes particuliers (Personnel, Coût, etc. . .)

Son titre sera : Sources des données.

La *troisième partie* paraîtra à la fin de l'année 1974 ; sa composition précise n'est pas encore déterminée ; son titre d'ensemble sera vraisemblablement : Analyse des données.

*
* *

Tel qu'il est présenté, ce Manuel est avant tout une œuvre collective à laquelle ses promoteurs se sont efforcés de faire participer le maximum de personnes ayant compétence sur les questions traitées. C'est ainsi qu'en dehors des organismes directement responsables –INED, INSEE, ORSTOM, SEAE– des membres des institutions suivantes ont participé à des titres divers* aux travaux de mise au point des différents chapitres :

– Services africains de statistiques ou de recherches démographiques (Algérie, Burundi, Cameroun, Congo, Côte d'Ivoire, Dahomey, Gabon, Haute-Volta, Madagascar, Mali, Maroc, Mauritanie, Niger, R.C.A., Rwanda, Sénégal, Tchad, Togo, Tunisie, Zaïre, O.C.A.M., U.D.E.A.C.).

– C.E.S.D. (Paris)
– C.R.D.I. (Montréal)
– I.D.P. (Paris)
– I.FO.R.D. (Yaoundé)
– O.C.D.E. (Paris)
– Population Council (New York)
– S.E.D.E.S. (Paris)
– U.I.E.S.P. (Liège)
– U.N.E.S.C.O. (Paris)
– Université de Caroline du Nord (Chapel Hill)

* Cette participation est intervenue au cours de réunions organisées pour examiner certains chapitres, au colloque de démographie africaine tenu à Rabat en Octobre 1972 où furent présentés la majorité des chapitres de la première partie ainsi que la deuxième partie dans son intégralité ou encore lors d'échanges de correspondances.

# Avertissement

Comme les précédents ouvrages de la collection*, le Manuel "Sources et Analyse des données démographiques" a été réalisé par le groupe de démographie africaine INED – INSEE – ORSTOM – SEAE. Il comporte trois parties :

- Sources des données
- Ajustement de données imparfaites
- Analyse des données

qui font l'objet de tomes distincts.

Ce deuxième tome –Ajustement de données imparfaites– reprend l'essentiel du cours professé à l'Institut de Démographie de Paris par M. Clairin depuis l'année scolaire 1970-71 au titre de l'unité de valeur : "Analyse des Statistiques Imparfaites". Y ont en outre collaboré à des titres divers MM. Cantrelle et Hossenlopp. Il a par ailleurs bénéficié des avis et des conseils des représentants des divers services africains, étrangers ou internationaux, avec lesquels le groupe de travail est en liaison.

---

* Afrique Noire –Madagascar– Comores : Démographie Comparée Paris 1967

Les Enquêtes démographiques à passages répétés : Application à l'Afrique d'expression française et à Madagascar –Méthodologie– Paris 1971.

# Deuxième partie

## Ajustement de données imparfaites

## Sommaire général


– Introduction

1. Méthodes d'analyse formelle - Analyse des chiffres des recensements

2. Méthodes d'analyse indirecte ou comparative ne faisant pas intervenir de modèles de mortalité

3. Utilisation de modèles de mortalité

4. Utilisation de modèles de population

– Annexe.

# Ajustement de données imparfaites

## INTRODUCTION

Les populations pour lesquelles on dispose de données démographiques de base correctes sont encore en minorité dans le monde.

Or, c'est justement parmi celles où les statistiques sont incomplètes ou imprécises, que les problèmes démographiques se posent avec le plus d'acuité. C'est également là que les spécialistes des questions démographiques sont en général les plus rares (mais il y a des exceptions).

Il en résulte que, jusqu'à une date récente, on a adopté l'une ou l'autre de deux attitudes extrêmes, néfastes toutes les deux :

– soit la confiance aveugle attachée à des chiffres fournis par les autorités ou des "spécialistes" et qui étaient souvent :

incohérents : exemple, population de Madagascar (en milliers)

| | |
|---|---|
| 1930 | 3 828 |
| 1932 | 3 683 |
| 1936 | 3 778 |
| 1940 | 4 175 |

ou obtenus à partir d'échantillons non représentatifs (taux démographiques calculés sur quelques villages "témoins", rapport de masculinité à la naissance relevés dans *une* maternité).

ou bien déduits des résultats d'un enregistrement, peut être légalement obligatoire, mais visiblement incomplet : exemple, taux brut de mortalité en Syrie (d'après l'état civil)

| | |
|---|---|
| 1953 | 7,0 ‰ |
| 1955 | 4,7 ‰ |
| 1957 | 5,6 ‰ |

– soit inversement, le pessimisme total consistant à renoncer à toute étude démographique scientifique de ces populations jusqu'à ce qu'un système statistique évolué y ait été introduit. Ce qui revenait à renvoyer à un avenir lointain et imprévisible, tout effort cohérent d'information et de développement.

Heureusement, depuis une vingtaine d'années on s'est engagé dans une troisième voie qui a permis d'obtenir des résultats qui sont encore loin d'être parfaits, mais qui dans l'ensemble, encouragent à l'optimisme.

Ces résultats ont résulté des études et recherches entreprises dans deux domaines :

– collecte des données de base
– analyse de ces données.

Seul, le second aspect fait l'objet du présent manuel, mais les deux sont étroitement liés, et on ne peut les isoler. Il est évident que l'analyse démographique ne peut rien inventer et qu'elle est tributaire des méthodes de rassemblement des données statistiques sur lesquelles l'effort doit porter en toute priorité, mais ces méthodes – pour être rentables – doivent être établies en fonction des utilisations ultérieures de ces renseignements.

Par exemple, l'éventail des questions à poser dans les enquêtes a été élargi pour y inclure des données telles que : survie des enfants parmi la descendance des femmes, mortalité infantile par mois d'âge, survie des parents, etc. . . pour lesquelles des techniques d'analyse avaient été élaborées (et qui autrement n'auraient peut-être présenté qu'un intérêt limité).

Historiquement bien qu'il y ait eu depuis longtemps des efforts isolés en ce domaine, on peut considérer que c'est au cours des années 50 que l'on a pris conscience de l'importance du problème et que l'on s'y est attaqué de façon cohérente.

La publication de tables-types de mortalité par les Nations-Unies en 1956 a marqué une véritable révolution. Un peu plus tard vers 1958 la découverte des propriétés des populations quasi-stables a ouvert des perspectives entièrement nouvelles. Les années 1960-1965 ont été une période d'une fécondité extraordinaire et des progrès décisifs y ont été réalisés. Depuis l'innovation s'est quelque peu ralentie. De nombreux travaux se poursuivent, mais ils consistent surtout à fignoler des outils déjà existants.

La situation peut évoluer et on ne peut que souhaiter que d'ici quelques années, ce manuel apparaisse comme nettement dépassé. Ce qui serait un signe de santé pour une discipline encore jeune et, par sa nature même, fondamentalement perfectible.

Ces méthodes ne sont pas des recettes, ou des formules à appliquer mécaniquement. La recherche démographique, dans les pays insuffisamment développés statistiquement est un travail de détective visant à rassembler des indices pour arriver à des présomptions fondées, sérieuses et concordantes.

Pour cela, il ne faut pas se limiter aux renseignements chiffrés, mais bien connaître le milieu, ses problèmes et son histoire, savoir comment a été faite la collecte, ce que valaient les agents recenseurs, quelle était l'attitude de la population, etc. . .

Enfin la présente publication n'a nullement la prétention d'être complète, loin de là. Il a fallu se limiter aux méthodes qui se prêtent à un emploi assez général. Dans la pratique, la documentation et les données disponibles sont extrêmement diverses. Des techniques peuvent être élaborées pour traiter un cas particulier qui seraient inapplicables ailleurs.

D'autre part, il arrive fréquemment que des chercheurs – par une modestie excessive – ne donnent pas une diffusion suffisante à leurs travaux.

### Classement des méthodes.

On peut classer les méthodes d'analyse :

1) suivant le *sujet* :

effectif de la population – composition par âge
fécondité
mortalité
accroissement,
nuptialité, etc. . .

2) suivant les *données disponibles* :

- un ou plusieurs recensements (avec des renseignements plus ou moins détaillés)
- renseignements plus ou moins élaborés sur la fécondité actuelle, la mortalité, la descendance des femmes, etc. . .

3) suivant le *caractère plus ou moins "raffiné" des méthodes et les hypothèses sous-jacentes* :

- les plus sommaires consistent en une simple *analyse formelle* : cohérence et vraisemblance des chiffres
- à un stade plus élaboré, *on compare des renseignements,* soit de même nature, par exemple, comparaison de deux recensements successifs de la même population, soit différents, mais influant l'un sur l'autre, ou découlant du même phénomène : enfants recensés d'une part, fécondité et mortalité d'autre part.
- enfin, les *techniques les plus modernes* font appel à des ajustements ou à des modèles : par exemple, tables types de mortalité, structures stables ou quasi stables.

Fréquemment, ces méthodes ne s'appliquent que si certaines conditions sont remplies, par exemple, l'utilisation d'un modèle stable ou quasi stable, suppose en principe la constance de la fécondité pendant une période assez longue.

CHAPITRE PREMIER

# Méthodes d'analyse formelle, analyse des chiffres des recensements

Il faut distinguer les opérations à caractère suffisamment scientifiques auxquelles on réserve le nom de *recensements* et les autres qui sont de simples "dénombrements".

En ce qui concerne la définition d'un "recensement" l'organisation des Nations-Unies avait posé en 1949-1950 des conditions excessivement libérales.

Un recensement devait simplement :

a) porter sur la "majorité" de la population,
b) donner lieu à un dénombrement individuel,
c) être effectué en moins d'un an.

Depuis 1960, on est plus strict ; les conditions sont les suivantes :

a) universalité,
b) simultanéité,
c) individualité,
d) territoire bien défini,
e) chiffres globaux à l'échelon du territoire et de ses principales composantes.

Il serait bon d'ajouter :

homogénéité,
obligation de répondre et secret statistique,
personnel ayant reçu une formation adéquate,
définition objective des agglomérations et districts de recensement.

En pratique, on aura souvent à travailler sur des chiffres obtenus à la suite d'opérations où ces conditions n'étaient pas remplies.

Le cas le plus grave est sans doute celui où le recensement ou le dénombrement a des incidences extra-démographiques susceptibles d'amener une déformation systématique des résultats : sous-estimation (pour échapper à l'impôt ou au recrutement), sur-estimation pour des raisons politiques ou électorales (cas de la population du Nigéria, surestimée d'au moins 10 % en 1963).

## 1. CAS OU L'ON NE DISPOSE QUE DE CHIFFRES GLOBAUX

### 1.1. **Un seul recensement**

Si l'on ne dispose que d'un seul recensement, il n'y a pas grand chose à faire. Tout au plus peut-on, dans certains cas, estimer la vraisemblance des chiffres régionaux, par comparaison avec d'autres renseignements.

Proportions d'imposables par rapport à l'ensemble
Nombre d'habitations (par exemple en Sierra Léone où il existe un impôt sur les cases)
Taille des ménages
Superficies cultivées.

On peut également comparer la densité obtenue avec celle de régions voisines où les conditions sont analogues. Ainsi, on a avancé autrefois une population de l'ordre de 2 500 000 habitants pour le Libéria, chiffre invraisemblable, car il impliquait une densité très supérieure à celle des régions voisines de Sierra Léone, Guinée et Côte d'Ivoire.

Actuellement la population du Libéria est estimée à un peu plus d'un million d'habitants.

De toute façon, cela ne mène pas très loin.

### 1.2. **Plusieurs recensements**

Si l'on a plusieurs recensements, on peut calculer le taux d'accroissement annuel moyen inter censitaire.

Si $P_1$ est la population au premier recensement, $P_2$ la population au second recensement et t l'intervalle entre les deux recensements, on a évidemment :

$$P_2 = P_1 (1 + r)^t \qquad \log (1 + r) = \frac{\log P_2 - \log P_1}{t}$$

t doit être estimé aussi précisément que possible.

*Exemple* : recensements de Panama :

8- 9-1940
10-12-1950

t est égal à 10 ans + 93 jours

$$\frac{93}{365} = 0{,}255 \qquad t = 10{,}255$$

Le taux r ainsi calculé est un taux apparent résultant de trois facteurs :

| | | |
|---|---|---|
| accroissement naturel<br>solde migratoire | accroissement réel | accroissement apparent |
| différence de précision entre les recensements | | |

L'interprétation de ce taux dépend des données utilisables.

a) nombre de recensements disponibles,
b) données d'état civil
c) données sur les migrations.

#### 1.2.1. **Deux recensements seulement.**

Il arrive que le taux observé soit à rejeter car il est trop élevé (supérieur à 30 ou 35 % par an en l'absence d'immigration) ou au contraire trop faible (ou même négatif) en l'absence d'émigration ou de catastrophes.

Mais il faut être très prudent dans les comparaisons entre pays voisins. L'accroissement naturel est un solde et est donc soumis à des fluctuations considérables, beaucoup plus importantes que celles de la natalité ou de la mortalité.

Ainsi en Europe, on observe dans des pays voisins des accroissements naturels très différents :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Belgique | 5,4 ‰ | Tchécoslovaquie | 8,1 ‰ | Suède | 4,6 ‰ |
| Pays-Bas | 13,6 ‰ | Pologne | 17,8 ‰ | Norvège | 9,2 ‰ |

De même en Afrique

Congo Brazzaville 17 ‰ Gabon 5 ‰

1.2.2. **Plus de deux recensements.**

Plus le nombre de recensements disponibles est élevé, plus il est possible de faire des recoupements et corrections, en étudiant la série des taux d'accroissement. On peut être amené à exclure certains chiffres visiblement aberrants.

*Exemple* = Maroc (zone sud)

| Date | Population | Accroissement intercensitaire | Accroissement 1936-1951 |
|---|---|---|---|
| 1931 | 5 067 743 | | |
| 1936 | 5 903 995 | + 31,0 ‰ | |
| 1947 | 8 088 600 | + 24,0 ‰ | + 15,1 ‰ |
| 1951 | 7 442 110 | − 19,2 ‰ | |
| 1960 | 9 783 683 | + 32,9 ‰ | |

Le chiffre de 1947 est visiblement gonflé. Il y a une explication : c'est l'existence d'un rationnement qui encourageait l'invention d'individus fictifs.

La série des taux devient plus vraisemblable, si l'on élimine le recensement de 1947, puisque la guerre pourrait justifier la baisse du rythme d'accroissement entre 1936 et 1951.

Autre exemple, recensements du Guatémala :

| Période intercensitaire | Accroissement annuel moyen | Accroissement 1921-1950 |
|---|---|---|
| 1880-1893 | + 8,4 ‰ | |
| 1893-1921 | + 13,6 ‰ | |
| 1921-1940 | + 26,7 ‰ | + 11,6 ‰ |
| 1940-1950 | − 16,3 ‰ | |

Conclusions des services des Nations-Unies :

Les chiffres de 1940 sont certainement surestimés ; mais l'accroissement 1920-1950 est jugé assez faible. On en déduit que :

ou 1921 est surestimé
ou 1893 et 1950 sont sous-estimés } ou bien les deux.

Ce n'est pas exagérément précis.

"L'équation de concordance" s'écrit :

$$P = P_0 + N - D + I - E$$

P = population recensée
$P_0$ = population au recensement précédent
N = naissances dans l'intervalle
D = décès dans l'intervalle
I = immigration dans l'intervalle
E = émigration dans l'intervalle

Il serait bon d'y ajouter un terme correctif : amélioration ou détoriation de la "couverture" du recensement.

En fait, N et D ne sont connus correctement que dans une minorité de pays. Quant à I et E, on n'en a une idée que dans un très petit nombre de cas, cette équation est d'ailleurs souvent utilisée pour essayer d'estimer I − E : solde migratoire. Autrement elle ne peut servir en général qu'à déceler des erreurs très importantes.

Encore faut-il pouvoir les localiser : les écarts peuvent se compenser. Au Zaïre, il existait un état civil dont on affirmait qu'il était à peu près complet. Une enquête démographique a montré qu'il y avait sous-estimation, tant des naissances que des décès, mais par une heureuse coïncidence, cela ne changeait pas le taux d'accroissement.

Taux pour 1 000 (Zaïre)

| | Etat civil | Enquête démographique |
|---|---|---|
| Taux brut de natalité | 43 | 52 |
| taux brut de mortalité | 18 | 27 |
| taux d'accroissement naturel | 25 | 25 |

## 2. CAS OU L'ON DISPOSE DE RENSEIGNEMENTS PAR SEXE

Cette simple classification constitue déjà un progrés. Contrairement à ce que l'on pourrait croire, il se produit des erreurs à ce sujet (erreurs d'enregistrement auxquelles viennent trop souvent s'ajouter des erreurs de dépouillement).

Il y a des erreurs de déclaration – surtout pour les jeunes enfants – mais surtout les omissions de femmes sont fréquentes dans certaines cultures. L'inverse se produit dans d'autres cas (crainte du service militaire, etc. . .).

Normalement, en l'absence de migrations, le rapport de masculinité est voisin de l'unité ; la prédominance du sexe masculin à la naissance étant compensée par la surmortalité masculine. Mais ce dernier phénomène n'a pas un caractère général. Dans le proche Orient, les rapports de masculinité observés vont de 100,8 en Irak à 111,2 au Pakistan.

Dans les pays en voie de développement, ce rapport est plus élevé dans les villes que dans les zones rurales :

en Iran : 103,6 (ensemble du pays) mais
192 à Téhéran

au Cameroun occidental :
98 (ensemble du pays)
94 dans les zones rurales
97 dans les bourgs (centre semi-urbains)
124 dans les villes
125 dans les plantations.

Mais dans des populations développées, on peut trouver l'inverse :

Canada : rapports de masculinité
117 population rurale agricole
120 population rurale non agricole
96 population des villes
(94 pour les villes de plus de 200 000 habitants).

## 3. CAS OU L'ON DISPOSE DE REPARTITION, PAR SEXE ET PAR AGE

Lorsqu'on dispose de ces données, on peut enfin travailler de façon scientifique. Dans cette partie on n'abordera que les méthodes et procédés mécaniques ne faisant intervenir aucune hypothèse ou aucun modèle.

Une première remarque : il faut, au départ, avoir dans la mesure du possible une répartition détaillée par année d'âge (et même par mois au-dessous d'un an).

Evidemment, on regroupera ultérieurement ces données, mais ce regroupement représente une certaine perte d'information.

### 3.1. **Quelles sont les causes d'erreurs sur la répartition par âge ?**

*a) les omissions préférentielles à certains âges.*

On observe assez fréquemment, par exemple, l'omission de jeunes enfants (moins de 5 ans). On a déjà signalé les omissions de femmes jeunes ou d'hommes adultes rencontrées dans certains recensements.

*b) la non-déclaration de l'âge.*

Il y a là une négligence de la part du recenseur, facile à déceler lors du contrôle. En général les effets en sont assez faibles du point de vue de l'analyse, bien que ce type d'erreur soit souvent plus fréquent à certains âges.

*c) la mauvaise estimation.*

Cette cause d'erreur est liée à l'analphabétisme mais il y a des différences suivant les cultures. Les méthodes proposées pour pallier cette carence sont nombreuses, mais supposent une préparation soignée et une durée d'interrogatoire qui exclut leur emploi dans des recensements exhaustifs. Même dans des enquêtes par sondage, elles donnent des résultats souvent décevants.

Les erreurs aléatoires ou des déformations comme l'attraction des nombres ronds ne doivent pas avoir de conséquences trop graves pour l'analyse démographique, mais souvent il y a des distorsions systématiques ; par exemple on observe dans la plupart des relevés faits sur les populations de l'Afrique ou de l'Asie du Sud une tendance à sous estimer le nombre des femmes autour de l'âge de début de la puberté (c'est-à-dire dans l'intervalle 10-19 ans) et en compensation, à surestimer légèrement celui des filles âgées de 5 à 9 ans et considérablement celui des femmes de 20 à 29 ans et même au-delà.

A titre d'exemple (il s'agit d'une population où ces déformations ne sont pas particulièrement accusées) voici la répartition observée (pour 1 000 femmes au total) de la population féminine du Cameroun occidental (enquête de 1964) comparée à une estimation de la répartition effective.

| Groupe d'âge | Répartition par groupe d'âge quinquennal | | Répartition cumulée | |
|---|---|---|---|---|
| | observée | estimée | observée | estimée |
| 0- 4 | 101 | 101 | 101 | 101 |
| 5- 9 | 83 | 78 | 184 | 179 |
| 10-14 | 46 | 64 | 230 | 243 |
| 15-19 | 45 | 53 | 275 | 296 |
| 20-24 | 52 | 45 | 327 | 341 |
| 25-29 | 49 | 38 | 376 | 379 |
| 30-34 | 37 | 32 | 413 | 411 |
| 35-39 | 28 | 26 | 441 | 437 |
| 40-44 | 21 | 21 | 462 | 468 |
| etc... | | | | |

La répartition cumulée donne pour chaque groupe d'âge la proportion de la population dont l'âge est inférieur à la limite supérieure de ce groupe. La concordance est beaucoup meilleure entre les répartitions cumulées qu'entre les répartitions par groupe car des compensations se produisent et les transferts entre les groupes cumulés n'interviennent pas. Ici, – cas d'ailleurs assez favorable – les deux distributions cumulées ne diffèrent presque plus à partir de 30 ans.

D'où un principe d'une application très générale : dans l'analyse des répartitions par âge, on a tout avantage à travailler sur les distributions cumulées.

### 3.2. **Méthodes et formules visant à estimer le degré d'exactitude de la répartition par âge observée.**

#### 3.2.1. **Statistiques par année d'âge détaillée.**

Le phénomène le plus classique est celui de l'attraction des nombres terminés par 0 ou 5.

Exemple : recensement turc de 1945

| Age en années | Nombre en milliers | | Nombre total | | Nombre moyen par année d'âge | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | hommes | femmes | hommes | femmes | hommes | femmes |
| 30 | 301 | 471 | | | | |
| 31 | 103 | 42 | | | | |
| 32 | 133 | 78 | 731 | 700 | 146,2 | 140,0 |
| 33 | 107 | 60 | | | | |
| 34 | 87 | 48 | | | | |
| 35 | 283 | 373 | | | | |
| 36 | 101 | 61 | | | | |
| 37 | 77 | 42 | 607 | 578 | 121,4 | 115,8 |
| 38 | 96 | 74 | | | | |
| 39 | 50 | 28 | | | | |
| 40 | 244 | 558 | | | | |

L'irrégularité est beaucoup plus marquée pour les femmes, illettrées en plus grand nombre, ce qui se traduit par les variations du rapport de masculinité.

$$\frac{\text{effectif des hommes}}{\text{effectif des femmes}} \times 100$$

| Age | Rapport de masculinité | Age | Rapport de masculinité | Age | Rapport de masculinité |
|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 64 | 35 | 76 | 40 | 60 |
| 31 | 244 | 36 | 166 | . | . |
| 32 | 170 | 37 | 182 | . | . |
| 33 | 178 | 38 | 131 | . | . |
| 34 | 182 | 39 | 177 | . | . |

Ce rapport est inférieur à 100 pour les âges ronds et semi-ronds, il est supérieur à 100, mais à des degrés très variables pour les autres âges.

Une première question qui se pose est de savoir si les effectifs des âges ronds et semi-ronds sont gonflés de préférence par "vieillissement" des personnes dont l'âge réel est inférieur ou par "rajeunissement" des personnes d'âges supérieurs. Cela aura une grande influence sur la valeur des regroupements ultérieurs (par classes quinquennales).

On a proposé la technique suivante : pour chaque âge rond ou semi-rond, on fait le rapport des effectifs de l'âge immédiatement inférieur et de l'âge immédiatement supérieur :

$$\frac{N_{x-1}}{N_{x+1}}$$

Par exemple, au recensement turc, on a les chiffres suivants :

| Age | Hommes | Femmes |
|---|---|---|
| 29 | 61 | 33 |
| 30 | 301 | 471 |
| 31 | 103 | 42 |

Pour l'âge de 30 ans les rapports sont :

$$\text{pour les hommes } \frac{61}{103} = 0{,}59 \simeq 0{,}6$$

$$\text{pour les femmes } \frac{39}{42} = 0{,}78 \simeq 0{,}8$$

Si ce rapport est inférieur à l'unité, on en conclut – un peu hâtivement – que l'attraction des nombres ronds s'exerce de façon prédominante dans le sens du "vieillissement" et vice-versa.

Pour le recensement turc de 1945 et, en se limitant aux âges ronds, on obtient les rapports suivants :

| Ages | Hommes | Femmes |
|---|---|---|
| 10 | 1,2 | 1,3 |
| 20 | 0,9 | 1,4 |
| 30 | 0,6 | 0,8 |
| 40 | 0,7 | 0,9 |
| 50 | 0,8 | 0,8 |
| 60 | 0,7 | 0,7 |

Cela semblerait indiquer qu'il y a pour les deux sexes une tendance à se rajeunir aux environs de 10 ans, que les femmes seules ont tendance à se rajeunir vers 20 ans et que les deux sexes tendent à se vieillir aux âges plus élevés.

En fait, cette technique élémentaire n'a guère de valeur, elle suppose implicitement que les distorsions de l'estimation des âges ne portent que sur une année en plus ou en moins, alors que l'expérience montre qu'elles peuvent atteindre 5 ans et plus.

On a donc élaboré des méthodes plus raffinées pour estimer l'importance de la préférence (ou de la répulsion) pour certains chiffres et on a cherché à exprimer par un indice la correction de l'estimation des âges.

On pourrait penser à estimer simplement cette préférence en faisant la somme des effectifs des personnes dont les âges se terminent par le même chiffre.

$$n_0 + n_{10} + n_{20} + n_{30} + \ldots$$
$$n_1 + n_{11} + n_{21} + n_{31} + \ldots$$
$$n_2 + n_{12} + n_{22} + n_{32} + \ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$n_9 + n_{19} + n_{29} + n_{39} + \ldots$$

Mais il y aurait une erreur systématique évidente : dans tout groupe quinquennal, il y a normalement plus de personnes de 20 ans que de personnes de 21 ans, etc. . .

On a par conséquent cherché des formules compensant cette inégalité. Voici trois indices qui ont été proposés.

*a) Indice de Whipple.*

C'est le plus simple, il vise simplement à estimer le degré de préférence pour 0 et 5.

Il consiste à prendre l'effectif total des personnes âgées de 23 à 62 ans et à faire la somme des effectifs de cet intervalle dont les âges se terminent par 0 et par 5.

Puis on fait le rapport de cette dernière somme au 1/5 de l'effectif total. Ce rapport est égal au maximum à 5 (tous les âges enregistrés se terminent par 0 ou 5). S'il est égal à 1, il n'y a aucune préférence. S'il était inférieur à 1, il y aurait une certaine "répulsion" pour les âges ronds. (Cela se produit quelque fois, à force de mettre en garde les recenseurs ou enquêteurs contre l'attraction des âges ronds).

Les limites de 23 à 62 ans visent à compenser l'effet dû à la décroissance normale des effectifs dans un groupe d'âge (le fait que l'on regroupe les âges terminés par 0 ou par 5, amène déjà une certaine compensation). Ces limites ont un caractère certes arbitraire, mais leur choix s'appuie sur un certain nombre de tests pratiques assez satisfaisants.

Voici quelques chiffres (en pourcentage) :

Pour le recensement turc de 1945, *l'indice de Whipple* serait :

219,0 % pour les hommes,
342,2 % pour les femmes,

A Ceylan (recensement de 1953)

156,1 % pour les hommes
173,4 % pour les femmes

En ce qui concerne les recensements des Etats-Unis, l'évolution a été la suivante (pour l'ensemble des deux sexes) (pour 100).

| | | |
|---|---|---|
| 1880 .... 144,8 | 1910 .... 120,9 | 1940 .... 109,7 |
| 1890 .... 131,3 | 1920 .... 115,7 | |
| 1900 .... 119,8 | 1930 .... 115,5 | |

*b) Indice de Bachi.*

Il vise à étendre l'utilisation du principe précédent à la comparaison de tous les chiffres (et pas seulement 0 et 5). Il s'appuie sur les bases théoriques plus sérieuses. On commence par comparer le total des effectifs des âges terminés par un chiffre donné avec l'effectif total d'un groupe qui varie avec le chiffre comme le montre le tableau ci-dessous :

| Ages totalisés | Intervalle de référence |
|---|---|
| 30, 40, 50, 60, 70 | moyenne de 25-74 et 26-75* |
| 31, 41, 51, 61, 71 | id. 26-75 et 27-76 |
| 32, 42, 52, 62, 72 | id. 27-76 et 28-77 |
| $\frac{1}{2}$ 23, 33, 43, 53, 63, $\frac{1}{2}$ 73 | id. 23-72 et 24-73 |
| $\frac{1}{2}$ 24, 34, 44, 54, 64, $\frac{1}{2}$ 74 | id. 24-73 et 25-74 |
| $\frac{1}{2}$ 25, 35, 45, 55, 65, $\frac{1}{2}$ 75 | id. 25-74 et 26-75 |
| $\frac{1}{2}$ 26, 36, 46, 56, 66, $\frac{1}{2}$ 76 | id. 26-75 et 27-76 |
| $\frac{1}{2}$ 27, 37, 47, 57, 67, $\frac{1}{2}$ 77 | id. 27-76 et 28-77 |
| 28, 38, 48, 58, 68 | id. 23-72 et 24-73 |
| 29, 39, 49, 59, 69 | id. 24-73 et 25-74 |

* c'est-à-dire, en fait, $26 - 74 + \frac{1}{2}(25 + 75)$

Chacune de ces proportions est exprimée en pourcentages, qui, en cas de régularité parfaite devraient tous être égaux à 10 %.

On calcule ensuite les différences entre les pourcentages observés et le pourcentage théorique de 10 %.

*Exemple* : recensement de Ceylan (1953) :

| Chiffre | Sexe masculin | | Sexe féminin | |
|---|---|---|---|---|
| | % observé | écart | % observé | écart |
| 0 | 15 | + 5 | 18 | + 8 |
| 1 | 5 | – 5 | 5 | – 5 |
| 2 | 10 | – | 9 | – 1 |
| 3 | 10 | – | 9 | – 1 |
| 4 | 9 | – 1 | 8 | – 2 |
| 5 | 16 | + 6 | 17 | + 7 |
| 6 | 9 | – 1 | 9 | – 1 |
| 7 | 7 | – 3 | 7 | – 3 |
| 8 | 13 | + 3 | 13 | + 3 |
| 9 | 6 | – 4 | 5 | – 5 |

On fait ensuite le total des écarts positifs (égaux en valeur absolue aux écarts négatifs). Cette somme constitue *l'indice de Bachi.*

Dans le cas ci-dessus, elle est de 14 pour les hommes
18 pour les femmes.

La limite supérieure est 90 (tout le monde est enregistré avec des âges terminés par le même chiffre).

On peut en outre étudier chaque chiffre séparément. A Ceylan, on constate que la préférence est à peu près la même pour 5 et pour 0, que le chiffre 8 est aussi très favorisé, que 9 et 1 sont particulièrement impopulaires.

*c) Indice de Myers.*

Il apporte une autre solution au problème de la décroissance des effectifs à l'intérieur des groupes décennaux.

On procède comme suit :

– on fait la somme du nombre de personnes dont les âges se terminent par chaque nombre entier
– d'une part pour les gens âgés de 10 ans et plus
– d'autre part pour les gens âgés de 20 ans et plus.

Appelons $S'_0$ $S'_1$ ..... $S'_9$ les premières sommes
$S''_0$ $S''_1$ ..... $S''_9$ les secondes

– on les pondère ensuite par des coefficients entiers dont la somme est égale à 10 et on additionne de la façon suivante :

$$1 \times S'_0 + 9 \times S''_0 = T_0$$
$$2 \times S'_1 + 8 \times S''_1 = T_1$$
$$3 \times S'_2 + 7 \times S''_2 = T_2$$
$$4 \times S'_3 + 6 \times S''_3 = T_3$$
$$5 \times S'_4 + 5 \times S''_4 = T_4$$
$$6 \times S'_5 + 4 \times S''_5 = T_5$$
$$7 \times S'_6 + 3 \times S''_6 = T_6$$
$$8 \times S'_7 + 2 \times S''_7 = T_7$$
$$9 \times S'_8 + 1 \times S''_8 = T_8$$
$$10 \times S'_9 + 0 \times S''_9 = T_9$$

– on calcule ensuite le pourcentage de chaque T ($T_0$, $T_1$, ...) par rapport au total des T, on fait la différence entre ces pourcentages et 10 % et on calcule la somme *des valeurs absolues* des écarts.

Cette somme est donc comprise entre 0 et 180 *(l'indice de Myers* est sensiblement égal au double de celui *de Bachi).*

Voici quelques valeurs de *l'indice de Myers :*

| | | |
|---|---|---|
| Bengale | (1901) | 62,6 |
| Russie | (1897) | 20,5 |
| Brésil | (1940) | 16,3 |
| Australie | (1933) | 4,0 |
| Suède | (1939) | 1,2 |

3.2.2. **Statistiques par groupe d'âge.**

*(Indice combiné du Service Démographique des Nations-Unies.)*

Le classement par groupes quinquennaux (et à fortiori décennaux) élimine les erreurs dues à la préférence pour certains chiffres mais pas complètement.

*Exemple* : les déplacements de l'âge de 31 ans à 33 ans ou 34 ans n'influent pas sur l'effectif du groupe 30-34 ans.

Par contre, un déplacement de 29 à 30 ans gonfle le groupe 30-34. Il arrive même que les déplacements se produisent en sens inverse aux deux extrémités d'un groupe, d'où une distorsion importante.

Ainsi, dans le groupe d'âge 15-19 (sexe féminin) on constate souvent une tendance à rajeunir les femmes de 15 ou 16 ans et à vieillir les femmes de 17, 18 et 19 ans. Et on a déjà signalé l'existence de distorsions encore plus accusées.

3.2.2.1. ***Définition.***

Il ne faut pas oublier que la répartition réelle n'est pas forcément "régulière" (voir par exemple celle de la France, effets des guerres, changements du niveau de la fécondité, migrations, etc. . .).

On cherche des indices qui soient aussi peu sensibles que possible à ce type d'irrégularité.

On en a retenu deux :

a) Un indice de régularité de la répartition par âge dit "rapport des âges" :

On fait le rapport (pour 100) de l'effectif de chaque groupe d'âge par rapport à la moyenne des effectifs des groupes d'âge encadrant. On calcule la différence entre ces rapports et 100. On prend la moyenne des valeurs absolues de ces différences pour l'ensemble de la distribution considérée. (pour chaque sexe séparément).

*Exemple* emprunté aux Etats-Unis :

| Groupe d'âge | Effectif (en 1 000 personnes) | |
|---|---|---|
| 0- 4 | 4 677 | |
| 5- 9 | 4 135 | moyenne des groupes encadrant le groupe 5-9 |
| 10-14 | 3 825 | $\frac{4\,677 + 3\,825}{2} = 4\,251$ |

Rapport pour 5-9 $\frac{4\,135}{4\,251} = 97{,}3\ \%$

La suite du calcul donnerait les rapports suivants :

| | | Différence avec 100 |
|---|---|---|
| 0- 4 | – | (calcul impossible) |
| 5- 9 | 97,3 | – 2,7 |
| 10-14 | 98,3 | – 1,7 |
| 15-19 | 103,2 | + 3,2 |
| 20-24 | 100,7 | + 0,7 |

Pour cet intervalle la somme des valeurs absolues est 8,3 et la moyenne $\frac{8,3}{4}$

$$\frac{8,3}{4} = 2,075 \simeq 2,1$$

b) le "rapport de masculinité"

On calcule le rapport : $\frac{\text{effectif des hommes}}{\text{effectif des femmes}} \times 100$ pour tous les groupes d'âges, en général jusqu'au groupe 70-74, puis on calcule les différences entre les rapports successifs et on prend la moyenne des valeurs absolues de ces écarts. C'est l'"indice de rapport de masculinité".

*Exemple* : recensement de Ceylan (1953)

| Groupe d'âges | rapport de masculinité | Différence |
|---|---|---|
| 0- 4 | 101,54 | – |
| 5- 9 | 102,64 | + 1,10 (= 102,64-101,54) |
| 10-14 | 106,58 | + 3,94 (= 106,58-102,64) |
| 15-19 | 107,37 | + 0,79 etc... |
| 20-24 | 106,14 | – 1,23 |

Si l'on s'arrêtait au groupe 20-24, l'indice de rapport de masculinité serait :

$$\frac{1,10 + 3,94 + 0,79 + 1,23}{4} = \frac{7,06}{4} = 1,765 \simeq 1,8$$

On a donc deux indices. Quelle est leur signification ?

Le premier est assez influencé par les irrégularités réelles. On peut donc penser que le second ("rapport de masculinité") rend mieux compte de l'exactitude des relevés, mais il ne suffit pas, car, au moins pour certains groupes d'âge, les distorsions peuvent être les mêmes pour les deux sexes.

c) Indice combiné

Finalement on a adopté un "indice combiné" égal à : 3 fois l'indice de masculinité + les indices de rapport des âges pour chaque sexe.

*Exemple* : évolution de l'indice combiné des recensements de Ceylan :

| Date des recensements | 1891 | 1921 | 1946 | 1953 |
|---|---|---|---|---|
| Indice des âges hommes (A) | 29,4 | 14,1 | 12,2 | 8,8 |
| Indice des âges femmes (B) | 49,0 | 17,4 | 11,3 | 11,0 |
| Indice de masculinité (C) | 32,0 | 22,0 | 9,6 | 4,4 |
| Indice combiné (A + B + 3C) | 174,4 | 97,5 | 52,3 | 33,0 |

3.2.2.2. ***Effets des regroupements***

Cet indice combiné s'applique aussi bien aux classements décennaux qu'aux classements quinquennaux. Toutefois le choix du classement modifie son ordre de grandeur de façon d'ailleurs complètement différente suivant les cas.

Le plus souvent, le regroupement tend à élever l'indice combiné.

*Exemple* : estimation de l'indice pour les Etats-Unis (1940) s'il n'y avait pas d'erreurs d'enregistrement :

| | Regroupement par groupes d'âges | |
|---|---|---|
| | quinquennaux | décennaux |
| Indice des âges d'hommes | 0,7 | 2,8 |
| Indice des âges des femmes | 0,6 | 2,6 |
| Indice de masculinité | 1,3 | 2,4 |
| Indice combiné | 5,2 | 12,6 |

Par contre pour les recensements anciens de l'Inde, le rapport est inverse :

| | Recensement de l'Inde de | | |
|---|---|---|---|
| | 1911 | 1921 | 1931 |
| | Indices calculés à partir des groupes quinquennaux | | |
| Indice des âges d'hommes | 27,2 | 27,4 | 6,1 |
| Indice des âges femmes | 37,6 | 35,7 | 6,2 |
| Indice de masculinité | 14,0 | 12,9 | 5,2 |
| Indice combiné | 106,8 | 101,8 | 27,9 |

| | 1911 | 1921 | 1931 |
|---|---|---|---|
| | Indices calculés à partir des groupes décennaux | | |
| Indice des âges hommes | 5,5 | 6,5 | 5,0 |
| Indice des âges femmes | 10,0 | 8,0 | 7,3 |
| Indice de masculinité | 10,1 | 10,0 | 6,6 |
| Indice combiné | 45,8 | 44,5 | 32,1 |

Il y a un progrès très net entre 1921 et 1931 qui modifie complètement le rapport entre les deux indices.

Certaines irrégularités ont des répercussions plus marquées sur les indices calculés à partir des groupes d'âge quinquennaux, ce sont :

- les fluctuations à court terme,
- la préférence pour certains chiffres,

Les autres ont plus d'influence sur les indices calculés à partir des groupes décennaux, ce sont :

- les fluctuations à long terme,
- les tendances marquées à la sur ou à la sous-estimation.

3.2.2.3. ***Autres facteurs susceptibles d'influer sur l'indice***

Cet indice est commode, et surtout intéressant pour les comparaisons, mais il n'est pas entièrement objectif. Il faut l'interpréter en essayant de distinguer l'influence des distorsions réelles, et celle des erreurs d'enregistrement.

Les facteurs susceptibles de produire des distorsions réelles sont :

a) la modification du niveau de la mortalité
b) un changement important du nombre annuel des naissances
c) les mouvements migratoires
d) des événements catastrophiques tels que les guerres.

a) Une modification du niveau de mortalité n'a pratiquement pas d'effet très notable sur le niveau de l'indice.

b) Les changements du nombre annuel des naissances n'ont pas d'influence sur le rapport de masculinité.

En ce qui concerne les indices de rapport d'âge, il faut distinguer :

Les modifications progressives (comme une tendance durable à la baisse de la fécondité) n'ont que peu d'influence. Il en est de même des variations cycliques à court terme (il y a compensation).

Par contre, les variations cycliques à long terme et les perturbations exceptionnelles (guerres, crises économiques) augmentent considérablement les indices de rapport d'âge.

c) L'influence des mouvements migratoires dépend :

– de leur importance relative
– de leur continuité et leur régularité
– de la composition du courant migratoire (hommes jeunes isolés ou familles)

d) les guerres ont une triple influence :

– pertes militaires : affectent les hommes de certains groupes d'âge
– surmortalité des civils : n'a en général que des répercussions faibles
– déficit des naissances (voir plus haut).

Ces effets combinés peuvent être tels que l'indice que l'on pourrait calculer n'a absolument aucune signification.

*Exemple* : Population allemande de 1946 : 2 guerres à 25 ans d'intervalle. Tous les groupes d'âge en-dessous de 60 ans étaient "chahutés".

### 3.2.2.4. ***Ajustement***

*a) Exclusion de certains groupes*

On exclut purement et simplement du calcul des composantes de l'indice les groupes d'âge soumis à d'importantes fluctuations démographiques.

En pratique, on connait le plus souvent les groupes d'âge affectés par les changements du nombre de naissances ou les pertes militaires, mais on ne sait pas toujours dans quelle mesure ils sont perturbés.

L'incertitude est beaucoup plus grande en ce qui concerne les migrations.

De toute façon, il faut conserver au minimum 6 groupes d'âge quinquennaux pour le calcul de chacun des indices partiels (pas forcément les mêmes groupes pour chaque indice).

Exemple : deux recensements d'avant la dernière guerre concernant deux pays ayant subi en 1914-1918 de lourdes pertes et une chute de natalité.

| | Autriche (1939) | | Turquie (1935) | |
|---|---|---|---|---|
| | Brut | Ajusté | Brut | Ajusté |
| Indice des âges hommes | 8,9 | 2,5 | 14,5 | 12,3 |
| Indice des âges femmes | 8,8 | 2,9 | 26,0 | 27,6 |
| Indice de masculinité | 2,8 | 2,1 | 14,8 | 13,8 |
| Indice combiné | 26,1 | 11,7 | 84,9 | 81,3 |

Les chiffres ajustés ont été obtenus en excluant les groupes suivants :

| | Autriche | Turquie |
|---|---|---|
| Indice des âges hommes | 15-29 (nés en 1910-1924) &35-49 (nés en 1890-1904) | 15-24 (nés en 1911-1920) &35-44 (nés en 1891-1900) |
| Indice des âges femmes | 15-29 (nées en 1910-1924) | 15-24 (nées en 1911-1920) |
| Indice de masculinité | 40-44 (nés en 1890-1894) | 40-44 (nés en 1891-1895) |

Les chiffres ajustés montrent que l'enregistrement était correct en Autriche, mais qu'en Turquie, les erreurs d'observation masquaient presque complètement les déformations réelles (l'exclusion de femmes relativement jeunes aboutit même à relever l'indice des âges pour le sexe féminin).

*b) Cas des groupes d'amplitude différente.*

Il arrive que certains résultats soient publiés en partie par groupes quinquennaux et en partie par groupes décennaux.

*Par exemple :*

0 – 4
5 – 9
10 – 14
15 – 19
20 – 29
30 – 39
40 – 49
etc.

Dans ce cas, on recommande la technique suivante : donner la pondération 1 aux rapports calculés pour les groupes quinquennaux et la pondération 1/2 à ceux qui sont calculés à partir des groupes décennaux.

Il faut que le nombre de rapports quinquennaux plus la moitié de celui des rapports décennaux soit au moins égal à 6.

*c) Correction pour les populations peu nombreuses.*

Plus l'effectif est faible plus des variations aléatoires importantes en valeur relative risquent de se produire.

*Exemple* : voici les indices combinés relatifs à trois populations voisines, mais d'effectifs très différents :

| | France | Luxembourg | | Monaco |
|---|---|---|---|---|
| | (43 000 000 habitants) | (300 000 habitants) | | (20 000 habitants) |
| | 1954 | 1935 | 1947 | 1951 |
| Indice combiné | 10,0 | 14,1 | 16,0 | 30,7 |

Des différences aussi marquées ne semblent pouvoir s'expliquer que par la différence des effectifs. On a fait l'hypothèse que l'influence de la taille de la population se traduisait par un facteur additif autrement dit :

J = A + S
J = indice observé
A = indice vrai
S = perturbation résultant de l'effectif de la population.

Cette perturbation a un caractère aléatoire : tout se passe par exemple, dans le cas de Monaco, comme si on avait prélevé un échantillon de 20 000 personnes sur une population très nombreuse ayant les mêmes caractéristiques (et des variations aléatoires négligeables).

Dans ce cas l'écart dû au prélèvement d'un échantillon (erreur de sondage) est proportionnel à l'écart-type de cet échantillon.

L'écart-type $\sigma$ est la racine carrée de la variance, elle même sensiblement inversement proportionnelle à l'effectif de l'échantillon. L'écart-type est donc inversement proportionnel à la racine carrée de la population.

On peut donc mettre S sous la forme $\frac{B}{\sqrt{P}}$ et on écrit

$J = A + \frac{B}{\sqrt{P}}$ les coefficients A et B sont calculés par la méthode des moindres carrés.

Appliquée dans les 3 pays ci-dessus, cette correction donne les indices ajustés suivants :

| France | Luxembourg | | Monaco |
|---|---|---|---|
| 1946 | 1935 | 1947 | 1951 |
| 10,0 | 11,1 | 13,0 | 8,7 |

Ces chiffres sont beaucoup plus cohérents, l'augmentation observée au Luxembourg s'explique par les suites de la guerre.

*Autre exemple*: on a fait à Porto-Rico un recensement complet en 1940 (effectif environ 1 500 000 personnes) et un sondage en 1950 (échantillon 8 700 personnes). Les indices obtenus sont les suivants :

| | Recensement | Sondage |
|---|---|---|
| Brut | 23,8 | 48,7 |
| rectifié | 23,8 | 14,7 |

L'estimation des âges est en réalité, comme il fallait s'y attendre, nettement meilleure pour le sondage que pour le recensement.

Il existe une table donnant des valeurs approximatives du coefficient en fonction de l'effectif global. (aucune correction n'est à faire lorsque cet effectif dépasse 1 000 000 de personnes).

Cet ajustement doit être utilisé avec circonspection, il vaut surtout lorsque l'on compare des populations dont les caractéristiques sont analogues.

Les coefficients sont les suivants :

| Limite inférieure | Coefficient S | Limite inférieure | Coefficient S | Limite inférieure | Coefficient S | Limite inférieure | Coefficient S |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 000 000 | 0 | 45 000 | 13 | 14 100 | 26 | 6 800 | 39 |
| 600 000 | 1 | 40 000 | 14 | 13 200 | 27 | 6 500 | 40 |
| 400 000 | 2 | 36 000 | 15 | 12 300 | 28 | 6 200 | 41 |
| 290 000 | 3 | 32 000 | 16 | 11 600 | 29 | 5 900 | 42 |
| 220 000 | 4 | 29 000 | 17 | 10 900 | 30 | 5 650 | 43 |
| 170 000 | 5 | 26 000 | 18 | 10 300 | 31 | 5 400 | 44 |
| 136 000 | 6 | 24 000 | 19 | 9 700 | 32 | 5 200 | 45 |
| 111 000 | 7 | 22 000 | 20 | 9 200 | 33 | 5 000 | 46 |
| 93 000 | 8 | 20 000 | 21 | 8 700 | 34 | 4 800 | 47 |
| 78 000 | 9 | 18 000 | 22 | 8 300 | 35 | 4 600 | 48 |
| 67 000 | 10 | 17 000 | 23 | 7 900 | 36 | 4 400 | 49 |
| 58 000 | 11 | 16 000 | 24 | 7 500 | 37 | | |
| 51 000 | 12 | 15 000 | 25 | 7 100 | 38 | | |

**Conclusion**

On a analysé les résultats de toute une série de recensements disponibles vers 1951. Il y en avait 129 au total, dont 27 inutilisables. Les 102 autres ont été classés en trois catégories d'après la valeur de l'indice combiné.

I : moins de 20 ; II : 20 à 40 ; III : plus de 40

Le classement est le suivant :

| Valeur de l'indice | Sans ajustement | Après ajustement |
|---|---|---|
| I moins de 20 | 43 | 57 |
| II 20 à 40 | 34 | 25 |
| III plus de 40 | 25 | 20 |
| | 102 | 102 |

## 3.3. **Techniques élémentaires d'ajustement des répartitions par âge**

On distinguera :

a) ajustement des données par années d'âge
b) ajustement des données classées par groupes quinquennaux
c) passage de groupes non quinquennaux à des groupes quinquennaux
d) estimation des effectifs par années d'âge à partir des effectifs quinquennaux

### 3.3.1. **Ajustement des données par années d'âge**

Elles ne présentent d'intérêt que lorsque les statistiques sont assez bonnes sans être cependant irréprochables. On utilise fréquemment les moyennes mobiles, classiques en statistique (et dont l'emploi soulève certaines objections théoriques).

Par exemple sur 3 ans ($n_x$ est l'effectif ajusté des personnes d'âge n)

$$\hat{n}_x = \frac{n_{x-1} + n_x + n_{x+1}}{3}$$

ou sur 5 ans

$$\hat{n}_x = \frac{n_{x-2} + n_{x-1} + n_x + n_{x+1} + n_{x+2}}{5}$$

*Exemple* : ajustement par moyenne mobile simple des effectifs du recensement des Etats Unis (1940)

| Age | Effectifs observés | Ajustement sur 3 ans | | Ajustement sur 5 ans | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | somme 3 ans | moyenne | somme 5 ans | moyenne |
| 78 | 65 045 | | | | |
| 79 | 58 066 | 176 623 | 58 874 | | |
| 80 | 53 512 | 149 885 | 49 962 | 250 946 | 50 189 |
| 81 | 38 307 | 127 835 | 42 612 | 216 225 | 43 245 |
| 82 | 36 016 | 104 647 | 34 882 | 184 156 | 36 831 |
| 83 | 30 324 | 92 337 | 30 779 | 151 590 | 30 318 |
| 84 | 25 997 | 77 267 | 25 756 | 192 221 | 25 844 |
| 85 | 20 947 | 62 881 | 20 960 | 106 162 | 21 232 |

L'utilisation des moyennes mobiles a pour effet d'estomper la discontinuité qui apparaît après 80 ans dans les chiffres du recensement, comme le montre le tableau suivant :

| Age | Chiffres du recensement | Chiffres ajustés par moyenne mobile | |
|---|---|---|---|
| | | sur 3 ans | sur 5 ans |
| 80 | 92,2 | 84,9 | |
| 81 | 71,6 | 85,3 | 86,2 |
| 82 | 94,0 | 81,9 | 85,2 |
| 83 | 84,2 | 88,2 | 82,3 |
| 84 | 85,7 | 83,7 | 85,2 |
| 85 | 80,6 | 81,4 | 82,2 |

Les irrégularités existent encore, parfois décalées, même dans les chiffres calculés sur 5 années. Le gain de "régularité" obtenu en passant de 3 à 5 ans est illusoire – en outre, on risque de masquer des fluctuations réelles. De toute façon, pour des distributions telles que celles de la Turquie ou du Maroc, un ajustement par moyenne mobile sur 3 ans laisserait subsister les irrégularités alors que sur 5 ans l'influence de l'âge "rond" serait prédominante.

On peut aussi utiliser des formules de moyennes pondérées (voir le point suivant).

### 3.3.2. **Ajustement des données regroupées par groupes d'âge**

Dans les populations qui nous intéressent ce regroupement laisse subsister des irrégularités, mais elles sont beaucoup moins scandaleuses.

L'emploi des ajustements purement mécaniques appelle de toute façon beaucoup de réserve. La moyenne mobile simple ne convient en aucun cas. On emploie donc des moyennes mobiles pondérées définies par la formule générale.

$$\tilde{N}_x = a_{-k}\, N_{x-k} + a_{-k+1} + N_{x-k+1} + \ldots + a_0\, N_k + \ldots + a_{k-1}\, N_{x+k-1} + a_k\, N_{x+k}$$

avec :

$$\Sigma a_i = 1$$

En pratique on a presque toujours $a_{-k} = a_k$, etc . . .
la formule est symétrique.

Il existe un grand nombre de formules plus ou moins compliquées, les Nations Unies proposent d'utiliser la suivante déduite d'un ajustement par une parabole après arrondissement des coefficients.

Voici ces coefficients :

$$a_0 = \frac{10}{16} \qquad a_1 = a_{-1} = \frac{4}{16} \qquad a_2 = a_{-2} = -\frac{1}{16}$$

Cet ajustement est utilisable dans l'intervalle 10–74 ans.

*Exemple :*

$$\tilde{N}_{25-29} = \frac{-N_{15-19} + 4N_{20-24} + 10N_{25-29} + 4N_{30-34} - N_{35-39}}{16}$$

Cette formule comme beaucoup d'autres peut être déduite des différences finies.

Etant donné une série $Y_0, Y_{+1}, Y_{+2}, Y_{+3}$, on écrit :

$$\Delta Y_0 = Y_{+1} - Y_0$$
$$\Delta Y_{+1} = Y_{+2} - Y_{+1}$$

On a ainsi une nouvelle série $\Delta Y_0$, $\Delta Y_{+1}$, $\Delta Y_{+2}$, $\Delta Y_{+3}$ pour laquelle on peut à nouveau calculer des différences successives :

$$\Delta(\Delta Y_0) = \Delta Y_{+1} - \Delta Y_0$$
$$\Delta(\Delta Y_{+1}) = \Delta Y_{+2} - \Delta Y_{+1}$$

ce que l'on écrit simplement $\Delta^2 Y_0$, $\Delta^2 Y_{+1}$, etc . . .

On a :

$$\Delta^2 Y_0 = (Y_{+2} - Y_{+1}) - (Y_{+1} - Y_0) = Y_{+2} - 2Y_{+1} + Y_0$$

En recommençant on obtient des différences du 3ème, du 4ème ordre, etc . . . $\Delta^3 Y$, $\Delta^4 Y$. Leur valeur est $\Delta^3 Y_0 = Y_{+3} - 3Y_{+2} + 3Y_{+1} - Y_0$

$$\Delta^4 Y_0 = Y_{+4} - 4Y_{+3} + 6Y_{+2} - 4Y_{+1} + Y_0$$

Les coefficients sont ceux du développement du binome $(a-b)^n$

Ces formules ont été utilisées pour calculer des moyennes pondérées en utilisant des différences d'ordre pair et en donnant au groupe que l'on désire ajuster la position centrale.

$$\Delta^4 N = N_{-2} - 4N_{-1} + 6N - 4N_{+1} + N_{+2}$$

Par exemple, on a expérimenté pour le recensement de 1953 à Ceylan la formule suivante :

$$\hat{N} = N - \frac{1}{36}\Delta^4 N$$

qui peut s'écrire :

$$\hat{N} = \frac{1}{36}(-N_{-2} + 4N_{-1} + 30N_0 + 4N_1 - N_{+2})$$

En pratique les résultats ont semblé moins satisfaisants qu'avec la formule plus simple des Nations Unies.

Signalons également une formule proposée pour l'estimation du groupe d'âge 5-9 (groupe important pour l'analyse, car dans beaucoup de cas, c'est celui qui est le mieux observé. Il est en effet composé d'enfants suffisamment grands pour qu'on s'y intéresse et suffisamment jeunes pour qu'on distignue bien leur âge). Toutefois, il peut y avoir un effet de bordure (attraction inégale des âges 5 et 10), on remplace donc le total :

$$n_5 + n_6 + n_7 + n_8 + n_9 \text{ par } \frac{1}{2}n_5 + n_6 + n_7 + n_8 + n_9 + \frac{1}{2}n_{10}$$

### 3.3.3. **Passage de groupes non quinquennaux à des groupes quinquennaux**

Les formules classiques de l'analyse démographique pour les populations qui ne disposent pas de bonnes statistiques détaillées utilisent les répartitions quinquenalles, les taux de fécondité, de mortalité, etc. . . sont présentés sous la même forme. Lorsqu'on est amené à travailler sur des séries de chiffres présentés autrement, il y a donc lieu de procéder à des ajustements.

#### 3.3.3.1. ***Groupes décennaux***

Le cas le plus simple est celui où les résultats sont disponibles par groupes décennaux classiques (20-29, 30-39, etc).

Il existe de nombreuses formules d'interpolation déduites de l'allure générale de la distribution. Elles conduisent en général à des calculs compliqués pour un gain de précision faible, surtout si les statistiques sont très imparfaites.

On se contente donc de la simplification d'une formule due à Newton : soit un groupe décennal N, à diviser en deux groupes quinquennaux N′ et N″. On utilise les groupes décennaux encadrants $N_{-1}$ et $N_{+1}$ et la formule est la suivante :

$$N' = \frac{1}{2}\left[N + \frac{1}{8}(N_{-1} - N_{+1})\right]$$

$$N'' = \frac{1}{2}\left[N - \frac{1}{8}(N_{-1} - N_{+1})\right]$$

Par exemple :

$$N_{30-34} = \frac{1}{2}\left[N_{30-39} + \frac{1}{8}(N_{20-29} - N_{40-49})\right]$$

$$N_{35-39} = \frac{1}{2}\left[N_{30-39} - \frac{1}{8}(N_{40-49} - N_{40-49})\right]$$

*Exemple* : enquête démographique – République du Niger (1960) – résultats de la strate ouest (pays Djerma) sexe masculin.

| | Résultats bruts | | | Ajustement par groupes quinquennaux |
|---|---|---|---|---|
| 0 – 4 | 70 300 | 136 170 | 0 – 4 | 70 300 |
| 5 – 9 | 65 870 | | 5 – 9 | 65 870 |
| | | | 10 – 14 | 45 502,5 |
| 10 – 19 | 80 390 | | 15 – 19 | 34 887,5 |
| | | | 20 – 24 | 28 199 |
| 20 – 29 | 51 250 | | 25 – 29 | 23 051 |
| | | | 30 – 34 | 21 028 |
| 30 – 39 | 39 200 | | 35 – 39 | 18 172 |
| | | | 40 – 44 | 15 577,5 |
| 40 – 49 | 28 400 | | 45 – 49 | 12 822,5 |
| 50 – 59 | 17 160 | | .... | |

Dans la publication des résultats définitifs, on arrondira au chiffre supérieur un effectif sur 2 terminé par 5, et au chiffre inférieur un effectif sur 2.

### 3.3.3.2. *Groupes d'âge irréguliers*

Un cas plus complexe et trop fréquent dans les recensements anciens est celui où les limites sont irrégulières et les groupes d'étendues tout à fait inégales.

On a pris comme limites par exemple, l'âge de début de la scolarisation obligatoire, l'âge légal du mariage, l'âge de la majorité, etc . . .

Ce qui peut aboutir à des résultats du genre de ceux du Salvador (1930) (sexe masculin)

| Intervalles | Effectifs | Nombre d'années | Age moyen de l'intervalle |
|---|---|---|---|
| 0 – 1 | 39 510 | 2 | 1 |
| 2 – 4 | 64 533 | 3 | 3,5 |
| 5 – 7 | 62 125 | 3 | 6,5 |
| 8 – 14 | 129 666 | 7 | 11,5 |
| 15 – 17 | 40 057 | 3 | 16,5 |
| 18 – 22 | 78 347 | 5 | 20,5 |
| 23 – 29 | 80 994 | 7 | 26,5 |
| 30 – 39 | 96 327 | 10 | 35,0 |
| etc . . . | | | |

Remarquons que les deux premiers groupes donnent par addition le groupe quinquennal classique 0-4 et que le dernier groupe est un groupe décennal classique, restent les autres.

Il s'agit de passer à la répartition :

| | Nombre d'années | Age moyen |
|---|---|---|
| 0 – 4 | 5 | 2,5 |
| 5 – 9 | 5 | 7,5 |
| 10 – 14 | 5 | 12,5 |
| 15 – 19 | 5 | 17,5 |
| 20 – 24 | 5 | 22,5 |

On est amené à faire l'hypothèse (très approximative dans le cas le plus favorable) que la distribution à l'intérieur de chaque groupe (quinquennal ou non) est linéaire.

Pour simplifier les calculs ultérieurs, on commence par rechercher ce que serait l'effectif d'un groupe quinquennal qui aurait le même effectif moyen par année d'âge que chacun des groupes irréguliers du recensement.

On procède comme suit :

| Groupe d'âge | Nombre d'années | Coefficient | | Effectif groupe observé | | Effectif groupe quinquennal correspondant | Age moyen |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 – 7 | 3 | 5/3 | x | 62 125 | = | 103 542 | 6,5 |
| 8 – 14 | 7 | 5/7 | x | 129 666 | = | 92 619 | 11,5 |
| 15 – 17 | 3 | 5/3 | x | 40 057 | = | 66 762 | 16,5 |
| 18 – 22 | 5 | 5/5 | x | 78 347 | = | 78 347 | 20,5 |
| etc. . . | | | | | | | |

Puis on va calculer à partir de l'hypothèse de linéarité les effectifs correspondant aux groupes quinquennaux par interpolation entre les âges moyens.

***Exemple*** : soit à estimer l'intervalle 5-9 (âge moyen 7,5) à partir des groupes quinquennaux estimés correspondant aux âges moyens 6,5 et 11,5.

On aura :

$$\hat{N}_{7,5} = \frac{4 \times N_{6,5} + 1 \times N_{11,5}}{5} = \frac{4 \times 103\,542 + 92\,619}{5} = 101\,357$$

et de même :

$$\hat{N}_{17,5} = \frac{3 \times N_{16,5} + 1 \times N_{20,5}}{4}$$

Les coefficients sont inversement proportionnels à la différence entre l'âge moyen du groupe dont on cherche à estimer l'effectif et l'âge moyen des groupes connus. La formule générale est :

$$\hat{N} = \frac{(a_2 - \hat{a})\, N_1 + (\hat{a} - a_1)\, N_2}{a_2 - a_1}$$

En appelant :

$a_1$ l'âge moyen de $N_1$
$a_2$ l'âge moyen de $N_2$
$\hat{a}$ l'âge moyen de $\hat{N}$ (que l'on veut estimer)

on arrive finalement à une répartition (évidemment approchée) de la population par groupe quinquennal.

| | |
|---|---|
| 0 – 4 | 104 073 |
| 5 – 9 | 101 351 |
| 10 – 14 | 87 448 |
| 15 – 19 | 69 658 |

### 3.3.4. **Estimation des effectifs par année d'âge à partir de données par groupe quinquennal**

Un exemple classique est celui de l'estimation de la population scolarisable, définie comme l'ensemble des individus âgés de 6 à 14 ans, c'est à dire l'ensemble des groupes 5-9 et 10-14, moins les enfants âgés de 5 ans.

Prendre les 4/5 du groupe 5-9, comme on le fait trop souvent en pratique est une solution de facilité.

Une estimation meilleure est obtenue en utilisant les "multiplicateurs ou coefficients de Sprague" (et Glover).

Le principe est le suivant :

Soit un groupe quinquennal d'effectif $N_0$ que l'on désire ventiler entre cinq effectifs par année d'âge, tels que :

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 = N_0$$

Prenons d'abord le cas le plus général, celui de "la table intermédiaire" qui s'applique à tous les groupes quinquennaux, sauf les deux premiers et les deux derniers.

Table intermédiaire des coefficients de *Sprague.*

| | $N_{-2}$ | | $N_{-1}$ | | $N_0$ | | $N_{+1}$ | | $N_{+2}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_1$ | – 0,0128 | + | 0,0848 | + | 0,1504 | – | 0,0240 | + | 0,0016 |
| $n_2$ | – 0,0016 | + | 0,0144 | + | 0,2224 | – | 0,0416 | + | 0,0064 |
| $n_3$ | + 0,0064 | – | 0,0336 | + | 0,2544 | – | 0,0336 | + | 0,0064 |
| $n_4$ | + 0,0064 | – | 0,0416 | + | 0,2224 | + | 0,0144 | – | 0,0016 |
| $n_5$ | + 0,0016 | – | 0,0240 | + | 0,1504 | + | 0,0848 | – | 0,0128 |

Exemple d'utilisation de cette table : à partir d'une répartition quinquennale on veut estimer le nombre de personnes âgées de 18 ans ; ce qui correspond à $n_4$ dans le groupe 15-19

On a :

$$N_{-2} = N_{5-9}$$
$$N_{-1} = N_{10-14}$$
$$N_0 = N_{15-19}$$
$$N_{+1} = N_{20-24}$$
$$N_{+2} = N_{25-29}$$

En utilisant les coefficients de la ligne $n_4$, on écrit :

$$n_4 = + 0{,}0064\, N_{5-9} - 0{,}0416\, N_{10-14} + 0{,}2224\, N_{15-19} + 0{,}0144\, N_{20-24} - 0{,}0016\, N_{25-29}$$

ce qui donne l'effectif des individus âgés de 18 ans.

Ceci suppose que l'on ait au moins deux groupes quinquennaux avant et deux groupes quinquennaux après celui que l'on veut décomposer.

Pour les groupes extrêmes, des coefficients ont été calculés qui ne font intervenir que quatre groupes quinquennaux au total.

Première table (premier groupe quinquennal)

| | | $N_0$ | | $N_{+1}$ | | $N_{+2}$ | | $N_{+3}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_1$ | + | 0,3616 | – | 0,2768 | + | 0,1488 | – | 0,0336 |
| $n_2$ | + | 0,2640 | – | 0,0960 | + | 0,0400 | – | 0,0080 |
| $n_3$ | + | 0,1840 | + | 0,0400 | – | 0,0320 | + | 0,0080 |
| $n_4$ | + | 0,1200 | + | 0,1360 | – | 0,0720 | + | 0,0160 |
| $n_5$ | + | 0,0704 | + | 0,1968 | – | 0,0848 | + | 0,0176 |

Deuxième table (deuxième groupe quinquennal)

| | | $N_{-1}$ | | $N_0$ | | $N_{+1}$ | | $N_{+2}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_1$ | + | 0,0336 | + | 0,2272 | – | 0,0752 | + | 0,0144 |
| $n_2$ | + | 0,0080 | + | 0,2320 | – | 0,0480 | + | 0,0080 |
| $n_3$ | – | 0,0080 | + | 0,2160 | – | 0,0080 | + | 0,0000 |
| $n_4$ | – | 0,0160 | + | 0,1840 | + | 0,0400 | – | 0,0080 |
| $n_5$ | – | 0,00176 | + | 0,1408 | + | 0,0912 | – | 0,0144 |

Avant dernière table (avant dernier groupe quinquennal)

| | | $N_{-2}$ | | $N_{-1}$ | | $N_0$ | | $N_{+1}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_1$ | – | 0,0912 | + | 0,0912 | + | 0,1408 | – | 0,0176 |
| $n_2$ | – | 0,0080 | + | 0,0400 | + | 0,1840 | – | 0,0160 |
| $n_3$ | + | 0,0000 | – | 0,0080 | + | 0,2160 | + | 0,0080 |
| $n_4$ | + | 0,0080 | – | 0,0480 | + | 0,2320 | + | 0,0080 |
| $n_5$ | + | 0,0144 | – | 0,0752 | + | 0,2272 | + | 0,0336 |

Dernière table (dernier groupe quinquennal)

| | | $N_{-3}$ | | $N_{-2}$ | | $N_{-1}$ | | $N_0$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_1$ | + | 0,0176 | – | 0,0848 | + | 0,1968 | + | 0,0704 |
| $n_2$ | + | 0,0160 | – | 0,0720 | + | 0,1360 | + | 0,1200 |
| $n_3$ | + | 0,0080 | – | 0,0320 | + | 0,0400 | + | 0,1840 |
| $n_4$ | – | 0,0080 | + | 0,0400 | – | 0,0960 | + | 0,2640 |
| $n_5$ | – | 0,0336 | + | 0,1488 | – | 0,2768 | + | 0,3616 |

*Exemple* : reprenons la répartition estimée de la population masculine de la région Ouest de la République du Niger :

| | |
|---|---|
| 0 – 4 | 70 300 |
| 5 – 9 | 65 870 |
| 10 – 14 | 45 503 |
| 15 – 19 | 34 887 |

On recherche la population scolarisable (6-14 ans). Pour cela, il faut estimer l'effectif des garçons âgés de 5 ans.

La deuxième table donne les chiffres suivants pour $n_1$ première année d'âge du groupe 5-9, c'est-à-dire effectif des garçons âgés de 5 ans que nous appellerons $e_5$

$$0{,}0336 \times 70\,300 + 0{,}2272 \times 65\,870 - 0{,}0752 \times 45\,503 + 0{,}0144 \times 34\,887 = 14\,408$$

L'effectif des scolarisables est :

$N_{5-9} + N_{10-14} - e_5 = 65\,870 + 45\,503 - 14\,408 = 96\,965$

Si l'on avait simplement calculé à partir de la formule $\frac{4}{5} \times N_{5-9} + N_{10-14}$, on aurait obtenu un effectif de 98 199, surestimé de 1,3 %.

3.3.5. **Une autre méthode pour subdiviser les effectifs des groupes d'âge**

Cette deuxième méthode est plus générale que la précédente :

– Elle utilise 3 groupes d'âge successifs (au lieu de 4 ou 5).

– Ces groupes d'âges doivent être d'amplitude égale (mais pas obligatoirement quinquennaux).

– Les tables correspondantes donnent des estimations des effectifs appartenant à p % de l'amplitude de la classe considérée (à partir de la limite inférieure). p variant de 5 à 95 % par intervalle de 5 %.

Pour un groupe quinquennal, par exemple 15-19, on pourra calculer les effectifs au 1/4 d'année près.

On aura en effet :

| | *Fraction* | *Limite supérieure* | *Intervalle* |
|---|---|---|---|
| Première ligne | 5 % | $10 + \frac{5}{100} \times 5$ | 10 ans à 10 ans 1/4 |
| Deuxième ligne | 10 % | $10 + \frac{10}{100} \times 5$ | 10 ans à 10 ans 1/2 |
| Quatrième ligne | 20 % | $10 + \frac{20}{100} \times 5$ | 10 ans à 11 ans (âge 10 en année révolues) |

et ainsi de suite . . .

Avec des groupes d'âges décennaux, on pourrait faire les calculs à la demi année près.

On obtient les effectifs des années d'âge (autres que la première) par différence.

Il y a trois séries de tables :

Table intermédiaire (groupe d'âge autres que le premier et le dernier): coefficients par lesquels il faut multiplier.

| Pourcentages | $N_{-1}$ | $N_0$ | $N_{+1}$ |
|---|---|---|---|
| 5 | - | - | - |
| 10 | - | - | - |
| . . . | | | |

Première table (groupe d'âge le plus jeune) : coefficients par lesquels il faut multiplier.

$N_0$ $N_{+1}$ $N_{+2}$

Dernière table (groupe d'âge le plus élevé) : coefficients par lesquels il faut multiplier.

$N_{-2}$ $N_{-1}$ $N_0$

Voici ces trois tables, on remarquera que les coefficients sont donnés avec 7 décimales, ce qui peut sembler beaucoup ; la raison est que la formule utilisée, (fondée sur un ajustement par une fonction quadratique), implique un dénominateur égal à 16 et que des coefficients tels que 0,0154375 ou 0,0390625 correspondent à

$$\frac{0{,}247}{16} \text{ et } \frac{0{,}625}{16}$$

*Table intermédiaire (tous les groupes sauf le premier et le dernier)*

Coefficients multiplicatifs de

| Pourcentage | $N_{-1}$ | $N_0$ | $N_{+1}$ |
|---|---|---|---|
| 5 | 0,0154375 | 0,0428750 | – 0,0083125 |
| 10 | 0,0285000 | 0,0880000 | – 0,0165000 |
| 15 | 0,0393125 | 0,1351250 | – 0,0244375 |
| 20 | 0,0480000 | 0,1840000 | – 0,0320000 |
| 25 | 0,0546875 | 0,2343750 | – 0,0390625 |
| 30 | 0,0595000 | 0,2860000 | – 0,0455000 |
| 35 | 0,0625625 | 0,3386250 | – 0,0511875 |
| 40 | 0,0640000 | 0,3920000 | – 0,0560000 |
| 45 | 0,0639375 | 0,4458750 | – 0,0598125 |
| 50 | 0,0625000 | 0,5000000 | – 0,0625000 |
| 55 | 0,0598125 | 0,5541250 | – 0,0639375 |
| 60 | 0,0560000 | 0,6080000 | – 0,0640000 |
| 65 | 0,0511875 | 0,6613750 | – 0,0625625 |
| 70 | 0,0455000 | 0,7140000 | – 0,0595000 |
| 75 | 0,0390625 | 0,7656250 | – 0,0546875 |
| 80 | 0,0320000 | 0,8160000 | – 0,0480000 |
| 85 | 0,0244375 | 0,8648750 | – 0,0393125 |
| 90 | 0,0565000 | 0,9120000 | – 0,0285000 |
| 95 | 0,0083125 | 0,9571250 | – 0,0154375 |

*Première table*

(groupe d'âge le plus jeune)
Coefficients multiplicatifs de

| Pourcentage | $N_0$ | $N_{+1}$ | $N_{+2}$ |
|---|---|---|---|
| 5 | 0,0891875 | – 0,0546250 | 0,0154375 |
| 10 | 0,1735000 | – 0,1020000 | 0,0285000 |
| 15 | 0,2530625 | – 0,1423750 | 0,0393125 |
| 20 | 0,3280000 | – 0,1760000 | 0,0480000 |
| 25 | 0,3984375 | – 0,2031250 | 0,0546875 |
| 30 | 0,4645000 | – 0,2240000 | 0,0595000 |
| 35 | 0,5263125 | – 0,2388750 | 0,0625625 |
| 40 | 0,5840000 | – 0,2480000 | 0,0640000 |
| 45 | 0,6376875 | – 0,2516250 | 0,0639375 |
| 50 | 0,6875000 | – 0,2500000 | 0,0625000 |
| 55 | 0,7335625 | – 0,2433750 | 0,0598125 |
| 60 | 0,7760000 | – 0,2320000 | 0,0560000 |
| 65 | 0,8149375 | – 0,2161250 | 0,0511875 |
| 70 | 0,8505000 | – 0,1960000 | 0,0455000 |
| 75 | 0,8828125 | – 0,1718750 | 0,0390625 |
| 80 | 0,9120000 | – 0,1440000 | 0,0320000 |
| 85 | 0,9381875 | – 0,1126250 | 0,0244375 |
| 90 | 0,9615000 | – 0,0780000 | 0,0165000 |
| 95 | 0,9820625 | – 0,0403750 | 0,0083125 |

*Dernière table*

(groupe d'âge le plus élevé)
Coefficients multiplicatifs de

| Pourcentage | $N_{-2}$ | $N_{-1}$ | $N_0$ |
|---|---|---|---|
| 5 | – 0,0083125 | 0,0403750 | 0,0179375 |
| 10 | – 0,0165000 | 0,0780000 | 0,0385000 |
| 15 | – 0,0244375 | 0,1126500 | 0,0618125 |
| 20 | – 0,0320000 | 0,1440000 | 0,0880000 |
| 25 | – 0,0390625 | 0,1718750 | 0,1171875 |
| 30 | – 0,0455000 | 0,1960000 | 0,1495000 |
| 35 | – 0,0511875 | 0,2161250 | 0,1850625 |
| 40 | – 0,0560000 | 0,2320000 | 0,2240000 |
| 45 | – 0,0598125 | 0,2433750 | 0,2664375 |
| 50 | – 0,0625000 | 0,2500000 | 0,3125000 |
| 55 | – 0,0639375 | 0,2516250 | 0,3623125 |
| 60 | – 0,0640000 | 0,2480000 | 0,4160000 |
| 65 | – 0,0625625 | 0,2388750 | 0,4736875 |
| 70 | – 0,0595000 | 0,2240000 | 0,5355000 |
| 75 | – 0,0546875 | 0,2031250 | 0,6015625 |
| 80 | – 0,0480000 | 0.1760000 | 0,6720000 |
| 85 | – 0,0393125 | 0,1423750 | 0,7469375 |
| 90 | – 0,0285000 | 0,1020000 | 0,8265000 |
| 95 | – 0,0154375 | 0,0546250 | 0,9108125 |

**Applications :**

*a) Table intermédiaire :*

Reprenons l'exemple du Niger, (traité plus haut), estimation de la population scolarisable,

Les effectifs des groupes d'âge (quinquennaux) sont :

| | | |
|---|---|---|
| 0 – 4 | 70 300 | $N_{-1}$ |
| 5 – 9 | 65 870 | $N_0$ |
| 10 – 14 | 45 503 | $N_{+1}$ |

Nous voulons estimer la population âgée de 6 à 14 ans c'est-à-dire la somme des effectifs des deux derniers groupes d'âge moins celui des individus âgés de 5 ans.

Nous obtiendrons ce dernier en prenant 20 % du groupe 5-9, la ligne de la table intermédiaire correspondant à ce pourcentage nous donne les coefficients à utiliser.

$$n_5 = 0{,}0480 \times 70\,300 + 0{,}1840 \times 65\,870 - 0{,}0320 \times 45\,503$$

soit, en arrondissant 14 038, (nous avions trouvé avec l'autre méthode 14 408).

La population scolarisable estimée s'élève à 65 870 + 45 503 – 14 038 = 97 335.

*b) Première table*

Nous disposons, pour une population, des effectifs par groupe quinquennal des hommes âgés de 15 ans et plus.

| | |
|---|---|
| 15 – 19 | 365 758 |
| 20 – 24 | 351 836 |
| 25 – 29 | 330 344 |
| etc . . . | |

Nous étudions la nuptialité. L'âge légal au mariage est de 17 ans. Donc, pour le premier groupe d'âge la population "mariable" est en fait le groupe 17–19.

Nous devons soustraire le nombre des individus de 15 et 16 ans, soit 40 % du groupe quinquennal.

Nous allons donc prendre la ligne correspondante de la première table, ce qui nous donne :

$$0{,}584 \times 365\,758 - 0{,}248 \times 351\,836 + 0{,}064 \times 330\,344$$

soit en arrondissant 147 489.

L'effectif des "mariables" de moins de 20 ans est égal à : 365 758 – 147 489 = 218 269.

3.3.6. **Méthode graphique d'ajustement des données par âge** *(Méthode de Carrier et Farrag)*

Cette méthode est appelée : méthode des axes obliques.

*Principe* : On appelle ogive de population un diagramme qui fait correspondre à chaque âge la population cumulée jusqu'à cet âge. Le cumul peut se faire aussi bien à partir de l'âge le plus bas qu'à partir de l'âge le plus élevé. Ici, il est fait à partir de l'âge le plus bas.

En l'absence d'événements ayant produit des perturbations d'une ampleur exceptionnelle, (guerres, émigrations massives n'intéressant que certains groupes d'âges etc. . .), ces ogives devraient présenter une allure assez régulière, la courbure variant de façon progressive d'un point à l'autre. Si l'on constate cependant des inégalités marquées, c'est qu'il y a eu des erreurs.

Ces erreurs peuvent être de deux types :

– Omissions ou doubles comptes d'individus, (inégalement répartis suivant les âges, autrement l'allure générale de l'ogive serait correcte). La méthode ne peut pas déceler de telles erreurs, car elle ne modifie pas le chiffre total de la population.

– Mauvaise estimation des âges, l'effectif global étant correctement observé, hypothèse dans laquelle se placent Carrier et Farrag.

*Utilisation d'un axe oblique* : La façon courante de tracer une ogive comme toute autre courbe, consiste à utiliser des axes rectangulaires c'est-à-dire perpendiculaires entre eux, les âges étant portés en abscisse et les effectifs cumulés en ordonnée.

En fait le diagramme résultant est peu parlant et les irrégularités n'apparaissent que de façon très floue.

Carrier et Farrag ont constaté qu'en pratique on obtenait un résultat bien meilleur en faisant pivoter vers le bas, autour de l'origine, l'axe des âges (horizontal au départ), l'axe vertical (population cumulée) restant inchangé.

Appelons C (a) la population cumulée jusqu'à l'âge a. Dans le diagramme classique (axes rectangulaires) la hauteur du point correspondant, mesurée sur l'axe vertical est égale à C (a).

Avec un axe oblique tel qu'il vient d'être défini, cette hauteur devient :

$$R(a) = C(a) - k \times a$$

k étant un coefficient dépendant évidemment de l'angle de rotation, (il est égal à la valeur absolue de la tangente de cet angle).

Remarquons que cette distance peut prendre des valeurs négatives.

Le problème qui se pose maintenant est celui du choix de l'angle.

La solution préconisée par Carrier et Farrag est de s'arranger pour que le point de l'ogive correspondant à un âge assez élevé, v, (60 par exemple) se trouve à peu près au niveau de l'origine.

En effet :

– Il est illusoire de vouloir ajuster l'ogive pour les âges élevés (effectifs trop faibles)

– dans cette représentation, la partie de la courbe relative aux âges moyens (disons de 20 à 50 ans) est assez proche de l'horizontale ce qui facilite les ajustements.

– Cette façon de procéder permet d'adopter des échelles 3 à 4 fois plus grandes que dans le cas de la représentation habituelle (axes rectangulaires).

On écrit donc :

$$k = \frac{C(v)}{v}$$

en arrondissant pour faciliter les calculs.

On recommande dans la plupart des cas d'adopter pour v la valeur 60.

*Ajustement* : L'ajustement est purement graphique et donc dans une large mesure subjectif, mais ne fait appel à aucune théorie, sinon l'absence de perturbations réelles de grande amplitude.

Aux âges où l'on constate que l'ogive n'a pas une allure régulière (changements brusques de courbure), on trace à main levée une courbe plus "lisse". On repère les effectifs cumulés correspondant aux différentes limites d'âge et on en déduit par différence les effectifs des groupes d'âge.

Il y a certes une marge d'incertitude, il n'en reste pas moins que c'est un progrès par rapport aux données brutes. Un exemple pratique illustre cette technique.

**Application :**

*Analyse des recensements égyptiens :*

A.M. Farrag, a mis au point cette méthode en vue d'ajuster et de comparer les résultats de trois recensements de la population de l'Egypte ; 1917, 1927, 1937. (voir "Population Studies" 1959).

Les chiffres de 1947 bien que disponibles ne furent pas utilisés, car il était apparu que la population avait été indûment gonflée en raison de l'existence d'un rationnement des produits alimentaires.

Prenons par exemple les chiffres de 1927.

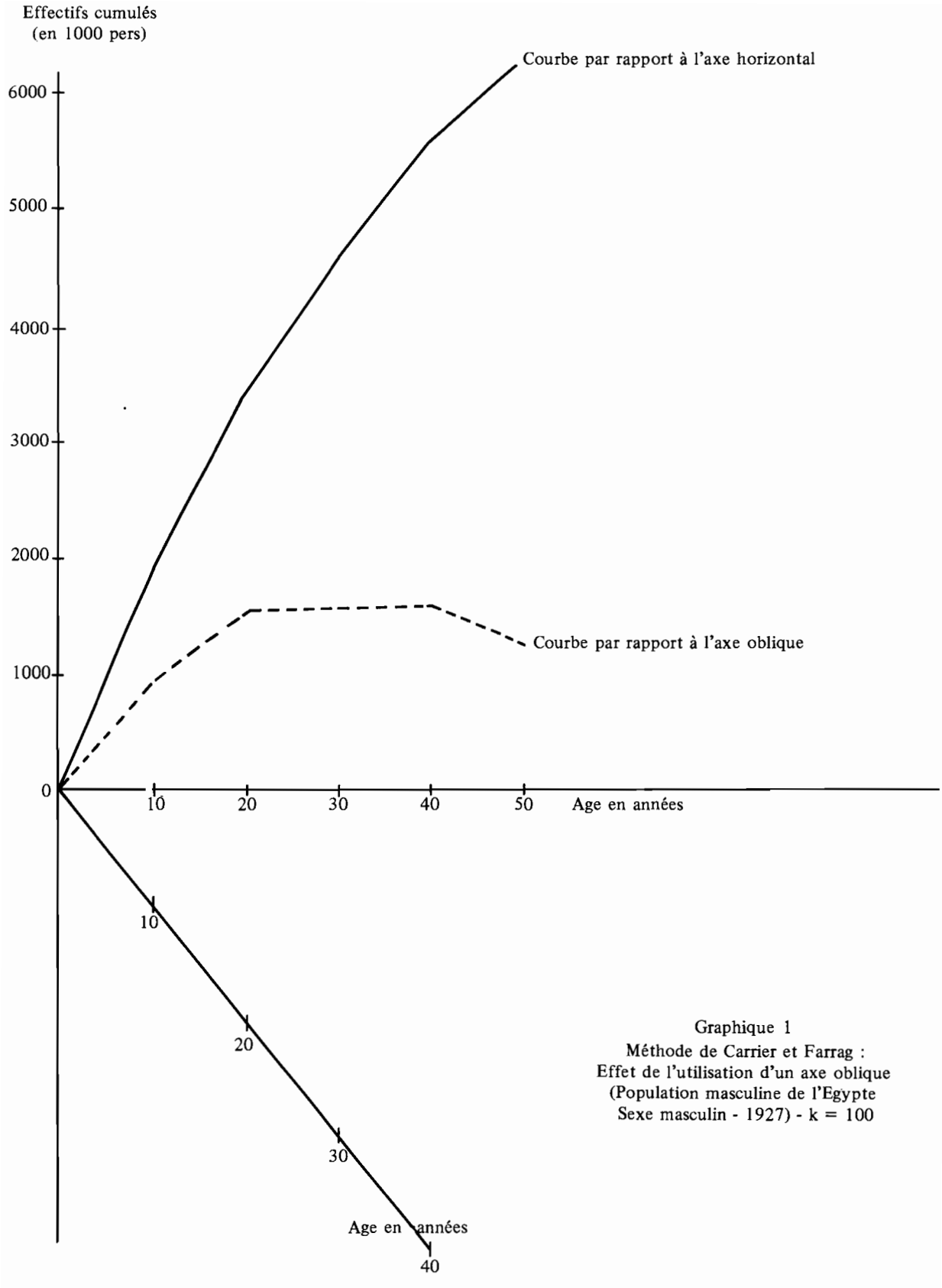
| | Effectifs (en millier) | | | Effectifs cumulés (en millier) | |
|---|---|---|---|---|---|
| Groupe d'âge | Sexe Masculin | Sexe Féminin | Jusqu'à | Sexe Masculin | Sexe Féminin |
| 0 – 9 | 1,936 | 1,964 | 10 ans | 1,936 | 1,964 |
| 10 – 19 | 1,545 | 1,338 | 20 " | 3,481 | 3,302 |
| 20 – 29 | 1,100 | 1,234 | 30 " | 4,581 | 4,536 |
| 30 – 39 | 990 | 1,017 | 40 " | 5,571 | 5,553 |
| 40 – 49 | 664 | 657 | 50 " | 6,235 | 6,210 |
| 50 – 59 | 393 | 410 | 60 " | 6,628 | 6,620 |
| 60 – 69 | 245 | 275 | 70 " | 6,873 | 6,895 |
| 70 – 79 | 120 | 138 | 80 " | 6,993 | 7,033 |
| 80 – 89 | 47 | 65 | 90 " | 7,040 | 7,098 |
| 90 et plus | 18 | 22 | tous âges | 7,058 | 7,120 |
| Total | 7,058 | 7,120 | | | |

On va s'arranger pour que le point correspondant à 60 ans soit à peu près au niveau du point origine.

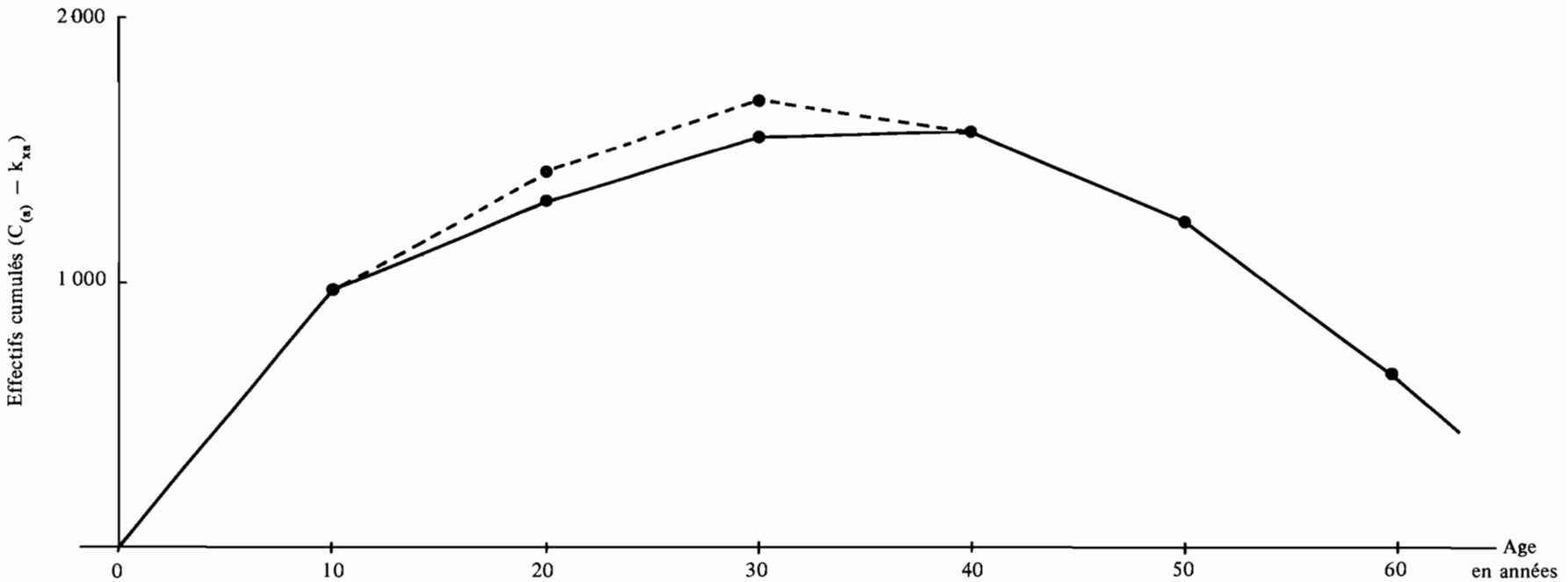
$\frac{C(60)}{60}$ est égal à (en milliers d'habitants)

pour les hommes $\frac{6,628}{60} = 110,5$

pour les femmes $\frac{6,620}{60} = 110,3$




Graphique 1
Méthode de Carrier et Farrag :
Effet de l'utilisation d'un axe oblique
(Population masculine de l'Egypte
Sexe masculin - 1927) - k = 100




Graphique 2 – Méthode de Carrier et Farrag - Population de l'Egypte - 1927 sexe féminin

—— courbe observée
– – – courbe ajustée

On arrondira à 100, ce qui rend les calculs très aisés.

On aura ainsi (k = 100) (voir graphique 1 page 36).

| | *Sexe masculin* | | | *Sexe féminin* | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | C (a) | k x a | R (a) = C (a) – k x a | C (a) | k x a | R (a) |
| 10 | 1 936 | 1 000 | 936 | 1 964 | 1 000 | 964 |
| 20 | 3 481 | 2 000 | 1 481 | 3 302 | 2 000 | 1 302 |
| 30 | 4 581 | 3 000 | 1 581 | 4 536 | 3 000 | 1 536 |
| 40 | 5 571 | 4 000 | 1 571 | 5 553 | 4 000 | 1 553 |
| 50 | 6 235 | 5 000 | 1 235 | 6 210 | 5 000 | 1 210 |
| 60 | 6 628 | 6 000 | 628 | 6 620 | 6 000 | 620 |
| 70 | 6 873 | 7 000 | – 127 | 6 895 | 7 000 | – 105 |
| 80 | 6 943 | 8 000 | – 1 007 | 7 033 | 8 000 | – 967 |
| 90 | 7 040 | 9 000 | – 1 960 | 7 098 | 9 000 | – 1 902 |

On porte chacune des séries de R (a) sur un graphique.

(*Note* : En pratique, on peut procéder autrement et partir directement des C (a) en utilisant des échelles différentes suivant l'âge).

– C'est ici qu'intervient le "flair" de celui qui fait l'ajustement. Farrag a profité de ce qu'il disposait de plusieurs recensements pour n'ajuster que les parties de l'ogive qui présentaient des déviations analogues au moins dans deux recensements. Les autres déviations peuvent avoir des causes autres qu'une erreur systématique.

Finalement, il a constaté que les groupes décennaux suivants étaient soumis à des déviations systématiques :

Sexe masculin : 20-29
Sexe féminin : 10-19
20-29

(Voir graphique 2 page 37)

Voici les chiffres auxquels il est arrivé (en rajoutant bien entendu la quantité k x a = 100 x a).

| | *Sexe masculin* | | *Sexe féminin* | |
|---|---|---|---|---|
| Population cumulée jusqu'à | Non ajusté | Ajusté | Non ajusté | Ajusté |
| 10 | 1 936 | Sans changement | 1 964 | Sans changement |
| 20 | 3 481 | Sans changement | 3 302 | 3 500 |
| 30 | 4 581 | 4 650 | 4 536 | 4 680 |
| 40 | 5 571 | Sans changement | 5 553 | Sans changement |

*Par différence on déduit les estimations des groupes d'âge.*

| | *Sexe masculin* | | | *Sexe féminin* | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Groupes d'âge | Non ajusté | Ajusté | Différence | Non ajusté | Ajusté | Différence |
| | A | B | B – A | A | B | B – A |
| 10 – 19 | 1 545 | Inchangé | - | 1 338 | 1 536 | + 198 |
| 20 – 29 | 1 100 | 1 169 | + 69 | 1 234 | 1 180 | – 54 |
| 30 – 39 | 990 | 921 | – 69 | 1 017 | 873 | – 144 |

Le solde total des différences est évidemment nul, en vertu de la méthode utilisée (chiffres cumulés).

Il faut rappeler que le facteur personnel intervient ici. Une autre personne aurait trouvé des chiffres plus ou moins différents.

CHAPITRE II

# Méthode d'analyse indirecte ou comparative ne faisant pas intervenir de modèle de mortalité

## 1. UTILISATION D'UN RECENSEMENT ISOLE, POUR OBTENIR LES DONNEES :

### 1.1. Sur la nuptialité (Méthode de HAJNAL)

L'âge moyen au premier mariage a souvent des répercussions très importantes sur le niveau de la fécondité et de la reproduction. Or il est encore plus rare de trouver un enregistrement correct et complet pour les mariages que pour les naissances et les décès**.

HAJNAL a élaboré une méthode en vue d'estimer cet âge à partir des résultats d'un recensement (répartition par sexe, âge et situation matrimoniale).

Cette méthode repose sur deux hypothèses :

– Absence de corrélation marquée entre nuptialité d'une part, mortalité et mouvements migratoires, d'autre part.

– Etat stable en ce qui concerne la nuptialité, ce qui veut dire que la probabilité pour un célibataire de se marier à un âge donné reste constante ; il s'ensuit que les proportions de célibataires aux différents âges ne varient pas.

Notations

$\gamma_x$ désigne la proportion d'individus restant célibataires jusqu'à un âge *exact donné* : par exemple $\gamma_{45}$ représente la proportion de personnes qui sont encore célibataires à leur $45^{ème}$ anniversaire.

$\Gamma_x$ et $\Gamma_{x,x+a}$ désignent respectivement les proportions de célibataires parmi les personnes d'un âge ou d'un groupe d'âge d'amplitude a donné.

Par exemple :

$\Gamma_{32}$ représente la proportion de célibataires parmi les individus âgés de 32 ans en années révolues.

$\Gamma_{25-29}$ représente la proportion de célibataires parmi les individus du groupe d'âge quinquennal 25-29.

On sait que le comportement en matière de nuptialité varie considérablement suivant les populations, surtout en ce qui concerne le sexe féminin.

Dans certaines cultures les femmes sont pratiquement toutes mariées à un âge relativement jeune.

Dans d'autres, il subsiste aux âges les plus élevés une population notable de célibataires.

Mais même dans ce dernier cas, les premiers mariages tendent à se raréfier à partir d'un certain âge, et leurs répercussions sur la fécondité finit par devenir nulles pour les femmes et faible pour les hommes.

---

** Il s'agit de l'âge moyen auquel un individu d'une génération se marie (analyse longitudinale) et non pas de l'âge moyen effectif observé dans la population, qui dépend de la composition par âge actuelle (analyse transversale).

On adoptera donc une limite supérieure que l'on désignera par v et qui sera dans le premier cas, l'âge auquel presque toutes les femmes ont déjà contracté mariage et dans le second cas, l'âge de 50 ans pour les femmes, par exemple.

On appliquera un raisonnement analogue à celui qui est utilisé pour le calcul de l'espérance de vie à partir des proportions de survivants. Il y a toutefois une différence : tout le monde finit par mourir à un âge ou à un autre, mais tout ce monde ne finit pas par se marier.

On estimera donc le nombre moyen d'années passées dans le célibat par les gens qui finissent par se marier (avant l'âge v). C'est par définition l'âge moyen au premier mariage. (en négligeant les mariages de célibataires ayant dépassé l'âge v).

Le nombre total d'années passées dans le célibat par l'ensemble des personnes d'une génération survivant jusqu'à l'âge v est donné par :

$$\sum_{0}^{v} a \times \Gamma_{x,x+a}$$

On remarquera que rien n'oblige à employer des intervalles d'âge égaux, on peut par exemple, utiliser les données par années d'âge jusqu'à 24 ans, des données quinquennales de 25 à 39 ans et des données décennales de 40 à 49 ans.

Il est évident qu'il y a une limite inférieure d'âge au premier mariage fixée par la loi, la coutume ou la nature, au-dessous de laquelle $\Gamma_x = 1$ (ou plutôt 1 000 ou 10 000, car en pratique on fera le calcul à partir d'un chiffre initial rond).

De ce total, il faut déduire les nombres d'années vécues dans le célibat au dessous de l'âge v par les personnes encore célibataires à cet âge, ce nombre est égal à $v \times \gamma_v$.

On divisera ensuite le résultat ci-dessus par le nombre d'individus qui se sont mariés avant l'âge v. Ce nombre est égal à $1 - \gamma_v$ (et en pratique à $1\,000 - \gamma_v$ ou $10\,000 - \gamma_v$) etc. . .

$$M = \frac{\sum_{0}^{v} a \times \Gamma_{x,x+a} - v\,\gamma\,v}{1 - \gamma\,v}$$

**Applications**

Nous allons appliquer cette formule à deux situations différentes. (dans les deux cas, il s'agit de la population féminine).

- Un pays d'Europe du Nord
- Un pays d'Afrique Noire.

***a) Suède*** (données quinquennales)

On a adopté 50 ans comme limite supérieure (v).

| Groupe d'âge | Célibataires pour 1 000 personnes $\Gamma_{x,x+5}$ |
|---|---|
| 0 – 4 | 1 000 |
| 5 – 9 | 1 000 |
| 10 – 14 | 1 000 |
| 15 – 19 | 988 |
| 20 – 24 | 783 |
| 25 – 29 | 486 |
| 30 – 34 | 337 |
| 35 – 39 | 270 |
| 40 – 44 | 240 |
| 45 – 49 | 231 |
| Total $\sum_{0}^{50} \Gamma_{x,x+5}$ | 6 335 |
| 50 – 54 | 221 |

Il nous manque $\gamma_{50}$ proportion de femmes encore célibataires à 50 ans. Nous l'estimerons par simple interpolation linéaire.

$$\gamma_{50} = \frac{\Gamma_{45-49} + \Gamma_{50-54}}{2} = \frac{231 + 221}{2} = 226 \text{ (pour 1 000)}$$

Comme il s'agit exclusivement de groupes d'âges quinquennaux, il faut multiplier par 5 le total des $\Gamma$ pour obtenir le nombre total d'années passées dans le célibat par l'ensemble des femmes de la cohorte (de 1 000 personnes).

$$5 \times 6\,335 = 31\,675 \text{ années.}$$

A 50 ans les 226 célibataires restantes ont passé au total :

$$226 \times 50 = 11\,300 \text{ années dans le célibat.}$$

Le nombre des femmes de cette cohorte qui se sont mariées avant 50 ans s'élève à $1\,000 - 226 = 774$.

L'âge moyen au premier mariage est alors estimé à :

$$M = \frac{31\,675 - 11\,300}{774} = 26{,}3 \text{ ans}$$

***b) Haute-Volta***

Les données par groupe d'âge quinquennal font ressortir la différence de comportement entre cette population et celle de la Suède.

Haute-Volta (1960-1961) (Sexe féminin) – données quinquennales.

| Groupe d'âge | Proportion de célibataires pour 1 000 $\Gamma_{x,x+5}$ |
|---|---|
| 0 – 4 | 1 000 |
| 5 – 9 | 1 000 |
| 10 – 14 | 981 |
| 15 – 19 | 335 |
| 20 – 24 | 26 |
| 25 – 29 | 8 |
| 30 – 34 | 10 |
| 35 – 39 | 4 |
| 40 – 44 | 8 |
| 45 – 49 | 5 |
| 50 – 54 | 6 |
| 55 – 59 | 6 |
| 60 – 64 | 9 |

On constate que passé 25 ans, pratiquement toutes les femmes sont mariées, le nombre de célibataires reste inférieur à 1 %. On peut donc prendre 25 ans comme âge limite v. La très grande majorité des premiers mariages se produit dans un seul groupe quinquennal 15-19 et il est donc nécessaire de regarder les choses de plus près en utilisant les résultats par année d'âge (qui sont disponibles en ce qui concerne ce pays et qui devraient l'être pour toutes les populations analogues).

Haute-Volta (1960-1961) (sexe féminin)

| Age | Proportion de célibataires pour 1 000 $\Gamma_x$ |
|---|---|
| 10 – 13 | 996 |
| 14 | 896 |
| 15 | 752 |
| 16 | 644 |
| 17 | 350 |
| 18 | 172 |
| 19 | 84 |
| 20 | 42 |
| 21 | 33 |
| 22 | 27 |
| 23 | 20 |
| 24 | 9 |

On remarquera que le premier groupe est quadriennal et qu'il faudra donc multiplier le $\Gamma_x$ correspondant par 4.

On arrive au total de 7 013 années vécues dans le célibat entre 10 et 24 ans auxquelles il faut ajouter les 10 000 années vécues avant l'âge de 10 ans, ce qui donne 17 013 années.

Quel est le nombre des célibataires définitifs ?

Il est de 9 ‰ à 24 ans et tend ensuite à osciller avec tendance à la baisse. Il est probable qu'aux âges plus élevés, on aurait plutôt tendance à le sous-estimer, en raison du manque de prestige du célibat définitif. Il est donc raisonnable de retenir la moyenne entre les chiffres des groupes 25-29 et 30-34, c'est à dire 9 ‰ qui est d'ailleurs égale à la proportion observée à 24 ans.

Dans ces conditions, le nombre total d'années vécues dans le célibat par les femmes non mariées à 25 ans est de 225 ; et l'estimation de l'âge moyen au premier mariage :

$$M = \frac{17\,013 - 225}{991} = 16{,}9 \text{ années}$$

### 1.2. **Fécondité – indice comparatif de natalité**

La méthode qui suit peut être utilisée lorsqu'on dispose :

– D'une part d'un recensement, avec répartition par groupes quinquennaux,

– D'autre part du nombre annuel global de naissances – sans répartition d'après l'âge de la mère.

Le taux brut de natalité que l'on peut déduire de ce nombre total de naissances ne donne qu'une image très imprécise du niveau réel de la fécondité, puisqu'il dépend de la structure par âge de la population féminine.

Pour comparer la fécondité de populations différentes, on utilise soit le taux brut de reproduction, soit les taux comparatifs de natalité. Le calcul de l'un et de l'autre de ces indices suppose que l'on connaît les taux de fécondité par âge, ce qui n'est pas possible dans le cas qui nous intéresse.

On a donc proposé une méthode fondée sur une répartition "type" de la fécondité par groupe d'âge quinquennal.

A cet effet, on a étudié comment se répartissaient proportionnellement à leur total les taux de fécondité par groupe d'âge des femmes de 15 à 45 ans (les naissances dont les mères avaient moins de 15 ans étant attribuées au groupe d'âge 15-19, celles dont les mères avaient 45 ans et plus au groupe d'âge 40-44).

Voici les proportions pour 100 pour trois populations (dont une développée) et pour l'ensemble de 52 populations (dont 37 à fécondité basse et 15 à fécondité élevée).

| Groupe d'âge | France (1965) | Taïwan (1950) | Hte Volta (1960-61) | 37 pays à fécondité faible | 15 pays à fécondité forte | 52 pays au total |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 15 – 19 | 5,0 | 5,2 | 12,8 | 5,1 | 9,3 | 6,3 |
| 20 – 24 | 31,2 | 20,9 | 25,1 | 25,4 | 25,1 | 25,3 |
| 25 – 29 | 32,0 | 25,2 | 21,9 | 28,5 | 25,5 | 27,6 |
| 30 – 34 | 19,2 | 22,8 | 18,6 | 21,7 | 19,6 | 21,1 |
| 35 – 39 | 9,4 | 16,4 | 13,1 | 13,2 | 13,7 | 13,4 |
| 40 – 44 | 3,2 | 9,5 | 8,5 | 6,0 | 6,9 | 6,3 |
| | 100,0 | 100,0 | 100,0 | 100,0 | 100,0 | 100,0 |

Les écarts sont surtout importants pour les groupes extrêmes, mais il s'agit de groupes d'âge où la fécondité est relativement basse.

On a élaboré une série de coefficients déterminés d'après les critères suivants :

– Ce sont des nombres entiers

– Leur répartition proportionnelle est voisine de la répartition moyenne des taux de fécondité par âge dans les diverses populations.

– En multipliant par ces coefficients les effectifs des groupes d'âge correspondants des femmes, on retrouve approximativement la population totale. (on la retrouverait exactement si celle-ci était répartie suivant une structure-type implicite).

Ces coefficients sont les suivants :

| Groupe d'âge | Coefficient | Proportion (pour 100) |
|---|---|---|
| 15 – 19 | 1 | 4 |
| 20 – 24 | 7 | 27 |
| 25 – 29 | 7 | 27 |
| 30 – 34 | 6 | 23 |
| 35 – 39 | 4 | 15 |
| 40 – 44 | 1 | 4 |
| Total | 26 | 100 |

En pratique, la procédure est la suivante :

*a)* On multiplie l'effectif des femmes de chaque groupe d'âge de 15 à 45 ans par le coefficient correspondant. On fait la somme de ces produits et on obtient ainsi une population totale "ajustée", P′.

*b)* On divise le nombre de naissances effectivement observées par cette population fictive, le résultat –qui a la forme d'un taux brut de natalité– est "l'indice comparatif de natalité".

*Exemple* : calcul de l'indice comparatif de natalité pour la France, le Japon, et les Etats Unis (effectifs des groupes d'âge en 1 000 femmes) :

| Groupes d'âge | France (1965) | Japon (1964) | Etats-Unis (1965) |
|---|---|---|---|
| 15 – 19 | 2 096 x 1 = 2 096 | 5 057 x 1 = 5 057 | 8 396 x 1 = 8 396 |
| 20 – 24 | 1 445 x 7 = 10 115 | 4 347 x 7 = 30 429 | 6 795 x 7 = 47 565 |
| 25 – 29 | 1 444 x 7 = 10 108 | 4 279 x 7 = 29 953 | 5 697 x 7 = 39 879 |
| 30 – 34 | 1 558 x 6 = 9 588 | 4 171 x 6 = 25 026 | 5 570 x 6 = 33 420 |
| 35 – 39 | 1 663 x 4 = 6 652 | 3 821 x 4 = 15 284 | 6 092 x 4 = 24 368 |
| 40 – 44 | 1 672 x 1 = 1 672 | 3 959 x 1 = 3 959 | 6 378 x 1 = 6 378 |
| Total | 40 231 | 109 708 | 160 006 |
| Nombre de naissances | 867 000 | 1 660 000 | 3 760 000 |
| Indice comparatif de natalité | 21,6 ‰ | 15,1 ‰ | 23,5 ‰ |

Comparaison entre les taux bruts de natalité effectivement observés et les indices comparatifs.

| | Taux bruts ‰ | Indices comparatifs ‰ |
|---|---|---|
| France | 17,7 | 21,6 |
| Japon | 17,1 | 15,1 |
| Etats Unis | 19,3 | 23,5 |

Malgré le caractère arbitraire du modèle adopté et les calculs fort sommaires auquels il donne lieu, cet indice rend beaucoup mieux compte que le taux brut, des différences de niveau de la fécondité.

En ce qui concerne par exemple la France et le Japon, on a calculé pour ce dernier pays un taux comparatif de natalité, à partir des taux de fécondité par âge japonais et de la composition par âge française ; il s'élève à 12 ‰. Les rapports sont les suivants (France/Japon) :

$$\text{Taux comparatifs de natalité} \quad \frac{17,7}{12,0} = 1,43$$

$$\text{Indices comparatifs de natalité} \quad \frac{21,6}{15,1} = 1,47$$

***Remarque 1***

On peut déduire de l'indice comparatif de natalité une estimation du taux brut de reproduction. On sait que celui-ci est égal à :

$$TBR = 5 \times \Sigma f_i \times K_f$$

Les "$f_i$" sont les taux de fécondité par âge et $K_f$ la proportion de filles parmi l'ensemble des naissances (voisin de 0,49).

Dans le modèle adopté "$\Sigma f_i$" est égal à $f_0 \times (1 + 7 + 7 + 6 + 4 + 1) = 26\ f_0$, $f_0$ étant, par hypothèse le taux de fécondité à 15-19 et à 40-44 ans. Donc, le taux brut de reproduction est estimé :

$$5 \times 26 \times f_0 \times 0,49$$

Comment estimer $f_0$ ?

Appelons $F_1$ l'effectif des femmes de 15 à 19 ans, $F_2$ l'effectif des femmes de 20 à 24 ans, etc... et $f_1$, $f_2$, les taux de fécondité correspondants. Le nombre total de naissances est égal à :

$$F_1 \times f_1 + F_2 \times f_2 + \ldots + F_6 \times f_6$$

Soit avec le modèle adopté :

$$F_1 \times f_0 + F_2\ 7\ f_0 + \ldots + F_5 \times 4\ f_0 + F_6 \times f_0$$

c'est à dire :

$$f_0 \times (F_1 + 7\ F_2 + 7\ F_3 + 6\ F_4 + 4\ F_5 + F_6)$$

Mais la quantité entre parenthèses est justement P', l'estimation de la population servant au calcul de l'indice comparatif, donc $f_0$ est égal au nombre de naissances divisé par P' c'est-à-dire précisément à l'indice comparatif de natalité.

On peut donc estimer le taux brut de reproduction comme suit :

$$\text{Indice comparatif de natalité} \times 130 \times 0,49$$

Par exemple, pour la France, l'indice comparatif de natalité est égal à 21,6‰ ou 0,0216. Le taux brut de reproduction serait estimé par :

$$0{,}0216 \times 130 \times 0{,}49 = 1{,}38$$

chiffre assez voisin du taux observé : 1,3.

*Remarque 2*

Plusieurs autres formules ont été proposées pour rendre compte de l'évolution de la fécondité avec l'âge. Signalons la formule suivante due à L. HENRY et qui s'applique à la *fécondité légitime* en l'absence de limitation volontaire considérable des naissances.

Les taux sont donnés par rapport au taux de fécondité légitime pour le groupe d'âge 20-24 (on a retenu 7 groupes d'âge).

| Groupe d'âge | Indice des taux de fécondité légitime |
|---|---|
| 15 – 19 | 1,200 – 0,7 m (15 – 19) |
| 20 – 24 | 1,000 |
| 25 – 29 | 0,935 |
| 30 – 34 | 0,853 |
| 35 – 39 | 0,685 |
| 40 – 44 | 0,349 |
| 45 – 49 | 0,051 |

m (15 – 19) = proportion de femmes mariées dans le groupe d'âge 15 – 19.

Il suffit de connaître les proportions de femmes mariées dans tous les groupes d'âge et de multiplier ces proportions par les coefficients ci-dessus pour avoir une estimation du rapport entre les taux de fécondité aux différents âges, *dans l'hypothèse où la fécondité illégitime est négligeable.*

### 1.3. **Taux de reproduction (méthode de J.R. RELE)**

L'exposé de cette méthode à un caractère provisoire, une publication complète à ce sujet n'étant pas, à ma connaissance, disponible.

#### 1.3.1. **Principe : Utilisation du rapport enfants-femmes :**

Le seul indice de la fécondité que l'on puisse calculer directement à partir d'un recensement, est le rapport enfants-femmes, défini comme le rapport du nombre d'enfants de moins de 5 ans recensés à celui du nombre de femmes en âge de procréer ; on n'est d'ailleurs pas d'accord sur les limites de cette période de procréation (tantôt 15-49, tantôt 15-44).

On constate fréquemment une sous-estimation, parfois même notable, du nombre d'enfants de moins de 5 ans, ce qui risque de nuire à l'efficacité de cet indice.

Aussi RELE a-t-il utilisé dans ses ajustements un indice dont les facteurs sont décalés de 5 ans, c'est-à-dire :

$$\frac{\text{Enfants de 5 à 9 ans}}{\text{Femmes de 20 à 54 ans}}$$ que l'on désignera ci-après par REF (Rapport Enfants/Femmes).

Ce rapport est donc un indice de la fécondité moyenne pour une période antérieure de 5 à 9 ans au recensement.

Par exemple le REF calculé à partir d'un recensement qui a eu lieu en 1971 traduit la fécondité (et dans une certaine mesure la mortalité) moyenne de la période 1962-1966).

1.3.2. **Propriétés du Rapport enfants/femmes :**

L'interprétation de ce rapport n'implique pas d'hypothèse quant à la constance des taux. Dans l'ensemble ci-dessus, il dépendra de la fécondité en 1962-1966 et sera influencé par la mortalité de 1962 à 1971, mais la fécondité et la mortalité des périodes antérieures n'auront pas de répercussions directes.

Par contre, ce rapport dépend dans une très large mesure du niveau de la mortalité. Lorsque celui-ci est élevé la mortalité infantile et juvénile réduit considérablement l'effectif des jeunes enfants, tandis que la mortalité reste relativement modérée pour les femmes adultes.

Cette influence est illustrée par le tableau suivant qui donne des estimations du REF (pour 1 000) pour différents taux bruts de reproduction à différents niveaux de mortalité (calculés à partir de modèles)

| | Taux brut de reproduction | | |
|---|---|---|---|
| Espérance de vie à la naissance | 3,0 | 2,5 | 2,0 |
| 30 ans | 644 | 537 | 429 |
| 40 ans | 710 | 591 | 473 |
| 50 ans | 763 | 636 | 510 |
| 60 ans | 817 | 682 | 546 |
| 70 ans | 870 | 726 | 577 |

Pour un niveau de mortalité donné, on a une relation linéaire entre le taux brut de reproduction (TBR) et le REF.

$$TBR = a + b \cdot REF$$

L'estimation du taux net de reproduction (TNR) fait intervenir la mortalité des femmes depuis leur naissance. Cependant, ici aussi, on a constaté l'existence d'une relation linéaire approchée

$$TNR = a' + b' \cdot REF$$

(Les valeurs de a et a′ étant toujours très faibles).

1.3.3. **Méthode de RELE :**

Le problème qui se pose est celui de l'estimation du niveau de la mortalité, puisque cette méthode ne présente de l'intérêt que pour les populations où les données démographiques sont très sommaires.

Mais en pratique, il n'est pas indispensable de connaître ce niveau avec exactitude. Voyons par exemple l'estimation du TBR et du TNR pour un REF égal à 600 avec 3 niveaux de mortalité.

| | TBR | TNR |
|---|---|---|
| $^{o}e_{0}$ = 30 ans | 2,75 | 1,33 |
| $^{o}e_{0}$ = 40 ans | 2,54 | 1,55 |
| $^{o}e_{0}$ = 50 ans | 2,36 | 1,72 |

Comme la seconde décimale n'a guère de signification pratique, on voit qu'on aura une estimation suffisamment précise en connaissant l'espérance de vie à 10 ans près. D'autant plus que l'on n'a souvent aucune idée de l'ordre de grandeur des taux de reproduction et que toute estimation, même relativement imprécise représente un progrès considérable.

En général, on aura une estimation de l'ordre de grandeur du niveau de la mortalité, ne serait-ce que par comparaison avec des populations vivant dans des conditions analogues et on arrondira au chiffre rond le plus voisin.

Par exemple, une espérance de vie de l'ordre de 33 ans, sera arrondie à 30 ans, une espérance de vie de l'ordre de 48 ans, sera arrondie à 50 ans.

*Equations d'estimation* : (Rappelons qu'il ne s'agit que de données provisoires).

Le REF est donné pour 1 000 femmes.

| Espérance de vie | Estimation du TBR | Estimation du TNR |
|---|---|---|
| 30 ans | + 0,01 + 0,00464 REF | 0,00 + 0,00221 REF |
| 40 ans | + 0,01 + 0,00421 REF | 0,00 + 0,00258 REF |
| 50 ans | − 0,02 + 0,00396 REF | − 0,01 + 0,00289 REF |
| 60 ans | − 0,015 + 0,00369 REF | − 0,025 + 0,00315 REF |
| 70 ans | − 0,035 + 0,00349 REF | − 0,04 + 0,00332 REF |

On observera que pour un REF donné, l'estimation du Taux Brut de Reproduction est d'autant plus élevée que la mortalité est élevée (influence de la mortalité infantile et juvénile seules) tandis que c'est l'inverse pour le Taux Net de Reproduction, car dans ce dernier cas, l'effet précédent est masqué par celui de la mortalité des femmes de la naissance à l'âge moyen de procréation (légèrement inférieur à 30 ans).

1.3.4. **Exemples de calculs** :

a) ${}^0e_0 = 30$ ans

Inde 1931 REF = 610
TBR = 0,01 + 0,00464 x 610 = 2,84 } pour la période
TNR = 0,00 + 0,00221 x 610 = 1,35 } 1922-1926

b) ${}^0e_0 = 40$ ans

Macao 1950 REF = 326
TBR = 0,01 + 0,00421 x 326 = 1,38 } pour la période
TNR = 0,00 + 0,00258 x 326 = 0,84 } 1941-1945

c) ${}^0e_0 = 50$ ans

Syrie 1960 REF = 863
TBR = − 0,02 + 0,00396 + 863 = 3,40 } pour la période
TNR = − 0,01 + 0,00289 + 863 = 2,48 } 1951-1955

d) ${}^0e_0 = 60$ ans

Chypre 1946 REF = 498
TBR = − 0,015 + 0,00369 x 498 = 1,82 } pour la période
TNR = − 0,025 + 0,00315 x 498 = 1,54 } 1937-41

e) ${}^0e_0 = 70$ ans

Japon 1964 REF = 320
TBR = − 0,035 + 0,00349 x 320 = 1,08 } pour la période
TNR = − 0,04 + 0,00332 x 320 = 1,02 } 1955-59

## 2. UNE METHODE D'ESTIMATION DU NIVEAU DE LA FECONDITE A PARTIR DE DONNEES SUR LA FECONDITE ACTUELLE ET LA DESCENDANCE. (1ère METHODE DE W. BRASS)

Cette méthode s'applique particulièrement bien aux données recueillies dans les enquêtes démographiques par sondage conduites depuis une vingtaine d'années dans les pays en voie de développement (notamment l'Afrique d'expression française).

Ces enquêtes visent à suppléer à l'insuffisance à la fois des recensements de population et de l'état civil.

En ce qui concerne l'aspect recensement, on s'efforce d'obtenir avec autant de précision que possible une estimation des âges des enquêtés.

En outre, parmi les renseignements demandés à toutes les femmes adultes figure leur descendance totale –c'est-à-dire le nombre total d'enfants qu'elles ont mis au monde– en distinguant ceux qui sont encore en vie au moment de l'enquête et ceux qui sont décédés. Nous verrons plus tard l'utilisation de ce renseignement pour l'ajustement de la mortalité.

En ce qui concerne l'aspect état civil, on obtient les données permettant de calculer les taux de natalité, de fécondité et de mortalité.

– D'une part en enregistrant toutes les naissances et tous les décès qui se sont produits dans les ménages au cours de la période de 12 mois précédant l'enquête,

– D'autre part, en interrogeant toutes les femmes en âge de procréer sur les naissances vivantes qu'elles ont eues au cours des 12 derniers mois.

Nous allons voir une technique d'analyse des données sur la fécondité qui ne fait appel à aucun modèle (mortalité-type ou modèle de population).

Elle est fondée sur la comparaison entre deux séries de données :

– La fécondité actuelle
– La descendance.

## 2.1. **Données disponibles et notations**

A partir des résultats du type d'enquête qui vient d'être décrit, on peut calculer les données suivantes pour les femmes.

*a) Les taux de fécondité actuelle* pour chacun des 7 groupes d'âge entre 15 et 49 ans ($f_1$, $f_2$, $f_3$, ... $f_7$) c'est-à-dire le nombre d'enfants mis au monde par 1 000 femmes au cours d'une période d'un an.

*b) Les descendances ou parités* pour tous les groupes d'âge à partir de 15 ans qui s'écrivent $P_1$, $P_2$... (ou parfois $r_1$, $r_2$ ...), c'est-à-dire le nombre moyen d'enfants mis au monde au cours de son existence par une femme du groupe d'âge considéré. A partir de 50 ans, ce nombre s'appelle *descendance finale* et, si la fécondité est restée constante en moyenne, ce chiffre ne doit pas varier si les observations ont été correctes.

En fait, il n'en est pas toujours ainsi, comme le montre le tableau suivant :

| Groupe d'âge | | Niger | Mali | Guinée | Gabon |
|---|---|---|---|---|---|
| 15 – 19 | P1 | 0,41 | 0,55 | 0,48 | 0,46 |
| 20 – 24 | P2 | 1,79 | 1,88 | 1,75 | 1,19 |
| 25 – 29 | P3 | 2,93 | 3,29 | 2,86 | 1,76 |
| 30 – 34 | P4 | 4,17 | 4,30 | 3,09 | 2,13 |
| 35 – 39 | P5 | 4,71 | 5,08 | 4,48 | 2,47 |
| 40 – 44 | P6 | 5,16 | 5,34 | 5,01 | 2,50 |
| 45 – 49 | P7 | 5,82 | 5,40 | 5,29 | 2,78 |
| 50 – 54 | P8 | 5,73 | 5,11 | 5,33 | 2,80 |
| 55 – 59 | P9 | 5.56 | 5,33 | 5,39 | 3,14 |
| 60 – 64 | P10 | 5,48 | 5,32 | 5,53 | 3,20 |
| 65 – 69 | P11 | 5,66 | 5,27 | 5,54 | 3,40 |
| 70 & + | | 5,34 | 5,66 | 5,04 | 3,48 |

On voit que la descendance observée a tendance à diminuer après 50 ans dans certains cas (Niger et Mali) et à augmenter dans d'autres (Guinée et surtout Gabon). On notera en outre que le niveau du Gabon est nettement inférieur à celui des autres pays ; en effet, même dans les populations ne pratiquant pas systématiquement la limitation volontaire des naissances, on observe des niveaux de fécondité très inégaux.

## 2.2. **Comparaison entre la descendance observée et la fécondité actuelle**

Dans un très grand nombre de populations actuelles (et un nombre encore plus grand de populations anciennes) on peut admettre que les hypothèses suivantes sont vérifiées.

*a)* Les taux de fécondité par âge sont restés sensiblement constants dans le passé – ou moins proche.

*b)* Les mouvements migratoires n'ont pratiquement pas de répercussion sur la fécondité et la descendance.

*c)* Il n'y a pas de corrélation importante entre la fécondité et la mortalité.

Il est alors possible de calculer la descendance à partir des taux de fécondité actuelle.

Prenons l'exemple du Mali, les taux de fécondité actuelle observés sont les suivants (pour 1 000 femmes de chaque groupe d'âge).

| Groupe d'âge | Taux de fécondité actuelle |
|---|---|
| 15 – 19 | 244 |
| 20 – 24 | 350 |
| 24 – 29 | 326 |
| 30 – 34 | 272 |
| 35 – 39 | 192 |
| 40 – 44 | 88 |
| 45 – 49 | 42 |

Ces chiffres appellent une remarque : ces taux ont été calculés en divisant par l'effectif des femmes de chaque groupe d'âge, le nombre total d'enfants que celles-ci ont déclaré avoir mis au monde au cours des 12 mois précédant l'enquête. Mais, au moment de ces naissances, ces femmes étaient en moyenne plus jeunes de 6 mois. Donc, ces taux de fécondité concernent en réalité des femmes plus jeunes en moyenne d'une demi-année.

Ainsi, 244 ‰ n'est pas exactement le taux des femmes du groupe 15-19 ; c'est-à-dire âgées de plus de 15 ans et de moins de 20 ans, mais des femmes âgées de plus de 14,5 et de moins de 19,5 années.

Si l'on suppose –ce qui est évidemment une approximation– que le "risque de conception" est réparti de façon uniforme dans chaque groupe quinquennal, on voit qu'une femme âgée de 19,5 années aura été soumise pendant 5 ans à un "risque de conception" de 244 ‰ ou 0,244, c'est-à-dire qu'elle aura mis en moyenne au monde 0,244 x 5 = 1,220 enfants.

Une femme atteignant l'âge de 24,5 années aura été soumise pendant 5 ans à un risque de conception de 0,244 et pendant 5 autres années à un risque de 0,350 enfants, etc . . .

Il est donc possible de calculer le nombre moyen d'enfants mis au monde par une femme atteignant les âges-limites des intervalles, dans l'hypothèse où les taux de fécondité par âge restent constants. C'est ce qu'on appelle la fécondité cumulée. Après la fin de la période de procréation, ce chiffre ne varie plus, c'est la *fécondité totale.*

| Age | Dans l'intervalle | | Fécondité cumulée en fin d'intervalle |
|---|---|---|---|
| | Taux de fécondité | Naissances | |
| 14,5 | | | |
| 19,5 | 0,244 | 1,220 | 1,220 |
| 24,5 | 0,350 | 1,750 | 2,970 |
| 29,5 | 0,326 | 1,630 | 4,600 |
| 34,5 | 0,272 | 1,360 | 5,960 |
| 39,5 | 0,192 | 0,960 | 6,920 |
| 44,5 | 0,088 | 0,440 | 7,360 |
| 49,5 | 0,042 | 0,210 | 7,570 fécondité totale |

Théoriquement, la fécondité totale devrait être égale à la descendance finale, on voit qu'il n'en est rien : la fécondité totale est de l'ordre de 7,6, contre environ 5,38 pour la descendance finale, elle lui est supérieure de 40 % au moins.

### 2.3. **Causes d'erreurs**

Avant d'aller plus loin dans la comparaison de deux séries de chiffres, il faut se rappeler comment les données de bases ont été obtenues et quelles sont les causes vraisemblables d'erreur.

#### 2.3.1. **Fécondité actuelle**

Des techniques d'interrogatoires élaborées ont été mises au point et utilisées dans de nombreux cas. Elles permettent d'éviter les deux types d'erreurs suivants :

a) Omission de naissances d'enfants dont la vie a été très courte.

b) Enregistrement de morts-nés.

Reste une cause d'erreur, très difficile à éliminer : la délimitation correcte de la durée de 12 mois. En particulier, l'expérience a montré qu'il y a souvent un "effet de bordure", l'enquêteur ayant tendance en cas de doute à enregistrer l'événement. Il arrive même –ce n'est pas exceptionnel– que l'on ait enregistré en fait les événements qui se sont produits dans un intervalle de 13, 14 ou 15 mois. L'inverse (intervalle réel de 11 mois par exemple) est plus rare.

#### 2.3.2. **Descendance**

Ici, le problème de la délimitation d'une période de 12 mois ne se pose pas. Mais on peut s'attendre à des omissions dont les causes sont les suivantes :

- Difficulté pour des personnes illettrées de citer, de mémoire, des nombres assez élevés
- Oubli des enfants dont la vie a été très courte
- Omission des enfants déjà adultes et qui ont quitté définitivement le domicile familial.

On pourrait penser que, d'une façon générale, les enfants décédés sont omis plus fréquemment que ceux qui survivent. Toutefois, en général cela n'est pas corroborré par les observations. Le plus souvent, l'accroissement avec l'âge de la mère de la *proportion* d'enfants décédés parmi la descendance est assez cohérente (voir plus loin l'analyse de la mortalité à partir de la proportion d'enfants décédés parmi la descendance).

On remarquera que ces différentes causes d'omissions ne jouent que pour les femmes d'un certain âge (sauf peut-être la seconde = enfants dont la vie a été très courte). On pourrait même s'attendre à voir la descendance déclarée décroître avec l'âge après 50 ans. L'exemple de la Guinée –et surtout du Gabon– montre qu'il n'en est pas toujours ainsi et que le contraire est même observé quelquefois.

### 2.4. **Principe de la méthode de William BRASS**

Les hypothèses de base ci-dessus étant supposées vérifiées (et, en pratique, on verra que la méthode est utilisable même si elles ne le sont que pour une période de 15 à 20 ans précédant l'enquête), on peut admettre en vertu de ce qui précède que :

*a)* Les erreurs d'observation de la fécondité actuelle proviennent d'une mauvaise détermination de la période de référence de 12 mois.

*b)* Les erreurs d'observation de la descendance proviennent des défaillances de la mémoire des femmes. Celles-ci sont négligeables pour les femmes jeunes.

Donc si la fécondité cumulée moyenne déduite des taux de fécondité actuelle diffère sensiblement de la descendance déclarée par ces mêmes femmes, cela résulte d'une surestimation ou d'une sous-estimation de la période de référence de 12 mois, et il est possible en comparant les deux séries de chiffres d'estimer un facteur permettant d'ajuster les chiffres observés.

Mais la comparaison directe de ces chiffres pose un problème pratique.

– Les fécondités cumulées que l'on calcule à partir des taux de fécondité par âge s'appliquent aux femmes d'un âge bien déterminé qui correspond à la limite de deux groupes quinquennaux, c'est-à-dire aux femmes âgées de 20, 25, 30 ans . . . (ou plutôt en pratique dans la majorité des cas aux femmes âgées de 19,5 24,5, 29,5 années en raison du décalage de 6 mois déjà mentionné).

– Les descendances calculées à partir des observations sont des moyennes portant sur l'ensemble des femmes du groupe quinquennal.

Ainsi, pour le Mali, on aurait les deux séries suivantes :

| Age | Fécondité cumulée | Groupe d'âge | Descendance moyenne |
|---|---|---|---|
| | | 15 – 19 | 0,55 |
| 19,5 | 1,220 | 20 – 24 | 1,88 |
| 24,5 | 2,970 | 25 – 29 | 3,29 |
| 29,5 | 4,600 | 30 – 34 | 4,30 |
| 34,5 | 5,960 | 35 – 39 | 5,08 |
| 39,5 | 6,920 | 40 – 44 | 5,34 |
| 44,5 | 7,360 | 45 – 49 | 5,40 |
| 49,5 et au-dessus | 7,570 | 50 et au-dessus | 5,38 |
| (fécondité totale) | | (descendance finale) | |

La comparaison a déjà été faite pour les 2 chiffres finals et on a noté leur divergence.

Par contre, on ne peut pas comparer directement les autres chiffres. Une méthode élémentaire consisterait à rapporter la descendance moyenne, d'un groupe d'âge au milieu de ce groupe (17,5 pour le premier, 22,5 pour le second, etc. . .) et à procéder par interpolation linéaire.

Mais ce serait beaucoup trop imprécis en raison de l'allure générale de la courbe de fécondité, trop peu régulière pour justifier une approximation linéaire.

La technique de BRASS consiste à utiliser pour cette estimation un ajustement analytique de la fécondité. Plusieurs fonctions ont été expérimentées, les résultats qui suivent découlent des plus récentes.

On a constaté que, pratiquement, l'allure générale de la courbe de fécondité dépend essentiellement de l'âge moyen de début de la fécondité dans la population considérée.

Ce facteur varie considérablement suivant les populations.

Deux indices différents ont été retenus pour rendre compte de ces différences de comportement.

*a)* Le rapport $f_1/f_2$, c'est-à-dire le rapport entre la fécondité actuelle pour les groupes d'âge 15-19 et 20-24.

*b)* L'âge moyen de procréation $\overline{m}$ (ou A).

## 2.5. **Age moyen de procréation**

C'est la valeur moyenne de la fonction de fécondité par rapport à l'âge (que l'on peut écrire analytique en appelant $\phi$ (a) la fécondité en fonction de l'âge a, et u et v les âges de début et de fin de la fécondité :

$$\overline{m} = A = \frac{\int_u^v a\, \phi\,(a)\, da}{\int_u^v \phi\,(a)\, da}$$

ou en pratique avec des fonctions discontinues

$$\overline{m} = A \frac{\sum_i f_i \cdot a_i}{\sum_i f_i}$$

En appelant $f_i$ les taux de fécondité par groupe d'âge et ai l'âge moyen du groupe d'âge correspondant, c'est-à-dire :

| | Sans décalage de 6 mois | Avec décalage de 6 mois |
|---|---|---|
| 15 – 19 | 17,5 | 17,0 |
| 20 – 24 | 22,5 | 22,0 |
| etc . . . | | |

C'est-à-dire, puisque la mortalité des femmes entre 15 et 50 ans n'intervient pas dans cette formule, l'âge moyen auquel les femmes qui ont vécu jusqu'à la fin de la période de fécondité ont mis au monde leurs enfants.

Il faut distinguer cet indice de T, qui est *l'intervalle entre générations* défini comme l'âge moyen auquel les femmes d'une cohorte (qu'elles soient ou non décédées entre 15 et 50 ans) ont mis au monde leurs enfants (ici, la mortalité intervient) et aussi de l'âge moyen des mères à la naissance de leurs enfants observé dans la population (qui dépend de la composition par âge effective de cette population).

Calcul approximatif de l'âge moyen de procréation. (A ou $\overline{m}$) – Mali.

| Groupe d'âge (a) (1) | Age central (a) (2) | Taux de fécondité actuelle (pour 1 000) (3) | Produit (2) x (3) |
|---|---|---|---|
| 15 – 19 | 17 | 244 | 4 148 |
| 20 – 24 | 22 | 350 | 7 700 |
| 25 – 29 | 27 | 326 | 8 802 |
| 30 – 34 | 32 | 272 | 8 704 |
| 35 – 39 | 37 | 192 | 7 104 |
| 40 – 44 | 42 | 88 | 3 696 |
| 45 – 49 | 47 | 42 | 1 974 |
| Total | | 1 514 | 42 128 |

(a) La fécondité se réfère en réalité aux femmes de 6 mois plus jeunes, l'âge central retenu est donc 17,22, etc . . . au lieu de 17,5, 22,5.

L'âge moyen des femmes à la procréation est donc de :

$$\overline{m} = A = \frac{42\,128}{1\,514} = 27{,}8 \text{ années}$$

Si l'on n'avait pas fait la correction ci-dessus on aurait trouvé un âge moyen de 28,3 années. Il faut bien vérifier si l'on a tenu compte de cette correction dans les calculs car en pratique on constate souvent une certaine confusion à cet égard.

## 2.6. **Estimation de la fécondité cumulée moyenne**

Rappelons que l'on cherche à estimer –non plus la fécondité cumulée *en fin de période quinquennale*– mais la fécondité cumulée moyenne des femmes de cet intervalle, de façon à pouvoir faire la comparaison avec la descendance moyenne.

*Formule*

La formule utilisée est la suivante :

$$F_i = 5 \times \sum_{j=0}^{i=-1} f_j + w_i f_i$$

$F_i$ est la fécondité cumulée moyenne du groupe d'âge i

$5 \times \sum_{j=0}^{i=-1} f_j$ représente le total multiplié par 5 des taux de fécondité actuelle de tous les groupes d'âge inférieurs au groupe i, c'est-à-dire la fécondité cumulée à l'âge limite inférieure de i.

$f_i$ est le taux de fécondité actuelle du groupe i.

$w_i$ est un coefficient estimé à partir de la fonction d'ajustement.

On aura donc, par exemple :

$$F_3 = F_{25-29} = 5 \times (f_{15-19} + f_{20-24}) + w_3 f_{25-29}$$

## 2.7. **Coefficients d'ajustement.**

Deux séries de coefficients d'ajustement ont été calculées.

La première série s'applique lorsque la fécondité actuelle a été calculée pour les groupes d'âge quinquennaux classiques (15-19, 20-24, etc . . .).

La seconde série de coefficients est à utiliser lorsque les taux de fécondité se rapportent à des groupes d'âge décalés de 6 mois vers le bas (cas où les données ont été enregistrées pour les 12 mois précédents).

*Coefficients pour l'estimation de la fécondité cumulée à partir de la fécondité actuelle.*

A. 1ère série : groupes d'âge quinquennaux exacts :

| Groupe d'âge | $f_1/f_2$ | 0,036 | 0,113 | 0,213 | 0,330 | 0,460 | 0,605 | 0,764 | 0,939 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\overline{m}(A)$ | 32,2 | 31,2 | 30,2 | 29,2 | 28,2 | 27,2 | 26,2 | 25,2 |
| 15 – 19 | | 0,335 | 0,680 | 1,030 | 1,390 | 1,760 | 2,130 | 2,460 | 2,754 |
| 20 – 24 | | 2,025 | 2,170 | 2,265 | 2,330 | 2,380 | 2,420 | 2,455 | 2,485 |
| 25 – 29 | | 2,420 | 2,455 | 2,485 | 2,510 | 2,535 | 2,560 | 2,580 | 2,605 |
| 30 – 34 | | 2,560 | 2,580 | 2,605 | 2,625 | 2,650 | 2,675 | 2,700 | 2,730 |
| 35 – 39 | | 2,675 | 2,700 | 2,730 | 2,760 | 2,800 | 2,845 | 2,895 | 2,960 |
| 40 – 44 | | 2,845 | 2,895 | 2,960 | 3,040 | 3,145 | 3,285 | 3,470 | 3,720 |
| 45 – 49 | | 3,195 | 3,455 | 3,720 | 3,980 | 4,240 | 4,495 | 4,750 | 5,000 |

B. 2ème série : groupe d'âge quinquennaux décalés de 6 mois :

| Groupe d'âge | $f_1/f_2$ | 0,036 | 0,113 | 0,213 | 0,330 | 0,460 | 0,605 | 0,764 | 0,939 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\overline{m}(A)$ | 31,7 | 30,7 | 29,7 | 28,7 | 27,7 | 26,7 | 25,7 | 24,7 |
| 15 – 19 | | 1,120 | 1,310 | 1,615 | 1,950 | 2,305 | 2,640 | 2,925 | 3,170 |
| 20 – 24 | | 2,555 | 2,690 | 2,780 | 2,840 | 2,890 | 2,925 | 2,960 | 2,985 |
| 25 – 29 | | 2,925 | 2,960 | 2,985 | 3,010 | 3,035 | 3,055 | 3,075 | 3,095 |
| 30 – 34 | | 3,055 | 3,075 | 3,095 | 3,120 | 3,140 | 3,165 | 3,190 | 3,215 |
| 35 – 39 | | 3,165 | 3,190 | 3,215 | 3,245 | 3,285 | 3,325 | 3,375 | 3,435 |
| 40 – 44 | | 3,325 | 3,375 | 3,435 | 3,510 | 3,610 | 3,740 | 3,915 | 4,150 |
| 45 – 49 | | 3,640 | 3,895 | 4,150 | 4,395 | 4,630 | 4,840 | 4,985 | 5,000 |

## 2.8. **Application (Mali)**

Reprenons les chiffres de l'enquête sur le Mali. Nous avons les deux indices suivants pour nous guider dans le choix des coefficients :

$$f_1/f_2 = \frac{244}{350} = 0{,}697 \qquad \overline{m} = A = 27{,}8 \text{ années}$$

Nous sommes dans le second cas (âges réels à la naissance décalés de 6 mois) et nous allons calculer par interpolation, les coefficients correspondants à ces deux valeurs dans la table B.

| Groupe d'âge | A partir de | |
|---|---|---|
| | $f_1/f_2$ | $\overline{m}$ |
| 15 – 19 | 2,805 | 2,270 |
| 20 – 24 | 2,945 | 2,885 |
| 25 – 29 | 3,067 | 3,032 |
| 30 – 34 | 3,180 | 3,138 |
| 35 – 39 | 3,354 | 3,281 |
| 40 – 44 | 3,842 | 3,600 |
| 45 – 49 | 4,924 | 4,607 |

Nous avons donc deux séries de coefficients, d'ailleurs très voisins sauf le premier et les deux derniers : lesquels choisir ?

Théoriquement, on recommande ce qui suit : pour l'ajustement des trois premiers groupes d'âge, retenir les coefficients estimés à partir du rapport $f_1/f_2$ qui traduit mieux l'allure de la courbe de fécondité aux âges inférieurs.

Pour l'ajustement des quatre autres groupes, il vaut mieux adopter les coefficients estimés à partir de $\overline{m}$, qui dépend de la structure d'ensemble de la fécondité.

En pratique, comme l'ajustement se fait, comme nous le verrons, en utilisant les groupes d'âge inférieurs, l'estimation par $f_1/f_2$ est plus intéressante.

Cette distinction est d'ailleurs quelque peu académique, l'imprécision de l'estimation étant bien supérieure aux différences obtenues à partir des diverses séries de coefficients. Cette différence n'est d'ailleurs très marquée que pour le premier groupe d'âge 15-19, or, en raison des grandes variations de comportement dans cet intervalle, on n'utilise pratiquement pas les estimations correspondantes.

*Estimation des fécondités cumulées moyennes.* – Mali 1960-1961.

Calcul en utilisant les coefficients estimés à partir de $f_1/f_2$ :

| Groupe d'âge | Taux de fécondité actuelle | $5 \times \Sigma f_j$ | Coefficient $w_i$ | Produit $w_i \times f_i$ | $F_i$ estimé |
|---|---|---|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) (2) x (4) | (6) (3) + (5) |
| 15 – 19 | 0,244 | 0,000 | 2,805 | 0,684 | 0,684 |
| 20 – 24 | 0,350 | 1,220 | 2,945 | 1,031 | 2,251 |
| 25 – 29 | 0,326 | 2,970 | 3,067 | 1,000 | 3,970 |
| 30 – 34 | 0,272 | 4,600 | 3,180 | 0,865 | 5,465 |
| 35 – 39 | 0,192 | 5,960 | 3,354 | 0,644 | 6,604 |
| 40 – 44 | 0,088 | 6,920 | 3,842 | 0,338 | 7,258 |
| 45 – 49 | 0,042 | 7,360 | 4,924 | 0,207 | 7,567 |
| Total | | 7,570 | | | 7,570 |

Un calcul analogue aurait donné une autre série de $F_i$ à partir des coefficients déduits de $\overline{m}$. On trouvera ci-dessous : les deux estimations des $F_i$, les valeurs observées des $P_i$ (descendance) et les rapports entre ces derniers chiffres et les $F_i$ estimés.

| Groupe d'âge | $F_i$ estimé à partir de fl/f2 | $F_i$ estimé à partir de m | $P_i$ observé | Rapports $P_i/F_i$ 1ère estimation | Rapports $P_i/F_i$ 2ème estimation |
|---|---|---|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) |
| 15 – 19 | 0,684 | 0,554 | 0,55 | 0,804 | 0,993 |
| 20 – 24 | 2,252 | 2,230 | 1,88 | 0,835 | 0,843 |
| 25 – 29 | 3,970 | 3,958 | 3,29 | 0,829 | 0,831 |
| 30 – 34 | 5,465 | 5,454 | 4,30 | 0,787 | 0,788 |
| 35 – 39 | 6,604 | 6,590 | 5,08 | 0,769 | 0,771 |
| 40 – 44 | 7,258 | 7,237 | 5,34 | 0,736 | 0,738 |
| 45 – 49 | 7,567 | 7,553 | 5,40 | 0,714 | 0,715 |
| 50 & + | 7,570 | 7,570 | 5,38 | 0,711 | |

Comment interpréter ces résultats ?

On a déjà signalé que les données du groupe d'âge 15-19 ne sont guère utilisables (ce sont d'ailleurs les seules pour lesquelles les deux estimations diffèrent significativement).

Pour les autres groupes d'âge, on observe bien une décroissance continue du rapport $P_i/F_i$, qui peut s'expliquer par les omissions dues aux défaillances de la mémoire des femmes âgées.

Pour les femmes jeunes, ceci ne joue pas de façon appréciable, les rapports $P_2/F_2$ et $P_3/F_3$ (femmes de 20 à 30 ans) sont du même ordre de grandeur (0,83 à 0,84).

Le principe de l'ajustement est que cette différence s'explique par une *délimitation erronée de la période de référence.* Les taux de fécondité actuelle sont surestimés parce que l'enregistement a porté non pas sur 12 mois mais sur 14 au moins.

En conséquence, il y a lieu d'appliquer aux estimations de la fécondité actuelle obtenues à partir de l'enquête, un coefficient correctif de l'ordre de 0,83 ou 0,84. Nous adopterons 0,835, valeur moyenne des quatre rapports relatifs aux groupes d'âge 20 à 29 ans.

Voici les résultats de cet ajustement :

| Groupe d'âge | Taux de fécondité actuelle (pour 1000) observé | Taux de fécondité actuelle (pour 1000) ajusté | Descendance moyenne observée | Descendance moyenne ajustée |
|---|---|---|---|---|
| 15 – 19 | 244 | 204 | 0,55 | (non significatif) |
| 20 – 24 | 350 | 292 | 1,88 | 1,88 |
| 25 – 29 | 326 | 272 | 3,29 | 3,31 |
| 30 – 34 | 272 | 227 | 4,30 | 4,56 |
| 35 – 39 | 192 | 160 | 5,08 | 5,51 |
| 40 – 44 | 88 | 73 | 5,34 | 6,06 |
| 45 – 49 | 42 | 35 | 5,40 | 6,32 |
| | | fécondité totale | 5,38 | 6,32 |

| | observé | ajusté |
|---|---|---|
| Taux brut de reproduction | 3,74 | 3,12 |
| Taux brut de natalité (pour 1000) | 62,0 | 51,8 |

On peut également calculer comment évolue avec l'âge la proportion d'enfants omis par les femmes parmi leur descendance, si les hypothèses ci-dessus sont correctes (la proportion d'enfants effectivement déclarés est obtenue en divisant par 0,835 les rapports de la colonne 5).

| Age | Proportion d'enfants effectivement déclarés | Proportions d'omissions |
|---|---|---|
| 20 – 24 | 100 | 0 |
| 25 – 29 | 99 | 1 |
| 30 – 34 | 94 | 6 |
| 35 – 39 | 92 | 8 |
| 40 – 44 | 88 | 12 |
| 45 – 49 | 86 | 14 |
| 50 & + | 85 | 15 |

## 3. METHODE APPROCHEE D'ESTIMATION DE LA DESCENDANCE FINALE OU DE LA FECONDITE TOTAL LORSQU'ON N'A PAS DE RENSEIGNEMENTS SUR LA FECONDITE ACTUELLE

Les questions sur les naissances au cours des 12 mois précédant l'enquête font généralement partie du programme d'enquêtes démographiques approfondies. Mais elles ne sont qu'exceptionnellement posées à l'occasion d'un recensement. Au contraire, les renseignements sur la descendance figurent le plus souvent parmi les données obtenues à partir d'un recensement ordinaire.

On a vu plus haut qu'il arrive fréquemment dans des populations où l'analphabétisme est très répandu, que la descendance finale ainsi obtenue soit sous-estimée.

On peut, sous certaines conditions, appliquer un test sommaire fondé sur la relation approximative suivante, observée dans un certain nombre de populations ne pratiquant pas la contraception.

$$\frac{F_T}{P_3} = \frac{P_3}{P_2} \qquad \text{ou encore} \qquad F_T = \frac{(P_3)^2}{P_2}$$

$F_T$ étant la fécondité totale ou la descendance finale

$P_2$ étant la parité, c'est-à-dire la descendance moyenne, du groupe d'âge 20 - 24

$P_3$ étant la parité du groupe d'âge 25 - 29.

La justification théorique de cette formule est la suivante :

Le comportement au début de la période de procréation varie considérablement suivant les populations, en grande partie pour des raisons sociales et coutumières.

Au contraire, par la suite, en l'absence de limitation volontaire de naissances, la décroissance de la fécondité avec l'âge est en liaison avec l'évolution de la fécondabilité, dont la structure varie moins.

La fécondité totale est, toutes choses égales d'ailleurs, fonction de l'âge moyen de début de la fécondité. Le rapport P3/P2 est un indice qui traduit le caractère plus ou moins tardif du démarrage de cette fécondité. Plus les femmes auront commencé tard à avoir des enfants, plus grande sera la différence relative entre leurs descendances moyennes à 25 - 29 ans et à 20 - 24 ans.

Les conditions d'application de cet ajustement sont les suivantes :

a) La fécondité entre 15 et 29 ans est restée sensiblement constante au cours des dernières années.

b) La structure par âge de la fécondité ne s'écarte pas de façon trop systématique de la structure moyenne observée dans les populations ne pratiquant pas la limitation volontaire des naissances.

En pratique, on peut tirer les conclusions suivantes :

a) La fécondité totale (ou plutôt la descendance moyenne des femmes de plus de 50 ans) est du même ordre de grandeur que le rapport :

$\frac{(P_3)^2}{P_2}$. C'est un argument en faveur de la justesse des observations.

b) La fécondité totale observée est inférieure à $\frac{(P_3)^2}{P_2}$, on se trouve probablement dans le cas classique d'omissions d'enfants par les femmes âgées.

c) La fécondité totale observée est supérieure à $\frac{(P_3)^2}{P_2}$ ou bien les enregistrements sont tellement mauvais que les données ne sont pas exploitables. Ou bien les hypothèses de base ne sont pas vérifiables (par exemple, il y a eu une diminution notable de la fécondité).

Dans le cas du Mali, on a

$$\frac{(P_3)^2}{P_2} = \frac{(3,29)^2}{1,88} = 5,76$$

Ce chiffre est supérieur à la descendance finale observée 5,38 ; on se trouve donc bien dans le cas (b). Mais il est également, et dans une mesure beaucoup plus grande, inférieur à la fécondité totale réelle (de l'ordre de 6,3 au moins). Ceci montre le caractère très sommaire de ce recoupement.

## 4. ANALYSE DES DOUBLES COLLECTES METHODE DE CHANDRA SEKAR ET DEMING

### 4.1. **Conditions d'application**

Cette méthode s'applique lorsque des faits ou événements démographiques font l'objet de deux (ou plus) enregistrements effectués indépendamment l'un de l'autre et qu'il est possible de comparer fait par fait ou événement par événement des deux listes.

Exemples : dénombrement nominal de deux populations par deux services différents (administration et service de santé).

Enregistrement des naissances et décès à l'état civil et relevé des mêmes événements au cours d'une enquête démographique. etc.

On obtiendra ainsi deux listes nominatives que l'on rapprochera et que l'on comparera.

### 4.2. **Notations**

Appelons 1 et 2, ces listes, on pourra à la fin de ce travail classer les événements dont on a connaissance en 3 catégories :

a) ceux qui sont enregistrés à la fois en 1 et en 2
b) ceux qui sont enregistrés en 1 seulemnt.
c) ceux qui sont enregistrés en 2 seulement.

Appelons :

C le nombre d'événements enregistrés en 1 et en 2
$N_1$ le nombre d'événements enregistrés en 1 seulement
$N_2$ le nombre d'événements enregistrés en 2 seulement.

Si l'on suppose :

a) que les seules erreurs possibles sont des omissions (c'est-à-dire que l'on n'enregistre en aucun cas un événement qui ne devrait pas l'être)

b) que les deux listes sont suffisamment claires et explicites, pour qu'il n'y ait pas de cas douteux (par exemple d'enregistrements en 1 et en 2 dont on ne peut pas décider avec certitude s'ils se rapportent ou non aux mêmes évènements).

On peut écrire : (N étant le nombre réel de faits ou d'événements)

$$N = C + N_1 + N_2 + X$$

X étant le résidu, c'est-à-dire le nombre d'événements ayant échappé aux deux enregistrements.

### 4.3. **Estimation de X**

Il est facile d'estimer X dans l'hypothèse suivante :

Il y a indépendance en probabilité entre le fait pour un événement d'être appréhendé ou omis par l'enregistrement 1 et le fait d'être appréhendé ou omis par l'enregistrement 2.

Autrement dit : si un événement enregistré en 1 a 10 % de chances d'échapper à 2, un événement non enregistré en 1 a également 10 % de chances d'échapper à 2.

En appelant :

$p_1$ : la probabilité d'être appréhendé par l'enregistrement 1
$q_1$ : la probabilité d'être omis par l'enregistrement 1

$$p_1 + q_1 = 1$$

$p_2$ : la probabilité d'être appréhendé par l'enregistrement 2
$q_2$ : la probabilité d'être omis par l'enregistrement 2

$$p_2 + q_2 = 1$$

on a alors

$$C = N p_1 p_2$$
$$N_1 = N p_1 q_2$$
$$N_2 = N q_1 p_2$$
$$X = N q_1 q_2$$

On voit que l'on a

$$C X = N_1 N_2 = N^2 p_1 p_2 q_1 q_2$$

d'où une estimation de X

$$X = \frac{N_1 N_2}{C}$$

On peut résumer ce qui précède de façon très simple à l'aide du tableau suivant :

| | | Enregistrement en 1 : Oui | Enregistrement en 1 : Non |
|---|---|---|---|
| Enregistrement en 2 | Oui | C | $N_2$ |
| | Non | $N_1$ | X |

S'il y a indépendance en probabilité, on aura en moyenne :

$$\frac{X}{N_2} = \frac{N_1}{C}$$

d'où :

$$X = \frac{N_1 \, N_2}{G}$$

4.4. **Exemple :**

Dans une population, on a enregistré les naissances au cours d'une année de deux façons :

1/ Enregistrement continu (type état civil)

2/ Relevé des naissances par des agents passant à intervalles réguliers dans chaque ménage.

Les résultats sont les suivants :

| | | |
|---|---|---|
| Nombre de naissances déclarées en 1 et en 2 | 4 503 | C |
| déclarées en 1 seulement | 557 | $N_1$ |
| déclarées en 2 seulement | 1 056 | $N_2$ |
| Total des naissances déclarées. . . . . | 6 116 | |

L'estimation du nombre de naissances ayant échappé aux deux types d'enregistrement est :

$$X = \frac{N_1 \times N_2}{C} = \frac{557 \times 1\,056}{4\,503} \simeq 131$$

et le nombre total estimé de naissances est :

$$N = 4\,503 + 557 + 1\,056 + 131 = 6\,247$$

Plus précisément, la probabilité d'omission à l'enregistrement 1 est estimée par :

$$q = \frac{N_2}{N_2 + C} = \frac{N_{q_1 p_2}}{N_{q_1 p_2} + N_{p_1 p_2}} = \frac{1\,056}{1\,056 + 4\,503} = 19\ \%$$

La probabilité d'omission à l'enregistrement 2 est estimée par :

$$q_1 = \frac{N_1}{N_1 + C} = \frac{N_{p_1 q_2}}{N_{p_1 q_2} + N_{p_1 p_2}} = \frac{557}{557 + 4\,503} = 11\ \%$$

On voit que l'on a bien :

$$X = N_{q_1 q_2} = 6\,247 \times 0{,}11 \times 0{,}19 \simeq 131$$

4.5. **Ecart type de l'estimation de N**

L'écart type de l'estimation du nombre total d'événements est égal à :

$$\sigma = \sqrt{N \frac{q_1 \, q_2}{p_1 \, p_2}}$$

Dans l'exemple ci-dessus on aurait :

$$\sigma = \sqrt{6\,247 \times \frac{0{,}11 \times 0{,}19}{0{,}81 \times 0{,}89}} = \sqrt{6\,247 \times \frac{0{,}0209}{0{,}7209}} = \sqrt{181{,}11} = 13{,}5$$

## 4.6. **Critique de la méthode de CHANDRA SEKAR – DEMING**

### 4.6.1. **Cas douteux**

Supposons que l'hypothèse de base (indépendance entre les 2 probabilités d'enregistrement) soit vérifiée.

En pratique, on rencontre souvent des cas douteux : noms mal orthographiés, existence d'homonymes ou au contraire de mêmes individus inscrits sous des noms différents, etc . . .

Supposons qu'à la fin du travail de comparaison on se trouve devant la situation suivante .

| | Liste 1 | Liste 2 |
|---|---|---|
| Identifiés dans l'autre liste | 6 413 | 6 413 |
| Ne figurent certainement pas dans l'autre liste | 1 125 | 1 648 |
| Cas douteux | 241 | 241 |

On peut considérer 2 situations extrêmes qui délimitent une fourchette dans laquelle doit se trouver la situation réelle.

a) Tous les cas douteux sont en fait communs aux deux listes.

b) Aucun cas douteux n'est commun aux deux listes, ce qui donnerait les chiffres suivants :

| | Situation A | Situation B |
|---|---|---|
| C | 6 654 (6 413 + 241) | 6 413 |
| N1 | 1 125 | 1 366 (1 125 + 241) |
| N2 | 1 648 | 1 889 (1 648 + 241) |
| Total des événements enregistrés | 9 427 | 9 668 |
| Estimation de X | 279 | 402 |
| Estimation de N | 9 706 | 10 070 |

L'estimation B est supérieure de près de 3,8 % à l'estimation A, alors que la proportion des cas douteux par rapport à la moyenne des deux estimations n'est que de 2,4 %

### 4.6.2. **Abscence d'indépendance**

La seconde critique est plus générale et beaucoup plus sérieuse.

Il est en pratique souvent peu réaliste de supposer qu'il y ait indépendance entre les 2 probabilités d'enregistrement.

Si par méfiance ou ignorance, ou bien parce qu'ils appartiennent à des groupes marginaux, des individus ne déclarent pas leurs enfants à l'état-civil, les naïssances de ces enfants ont évidemment beaucoup plus de chances d'échapper à un autre enregistrement. Il y a donc fréquemment une corrélation positive entre l'enregistrement ou l'omission sur les deux listes.

On pourra considérer par exemple :

$p_1$ la probabilité d'être enregistré en 1

$q_1$ la probabilité d'être omis en 1

(comme ci-dessus) et distinguer :

$p_{21}$ la probabilité d'être enregistré en 2, ayant été enregistré en 1

$p_{22}$ la probabilité d'être enregistré en 2, ayant été omis en 1

$(p_{21} > p_{22})$

et $q_{21}$ et $q_{22}$ les probabilités correspondantes d'omission on aura alors :

$$\begin{aligned} C &= N_{p_1 p_{21}} \\ N1 &= N_{p_1 q_{21}} \\ N2 &= N_{q_1 p_{22}} \\ X &= N_{q_1 q_{22}} \end{aligned}$$

4.6.3. **Exemple numérique**

Supposons que la probabilité d'omission à l'enregistrement 1 soit de 19 %

$$[p_1 = 0{,}81 \qquad q_1 = 0{,}19]$$

et que la probabilité d'omission à l'enregistrement 2, ne soit que de 5 % lorsque l'événement a été enregistré en 1, mais de 15 % lorsque l'événement a été omis en 1.

$$\begin{aligned} p_{21} &= 0{,}95 \qquad q_{21} = 0{,}05 \\ p_{22} &= 0{,}85 \qquad q_{22} = 0{,}15 \end{aligned}$$

Pour N, = 10 000 ; les événements se répartiraient comme suit.

$$\begin{aligned} C &= 10\,000 \times 0{,}81 \times 0{,}95 = 7\,695 \\ N1 &= 10\,000 \times 0{,}81 \times 0{,}05 = 405 \\ N2 &= 10\,000 \times 0{,}19 \times 0{,}85 = 1\,615 \\ X &= 10\,000 \times 0{,}19 \times 0{,}15 = 285 \\ &\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad 10\,000 \end{aligned}$$

L'estimation de X par la méthode de Chandra Sekar et Deming serait :

$$X' = \frac{405 \times 1\,615}{7\,695} \cong 85$$

L'estimation de N′ serait :

$$N' = 7\,695 + 405 + 1\,615 + 85 = 9\,800$$

soit une sous estimation de 2 %

La méthode de Chandra Sekar et Deming ne donne qu'une *limite inférieure.*

*Expression de la sous estimation* de l'estimation : La sous estimation relative de N′,

$$\frac{N - N'}{N} \qquad \text{est égale à} \qquad q_1 \left[1 - \frac{p_{22}}{p_{21}}\right]$$

Dans l'exemple ci-dessus, on vérifie que :

$$q_1 \left[1 - \frac{p_{22}}{p_{21}}\right] = 0{,}19 \left[1 - \frac{0{,}85}{0{,}95}\right] = 0{,}02 = 2\ \%$$

***Remarque***

On aurait pu tout aussi bien considérer $p_2$ et $q_2$ probabilités globales d'enregistrement ou d'omission en 2 et

$p_{11}$ et $q_{11}$ probabilités d'enregistrement ou d'omission en 1 lorsque l'événement est enregistré en 2

$p_{12}$ et $q_{12}$ probabilités d'enregistrement ou d'omission en 1 lorsque l'événement est omis en 2.

On arriverait à peu près aux mêmes résultats que ci-dessus avec les chiffres suivants :

$$p_2 = 0{,}931 \qquad q_2 = 0{,}069$$
$$p_{11} = 0{,}827 \qquad q_{11} = 0{,}173$$
$$p_{12} = 0{,}587 \qquad q_{12} = 0{,}413$$

On voit que l'on a également

$$0{,}069 \left[1 - \frac{0{,}587}{0{,}827}\right] = 0{,}02 = 2\ \%$$

## 5. ANALYSE DE L'EFFET DE RETROSPECTION (METHODE DE SOM)

### 5.1. **Objet :**

On a déjà signalé les principales causes d'erreurs susceptibles d'influer sur les estimations du mouvement de la population obtenues à partir des enquêtes démographiques classiques. (Relevé des événements qui se sont produits dans les 12 mois éventuellement les 24 mois précédant l'interrogatoire) : Ce sont :

– La délimination incorrecte de la période de référence (l'enregistrement porté sur 11 ou 13 mois au lieu de 12)

– Les ommissions d'événement (à la suite d'oublis)

RANJAN K. SOM a proposé une méthode visant à corriger les effets de ces erreurs.

### 5.2. **Données utilisées – conditions d'application**

Cette méthode suppose que l'on connaisse l'intervalle, au moins approximatif qui s'est écoulé entre un événement et son enregistrement.

Dans les enquêtes démographiques classiques, on note, d'une part la date à laquelle chaque document a été rempli, d'autre part en général le mois au moins où s'est produit l'événement (ce mois est estimé par l'enquêteur, ce qui implique un risque d'erreur ou d'imprécision).

Dans beaucoup de cas, ces renseignements n'ont pas été exploités, lors du dépouillement des résultats des enquêtes ce qui constitue une perte d'information regrettable.

Si l'on a exploité ce renseignement, on dispose donc d'un tableau croisé où les événements sont classés d'après le mois où ils se sont produits et celui où ils ont été enregistrés.

Si l'enquête n'a duré qu'un mois ce tableau ne présente qu'un intérêt limité, car les différences observées traduiront en partie des variations saisonnières (particulièrement marquées en général pour la mortalité, mais existant aussi pour la natalité).

Plus la durée de l'enquête se prolonge dans le temps, plus l'effet des variations saisonnières s'estompe (à condition que l'échantillon étudié chaque mois reste comparable). Il disparaît lorsque les relevés durent un an ou plus.

### 5.3. **Méthode d'analyse :**

#### 5.3.1. **Détermination des intervalles**

Plaçons-nous dans le cas ci-dessus et prenons une enquête démographique qui s'est déroulée pendant toute l'année 1964.

On dressera un tableau donnant la répartition de tous les événements démographiques :

– D'après le mois où ils se sont produits (colonnes)

– D'après le mois d'enregistrement (lignes)

*Tableau 1*

*Répartition croisée des événements des 12 mois précédents d'après le mois où ils se sont produits et celui où ils ont été enregistrés. (Enquête ayant duré toute l'année 1964).*

| Mois de l'enquête | Mois de l'événement 1963 | | | | | | | | | | | | Mois de l'événement 1964 | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1964 | J | F | M | A | M | J | J | A | S | O | N | D | J | F | M | A | M | J | J | A | S | O | N | D |
| J | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | | | | | | | | | | | | |
| F | | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | | | | | | | | | | | |
| M | | | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | | | | | | | | | | |
| A | | | | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | | | | | | | | | |
| M | | | | | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | | | | | | | | |
| J | | | | | | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | | | | | | | |
| J | | | | | | | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | | | | | | |
| A | | | | | | | | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | | | | | |
| S | | | | | | | | | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | | | | |
| O | | | | | | | | | | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | | | |
| N | | | | | | | | | | | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | | |
| D | | | | | | | | | | | | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | |
| | | | | | | | | | | | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | | |
| Moyenne diagonale ($\bar{y}_{.k}$) | | | | | | | | | | | $y_{12}$ | ..... | | | | | | | | | | | | $y_1$ |

On fait en bas de page, le total des chiffres de chaque diagonale, qui correspondent au même intervalle, moyen (ce n'est évidemment qu'une approximation)

Par exemple : Intervalle de 3 mois.

| Mois d'enquête | | Mois de l'événement | |
|---|---|---|---|
| Janvier | 1964 | Octobre | 1963 |
| Février | 1964 | Novembre | 1963 |
| Mars | 1964 | Décembre | 1963 |
| Novembre | 1964 | Août | 1964 |
| Décembre | 1964 | Septembre | 1964 |

Le nombre total d'événements Y sera ainsi réparti en 12 classes.

| | |
|---|---|
| Intervalle inférieur à 1 mois | $y_1$ |
| Intervalle de plus d'1 mois et de moins de 2 mois | $y_2$ |
| Intervalle de plus de 2 mois et de moins de 3 mois | $y_3$ |
| Intervalle de plus de 11 mois et de moins de 12 mois | $y_{12}$ |

$$\sum_k y_k = Y$$

5.3.2. **Calcul des taux d'après la période rétrospective :**

A partir des chiffres ci-dessus, il est facile de calculer le nombre d'événements qui auraient été relevés si la période de référence (ou période rétrospective) avait été inférieure à 12 mois.

| *Période rétrospective* | *Evénements enregistrés* |
|---|---|
| 1 mois | $y_1 = S_1$ |
| 2 mois | $y_1 + y_2 = S_2$ |
| 3 mois | $y_1 + y_2 + y_3 = S_3$ |
| 11 mois | $y_1 + y_2 + y_3 + \ldots y_{10} + y_{11} = S_{11}$ |
| 12 mois | $y_1 + y_2 + y_3 + \ldots y_{10} + y_{11} + y_{12} = S_{12} = Y$ |

De ces chiffres on déduit une série d'estimations du nombre annuel d'événements

$$Y_1 = S_1 \times 12 \qquad Y_2 = \frac{S_2}{2} \times 12 \qquad Y_3 = \frac{S_3}{3} \times 12$$

$$Y_{11} = \frac{S_{11}}{11} \times 12 \qquad Y_{12} = \frac{S_{12}}{12} \times 12 = Y$$

$\left(\text{d'une façon générale } Y_k = \frac{S_k}{k} \times 12\right)$

En divisant par la population totale, on obtient les taux correspondants. Si la qualité de l'enregistrement était indépendante de la durée de la période rétrospective, tous les $Y_k$ seraient significativement égaux, c'est-à-dire que leurs différences seraient purement aléatoires, elles résulteraient des erreurs de sondage ou de fluctuations accidentelles et n'auraient aucun caractère systématique.

En pratique il y aurait généralement des erreurs systématiques.

a) Une délimitation erronée de la période de référence a pour conséquence soit un gonflement, soit au contraire une réduction des chiffres relatifs au dernier (ou aux deux derniers) mois.

b) Les omissions ont normalement tendance à devenir de plus en plus fréquentes à mesure que l'on remonte dans le temps. Elles aboutissent donc à une baisse de l'estimation du nombre annuel d'événements et donc des taux, lorsque la période de rétrospection s'allonge (au moins lorsque l'on passe de $Y_1$ à $Y_{10}$ car pour $Y_{12}$ et éventuellement $Y_{11}$ l'erreur sur la période de référence peut intervenir).

5.3.3. **Ajustement analytique :**

En analysant les données relatives aux naissances et aux décès de l'enquête nationale par sondage de l'Inde (1953-54, 1955-56, 1957-58) et les données relatives aux décès de l'enquête démographique de la Haute-Volta, SOM a estimé que la fonction suivante rendait compte de façon satisfaisante de l'effet de rétrospection.

$$Y_k = \hat{y} \cdot e^{-ak^2}$$

$\hat{Y}$ étant l'estimation du nombre effectif d'événements et a un paramètre caractéristique de la population. Y et a sont déterminés à partir des observations par la méthode des moindres carrés.

Le taux correspondant est estimé par $\frac{\hat{Y}}{P}$. P étant la population totale.

5.4. Exemple : **Application à l'enquête démographique de Haute-Volta (1960-1961)**

Les travaux sur le terrain n'ont pas duré une année entière, mais seulement six à sept mois. Cependant, une telle durée est suffisante pour que l'on puisse en première approximation négliger l'influence des variations saisonnières. (tableau 2)

Les chiffres ci-dessous sont ceux de l'échantillon (non extrapolés). Le taux brut de mortalité (population correspondante = 87 323 personnes) s'élève à 31,71 %.

A partir des totaux diagonaux on obtient les estimations du tableau 3.

| Période de rétrospective (mois) k (1) | Nombre de décès $y_k$ (2) | Nombre cumulé $S_k$ (3) | Estimation des nombres annuels de décès $y_k$ (4) | Taux brut de mortalité correspondant ‰ (5) |
|---|---|---|---|---|
| 1 mois | 271 | 271 | 3.252 | 37,24 |
| 2 mois | 276 | 547 | 3.282 | 37,59 |
| 3 mois | 197 | 744 | 2.976 | 34,08 |
| 4 mois | 202 | 946 | 2.838 | 32,50 |
| 5 mois | 206 | 1.152 | 2.765 | 31,66 |
| 6 mois | 248 | 1.400 | 2.800 | 32,07 |
| 7 mois | 289 | 1.689 | 2.895 | 33,15 |
| 8 mois | 238 | 1.927 | 2.890,5 | 33,10 |
| 9 mois | 255 | 2.182 | 2.909 | 33,31 |
| 10 mois | 176 | 2.358 | 2.830 | 32,41 |
| 11 mois | 207 | 2.565 | 2.798 | 32,04 |
| 12 mois | 204 | 2.769 | 2.769 | 31,71 |

On peut faire les observations suivantes :

*a)* Il ne semble pas qu'il y ait un "effet de bordure" notable, autrement dit, la période de 12 mois aurait été à peu près correctement délimitée.

*b)* Par contre, on voit apparaître un phénomène également observé dans d'autres cas : une tendance à sur-estimer le nombre d'événements séparés de l'enregistrement par un intervalle compris entre 6 et 7 mois.

SOM a ajusté à ces données la fonction signalée plus haut. La méthode des moindres carrés a donné les valeurs suivantes pour les paramètres.

$$\hat{Y} = 3.027{,}2$$

$$a = 0{,}000\,71\,343$$

Le nombre annuel de naissances pour une période rétrospective nulle, c'est-à-dire celui qui serait observé si chaque décès était enregistré immédiatement (ce qui éliminerait les risques d'omissions) serait de 3.027,2 soit un taux de mortalité de 34,67 ‰.

Si cet enregistrement est correct le taux de mortalité observé (31,71 ‰) est sous-estimé de 8,5 %.

TABLEAU 2. – REPARTITION DES DECES DECLARES, D'APRES LES MOIS DE L'ENQUETE ET LES MOIS DES DECES : ENQUETE DEMOGRAPHIQUE EN HAUTE-VOLTA, 1960 – 1961

| Mois de l'enquête | Mois du décès | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1959 | | 1960 | | | | | | | | | | | | 1961 | | |
| | Nov. | Déc. | Janv. | Fév. | Mars | Avr. | Mai | Juin | Juil. | Aout | Sept. | Oct. | Nov. | Déc. | Janv. | Fév. | Mars | Avr. |
| Octobre 1960 | 33 | 21 | 17 | 25 | 39 | 74 | 52 | 53 | 23 | 25 | 31 | 32 | | | | | | |
| Novembre 1960 | | 27 | 10 | 24 | 49 | 58 | 78 | 59 | 35 | 29 | 33 | 42 | 30 | | | | | |
| Décembre 1960 | | | 10 | 12 | 13 | 39 | 28 | 38 | 23 | 20 | 25 | 26 | 27 | 34 | | | | |
| Janvier 1961 | | | | 15 | 43 | 28 | 61 | 28 | 29 | 33 | 33 | 33 | 25 | 37 | 35 | | | |
| Février 1961 | | | | | 38 | 50 | 37 | 27 | 27 | 27 | 18 | 24 | 30 | 15 | 41 | 59 | | |
| Mars 1961 | | | | | | 40 | 36 | 39 | 21 | 42 | 31 | 40 | 25 | 36 | 43 | 61 | 66 | |
| Avril 1961 | | | | | | | 41 | 35 | 18 | 33 | 16 | 12 | 23 | 16 | 26 | 30 | 37 | 15 |
| Totaux des chiffres des diagonales | | | | | | | 204 | 207 | 176 | 255 | 238 | 289 | 248 | 206 | 202 | 197 | 276 | 271 |

TABLEAU 4. – AJUSTEMENT DE LA MORTALITE EN HAUTE-VOLTA D'APRES LA PERIODE RETROSPECTIVE PAR LA FORMULE DE S O M

$$y_k = 3027{,}2 \cdot e^{-0.00071343\,k^2}$$

| Période rétrospective en mois (k) (1) | Nombre annuel de décès $Y_k$ | | Taux brut de mortalité (pour 1000) | | Indice des taux ajustés par rapport aux taux estimés |
|---|---|---|---|---|---|
| | Observé (2) | Ajusté (3) | Observé (4) | Ajusté (5) | (6) |
| 1 | 3.252 | 3.024 | 37,24 | 34,63 | 99,9 |
| 2 | 3.282 | 3.021 | 37,59 | 34,60 | 99,8 |
| 3 | 2.976 | 3.009 | 34,08 | 34,46 | 99,4 |
| 4 | 2.838 | 2.994 | 32,50 | 34,29 | 98,9 |
| 5 | 2.765 | 2.976 | 31,66 | 34,08 | 98,3 |
| 6 | 2.800 | 2.931 | 32,07 | 33,79 | 97,5 |
| 7 | 2.895 | 2.924 | 33,15 | 33,49 | 96.6 |
| 8 | 2.890,5 | 2.894 | 33,10 | 33,14 | 95,6 |
| 9 | 2.909 | 2.857 | 33,31 | 32,72 | 94,4 |
| 10 | 2.830 | 2.818 | 32,41 | 32,27 | 93,1 |
| 11 | 2.798 | 2.779 | 32,04 | 31,83 | 91,8 |
| 12 | 2.769 | 2.730 | 31,71 | 31,26 | 90,2 |

(a) Indice calculé par rapport au taux de mortalité de 34,67 %

CHAPITRE III

# Utilisation de modèles de mortalité

## 1. TABLES DE MORTALITE (OU TABLES DE SURVIE).

Une table de mortalité (ou table de survie) exprime l'extinction d'une génération avec l'âge.

A partir de la mortalité aux différents âges observée pendant une période donnée, on peut établir une table de mortalité "du moment" qui représente l'évolution d'une génération fictive (partant d'un nombre rond de naissances, 1 000 ou 10 000) dans l'hypothèse où cette mortalité par âge resterait constante.

Dans les cas qui nous intéressent, on utilise des tables de mortalité abrégées, c'est-à-dire calculées par groupes d'âge quinquennaux (voire parfois décennaux) sauf au dessous de 5 ans et aux âges les plus élevés.

### 1.1. **Fonctions de base d'une table de mortalité.**

#### 1.1.1. **Quotients de mortalité.**

${}_nq_x$, le quotient de mortalité dans l'intervalle x, x + n, est la proportion des individus, qui ayant atteint l'âge x, décèdent avant leur x + $n^{ème}$ anniversaire (ou la probabilité correspondante).

Ainsi ${}_5q_{20}$ (ou $q_{20\cdot24}$) exprime la proportion des personnes ayant vécu jusqu'à 20 ans et qui décèdent avant 25 ans.

#### 1.1.2. **Probabilité de survie.**

${}_np_x$, probabilité de survie est le complément du quotient de mortalité, c'est la proportion des personnes en vie à l'âge x, et toujours en vie à l'âge x. On a ${}_np_x = 1 - {}_nq_x$

#### 1.1.3. **Fonction de survie**

lx représente le nombre de survivants à l'âge x parmi les naissances exprimées en chiffres rond 1 000, 10 000 etc... Ce chiffre rond est égal par définition à lo.

p (x) représente la proportion de survivants de la naissance à l'âge x, on a donc par définition

$$p(x) = \frac{lx}{lo}$$

On peut également écrire $p(x) = {}_xp_0$

En fait la distinction n'est pas toujours faite de façon rigoureuse et il arrive que l'on utilise lx à la place de p(x).

De la même façon on désignera par q(x) la proportion de décédés de la naissance à l'âge x.

$$q(x) = {}_xq_0 = 1 - p(x)$$

1.1.4. **Décès**

${}_nd_x$ représente le nombre de décès dans la cohorte entre l'âge x et l'âge x + n.

*Relation entre ces fonctions.*

$$l_{x+n} = l_x \times {}_np_x = l_x(1 - {}_nq_x)$$

$$l_{x+n} = l_x - {}_nd_x$$

$${}_nq_x = \frac{{}_nd_x}{l_x}$$

1.2. **Calcul d'une table de mortalité abrégée.**

Pour la Polynésie française (période 1959-1963), les quotients de mortalité pour le sexe masculin sont les suivants (pour 1 000 hommes de chaque groupe d'âge).

${}_1q_0$ = 91,6 ‰ (c'est ce qu'on appelle le "taux" de mortalité infantile qui est, en réalité, un quotient).

${}_4q_1$ = 30,0 ‰

${}_5q_5$ = 6,0 ‰

${}_5q_{10}$ = 5,5 ‰

${}_5q_{15}$ = 7,5 ‰

${}_5q_{20}$ = 13,4 ‰

Les calculs se présentent comme suit :

| Age (1) | ${}_nq_x$ quotient de mortalite dans l'intervalle (2) | ${}_np_x$ Probabilité de survie dans l'intervalle (3) | $l_x$ survie à l'âge x (pour 10 000 naissances (4) | ${}_nd_x$ Décès dans l'intervalle (5) |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0,0916 | 0,9084 | 10000 | 916 |
| 1 | 0,0300 | 0,9700 | 9084 | 273 |
| 5 | 0,0060 | 0,9940 | 8811 | 52 |
| 10 | 0,0055 | 0,9945 | 8759 | 49 |
| 15 | 0,0075 | 0,9925 | 8710 | 65 |
| 20 | 0,0134 | 0,9866 | 8645 | 116 |
| 25 | | | 8529 | |

1.3. **Autres fonctions d'une table de mortalité abrégée.**

Ces fonctions sont particulièrement utiles pour les projections et ajustements

1.3.1. ${}_nL_x$

1.3.1.1. ***Définition :***

Nombre total d'années vécues par les individus de la cohorte entre les âges x et x + n

ou Effectif du groupe d'âge x, x + n (dans une population stationnaire).

En assimilant $l_x$ à une fonction continue, on peut écrire :

$${}_nL_x = \int_x^{x+n} l_x \, dx$$

Cette quantité a une double signification. Elle exprime le nombre total d'années vécues dans l'intervalle par les survivants de la cohorte (puisque $l_x\ dx$ représente la durée vécue par les $l_x$ survivants dans l'intervalle x, x + dx).

Elle représente l'effectif du groupe d'âge x, x + n dans une population dont l'accroissement naturel est nul et dont la mortalité par âge est constante et définie par la table de mortalité. (le nombre annuel de naissances est donc également constant et égal au chiffre de base retenu pour le calcul de la table, 1 000, 10 000, etc. . .). Une telle population s'appelle une *population stationnaire ;* on y reviendra.

Les distributions par âge se terminent en pratique, toujours par une "classe ouverte" par exemple personnes âgées de 70 ans et plus, ou de 85 ans et plus, etc. . .

Pour ces classes extrêmes, on utilise la notation :

$$L_{70+} \qquad \text{ou} \qquad L_{85+}$$

1.3.1.2. ***Calcul des*** $_nL_x$

*a) âges moyens.*

Pour tous les groupes d'âges, au dessus de 5 ans, (sauf le dernier groupe "ouvert") on peut admettre que la distribution de la survie à l'intérieur d'un groupe quinquennal est sensiblement linéaire : on a alors :

$$_5L_x = \int_x^{x+5} l_x\ dx = 5 \times \frac{l_x + l_{x+5}}{2}$$

ou encore

$$5\left(l_x - \frac{{}_nd_x}{2}\right)$$

Reprenons les chiffres de la Polynésie française

| | $L_x$ |
|---|---|
| 5 ans | 8811 |
| 10 ans | 8759 |
| 15 ans | 8710 |

on en déduit

$$_5L_5 = L_{5-9} = 5 \times \frac{8811 + 8759}{2} = 43\,925$$

$$_5L_{10} = L_{10-14} = 5 \times \frac{8759 + 8710}{2} = 43\,672{,}5$$

ou en utilisant le nombre des décès (colonne 5)

$$_5L_5 = L_{5-9} = 5 \times \left(8811 - \frac{52}{2}\right) = 43\,925$$

*b) au dessous de 5 ans.*

Dans cet intervalle, les variations de la mortalité sont telles qu'on ne peut appliquer l'approximation linéaire.

On écrit :

$$_nL_x = \int_x^{x+n} l_x\ dx = n(l_x - \lambda_n\ d_x)$$

$$_nL_x = n\,[(1 - \lambda)\,l_x + \lambda l_{x+n}]$$

$\lambda$ est compris entre 0 et 1 $\left(\text{dans le cas précédent, on avait } \lambda = \frac{1}{2}\right)$

Voici quelques indications sommaires sur l'estimation de la mortalité au-dessous de 5 ans :

*b.1.) Enfants de moins de 1 an*

On prendra comme valeur de $\lambda$ la proportion des décès de moins d'un an qui se produisent pendant la même année que la naissance. (Voir l'étude de la mortalité infantile), autrement dit, le rapport de la mortalité infantile réduite à la mortalité infantile totale. Cette proportion varie entre 65 % et 80 % ; on verra plus loin comment on peut souvent l'estimer en pratique.

Ainsi, en Polynésie française, (sexe masculin) $\lambda$ est de 69,2 % (69,2 % des décès de moins d'un an se produisent au cours de la même année de calendrier que la naissance).

On aurait alors :

$$L_0 = 0{,}308 \times l_0 + 0{,}692 \times l_1$$
$$= 0{,}308 \times 10\,000 + 0{,}692 \times 9\,084 = 9\,366$$

Lorsqu'on ne dispose d'aucun autre renseignement, on peut adopter $\lambda = 0{,}65$ pour les populations à mortalité infantile élevée.

*b.2.) Enfants de 1 à 4 ans*

La valeur de ${}_4L_1$ (ou $L_{1-4}$) dépend des variations de la mortalité dans cet intervalle qui sont considérables et très différentes suivant les populations.

En pratique, il est recommandé, si on le peut, d'essayer d'estimer la mortalité par année d'âge entre 1 et 5 ans. Faute de renseignements, on ne risque pas de trop se tromper en utilisant l'une des formules ci-dessous (pour les populations à mortalité élevée).

$${}_4L_1 = 1{,}3\, l_1 + 2{,}7\, l_5$$
$${}_4L_1 = 1{,}4\, l_1 + 2{,}6\, l_5$$

qui correspondent respectivement à des valeurs de $\lambda$ égales à 0,675 et 0,650

En Polynésie française, le calcul à partir des quotients par année d'âge donnerait :

$$L_{1-4} = 35\,600$$
$$l_1 = 9084 \quad \text{et} \quad l_5 = 8811$$

Avec la première formule, on aurait :

$$1{,}3 \times 9084 + 2{,}7 \times 8811 = 35\,599$$

et avec la seconde :

$$1{,}4 \times 9084 + 2{,}6 \times 8811 = 35\,626$$

*c) Aux âges les plus élevés.*

Si l'on appelle $\theta$ la dernière limite supérieure d'un groupe quinquennal (70 ans, 80 ans, 85 ans, etc...)on ne peut pas estimer directement $L_{\theta+}$ (nombre total d'années restant à vivre par l'ensemble des survivants à l'age $\theta$ ou nombre de personnes âgées de $\theta$ et plus dans la population stationnaire).

On est amené à faire intervenir l'espérance de vie et une autre fonction $T_x$.

1.3.2. **Fonction Tx–Espérance de vie ${}^{o}e_x$**

La fonction Tx se définit comme :

– le nombre d'années restant au total à vivre par l'ensemble des personnes ayant atteint l'âge x

– ou l'effectif des personnes âgées de x années ou plus dans la population stationnaire.

$$T_x = \sum_{x}^{\omega} L_x$$

($\omega$ étant l'âge le plus élevé observé dans la population)

et l'espérance de vie à l'âge x se calcule en divisant ce nombre total des années restant à vivre par le nombre de survivants à l'âge x

$$^{0}e_{x} = \frac{T_x}{l_x} \quad \text{ou} \quad T_x = l_x \times {}^{0}e_{x}$$

Considérons maintenant l'âge limite de la dernière classe quinquennale et de la classe "ouverte". On a évidemment :

$$T_{\theta} = L_{\theta+}$$

donc :

$$L_{\theta+} = l_{\theta} \times {}^{0}e_{\theta}$$

On estimera $L_{\theta+}$ à partir d'une valeur approximative de $^{0}e_{\theta}$. On peut adopter les chiffres suivants pour pour l'espérance de vie à différents âges compte tenu du niveau de la mortalité.

| Espérance de vie à la naissance | 20 ans | 30 ans | 40 ans | 50 ans | 60 ans |
|---|---|---|---|---|---|
| Espérance de vie à 65 ans | 7 ans | 9 ans | 10 ans | 12 ans | 13 ans |
| à 70 ans | 5,5 ans | 7 ans | 8 ans | 9 ans | 10 ans |
| à 75 ans | 4,3 ans | 5 ans | 6 ans | 6,5 ans | 7 ans |
| à 80 ans | 3,8 ans | 3,9 ans | 4,2 ans | 4,6 ans | 5,3 ans |

Cela peut sembler un cercle vicieux puisqu'on tient compte de l'espérance de vie aux âges élevés pour calculer l'espérance de vie à la naissance, mais en pratique celle ci n'a que des répercussions assez limitées.

Ainsi, en Polynésie, on arrive à une espérance de vie à la naissance de 57,2 années si l'espérance de vie à 70 ans est estimée à 8,2 années.

Avec une espérance de vie à 70 ans égale à 10 ans, $l_0$ serait de 57,9 années et avec $^{0}e_{70} = 5$ ans, $^{0}e_{0} = 56{,}0$ années.

Signalons deux formules proposées pour le calcul de l'espérance de vie aux âges élevés :

– Les formules utilisées pour l'établissement des tables-types de Princeton, basées sur l'ajustement d'observations tirées de 70 tables réelles :

Sexe féminin : $^{0}e_{80} = 3{,}9 + 0.000079 \cdot l_{80}$

Sexe masculin : $^{0}e_{80} = 3{,}5 + 0.000064 \cdot l_{80}$

$l_{80}$ pour 100000 naissances.

– espérance de vie à 85 ans.

Cette formule est purement empirique, elle suppose que les $l_x$ ont été calculés pour 100 000 naissances.

On a alors observé dans un certain nombre de cas que : $^{0}e_{85} = \log (l\ 85)$ (logarithme de base 10).

Ainsi supposons que le nombre de survivants à 85 ans pour 10 000 naissances, soit de 1529 personnes. Pour 100 000 personnes, il serait de 15 290 personnes on prendrait comme espérance de vie à 85 ans :

$$\text{Log}_{10}\ 15\,290 = 4{,}184$$

### 1.3.3. $_{n}P_{x}$ (s'écrit aussi $_{n}S_{x}$)

Taux de survie d'un intervalle à l'intervalle immédiatement supérieur.

C'est la proportion de survivants (ou la probabilité de survie) d'un groupe d'âge au suivant pendant une période égale à l'amplitude de ces groupes. En pratique, on le calcule pour des groupes d'âge quinquennaux.

$$_{n}P_{x} = \frac{_{n}L_{x+n}}{_{n}L_{x}}$$

*Par exemple* : $P_{20-24} = \frac{L_{25-29}}{L_{20-24}}$ ce qui est pratiquement égal à : $\frac{l_{25} + l_{30}}{l_{20} + l_{25}}$

C'est donc la proportion des individus d'un groupe quinquennal qui seront encore en vie 5 ans plus tard (à l'échelon du groupe quinquennal, le fait que les populations réelles ne soient pas stationnaires ne joue à peu près aucun rôle).

A partir de la composition par âge d'une population à une date donnée et des $P_x$ correspondant à tous les groupes quinquennaux on peut estimer la composition par âge de la même population 5 ans plus tard pour les personnes âgées de 5 ans et plus (en l'absence de mouvements migratoires).

Soient :

$$N_{0-4}, N_{5-9}, N_{10-14}, \text{etc. . .}$$

les effectifs à l'instant 0 et

$$N'_{5-9}, N'_{10-14}, N'_{15-19}, \text{etc. . .}$$

les effectifs 5 ans plus tard, on a :

$$N'_{5-9} = N_{0-4} \times P_{0-4}$$
$$N'_{10-14} = N_{5-9} \times P_{5-9}$$
$$N'_{15-19} = N_{10-14} \times P_{10-14}$$
etc. . .

On peut ainsi continuer jusqu'au dernier groupe d'âge quinquennal ; supposons que ce soit 75-79, la queue de distribution est alors :

$$N_{65-69} \; ; N_{70-74} \; ; N_{75-79} \; ; N_{80+}$$

On pourra calculer comme ci-dessus $N'_{70-74}$, $N'_{75-79}$, $N'_{80-84}$. Mais pour le dernier groupe qui est ouvert il faudra faire intervenir un autre coefficient : $P_{80+}$, nombre de personnes âgées actuellement de 80 ans et plus et qui vivront encore dans 5 ans.

On voit que :

$$P_{80+} = \frac{L_{85+}}{L_{85+} + L_{80-84}} \quad \text{ou} \quad \frac{T_{85}}{T_{80}}$$

La fin de la projection se présente alors comme suit :

$$N'_{70-74} = N_{65-69} \times P_{65-69}$$
$$N'_{75-79} = N_{70-74} \times P_{70-74}$$
$$N'_{80+} = N_{75-79} \times P_{75-79} + N_{80} \times P_{80+}$$

(on s'en tient évidemment à la même limite supérieure).

*Enfants de moins de cinq ans*

On ne peut pas estimer $N'_{0-4}$ (population projetée âgée de moins de cinq ans) uniquement à partir de la table de mortalité et des effectifs initiaux. Il faut, en outre, estimer le nombre de naissances pendant l'intervalle de cinq ans (par exemple, à partir d'hypothèses sur les taux de fécondité par âge).

Ensuite on calculera la proportion de ces enfants qui seront en vie à la fin de la période de 5 ans.

Cette proportion (ou cette probabilité) de survie s'écrit Pb et se calcule de la façon suivante :

$$P_b = \frac{L_{0-4}}{5 \times l_0}$$

($l_0$ est le nombre annuel de naissances servant de base à la table 1 000, 10 000, etc. . .).

On peut alors compléter la projection en écrivant $N'_{0-4}$ = BxPb (B = le nombre de naissances pendant l'intervalle de 5 ans).

Exemple de calcul :

Reprenons le début de la table de mortalité de la Polynésie française.

| Age | $l_x$ | $L_x$ | P |
|---|---|---|---|
| 0 | 10 000 | 9 369 ($_1L_0$) | 0,8993 ($P_b$) |
| 1 | 9 084 | 35 599 ($_4L_1$) | 0,9768 ($P_{0-4}$) |
| 5 | 8 811 | 43 925 ($_5L_5$) | 0,9943 ($P_{5-9}$) |
| 10 | 8 759 | 43 672,5 ($_5L_{10}$) | 0,9935 ($P_{10-14}$) |
| 15 | 8 710 | 43 387,5 ($_5L_{15}$) | 0,9896 ($P_{15-19}$) |
| 20 | 8 645 | 42 935 ($_5L_{20}$) | ..... |
| 25 | 8 529 | | |

$_1L_0$ a été calculé directement.

$$P_b = \frac{{}_5L_0}{5 \times l_0} = \frac{9\,369 + 35\,599}{50\,000}$$

$$P_{0-4} = \frac{43\,925}{9\,369 + 35\,599} \text{ etc. . .}$$

1.3.3.bis. **Méthode approchée de calcul des $P_x$ à partir des $p_x$**

*a) Entre 5 et 80 ans*

$$P\,x,\,(x+4) \quad \text{ou} \quad {}_5P_x = \frac{{}_5p_x + {}_5p_{x+5}}{2}$$

*b) Calcul de* $P_b$

$$P_b = 0{,}05 + p_0\,(0{,}53 + 0{,}42\ {}_4p_1)$$

*c) Calcul de* $P_{0-4}$

$$P_{0-4} = \frac{p_0 \times {}_4p_1\,(1 + {}_5p_5)}{P_b \times 2}$$

*d) Calcul de* $P_{80+}$

$$P_{80+} = 0{,}8\ p_{75-79} - 0{,}1$$

Application à la Martinique (Sexe masculin) 1963-1967

$$\begin{aligned}
{}_1p_0 &= 0{,}9521\\
{}_4p_1 &= 0{,}9821\\
{}_5p_5 &= 0{,}9956\\
{}_5p_{10} &= 0{,}9971\\
{}_5p_{40} &= 0{,}9655\\
{}_5p_{45} &= 0{,}9494\\
{}_5p_{75} &= 0{,}6395\\
{}_5p_{80} &= 0{,}4559
\end{aligned}$$

*a) Entre 5 et 80 ans*

$$P_{5-9} = \frac{{}_5p_5 + {}_5p_{10}}{2} = \frac{0{,}9956 + 0{,}9971}{2} = 0{,}99635$$

Valeur exacte : 0,9964

$$P_{40-44} = \frac{{}_5p_{40} + {}_5p_{45}}{2} = \frac{0{,}9655 + 0{,}9494}{2} = 0{,}95745$$

Valeur exacte : 0,9576

$$P_{75-79} = \frac{{}_5p_{75} + {}_5p_{80}}{2} = \frac{0{,}6395 + 0{,}4559}{2} = 0{,}5477$$

Valeur exacte : 0,5678

On observera que les valeurs calculées par la méthode approchée sont toutes sous-estimées, et que la sous-estimation est d'autant plus marquée que les $p_x$ sont petits. (Cette remarque ne s'applique pas aux estimations qui suivent).

*b)* $P_b = 0{,}05 + 0{,}9521\ (0{,}53 + 0{,}42 \times 0{,}9821) = 0{,}9473$

Valeur exacte : 0,9448

*c) Calcul de* $P_{0-4}$

$$P_{0-4} = \frac{0{,}9521 \times 0{,}9821\ (1 + 0{,}9956)}{2 \times 0{,}9473} = 0{,}9849$$

Valeur exacte : 0,9875

*d) Calcul de* $P_{80+}$

– à partir de la valeur estimée de $P_{75-79}$

$$P_{80+} = 0{,}8 \times 0{,}5477 - 0{,}1 = 0{,}3382$$

– à partir de la valeur exacte de $P_{75-79}$

$$P_{80+} = 0{,}8 \times 0{,}5678 - 0{,}1 = 0{,}3542$$

Valeur de $P_{80+}$ calculée directement : 0,3359

### 1.4. **Calcul pratique des quotients de mortalité**

Toutes les fonctions d'une table de mortalité peuvent se calculer à partir de la série des quotients par groupe d'âge. Dans tout ce qui précède on a supposé qu'ils étaient connus.

En fait, dans les pays peu développés statistiquement, on les obtient rarement directement.

A partir des résultats d'une enquête, ou des données d'un état-civil peu élaboré, on ne peut calculer immédiatement que les taux de mortalité définis comme le rapport des décès annuels d'un groupe d'âge donné à l'effectif moyen de ce groupe d'âge au cours de la même année.

Le taux de mortalité s'écrit ${}_nm_x$ et peut se définir comme étant égal à :

$${}_nm_x = \frac{{}_nd_x}{{}_nL_x}$$

(ceci n'est rigoureusement exact que pour une population stationnaire mais à l'intérieur d'un groupe d'âge quinquennal, la différence est faible).

1.4.1. **Calculs des quotients au dessus de l'âge de 5 ans**

Au dessus de 5 ans, on a vu que :

$$ {}_nL_x = n \left( l_x - \frac{{}_nd_x}{2} \right) $$

On peut donc écrire :

$$ {}_nm_x = \frac{{}_nd_x}{n \left( l_x - \frac{{}_nd_x}{2} \right)} $$

mais :

$$ {}_nq_x = \frac{{}_nd_x}{l_x} $$

ce qui donne :

$$ {}_nm_x = \frac{{}_nq_x}{n \left( 1 - \frac{{}_nq_x}{2} \right)} $$

ou sous une forme plus pratique :

$$ {}_nq_x = \frac{n \times {}_nm_x}{1 + \frac{n}{2} \times {}_nm_x} $$

*a)* d'où une première méthode de calcul de quotients

Supposons que l'on ait les données suivantes :

Effectifs du groupe d'âge 40-44 : 67 323
Décédés à 40-44 ans : 1 939

$$ m_{40-44} = \frac{1\,939}{67\,323} = 28{,}8 \text{ ‰} = 0{,}0288 $$

${}_5q_{40}$ peut être estimé par :

$$ {}_5q_{40} = \frac{5 \times 0{,}0288}{1 + \frac{5}{2} \times 0{,}0288} = \frac{0{,}1440}{1{,}0720} = 0{,}1343 = 134{,}3 \text{ ‰} $$

*b)* Si l'on est pressé par le temps –et surtout si les données sont très imprécises– on peut utiliser la table suivante (en interpolant) qui donne les coefficients par lesquels il faut multiplier les taux pour obtenir les quotients.

| Taux de mortalité (‰) | Coefficients |
|---|---|
| 10 | 4,9 |
| 45 | 4,5 |
| 100 | 4,0 |
| 160 | 3,5 |
| 240 | 3,0 |

Par interpolation, on calcule le coefficient correspondant au taux de 28,8, il est égal à 4,685.

L'estimation du quotient ${}_5q_{40}$ est 28,8 x 4,685 = 134,9 ‰.

L'approximation n'est pas mauvaise.

*c)* Tables de REED et MERREL

Il est plus commode et plus précis d'utiliser les tables élaborées par *Reed* et *Merrel* à partir d'un ajustement analytique.

Il y en a deux séries, pour les groupes quinquennaux et les groupes décennaux ; elles se présentent comme suit :

| ${}_5m_x$ | ${}_5q_x$ |
|---|---|
| 028 | 131 323 |
| 029 | 135 705 |

Par interpolation linéaire on obtient la valeur correspondant à 28,8 ‰, c'est 134,8 ‰.

### 1.4.2. **Cas des enfants de moins de 5 ans**

*a) Enfants de moins d'un an (mortalité infantile)*

Le plus souvent, les données brutes permettent de calculer directement ${}_1q_0$, le quotient de mortalité à moins d'un an, appelé improprement le "taux" de mortalité infantile.

Lorsque, comme c'est généralement le cas dans les enquêtes, on ne dispose de données que sur une seule année, on obtient une valeur approximative de ${}_1q_0$ en divisant le nombre de décès de moins d'un an au cours de l'année par le nombre de naissances vivantes au cours de cette même année.

Le taux de mortalité à moins d'un an, ${}_1m_0$ s'obtient en divisant le nombre des décès de moins d'un an par le nombre moyen d'enfants de moins d'un an en vie au cours de l'année.

Ainsi pour la Polynésie française, on a les chiffres suivants (sexe masculin) :

Période quinquennale : 1959-1963
Naissance de garçons : 9 361
Décès de moins d'1 an : 857
Effectif moyen des garçons de moins d'un an au cours de la période : 1 754

${}_1q_0$ sera estimé par $\frac{857}{9\,361} = 91{,}55$ ‰

et ${}_1m_0$ en rapportant le nombre moyen de décès annuels de moins d'un an :

$\frac{857}{5} = 171{,}4$ à l'effectif moyen de garçons de moins d'un an

$${}_1m_0 = \frac{171{,}4}{1\,754} = 97{,}72 \text{ ‰}$$

Ceci nous permet par ailleurs de calculer :

$$L_0 = \frac{{}_1q_0}{{}_1m_0} = \frac{91{,}55}{97{,}72} = 0{,}9369$$

Cela signifie que sur 10 000 enfants nés au cours d'une année, 10 000 – 9 369 = 631 décèdent au cours de la même année.

Le rapport $\lambda$ est égal à $\frac{63{,}1}{91{,}6} = 68{,}9$ %

*b) Groupe d'âge 1-4*

On a déjà noté qu'il faut s'efforcer d'obtenir des données par année d'âge dans cet intervalle, surtout pour les populations –comme les populations africaines– où le niveau de la mortalité est élevé jusqu'à l'âge de 2 et même 3 ans.

Exemple : quotients de mortalité par âge observés en Haute Volta (1960-1961)

| | |
|---|---|
| Moins d'un an | 182 ‰ |
| Un an | 97 ‰ |
| Deux ans | 69 ‰ |
| Trois ans | 45 ‰ |
| Quatre ans | 25 ‰ |

*b.1.* Sinon on utilisera une des méthodes suivantes : la table ci-dessous qui donne, en fonction de ${}_4m_1$, le coefficient par lequel on multiplie ce taux pour obtenir ${}_4q_1$

| ${}_4m_1$ (pour 1 000) | Coefficient k |
|---|---|
| 9 | 3,9 |
| 19 | 3,8 |
| 41 | 3,6 |
| 65 | 3,4 |
| 93 | 3,2 |

(ces coefficients sont déduits de l'estimation de ${}_4L_1 = 1{,}3\ l_1 + 2{,}7\ l_5$).

Le calcul se fait en interpolant. Exemple : ${}_4m_1 = 28{,}2$ ‰

La valeur correspondante de k est 3,72. L'estimation de ${}_4q_1$ est :

$$28{,}2 \times 3{,}72 = 104{,}9 \text{ ‰}$$

*b.2.* Tables de REED et MERREL – Tables de PRESSAT

*L* Les tables de *Reed* et *Merrel* comprennent une section donnant les valeurs de ${}_4q_1$ en fonction de ${}_4m_1$. Mais ces chiffres, déduits des observations faites aux Etats Unis s'appliquent assez mal à beaucoup d'autres populations.

Pressat a recalculé une table qui semble mieux convenir. En reprenant l'exemple ci-dessus, on trouve dans la table de *Pressat* :

| ${}_4m_1$ | ${}_4q_1$ |
|---|---|
| 028 | 10 631 |
| 029 | 10 991 |

Par interpolation on obtient pour ${}_4m_1 = 28{,}2$ ‰ l'estimation suivante de :

$${}_4q_1 = 107{,}03 \text{ ‰}\ .$$

Il y a une différence non négligeable avec le chiffre trouvé précédemment, mais dans cet intervalle, on ne peut s'attendre à une grande précision.

## 2. TABLES-TYPES DE MORTALITE.

### 2.1. **Principe.**

Il est évident que pour une population donnée et pour un sexe donné, les quotients de mortalité aux différents âges ne sont pas indépendants. Une population qui a le même quotient de mortalité que l'Inde pour le groupe d'âge 15-19 ne peut pas avoir le quotient de la Norvège pour le groupe d'âge 50-54. Des observations qui feraient apparaître un tel phénomène seraient certainement entachées d'erreurs ou d'omissions.

Autrement dit "d'une façon générale, le rapport entre les taux de mortalité de deux groupes d'âge voisins ne varie guère, quel que soit le niveau de la mortalité générale" (Nations Unies, Etude démographique N° 22).

D'où l'idée de définir des modèles de structure de mortalité qui peuvent être utilisés

– pour vérifier la vraisemblance des données sur la mortalité dans des pays où la validité des statistiques est douteuse,

– pour compléter les tables de mortalité des populations où l'observation n'est correcte qu'à certains âges (par exemple si les décès de jeunes sont bien enregistrés, mais s'il y a un grand nombre d'omissions aux âges élevés).

– pour faire des projections (en admettant que la mortalité dans 5,10 ans, etc... sera conforme à un modèle donné).

## 2.2. **Tables-types des Nations Unies.**

(Voir les publications des Nations Unies : Etudes démographiques N° 22 : schémas de variation de la mortalité selon l'âge et le sexe. Etudes démographiques N° 25 : IIIème manuel. Méthodes de projection de la population par sexe et par âge).

### 2.2.1. **Données utilisées.**

Les principes qui ont guidé les auteurs sont les suivants :

– portée géographique aussi large que possible,
– durée suffisante de la période à laquelle s'appliquent ces tables,
– exclusion, dans la mesure du possible, des périodes à mortalité anormalement élevée,
– uniformité des groupes d'âge (moins d'un an, 1 à 4 ans, puis groupes quinquennaux jusqu'à 85 ans).

A cet effet, on est parti de 158 tables relatives à 50 pays. Les plus récentes se rapportent aux années 1950 ou 1951, les plus anciennes sont celles de la Belgique pour la période 1891-1900 et de l'Inde pour la période 1891-1901.

Par la force des choses, les populations sous-développées étaient très mal représentées dans cet échantillon. En particulier, pour l'Afrique on n'avait que 6 tables dont 4 se rapportaient aux Européens de l'Union Sud-Africaine, une à l'Ile Maurice et une à l'Egypte et donc absolument rien pour l'Afrique Noire.

Les espérances de vie à la naissance de ces tables (ensemble des deux sexes) allaient de 22,95 années (Inde 1901-1911) à 70,45 années (Pays-Bas 1947-1949).

Le "taux" de mortalité infantile ${}_1q_0$ variait entre 287,4 ‰ (Inde 1901-1911) et 22,5 ‰ (Nouvelle-Zélande 1951-1952).

### 2.2.2. **Calculs.**

Les estimations ont d'abord été faites pour l'ensemble des deux sexes (données plus homogènes).

Au moyen de paraboles d'ajustement dont les paramètres ont été estimés à partir des observations, on a calculé les rapports entre les quotients de mortalité des groupes d'âge successifs.

Ainsi, le taux de mortalité infantile (${}_1q_0$) étant donné, il était possible d'en déduire l'ensemble de la table de mortalité. On a aussi calculé 40 tables pour lesquelles ${}_1q_0$ varie de 20,0 ‰ à 330,0 ‰.

La différence entre les valeurs de ${}_1q_0$ pour deux tables successives est de 5,0 ‰ de la 1ère table à la 17ème (${}_1q_0 = 100$ ‰) et de 10,0 ‰ de la 17ème à la 40ème.

Voici les caractéristiques de quelques tables (ensemble des deux sexes).

| Tables | $_1q_0$ | $^0e_0$ (en années) |
|---|---|---|
| 1 | 20 ‰ | 71,71 |
| 7 | 50 ‰ | 66,41 |
| 17 | 100 ‰ | 56,72 |
| 27 | 200 ‰ | 37,36 |
| 37 | 300 ‰ | 22,32 |
| 40 | 330 ‰ | 18,83 |

2.2.3. **Tables par sexe.**

A partir de cette première série, on en a calculé deux autres, une pour chaque sexe. On sait que la surmortalité masculine est un phénomène très général mais qui n'a pas un caractère absolu. Dans de nombreuses populations à haut niveau de mortalité on constate l'existence d'une surmortalité féminine dans tout ou partie de l'intervalle de 1 à 40 ans (bien que jamais –du moins de façon incontestable– au dessous d'un an).

On a tenu compte des variations de la surmortalité masculine avec l'espérance de vie pour déduire une table masculine et une table féminine de chacune des 40 tables ci-dessus.

Le tableau ci-dessous permet de comparer les espérances de vie pour quelques unes de ces tables.

| | Espérance de vie à la naissance (en années) $^0e_0$ | | |
|---|---|---|---|
| Table | Ensemble | Sexe masculin | sexe féminin |
| 1 | 71,71 | 69,25 | 73,98 |
| 7 | 66,41 | 64,33 | 68,32 |
| 17 | 56,72 | 55,20 | 58,04 |
| 27 | 37,36 | 36,76 | 37,81 |
| 37 | 22,32 | 22,15 | 22,39 |
| 40 | 18,83 | 18,74 | 18,84 |

La différence entre l'espérance de vie des deux sexes passe de 4,7 années à 0,1 année lorsque la mortalité s'élève du niveau 1 au niveau 40.

2.2.4. **Evolution dans le temps.**

On a profité de ce que l'on disposait de tables se rapportant à des périodes différentes pour estimer le rythme de baisse du niveau de la mortalité (exprimé par l'espérance de vie à la naissance).

A cet effet, les tables disponibles ont été réparties en 6 groupes :

I. Populations d'origine européenne établies hors d'Europe (Européens d'Afrique du Sud, Australie, Canada, Etats Unis, Nouvelle Zélande)

II. Populations de l'Europe du Nord et du Nord-Ouest (Scandinavie, Grande-Bretagne, Irlande).

III. Populations de l'Europe occidentale et centrale (Allemagne, Autriche, Belgique, France, Pays-Bas).

IV. Populations de l'Europe méridionale et orientale (Bulgarie, Espagne, Grèce, Italie, Portugal, U.R.S.S.).

V. Populations de l'Amérique Latine et des Antilles

VI. Populations de l'Asie.

L'évolution moyenne de l'espérance de vie à la naissance est la suivante :

| Groupe | Moyenne des tables les plus anciennes | | Moyenne des tables les plus récentes | | Augmentation moyenne annuelle de $^0e_0$ (en années) |
|---|---|---|---|---|---|
| | Date | $^0e_0$ | Date | $^0e_0$ | |
| I | 1912 | 57 | 1949 | 68 | 0,30 |
| II | 1909 | 53 | 1946 | 66 | 0,35 |
| III | 1907 | 50 | 1946 | 65 | 0,39 |
| IV | 1910 | 41 | 1934 | 51 | 0,42 |
| V | 1917 | 38 | 1946 | 50 | 0,41 |
| VI | 1914 | 40 | 1950 | 55 | 0,42 |

Il est remarquable que pour les quatre derniers groupes, les rythmes d'accroissement de $^{o}e_{o}$ soient très voisins et proches de 0,4 années.

Compte tenu de l'accélération de la baisse de la mortalité, les Nations Unies recommandent d'adopter en l'absence de données plus précises dans les projections démographiques, un rythme annuel d'accroissement de $^{o}e_{o}$ de 0,5 années tant que $^{o}e_{o}$ reste inférieur à 55 ans.

Lorsque $^{o}e_{o}$ atteint cet ordre de grandeur de 55 ans, on observe souvent une accélération de la hausse de l'espérance de vie (due à une chute rapide de la mortalité infantile), à laquelle succède un ralentissement qui apparait entre $^{o}e_{o}$ = 65 ans et $^{o}e_{o}$ = 70 ans. Il y a une sorte d'effet de saturation.

### 2.2.5. **Critique des tables-types de mortalité des Nations Unies**

On peut faire deux critiques principales à ces tables :

– Tout d'abord, on a fait à la méthode même le reproche d'être "en chaine" ; on estime chaque quotient à partir du quotient précédent. C'est-à-dire que, sauf en ce qui concerne les deux premiers groupes d'âge, chaque estimation est faite à partir d'une autre estimation d'où une possibilité de cumul des fluctuations aléatoires.

– La seconde critique est beaucoup plus sérieuse. Il est évident qu'un seul paramètre tel que l'espérance de vie, un quotient de mortalité, ou la survie à un âge donné ne peut définir l'ensemble d'une table de mortalité. La réalité est plus complexe. Ces tables-types ne représentent donc qu'une situation moyenne (calculée à partir de données qui n'intéressent qu'une proportion assez faible de la population moyenne, essentiellement des pays développés).

Aussi des tentatives ont été faites pour améliorer ou mieux adapter ces tables-types, signalons :

– une série de tables de mortalité destinées aux études sur l'Amérique Latine (Centro Latino américano de Démografia)

– les tables de Gabriel et Ronen où tous les quotients sont déduits directement de $_{1}q_{0}$.

## 2.3. **Tables-types de PRINCETON.**

### 2.3.1. **Données utilisées.**

Ces tables sont dues à Coale et Demeny (Office of Population Research de l'Université de Princeton).

326 tables réelles ont été utilisées pour leur élaboration (en distinguant pour chacune le sexe masculin et le sexe féminin).

Leur répartition dans le temps est la suivante :

| Avant 1870 | 1871-1918 | 1919-1945 | après 1945 |
|---|---|---|---|
| 23 | 90 | 99 | 114 |

et dans l'espace :

| Afrique | Amérique du Nord | Amérique Latine | Asie | Europe | Océanie |
|---|---|---|---|---|---|
| 15 | 18 | 33 | 32 | 206 | 22 |

L'Europe est particulièrement favorisée. On y a d'ailleurs trouvé une grande diversité quant à la structure de la mortalité.

### 2.3.2. **Modèles régionaux.**

Le caractère original de cet ensemble de tables-types est la distinction entre plusieurs modèles "régionaux" de mortalité.

On a en effet constaté que certaines tables de mortalité observées présentaient des déviations très significatives par rapport aux tables "moyennes".

Ces déviations :

*a)* sont souvent analogues dans les tables relatives à une même population à des époques différentes,

*b)* apparaissent de façon comparable dans des groupes de populations voisines géographiquement.

Finalement on a défini quatre séries de modèles dits "régionaux" (ou plutôt trois, car le dernier s'applique à l'ensemble des populations dont la structure de la mortalité ne s'écarte pas trop de la moyenne)

Ce sont :

*a) le modèle régional "Nord"* établi à partir des tables de l'Islande, de la Norvège ainsi que de la Suède jusqu'en 1920.

Ses caractéristiques sont :

– mortalité infantile basse
– mortalité de 1 à 4 ans élevée
– mortalité inférieure à la moyenne après 50 ans.

*b) le modèle régional "Est"* établi à partir des tables des pays suivants : Allemagne, Autriche, Hongrie, Italie du Nord et du Centre, Pologne et Tchécoslovaquie.

Ses caractéristiques sont :

– mortalité infantile élevée
– mortalité de 1 à 4 ans relativement basse
– mortalité assez élevée après 50 ans.

*c) le modèle régional "Sud"* établi à partir de tables de l'Espagne, du Portugal et de l'Italie du Sud.

Ses caractéristiques sont :

– mortalité infantile assez élevée
– mortalité de 1 à 4 ans très élevée
– mortalité basse de 40 à 60 ans
– mortalité élevée au-dessus de 65 ans.

*d) le modèle régional "Ouest"* est le modèle moyen basé sur les tables autres que celles qui viennent d'être mentionnées et pour lesquelles les déviations n'ont pas de caractère systématique. Elles sont donc voisines des tables-types des Nations Unies.

Voici les quotients pour 1 000 à différents âges des tables-types suivant le modèle

| | Modèle Nord | Modèle Est | Modèle Sud | Modèle Ouest | Nations-Unies |
|---|---|---|---|---|---|
| TABLES FEMININES-ESPERANCE DE VIE = 40 ANS (39,74 POUR CELLE DES NATIONS UNIES) | | | | | |
| $_1q_0$ | 156,53 | 216,48 | 172,34 | 177,74 | 179,90 |
| $_4q_1$ | 137,17 | 113,02 | 166,25 | 117,91 | 108,68 |
| $_5q_{40}$ | 64,23 | 53,90 | 49,07 | 67,34 | 68,07 |
| $_5q_{50}$ | 85,11 | 80,62 | 71,26 | 97,45 | 98,85 |
| $_5q_{60}$ | 162,17 | 173,69 | 155,64 | 181,77 | 176,26 |
| $_5q_{70}$ | 342,63 | 373,45 | 359,69 | 348,76 | 349,58 |
| TABLES FEMININES-ESPERANCE DE VIE = 50 ANS (49,67 POUR CELLE DES NATIONS UNIES) | | | | | |
| $_1q_0$ | 105,49 | 147,03 | 130,75 | 118,31 | 129,77 |
| $_4q_1$ | 85,19 | 65,97 | 99,70 | 71,69 | 67,02 |
| $_5q_{40}$ | 45,38 | 38,23 | 34,04 | 46,44 | 42,36 |
| $_5q_{50}$ | 63,41 | 61,79 | 52,82 | 71,68 | 67,22 |
| $_5q_{60}$ | 123,07 | 136,91 | 117,70 | 140,05 | 130,08 |
| $_5q_{70}$ | 275,41 | 316,58 | 293,87 | 291,76 | 287,76 |

En ce qui concerne les populations africaines, le modèle "Sud" ou le modèle "Nord" semble le mieux convenir surtout aux âges inférieurs. Par exemple, dans la Moyenne Vallée du Sénégal, où l'espérance de vie est estimée à 38 ans, les deux premiers quotients de mortalité sont :

$$_1q_0 \qquad 173\ ‰$$

$$_4q_1 \qquad 169\ ‰$$

chiffres très voisins de la table-type du modèle "Sud". Cependant, les tables "Ouest" ont une portée plus générale et elles ont été utilisées dans le Manuel N° IV des Nations Unies (Etudes Démographiques N° 42).

### 2.3.3. **Calcul des tables.**

Le paramètre adopté a été $^oe_{10}$ = espérance de vie à 10 ans.

Deux lignes de régression ont été estimées, l'une pour les quotients eux-mêmes, l'autre pour leurs logarithmes. Les valeurs finalement adoptées tiennent compte de ces deux estimations (voir les commentaires joints aux tables publiées par Princeton).

Pour chacun des quatre modèles régionaux et pour chaque sexe (mais non pour l'ensemble des deux sexes), on a calculé 24 tables-types dont l'espérance de vie à la naissance va pour le sexe féminin de

20 ans (modèle 1)

à

77,5 ans (modèle 24)

avec une différence de 2,5 années entre les tables successives.

Le niveau de la surmortalité masculine varie suivant les régions

| Espérance de vie féminine | Espérance de vie masculine | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Modèle Nord | Modèle Est | Modèle Sud | Modèle Ouest | Nations Unies |
| 20,00 | 17,55 | 17,43 | 19,92 | 18,03 | 19,85 |
| 77,50 | 74,43 | 72,74 | 73,60 | 73,90 | ..... |

### 2.3.4. **Populations stables.**

Ce qui fait le grand intérêt de cette publication, c'est que pour chacune des tables-types de mortalité, on a calculé une série de modèles de populations stables (voir ci-dessous) avec leurs caractéristiques.

13 en faisant intervenir le taux brut de reproduction et 13 en faisant intervenir le taux d'accroissement.

On a donc pour chaque modèle régional 1 x 24 x 26 = 1 248 modèles de population soit au total 4 x 1 248 = 4 992 modèles. Ce qui constitue un outil fort utile pour l'analyse démographique.

## 2.4. **Tables-types de LEDERMANN**

### 24.1. **Principe.**

Il est certain que les quatre modèles types qui viennent d'être définis n'épuisent pas toutes les probabilités de structure de mortalité.

S. LEDERMANN de l'I.N.E.D., a proposé une méthode originale d'établissement de tables de mortalité, fondée sur une analyse plus poussée de la structure de la mortalité. (voir I.N.E.D. Travaux et Documents N° 53. Nouvelles tables-types de mortalité). Ces tables sont à double entrée ; elles impliquent que l'on connaisse, à la fois une caractéristique de la mortalité des enfants, et un indice de la mortalité aux âges plus élevés à partir desquels on peut reconstituer l'ensemble de la table.

La formule utilisée est : $\log \hat{Q} = b_o + b_1 \log A_1 + b_2 \log A_2$

$\hat{Q}$ est le quotient que l'on veut estimer, $A_1$ et $A_2$ les indices de la mortalité, $b_0$, $b_1$, $b_2$ des coefficients donnés par des tables en fonction de l'âge.

Trois réseaux de tables ont été élaborés d'après les indices $A_1$ et $A_2$ retenus (les quotients et les taux s'entendent pour 1 000 personnes).

*a) Réseau N° 1*

$A_1 = {}_5q_0$ quotient de mortalité de 0 à 5 ans (ensemble des 2 sexes)

$A_2 = {}_{20}q_{45}$ quotient de mortalité de 45 à 65 ans (ensemble des 2 sexes)

*b) Réseau N° 2*

$A_1 = {}_{15}q_0$ quotient de mortalité de 0 à 15 ans (ensemble des 2 sexes)

$A_2 = {}_{20}q_{30}$ quotient de mortalité de 30 à 50 ans (sexe féminin)

Ces indices peuvent être estimés dans certains cas indirectement : le premier à partir de la survie des enfants parmi la descendance des femmes, le second à partir de la survie des mères.

*c) Réseau N° 3*

$A_1 = {}_{15}q_0$ comme dans le réseau N° 2

$A_2 = T = m_{50+}$ taux de mortalité des individus âgés de 50 ans et plus (ensemble des 2 sexes) dans la population stationnaire correspondant à la table de mortalité

En pratique, on ne connaît directement que t, taux observé de mortalité au-dessus de 50 ans.

Pour estimer T, il faut en outre avoir quelques données sur la composition effective de la population âgée de 50 ans et plus.

Un indice très satisfaisant de cette composition est f, défini comme le rapport (exprimé en pourcentage)

$$\frac{\text{Nombre de personnes âgées de 65 ans et plus}}{\text{Nombre de personnes âgées de 50 ans et plus}}$$

T, t, et f sont liés par la relation linéaire approximative

$$T = 44{,}93 + 0{,}5046\, t - 0{,}5587\, f$$

### 2.4.2. Calculs

Les coefficients ont été estimés à partir de 154 tables réelles qui, pour la plupart, sont celles utilisées par le Service Démographique des Nations Unies pour le calcul de ses tables-types. On trouvera ci-joint les tableaux donnant les coefficients de Ledermann pour chacun des réseaux.

## 2.5. Méthode des logits (Brass)

### 2.5.1. Définition des logits

On appelle logit d'une quantité x, comprise entre 0 et 1 l'expression

$$\text{logit}\,(x) = \frac{1}{2} \log_e \frac{x}{1-x}$$

$$\text{logit}\,(0) = -\infty$$

$$\text{logit}\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\text{logit}\,(1) = +\infty$$

Pour comparer les tables de mortalité, Brass a utilisé les logits de ${}_xq_0$ (ou plus simplement q(x)), proportions de décédés à l'âge x (parmi les naissances).

## Coefficients des tables types de LEDERMANN.

Formule générale : $\log \hat{Q} = b_0 + b_1 \log A_1 + b_2 \log A_2$

(M = sexe masculin F = sexe féminin, M F = ensemble des deux sexes).

Réseau N° 1

$A_1 = {}_5q_0$ (M F) (pour 1 000)

$A_2 = {}_{20}q_{45}$ (M F) (pour 1 000)

| 1 (M F) | | | | 1 (M) | | | | 1 (F) | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Quotient | $b_0$ | $b_1$ | $b_2$ | Quotient | $b_0$ | $b_1$ | $b_2$ | Quotient | $b_0$ | $b_1$ | $b_2$ |
| 0 – 1 | 0,066 76 | 0,843 19 | 0,043 77 | 0 – 1 | 0,128 29 | 0,806 11 | 0,065 58 | 0 – 1 | – 0,019 77 | 0,889 01 | 0,022 13 |
| 1 – 4 | – 1,479 24 | 1,421 99 | 0,034 28 | 1 – 4 | – 1,321 97 | 1,393 79 | 0,000 19 | 1 – 4 | – 1,648 95 | 1,454 66 | 0,068 99 |
| (0 – 4) | (0,000 00) | (1,000 00) | (0,000 00) | (0 – 4) | (0,101 26) | (0,957 85) | (0,006 70) | (0 – 4) | (– 0,121 94) | (1,050 92) | (– 0,007 53) |
| 5 – 9 | – 1,666 84) | 0,990 57 | 0,292 34 | 5 – 9 | – 1,514 89 | 0,925 00 | 0,297 24 | 5 – 9 | – 2,011 36 | 1,062 00 | 0,361 15 |
| 10 – 14 | – 1,739 40 | 0,758 40 | 0,462 37 | 10 – 14 | – 1,415 09 | 0,690 68 | 0,389 84 | 10 – 14 | – 2,168 40 | 0,829 74 | 0,571 87 |
| 15 – 19 | – 1,674 79 | 0,571 10 | 0,681 42 | 15 – 19 | – 1,777 91 | 0,521 10 | 0,528 70 | 15 – 19 | – 2,210 99 | 0,642 73 | 0,829 24 |
| 20 – 24 | – 1,653 96 | 0,531 08 | 0,764 82 | 20 – 24 | – 1,181 77 | 0,513 59 | 0,599 41 | 20 – 24 | – 2,235 55 | 0,562 77 | 0,958 97 |
| 25 – 29 | – 1,922 27 | 0,465 58 | 0,941 72 | 25 – 29 | – 1,657 50 | 0,432 86 | 0,867 78 | 25 – 29 | – 2,268 80 | 0,500 33 | 1,044 94 |
| 30 – 34 | – 1,946 21 | 0,429 94 | 0,996 90 | 30 – 34 | – 1,818 18 | 0,384 69 | 0,988 75 | 30 – 34 | – 2,149 90 | 0,472 70 | 1,036 03 |
| 35 – 39 | – 1,983 13 | 0,343 56 | 1,111 22 | 35 – 39 | – 2,122 33 | 0,269 69 | 1,239 22 | 35 – 39 | – 1,848 02 | 0,424 12 | 0,977 41 |
| 40 – 44 | – 1,811 75 | 0,238 38 | 1,166 69 | 40 – 44 | – 1,900 23 | 0,190 62 | 1,259 22 | 40 – 44 | – 1,745 78 | 0,295 60 | 1,072 19 |
| 45 – 49 | – 1,551 78 | 0,106 22 | 1,218 24 | 45 – 49 | – 1,620 46 | 0,073 82 | 1,295 59 | 45 – 49 | – 1,504 19 | 0,144 23 | 1,140 16 |
| 50 – 54 | – 1,300 96 | 0,013 36 | 1,249 50 | 50 – 54 | – 1,342 16 | – 0,019 83 | 1,317 85 | 50 – 54 | – 1,244 18 | 0,064 42 | 1,154 47 |
| 55 – 59 | – 1,026 41 | – 0,039 82 | 1,241 39 | 55 – 59 | – 1,090 58 | – 0,096 16 | 1,338 71 | 55 – 59 | – 0,967 22 | 0,031 87 | 1,129 09 |
| 60 – 64 | – 0,431 21 | – 0,032 86 | 1,059 64 | 60 – 64 | – 0,489 48 | – 0,098 68 | 1,160 19 | 60 – 64 | – 0,407 54 | 0,039 66 | 0,965 40 |
| 65 – 69 | 0,262 17 | – 0,006 70 | 0,824 06 | 65 – 69 | 0,297 26 | – 0,054 12 | 0,868 08 | 65 – 69 | 0,110 02 | 0,031 56 | 0,834 74 |
| 70 – 74 | 0,842 20 | 0,008 93 | 0,645 65 | 70 – 74 | 0,772 56 | – 0,044 19 | 0,731 24 | 70 – 74 | 0,887 76 | 0,055 25 | 0,574 67 |
| 75 – 79 | 0,507 12 | 0,011 53 | 0,435 78 | 75 – 79 | 1,417 41 | – 0,029 57 | 0,517 59 | 75 – 79 | 1,526 22 | 0,041 46 | 0,393 92 |
| 80 – 84 | 2,153 72 | 0,017 47 | 0,223 73 | 80 – 84 | 2,145 65 | – 0,001 64 | 0,250 94 | 80 – 84 | 2,105 95 | 0,028 43 | 0,227 89 |
| 85 – 89(*) | – | – | – | 85 – 89(*) | – | – | – | 85 – 89(*) | – | – | – |

(*) ${}_5q_{85} = 337{,}80 + 0{,}697\,98\ {}_5q_{80}$

Réseau N° 2

$A_1 = {}_{15}q_0$ (M F) (Pour 1 000)

$A_2 = {}_{20}q_{30}$ (F) (Pour 1 000)

| 2 (M F) | | | | 2 (M) | | | | 2 (F) | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Quotient | $b_0$ | $b_1$ | $b_2$ | Quotient | $b_0$ | $b_1$ | $b_2$ | Quotient | $b_0$ | $b_1$ | $b_2$ |
| 0 – 1 | 0,216 81 | 1,000 45 | – 0,210 45 | 0 – 1 | 0,306 03 | 0,957 02 | – 0,190 20 | 0 – 1 | 0,102 03 | 1,052 96 | – 0,230 89 |
| 1 – 4 | – 1,769 04 | 1,317 91 | + 0,343 65 | 1 – 4 | – 1,654 87 | 1,290 12 | 0,224 50 | 1 – 4 | – 1,892 82 | 1,352 38 | 0,259 78 |
| (0 – 4) | (– 0,019 54) | (1,092 95) | (– 0,118 72 | (0 – 4) | (0,093 54) | (1,047 87) | (– 0,112 08) | (0 – 4) | (– 0,156 20) | (1,146 42 | (– 0,124 81 |
| 5 – 9 | – 1,772 49 | 0,714 55 | 0,653 12 | 5 – 9 | – 1,576 53 | 0,669 89 | 0,618 07 | 5 – 9 | – 2,108 66) | 0,721 82 | 0,795 13 |
| 10 – 14 | – 1,684 90 | 0,386 46 | 0,884 56 | 10 – 14 | – 1,358 80 | 0,394 46 | 0,721 14 | 10 – 14 | – 2,083 34 | 0,367 19 | 1,091 59 |
| 15 – 19 | – 1,348 43 | 0,138 96 | 1,081 74 | 15 – 19 | – 0,981 83 | 0,156 00 | 0,895 35 | 15 – 19 | – 1,772 15 | 0,136 78 | 1,277 26 |
| 20 – 24 | – 1,212 27 | 0,090 11 | 1,135 49 | 20 – 24 | – 0,906 56 | 0,130 58 | 0,959 90 | 20 – 24 | – 1,605 96 | 0,048 57 | 1,350 25 |
| 25 – 29 | – 1,187 58 | 0,049 98 | 1,179 68 | 25 – 29 | – 0,965 42 | 0,068 87 | 1,059 93 | 25 – 29 | – 1,467 92 | 0,018 31 | 1,338 12 |
| 30 – 34 | – 1,061 66 | 0,066 65 | 1,119 63 | 30 – 34 | – 0,860 01 | 0,090 56 | 1,004 00 | 30 – 34 | – 1,313 02 | 0,025 08 | 1,275 32 |
| 35 – 39 | – 0,827 42 | 0,058 74 | 1,045 61 | 35 – 39 | – 0,701 02 | 0,051 25 | 1,002 64 | 35 – 39 | – 0,983 01 | 0,059 19 | 1,107 84 |
| 40 – 44 | – 0,445 69 | 0,048 42 | 0,914 68 | 40 – 44 | – 0,295 49 | 0,088 03 | 0,820 01 | 40 – 44 | – 0,654 93 | – 0,008 95 | 1,052 63 |
| 45 – 49 | 0,041 86 | 0,025 05 | 0,757 18 | 45 – 49 | 0,181 51 | 0,074 03 | 0,664 88 | 45 – 49 | – 0,162 06 | – 0,053 06 | 0,905 39 |
| 50 – 54 | 0,433 01 | – 0,000 69 | 0,659 76 | 50 – 54 | 0,588 36 | 0,048 09 | 0,561 88 | 50 – 54 | 0,216 43 | – 0,062 56 | 0,794 66 |
| 55 – 59 | 0,765 01 | – 0,005 17 | 0,573 51 | 55 – 59 | 0,930 95 | 0,011 24 | 0,504 14 | 55 – 59 | 0,544 71 | – 0,028 51 | 0,671 63 |
| 60 – 64 | 1,135 91 | 0,027 65 | 0,439 05 | 60 – 64 | 1.294 65 | 0,018 26 | 0,397 07 | 60 – 64 | 0,940 88 | 0,035 44 | 0,497 76 |
| 65 – 69 | 1,526 93 | 0,080 01 | 0,277 44 | 65 – 69 | 1,687 89 | 0,081 12 | 0,219 98 | 65 – 69 | 1,320 87 | 0,065 00 | 0,370 26 |
| 70 – 74 | 1,854 38 | 0,095 41 | 0,186 40 | 70 – 74 | 1,943 67 | 0,069 57 | 0,185 60 | 70 – 74 | 1,772 80 | 0,125 53 | 0,179 93 |
| 75 – 79 | 2,226 41 | 0,101 12 | 0,076 47 | 75 – 79 | 2,274 73 | 0,074 45 | 0,093 22 | 75 – 79 | 2,173 11 | 0,123 24 | 0,068 91 |
| 80 – 84 | 2,567 16 | 0,101 47 | – 0,021 88 | 80 – 84 | 2,610 77 | 0,090 91 | – 0,022 82 | 80 – 84 | 2,520 33 | 0,110 01 | – 0,015 26 |
| 85 – 89(*) | - | - | - | 85 – 89(*) | - | - | - | 85 – 89(*) | - | - | - |

(*) ${}_5q_{85} = 337,80 + 0,697\,98\ {}_5q_{80}$

Réseau N° 3

$A_1 = {}_{15}q_0$ (MF) (pour 1 000)

$A_2 = T = m_{50} +$ (MF) (pour 1 000) (*)

| Quotient | $b_0$ | $b_1$ | $b_2$ | Quotient | $b_0$ | $b_1$ | $b_2$ | Quotient | $b_0$ | $b_1$ | $b_2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 – 1 | – 0,394 70 | 0,827 43 | 0,331,65 | 0 – 1 | – 0,348 71 | 0,791 80 | 0,373 06 | 0 – 1 | – 0,465 01 | 0,872 15 | 0,289 23 |
| 1 – 4 | – 1,214 07 | 1,504 95 | – 0,274 07 | 1 – 4 | – 1,018 72 | 1,473 28 | – 0,342 19 | 1 – 4 | – 1,418 78 | 1,541 59 | – 0,207 73 |
| (0 – 4) | (– 0,196 43) | (1,009 93) | (0,066 36) | (0 – 4) | (– 0,099 78) | (0,967 20) | (0,081 53) | (0 – 4) | (– 0,309 22) | (1,062 00) | (0,046 01) |
| 5 – 9) | – 1,167 64 | 1,139 33 | – 0,100 53 | 5 – 9 | – 0,975 90 | 1,074 32 | – 0,115 46 | 5 – 9 | – 1,464 00 | 1,231 00 | – 0,056 54 |
| 10 – 14 | – 1,221 89 | 0,930 86 | 0,119 65 | 10 – 14 | – 1,016 67 | 0,835 22 | 0,122 93 | 10 – 14 | – 1,583 47 | 1,032 81 | 0,199 04 |
| 15 – 19 | – 1,414 10 | 0,749 89 | 0,600 20 | 15 – 19 | – 0,832 50 | 0,679 33 | 0,350 46 | 15 – 19 | – 1,990 36 | 0,845 92 | 0,809 72 |
| 20 – 24 | – 1,392 35 | 0,721 75 | 0,709 85 | 20 – 24 | – 0,761 34 | 0,690 34 | 0,386 42 | 20 – 24 | – 2,122 24 | 0,773 46 | 1,061 12 |
| 25 – 29 | – 1,891 40 | 0,661 37 | 1,108 62 | 25 – 29 | – 1,536 76 | 0,623 49 | 0,952 25 | 25 – 29 | – 2,329 73 | 0,706 32 | 1,303 09 |
| 30 – 34 | – 2,065 66 | 0,617 76 | 1,293 51 | 30 – 34 | – 1,925 00 | 0,570 47 | 1,278 19 | 30 – 34 | – 2,274 55 | 0,668 63 | 1,342 63 |
| 35 – 39 | – 2,322 53 | 0,525 05 | 1,608 39 | 35 – 39 | – 2,526 26 | 0,464 42 | 1,823 59 | 35 – 39 | – 2,113 94 | 0,592 58 | 1,378 62 |
| 40 – 44 | – 2,399 22 | 0,400 32 | 1,870 74 | 40 – 44 | – 2,622 48 | 0,353 57 | 2,090 57 | 40 – 44 | – 2,166 18 | 0,459 97 | 1,623,59 |
| 44 – 49 | – 2,449 30 | 0,240 53 | 2,176 35 | 45 – 49 | – 2,632 49 | 0,208 88 | 2,361 09 | 45 – 49 | – 2,249 86 | 0,281 90 | 1,962 39 |
| 50 – 54 | – 2,369 06 | 0,132 28 | 2,349 88 | 50 – 54 | – 2,503 28 | 0,100 15 | 2,507 83 | 50 – 54 | – 2,190 75 | 0,181 57 | 2,135 25 |
| 55 – 59 | – 2,265 58 | 0,058 81 | 2,469 92 | 55 – 59 | – 2,413 59 | 0,008 44 | 2,659 99 | 55 – 59 | – 2,109 94 | 0,124 02 | 2,250 08 |
| 60 – 64 | – 1,700 58 | 0,031 83 | 2,261 80 | 60 – 64 | – 1,817 64 | – 0,025 42 | 2,438 37 | 60 – 64 | – 1,639 30 | 0,095 32 | 2,107 71 |
| 65 – 69 | – 0,998 49 | 0,019 05 | 1,955 70 | 65 – 69 | – 0,972 00 | – 0,024 25 | 2,022 84 | 65 – 69 | – 1,173 36 | 0,059 66 | 1,980 73 |
| 70 – 74 | – 0,340 10 | 0,011 27 | 1,671 49 | 70 – 74 | – 0,380 29 | – 0,026 26 | 1,763 99 | 70 – 74 | – 0,341 23 | 0,044 68 | 1,610 31 |
| 75 – 79 | 0,463 88 | 0,008 22 | 1,305 01 | 75 – 79 | 0,339 14 | – 0,040 35 | 1,437 85 | 75 – 79 | 0,467 73 | 0,014 56 | 1,260 03 |
| 80 – 84 | 1,268 89 | – 0,023 65 | 0,921 22 | 80 – 84 | 1,267 18 | – 0,038 67 | 0,953 32 | 80 – 84 | 1,179 90 | – 0,014 99 | 0,954 91 |
| 85 – 80(*) | - | - | - | 85 – 89(*) | - | - | - | 85 – 89(*) | - | - | - |

(*) ${}_5q_{85} = 337,80 + 0,697\,98\ {}_5q_{80}$

(*) dans la population stationnaire correspondante.

$$Y(x) = \text{logit } q(x) = \frac{1}{2} \log_e \frac{q(x)}{1 - q(x)} = \frac{1}{2} \log_e \frac{1 - p(x)}{p(x)} = \frac{1}{2} \log_e \frac{q(x)}{p(x)}$$

2.5.2. **Principe des tables de BRASS**

Il suppose qu'il existe entre les Y(x) de deux tables de mortalité une liaison linéaire approximative. C'est-à-dire que l'on peut écrire :

$$Y_2(x) = \alpha + \beta\, Y_1(x)$$

$y_1$, $p_1$, $q_1$, etc. . . étant les fonctions d'une table prise comme référence,

$y_2$, $p_2$, $q_2$, etc. . . étant les fonctions d'une autre table que l'on veut lui comparer.

Quelle est la signification des paramètres $\alpha$ et $\beta$ ?

– $\alpha$ représente le niveau de la mortalité.

En effet, soit $t_1$, l'âge auquel la moitié de la génération de la table 1 a disparu c'est-à-dire que

$$q_1(t_1) = p_1(t_1) = \frac{1}{2}$$

on a alors :

$$Y_1(t_1) = 0$$

Donc $Y_2(t_1) = \alpha$ si $\alpha$ est positif, $Y_2(t_1) > 0$, $q_2(t_1) > \frac{1}{2}$

si $\alpha$ est négatif, $Y_2(t_1) < 0$, $q_2(t_1) < \frac{1}{2}$

Dans le premier cas, la proportion de décédés à l'âge $t_1$ est plus élevée dans la population 2 et c'est l'inverse dans le second cas.

– $\beta$ représente la "pente" de la mortalité ; supposons en effet que les deux tables 1 et 2 aient le même niveau de mortalité, c'est-à-dire que $\alpha = 0$.

On a alors :

$$Y_2(x) = \beta\, Y_1(x)$$

ou encore :

$$Y_2(x) - Y_1(x) = (\beta - 1)\, Y_1(x)$$

On a vu que Y (x) est négatif pour $x < t_1$

positif pour $x > t_1$

Donc si $\beta > 1$, la différence entre $Y_2(x)$ et $Y_1(x)$ est négative jusqu'à $t_1$ et positive après cet âge, c'est-à-dire que la mortalité de la population 2 est inférieure à celle de la population 1 pour $x < t_1$,

que les taux de survie sont égaux pour $x = t_1$, que la mortalité de la population 2 est supérieure à celle de la population 1 pour $x > t_1$.

Autrement dit, lorsque l'âge augmente, la survie diminue plus rapidement dans la population 2. C'est ce que l'on exprime en disant que $\beta$ représente la pente de la mortalité.

2.5.3. **Table de référence**

Pour ses ajustements, BRASS utilise donc une table unique de référence (table moyenne ou table standard) dont il déduit les autres tables grâce à des estimations de $\alpha$ et de $\beta$ (les valeurs extrêmes de $\beta$ sont 0,7 et 1,5)

TABLE DE LOGITS

$$\text{logit } p = \frac{1}{2} \log_e \frac{p}{1-p}$$

| p % | 0.0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 50 | .0000 | .0020 | .0040 | .0060 | .0080 | .0100 | .0120 | .0140 | .0160 | .0180 |
| 51 | .0200 | .0220 | .0240 | .0260 | .0280 | .0300 | .0320 | .0340 | .0360 | .0380 |
| 52 | .0400 | .0420 | .0440 | .0460 | .0480 | .0500 | .0520 | .0541 | .0561 | .0581 |
| 53 | .0601 | .0621 | .0641 | .0681 | .0681 | .0701 | .0721 | .0741 | .0761 | .0782 |
| 54 | .0802 | .0822 | .0842 | .0862 | .0882 | .0902 | .0923 | .0943 | .0963 | .0983 |
| 55 | .1003 | .1024 | .1044 | .1064 | .1084 | .1104 | .1125 | .1145 | .1165 | .1186 |
| 56 | .1206 | .1226 | .1246 | .1267 | .1287 | .1307 | .1328 | .1348 | .1368 | .1389 |
| 57 | .1409 | .1430 | .1450 | .1471 | .1491 | .1511 | .1532 | .1552 | .1573 | .1593 |
| 58 | .1614 | .1634 | .1655 | .1676 | .1696 | .1717 | .1737 | .1737 | .1779 | .1799 |
| 59 | .1820 | .1841 | .1861 | .1882 | .1903 | .1923 | .1944 | .1965 | .1986 | .2007 |
| 60 | .2027 | .2048 | .2069 | .2090 | .2111 | .2132 | .2153 | .2174 | .2195 | .2216 |
| 61 | .2237 | .2258 | .2279 | .2300 | .2321 | .2342 | .2363 | .2384 | .2405 | .2427 |
| 62 | .2448 | .2469 | .2490 | .2512 | .2533 | .2554 | .2575 | .2597 | .2618 | .2640 |
| 63 | .2661 | .2683 | .2704 | .2726 | .2747 | .2769 | .2790 | .2812 | .2833 | .2855 |
| 64 | .2877 | .2899 | .2920 | .2942 | .2964 | .2986 | .3008 | .3029 | .3051 | .3073 |
| 65 | .3095 | .3117 | .3139 | .3161 | .3183 | .3205 | .3228 | .3250 | .3272 | .3294 |
| 66 | .3316 | .3339 | .3361 | .3383 | .3406 | .3428 | .3451 | .3473 | .3496 | .3518 |
| 67 | .3541 | .3564 | .3586 | .3609 | .3632 | .3654 | .3677 | .3700 | .3723 | .3746 |
| 68 | .3769 | .3792 | .3815 | .3838 | .3861 | .3884 | .3907 | .3931 | .3954 | .3977 |
| 69 | .4001 | .4024 | .4047 | .4071 | .4094 | .4118 | .4142 | .4165 | .4189 | .4213 |
| 70 | .4236 | .4260 | .4284 | .4308 | .4332 | .4356 | .4380 | .4404 | .4428 | .4453 |
| 71 | .4477 | .4501 | .4526 | .4550 | .4574 | .4599 | .4624 | .4648 | .4673 | .4698 |
| 72 | .4722 | .4747 | .4772 | .4797 | .4822 | .4847 | .4872 | .4897 | .4922 | .4948 |
| 73 | .4973 | .4999 | .5024 | .5049 | .5075 | .5101 | .5126 | .5152 | .5278 | .5204 |
| 74 | .5230 | .5256 | .5282 | .5308 | .5334 | .5361 | .5387 | .5413 | .5440 | .5466 |
| 75 | .5493 | .5320 | .5547 | .5573 | .5600 | .5627 | .5654 | .5682 | .5709 | .5736 |
| 76 | .5763 | .5791 | .5818 | .5846 | .5874 | .5901 | .5929 | .5957 | .5985 | .6013 |
| 77 | .6042 | .6070 | .6098 | .6127 | .6155 | .6184 | .6213 | 6241 | .6270 | .6299 |
| 78 | .6328 | .6358 | .6387 | .6416 | .6446 | .6475 | .6505 | .6535 | .6565 | .6595 |
| 79 | .6625 | .6655 | .6685 | .6716 | .6746 | .6777 | .6807 | .6838 | .6869 | .6900 |
| 80 | .6931 | .6963 | .6994 | .7026 | .7057 | .7089 | .7121 | .7153 | .7185 | .7218 |
| 81 | .7250 | .7283 | .7315 | .7348 | .7381 | .7414 | .7447 | .7481 | .7514 | .7548 |
| 82 | .7582 | .7616 | .7650 | .7684 | .7718 | .7753 | .7788 | .7823 | .7858 | .7893 |
| 83 | .7928 | .7964 | .7999 | .8035 | .8071 | .8107 | .8144 | .8180 | .8217 | .8254 |
| 84 | .8291 | .8328 | .8366 | .8404 | .8441 | .8480 | .8518 | .8556 | .8595 | .8634 |
| 85 | .8673 | .8712 | .8752 | .8792 | .8832 | .8872 | .8912 | .8953 | .8994 | .9035 |
| 86 | .9076 | .9118 | .9160 | .9202 | .9245 | .9287 | .9330 | .9373 | .9417 | .9461 |
| 87 | .9505 | .9549 | .9594 | .9639 | .9684 | .9730 | .9775 | .9822 | .9868 | .9915 |
| 88 | .9962 | 1.0010 | 1.0058 | 1.0106 | 1.0154 | 1.0203 | 1.0253 | 1.0302 | 1.0352 | 1.0403 |
| 89 | 1.0454 | 1.0505 | 1.0557 | 1.0609 | 1.0661 | 1.0714 | 1.0768 | 1.0822 | 1.0876 | 1.0931 |
| 90 | 1.0986 | 1.1042 | 1.1098 | 1.1155 | 1.1212 | 1.1270 | 1.1329 | 1.1388 | 1.1447 | 1.1507 |
| 91 | 1.1568 | 1.1630 | 1.1692 | 1.1754 | 1.1817 | 1.1881 | 1.1946 | 1.2011 | 1.2077 | 1.2144 |
| 92 | 1.2212 | 1.2280 | 1.2349 | 1.2419 | 1.2490 | 1.2562 | 1.2634 | 1.2707 | 1.2782 | 1.2857 |
| 93 | 1.2933 | 1.3011 | 1.3089 | 1.3169 | 1.3249 | 1.3331 | 1.3414 | 1.3498 | 1.3583 | 1.3670 |
| 94 | 1.3758 | 1.3847 | 1.3938 | 1.4030 | 1.4124 | 1.4219 | 1.4316 | 1.4415 | 1.4516 | 1.4618 |
| 95 | 1.4722 | 1.4828 | 1.4937 | 1.5047 | 1.5160 | 1.5275 | 1.5393 | 1.5513 | 1.5636 | 1.5762 |
| 96 | 1.5890 | 1.6022 | 1.6157 | 1.6296 | 1.6438 | 1.6584 | 1.6734 | 1.6888 | 1.7047 | 1.7211 |
| 97 | 1.7380 | 1.7555 | 1.7736 | 1.7923 | 1.8117 | 1.8318 | 1.8527 | 1.8745 | 1.8972 | 1.9210 |
| 98 | 1.9459 | 1.9721 | 1.9996 | 2.0287 | 2.0595 | 2.0923 | 2.1273 | 2.1649 | 2.2054 | 2.2494 |
| 99 | 2.2976 | 2.3507 | 2.4101 | 2.4774 | 2.5550 | 2.6467 | 2.7587 | 2.9031 | 3.1063 | 3.4534 |

Lorsque p est inférieur à 50 %, son logit est négatif et sa valeur absolue est la même que celle de logit $(1-p)$.

Par exemple : logit (0,327) = — logit (0,673)

La table de référence de BRASS est fondée sur les observations qu'il a faites en Afrique. Voici ci-dessous la courbe de survie de la table de référence (c'est-à-dire $\alpha = 0$, $\beta = 1{,}0$)

TABLE DE REFERENCE AFRICAINE DE BRASS

| Age | Survivants (pour 10 000 naissances) |
|---|---|
| 0 | 10 000 |
| 1 | 8 802 |
| 2 | 8 335 |
| 3 | 8 101 |
| 4 | 7 964 |
| 5 | 7 863 |
| 10 | 7 502 |
| 15 | 7 362 |
| 20 | 7 130 |
| 25 | 6 826 |
| 30 | 6 525 |
| 35 | 6 223 |
| 40 | 5 898 |
| 45 | 5 535 |
| 50 | 5 106 |
| 55 | 4 585 |
| 60 | 3 965 |
| 65 | 3 210 |
| 70 | 2 380 |
| 75 | 1 500 |
| 80 | 760 |
| 85 | 310 |

(cette question est reprise plus loin, Voir "Utilisation de modèles de populations stables, Méthode de CARRIER et HOBCRAFT.

## 3. ETUDE DE LA MORTALITE A PARTIR DES RESULTATS D'UN RECENSEMENT ET DE DONNEES GLOBALES QUANT AUX DECES

Il peut arriver que l'on dispose de statistiques détaillées sur la composition par sexe et par âge d'une population mais uniquement du total des décès dans l'année (par sexe ou même pour l'ensemble) sans répartition par âge. On peut donc calculer le taux brut de mortalité. Il est possible d'estimer directement la table de mortalité, la survie à l'âge x, l'espérance de vie.

A l'aide d'une série de tables-types, on peut procéder comme suit :

Soit D le nombre total de décès et $N_0$, $N_{1-4}$, $N_{5-9}$, etc. . . les effectifs des différents groupes d'âge.

Les tables types donnent les taux de mortalité aux différents âges ${}_nm_x$. Le nombre de décès

de moins d'un an est égal à : $N_0 \times m_0$

de 1 à 4 ans " " : $N_{1-4} \times {}_4m_1$

de 5 à 9 ans " " : $N_{5-9} \times {}_5m_5$

etc. . .

En faisant la somme des $N_x \times m_x$ (les $m_x$ étant ceux d'une table donnée) on obtient l'estimation D′ de ce que serait le nombre de décès dans cette population si la mortalité y était conforme à ce modèle.

En procédant par tâtonnements, on trouvera la table-type telle que D′ soit le plus voisin du chiffre observé D. On aura ainsi une estimation de la mortalité de cette population.

Cette technique est également utilisée lorsque les décès sont classés par groupes d'âge assez étendus : (Exemple tiré du 3ème manuel des Nations-Unies) :

Guyane Britannique (1946), les décès ont été classés comme suit :

Moins d'un an
1 à 4 ans
5 à 14 ans
15 à 44 ans
45 à 79 ans
80 ans et plus.

Prenons la catégorie 15-44. On y a enregistré 618 décès du sexe masculin en 1946. On compare ce chiffre à celui qui découlerait de deux tables-types des Nations Unies (correspondant respectivement à une espérance de vie à la naissance pour l'ensemble des deux sexes de 45,0 et de 47,5 années.

TABLES-TYPES

| Groupe d'âge | Effectifs recensés | $^0e_0 = 45{,}0$ | | $^0e_0 = 47{,}5$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | $m_x$ ‰ | Nombre de décès | $m_x$ ‰ | Nombre de décès |
| 15 – 19 | 17 770 | 5,32 | 95 | 4,79 | 85 |
| 20 – 24 | 15 658 | 7,67 | 120 | 6,93 | 109 |
| 25 – 29 | 12 864 | 8,04 | 103 | 7,22 | 93 |
| 30 – 34 | 13 165 | 8,64 | 114 | 7,70 | 101 |
| 35 – 39 | 11 080 | 9,77 | 108 | 8,67 | 96 |
| 40 – 44 | 10 861 | 11,96 | 130 | 10,66 | 116 |
| Total | | | 670 | | 600 |

Le chiffre observé de 618 correspondrait à un niveau "type" de mortalité dont l'espérance de vie serait de l'ordre de 47 ans.

## 4. ETUDE DE LA MORTALITE A PARTIR DE DEUX RECENSEMENTS

### 4.1. **Principe**

#### 4.1.1. **Comparaison directe de deux recensements**

Le cas le plus simple est celui où

– les mouvements migratoires sont négligeables

– les recensements sont effectués à des intervalles égaux à 5 ans ou à des multiples entiers de 5 ans (10 ans, à la rigueur 15).

Soient deux recensements à 5 ans d'intervalle

| 1er recensement | 2ème recensement |
|---|---|
| $N_{0-4}$ | $N'_{0-4}$ |
| $N_{5-9}$ | $N'_{5-9}$ |
| $N_{10-14}$ | $N'_{10-14}$ |
| $N_{15-19}$ | $N'_{15-19}$ |

On aurait évidemment (si les observations étaient correctes) :

$$N'_{5-9} = N_{0-4} \times P_{0-4}$$
$$N'_{10-14} = N_{5-9} \times P_{5-9}$$
etc. . .

Si les recensements sont séparés par un intervalle de 10 ans :

| 1er recensement | 2ème recensement |
|---|---|
| $N_{0-4}$ | $N''_{0-4}$ |
| $N_{5-9}$ | $N''_{5-9}$ |
| $N_{10-14}$ | $N''_{10-14}$ |
| $N_{15-19}$ | $N''_{15-19}$ |

$$N''_{10-14} = N_{0-4} \times P_{0-4} \times P_{5-9}$$
$$N''_{15-19} = N_{5-9} \times P_{5-9} \times P_{10-14}$$
etc. . .

4.1.2. **Effet des erreurs sur l'âge.**

D'où une méthode apparemment simple pour estimer le niveau moyen de mortalité. En pratique, les erreurs sur l'âge sont telles que l'on aboutit à des absurdités.

Exemple :

Comparaison des effectifs quinquennaux du recensement égyptien de 1937 et de l'effectif des personnes âgées de 10 ans et plus en 1947.

Les âges indiqués sont ceux qu'avaient en théorie les recensés en 1937, la répartition de 1947 correspond donc en réalité aux groupes 10-14, 15-19, etc. . . jusqu'à 80-84, qui était suivi d'un groupe "85 et plus", c'est-à-dire 75 et plus en 1937

| Age en 1937 | Recensement de 1937 (A) | Recensement de 1947 (B) | Age en 1947 | Rapport B/A |
|---|---|---|---|---|
| 0–4 | 1 021 900 | 1 142 332 | 10–14 | 1,118 |
| 5–9 | 1 107 879 | 984 033 | 15–19 | 0,888 |
| 10–14 | 1 030 949 | 677 765 | 20–24 | 0,657 |
| 15–19 | 713 185 | 685 730 | 25–29 | 0,962 |
| 20–24 | 539 659 | 620 074 | 30–34 | 1,149 |
| 25–29 | 616 659 | 659 225 | 35–39 | 1,069 |
| 30–34 | 557 875 | 569 069 | 40–44 | 1,020 |
| 35–39 | 600 423 | 428 502 | 45–49 | 0,714 |
| 40–44 | 474 768 | 421 222 | 50–54 | 0,887 |
| 45–49 | 345 106 | 171 105 | 55–59 | 0,496 |
| 50–54 | 330 313 | 252 020 | 60–64 | 0,763 |
| 55–59 | 144 706 | 83 788 | 65–69 | 0,579 |
| 60–64 | 201 702 | 107 787 | 70–74 | 0,534 |
| 65–69 | 72 281 | 23 443 | 75–79 | 0,324 |
| 70–74 | 100 850 | 34 834 | 80–84 | 0,345 |

Pour plusieurs groupes d'âge, on aurait des taux de mortalité négatifs. De telles séries peuvent donc sembler totalement inutilisables.

La solution consiste à utiliser des données cumulées en appliquant le principe bien connu de la compensation des erreurs.

## 4.2. **Utilisation de chiffres cumulés**

### 4.2.1. **Technique d'ajustement**

*a)* On choisit une série de tables-types de mortalité. Si l'on n'a pas de raison spéciale d'adopter un modèle particulier, on prendra les tables types des Nations Unies ou le modèle régional "Ouest" de Princeton (comme dans le manuel IV des Nations Unies). On a au moins une vague idée du niveau de la mortalité de la population considérée (par exemple, espérance de vie à la naissance vraisemblablement comprise entre 40 et 50 ans).

*b)* On applique successivement les Px des différentes tables-types de l'intervalle retenu aux effectifs du 1er recensement. Ce qui donne les effectifs théoriques 5 ou 10 ans plus tard si les conditions suivantes sont remplies :

– observation correcte des âges,
– mortalité conforme à un modèle.

*c)* Ensuite on cumule les effectifs ainsi obtenus successivement à partir de chaque âge limite (c'est-à-dire terminé par 0 ou 5) jusqu'à l'âge le plus élevé. Ce qui donne le nombre d'individus âgés de x années et plus.

Il faut bien distinguer ces valeurs cumulées "de bas en haut" de celles qui sont obtenues en cumulant de "haut en bas" (nombre d'individus âgés de moins de x années) et dont l'emploi est plus fréquent.

On peut regretter que le Manuel IV des Nations-Unies emploie le même symbole C (x) pour les deux opérations, d'où quelque ambiguité.

C'est pourquoi nous distinguerons ici :

T (x) nombre d'individus âgés de x années et plus et C (x) nombre d'individus âgés de moins de x années.

On a donc (en appelant P la population totale)

$$T(x) + C(x) = P = T(0) = C(\omega)$$

Pour revenir à notre technique, chacune des tables-types nous donnera une série d'estimations T'(x) (x étant l'âge au premier recensement) du nombre total de survivants au deuxième recensement parmi les personnes âgées de x années et plus au premier recensement.

Cette estimation suppose évidemment que la mortalité est conforme au modèle. En ce qui concerne les erreurs sur l'âge, seules interviennent celles qui intéressent les âges supérieurs à x, et en outre, ces dernières ont de grandes chances de se compenser au moins partiellement.

*d)* On compare ces estimations T' (x) aux effectifs cumulés T (x) observés lors du second recensement, Cette comparaison permet de faire correspondre par interpolation, à chaque T (x) un niveau de mortalité ;

*e)* On a ainsi pour chaque âge x un niveau de mortalité.

| Estimation à partir de | Niveau |
|---|---|
| T (0) | M 0 |
| T (5) | M 5 |
| T (10) | M 10 |
| T (15) | M 15 |
| etc. . . | |

### 4.2.2. **Choix d'un niveau de mortalité**

Lequel retenir comme plus vraisemblable ? D'une façon générale, il faut d'abord éliminer, ceux qui sont visiblement aberrants. En outre, ceux qui se rapportent à des âges élevés (par exemple T (60) ou T (65)) sont peu dignes de confiance, ne serait-ce que parce que les effectifs deviennent faibles.

En pratique, on recommande de prendre le niveau médian des neuf premiers (T (0)) à (T (40)), c'est-à-dire le 5ème par rang de taille.

## 4.3. Exemple pratique : utilisation de 2 recensements turcs à 10 ans d'intervalle

### 4.3.1. Détermination du niveau de mortalité

Les chiffres ont été ajustés. (Voir ci-dessous)

POPULATION FEMININE (EN 1 000 PERSONNES)

| Groupes d'âge (1) | Population ajustée-1935 (2) | Population ajustée-1945 (3) | Population cumulée-1945 (4) | Taux décennaux de survie (3)/(2) avec décalage de 10 ans |
|---|---|---|---|---|
| 0 – 4 | 1 329 | 1 187 | 9 344 | - |
| 5 – 9 | 1 156 | 1 244 | 8 157 | - |
| 10 – 14 | 764,2 | 1 076 | 6 914 | 0,8096 |
| 15 – 19 | 498,0 | 932,8 | 5 837,8 | 0,8069 |
| 20 – 24 | 656,1 | 692,7 | 4 905,0 | 0,9060 |
| 25 – 29 | 739,3 | 620,0 | 4 212,3 | 1,2450 |
| 30 – 34 | 658,1 | 700,7 | 3 592,3 | 1,0680 |
| 35 – 39 | 522,3 | 579,2 | 2 891,6 | 0,7834 |
| 40 – 44 | 485,7 | 558,8 | 2 312,4 | 0,8491 |
| 45 – 49 | 322,7 | 379,0 | 1 753,6 | 0,7256 |
| 50 – 54 | 394,0 | 434,7 | 1 374,6 | 0,8950 |
| 55 – 59 | 200,1 | 219,7 | 939,9 | 0,6808 |
| 60 – 64 | 304,8 | 349,7 | 720,2 | 0,8876 |
| 65 – 69 | 107,6 | 124,8 | 370,5 | 0,6237 |
| 70 – 74 | 129,2 | 133,2 | 245,7 | 0,4370 |
| 75 et plus | 120,9 | 112,5 | 112,5 | - |
| Total | 8 388 | 9 344 | | |

Comme dans le cas de l'Egypte certains taux de survie "observés" sont supérieurs à l'unité.

Les tables-types adoptées dans cet exemple (emprunté au Manuel N° IV des Nations Unies) sont les tables de la région "Ouest". Dans le cas de la Turquie, pays méditerranéen, celles de la région "Sud" auraient sans doute été mieux adaptées.

Les niveaux de mortalité utilisés correspondent à des espérances de vie à la naissance (population féminine) espacées de 5 ans :

de 30 ans (niveau 5)
à 55 ans (niveau 15)

Voici les projections de la population de chaque groupe d'âge au-dessus de 10 ans pour la population de 1945. (voir page suivante).

| Groupe d'âge (1945) | Niveau de mortalité (tables Ouest) | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 |
| 10 – 14 | 1 094 | 1 137 | 1 173 | 1 204 | 1 232 | 1 260 |
| 15 – 19 | 1 054 | 1 072 | 1 087 | 1 100 | 1 112 | 1 123 |
| 20 – 24 | 793,7 | 700,9 | 712,0 | 721,7 | 730,3 | 738,2 |
| 25 – 29 | 437,7 | 447,5 | 456,1 | 463,6 | 470,3 | 476,2 |
| 30 – 34 | 565,3 | 579,9 | 592,6 | 603,8 | 613,8 | 622,5 |
| 35 – 39 | 625,5 | 643,5 | 659,2 | 673,2 | 685,6 | 696,3 |
| 40 – 44 | 547,5 | 564,5 | 579,5 | 592,8 | 604,5 | 614,7 |
| 45 – 49 | 427,9 | 441,8 | 454,0 | 464,8 | 474,4 | 482,6 |
| 50 – 54 | 387,2 | 400,8 | 412,7 | 423,2 | 432,6 | 440,4 |
| 55 – 59 | 243,3 | 253,4 | 262,4 | 270,3 | 277,4 | 283,2 |
| 60 – 64 | 269,5 | 284,3 | 297,1 | 308,7 | 319,2 | 327,6 |
| 65 – 69 | 117,6 | 126,2 | 134,0 | 141,0 | 147,3 | 152,4 |
| 70 – 74 | 143,9 | 158,0 | 170,8 | 182,5 | 193,1 | 201,4 |
| 75 et + | 72,23 | 81,59 | 90,62 | 98,76 | 106,9 | 113,8 |

Les chiffres sont ensuite cumulés à partir du bas et comparés à la répartition cumulée du recensement de 1945.

| Limite d'âge (1945) | $T_{(x)}$ 1935 | Recensement de 1945 | Niveau de mortalité (tables Ouest) | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 |
| 10 | $T_{(0)}$ | 6 914 | 6 779 | 6 891 | 7 081 | 7 248 | 7 399 | 7 532 |
| 15 | $T_{(5)}$ | 5 838 | 5 685 | 5 754 | 5 908 | 6 044 | 6 167 | 6 272 |
| 20 | $T_{(10)}$ | 4 905 | 4 631 | 4 682 | 4 821 | 4 944 | 5 055 | 5 149 |
| 25 | $T_{(15)}$ | 4 212 | 3 838 | 3 981 | 4 109 | 4 223 | 4 325 | 4 411 |
| 30 | $T_{(20)}$ | 3 592 | 3 400 | 3 534 | 3 653 | 3 759 | 3 855 | 3 935 |
| 35 | $T_{(25)}$ | 2 892 | 2 835 | 2 954 | 3 060 | 3 155 | 3 241 | 3 312 |
| 40 | $T_{(30)}$ | 2 312 | 2 209 | 2 311 | 2 401 | 2 482 | 2 555 | 2 616 |
| 45 | $T_{(35)}$ | 1 754 | 1 662 | 1 746 | 1 822 | 1 889 | 1 951 | 2 001 |
| 50 | $T_{(40)}$ | 1 375 | 1 234 | 1 304 | 1 368 | 1 424 | 1 477 | 1 519 |
| 55 | $T_{(45)}$ | 939,9 | 864,5 | 903,5 | 954,9 | 1 001 | 1 044 | 1 078 |
| 60 | $T_{(50)}$ | 720,2 | 603,2 | 650,1 | 692,5 | 731,0 | 766,5 | 795,2 |
| 65 | $T_{(55)}$ | 370,5 | 333,7 | 365,8 | 395,4 | 422,3 | 447,3 | 467,6 |
| 70 | $T_{(60)}$ | 245,7 | 216,1 | 239,6 | 261,4 | 281,3 | 300,0 | 315,2 |
| 75 | $T_{(65)}$ | 112,5 | 72,23 | 81,59 | 90,62 | 98,76 | 106,9 | 113,8 |

Ensuite pour chaque T (x) on calcule, par interpolation le niveau exact qui donnerait le même chiffre que le recensement.

L'effectif (en milliers) d'âge égal ou supérieur à 10 ans en 1945 est de 6 914, on compare ce chiffre aux estimations de niveau 7 soit 6 891 et de niveau 9 soit 7 081.

L'interpolation linéaire fournit les coefficients tels que

$$6\,914 = 0{,}879 \times 6\,891 + 0{,}121 \times 7\,081$$

avec $0{,}879 + 0{,}121 = 1{,}000$

D'où le niveau estimé : $0{,}879 \times 7 + 0{,}121 \times 9 = 7{,}24$

En procédant de même pour tous les T(x), on obtient le tableau suivant :

| | Niveau de mortalité correspondant | | Niveau de mortalité correspondant |
|---|---|---|---|
| $T_{(0)}$ | 7,25 | $T_{(35)}$ | 7,21 |
| $T_{(5)}$ | 8,09 | $T_{(40)}$ | 9,24 |
| $T_{(10)}$ | 10,37 | $T_{(45)}$ | 8,42 |
| $T_{(15)}$ | 10,80 | $T_{(50)}$ | 10,44 |
| $T_{(20)}$ | 7,98 | $T_{(55)}$ | 7,31 |
| $T_{(25)}$ | 5,96 | $T_{(60)}$ | 7,56 |
| $T_{(30)}$ | 7,02 | $T_{(65)}$ | 13,81 |

La dernière estimation est tout à fait aberrante et anormalement élevée (c'est un phénomène observé fréquemment).

Si l'on adopte la méthode recommandée dans le manuel, on retiendra la médiane des 9 premiers niveaux, c'est-à-dire 7,98 correspondant à T (20). C'est d'ailleurs également la médiane de l'ensemble de la série en éliminant T (65). C'est une coïncidence, car la distribution des niveaux est souvent plus irrégulière aux âges élevés.

L'espérance de vie à la naissance correspondante est de 37,44 années.

4.3.2. **Mortalité aux jeunes âges.**

Cette technique ne fournit aucun renseignement sur la mortalité au-dessous de 10 ans. Or, il y a de grandes variations dans cet intervalle et ces variations sont susceptibles d'avoir des répercussions notables sur l'espérance de vie à la naissance.

Dans la table "Ouest" féminine de niveau 8 (c'est-à-dire à peu de chose près le niveau retenu), l'espérance de vie à la naissance est de 37,5 années, l'espérance de vie à 5 ans de 48,2 années environ, et à 10 ans de 45 ans environ.

On a calculé l'espérance de vie à la naissance des tables-types des autres régions ayant la même espérance de vie à 5 et à 10 ans que les tables "Ouest".

Espérance de vie à la naissance des tables régionales ayant la même espérance de vie à 5 ans et à 10 ans que la table Ouest.

| | Ouest | Nord | Est | Sud |
|---|---|---|---|---|
| 5 ans | 37,5 | 38,0 | 33,0 | 33.4 |
| 10 ans | 37,5 | 35,7 | 32,3 | 32,1 |

Les différences sont considérables.

4.3.3. **Ajustements.**

Les chiffres des recensements turcs utilisés ci-dessous avaient subi les ajustements suivants :

***a) pour les deux recensements***

Personnes d'âge inconnu : on a admis que l'omission était indépendante de l'âge, on a donc réparti les personnes d'âge inconnu proportionnellement aux effectifs d'âge connu.

Par exemple en 1935 (chiffres en milliers), le total des recensés s'élevait à 8 221, dont 36 d'âge inconnu. Il y en avait donc 8 221 – 36 = 8 185 d'âge connu.

On a donc multiplié les effectifs observés par $\frac{8\,221}{8\,185} = 1{,}044$

***b) pour le premier recensement seulement :***

*Changement territorial*

Il se trouve qu'entre les deux recensements, la Turquie a annexé (en 1939) le territoire du Hataï (Alexandrette). On a supposé que la population de cette province avait des caractéristiques voisines de celles des autres et on a donc multiplié les chiffres par âge de 1935 par le rapport.

$$\frac{\text{Population Turque y compris Hataï}}{\text{Population Turque sans Hataï}} = 1{,}0118$$

*Soldes migratoires*

C'est un facteur beaucoup plus fréquent que les modifications de frontière, et également plus difficile à évaluer quantitativement.

Si l'on connaissait la composition par âge de ce solde, on pourrait ajuster directement et de façon exacte les effectifs des différents groupes. Mais on ne connait pas cette répartition.

Faute de mieux, on suppose que les migrants ont les mêmes caractéristiques que le reste de la population. Ce n'est sans doute pas exact, mais les conséquences de cette approximation ne sont pas graves si les courants migratoires n'atteignent pas de trop fortes proportions.

D'autre part, en ce qui concerne la Turquie, l'excédent de l'immigration était surtout dû au rapatriement de populations turques vivant dans les pays voisins. Il s'agissait donc essentiellement de familles ayant une composition assez proche de celle de l'ensemble de la population.

Le rapport du solde migratoire (150 000 personnes) à la population moyenne de la décennie était était alors de 1,0085.

Finalement, les chiffres de 1935 ont été multipliés par :

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1,044 | x 1,0118 | x 1,0085 | = 1,0653 |
| (âges inconnus) | (changement de frontière) | (migrations) | |

Les chiffres de 1945 avaient été multipliés seulement par 1,014 pour tenir compte des âges inconnus dont d'ailleurs on le voit, la proportion avait décru considérablement.

### 4.4. **Intervalles "irréguliers".**

Dans de nombreux pays, les recensements sont, au moins en principe, espacés de 5 ou 10 ans, mais il n'en est pas toujours ainsi.

Prenons un exemple : supposons qu'une même population ait fait l'objet de deux recensements :

Le 4 mai 1955 : population en milliers : 6 721

Le 17 octobre 1963 : population en milliers : 7 944

Comment comparer les deux compositions par âge ?

La solution la plus simple consiste à "projeter" la population du second recensement à la date la plus proche correspondant à un intervalle simple (multiple de 5).

Ici, cette date serait le 4 mai 1965 (intervalle de 10 ans)

On va faire les deux hypothèses suivantes :

– constance du taux d'accroissement naturel au moins sur une courte période

– constance de la composition par âge, également sur une courte période.

L'intervalle entre les deux recensements est égal à :

$$8 \text{ ans} + \frac{166 \text{ jours}}{365 \text{ jours}} = 8{,}455 \text{ années}$$

L'accroissement annuel moyen est égal à :

$$\log (1 + r) = \frac{\log 7944 - \log 6721}{8{,}455} = 0{,}0085872$$

$$1 + r = 1{,}01997 \qquad r = 2\ \%$$

L'accroissement estimé du 17 octobre 1963 au 4 mai 1965 serait égal à :

$$(1 + r)^{1{,}545} = 1{,}031$$

Pour estimer l'effectif des groupes d'âge au 4 mai 1965, on multipliera les effectifs du second recensement par 1,031.

### 4.5. **Estimations déduites de la table type adoptée.**

Une fois que l'on a déterminé la table-type qui semble le mieux s'adapter on peut procéder aux estimations suivantes :

#### 4.5.1. **Taux brut de mortalité des femmes**

On calcule les effectifs par groupe d'âge de la population féminine en milieu de période intercensitaire en faisant la moyenne des effectifs ajustés des deux recensements.

On multiplie les effectifs de chaque groupe d'âge par les taux de mortalité ($n^m x$) correspondants de la table type. On a ainsi le nombre moyen annuel de décès que l'on divise par la population féminine totale en milieu d'intervalle. On a ainsi le taux brut de mortalité.

4.5.2. **Taux brut de natalité des femmes.**

Pour obtenir ce taux on fait la somme du taux brut de mortalité et de l'accroissement naturel.

$$TBN = TBM + r \qquad \text{ou} \qquad b_f = d_f + r_f$$

Ce dernier est calculé à partir des totaux ajustés des populations féminines aux deux recensements.

4.5.3. **Caractéristiques de la population masculine.**

On peut faire les mêmes calculs pour la population masculine que pour la population féminine en utilisant les tables types.

Mais il est possible de calculer directement les caractéristiques relatives à l'un des sexes à partir de celles qui ont été estimées pour l'autre sexe, à condition d'avoir une idée du taux de masculinité à la naissance (généralement voisin de 1,05). En effet, si l'on appelle :

$b_m$ : le taux brut de natalité masculin

$b_f$ : le taux brut de natalité féminin

m : le rapport de masculinité à la naissance,

$P_m$ : la population totale masculine à mi-période,

$P_f$ : la population totale féminine à mi-période,

On a :
$$b_m = b_f \times m \times \frac{Pf}{P_m}$$

D'autre part, on calculera le taux moyen d'accroissement naturel de la population masculine entre les deux recensements et on aura par différence le taux brut de mortalité masculin.

$$d_m = b_m - r_m$$

Mais il y a intérêt à essayer d'estimer séparément les caractéristiques des deux sexes de façon à pouvoir apprécier la cohérence des résultats.

4.5.4. **Caractéristiques globales.**

Le taux brut de natalité, le taux brut de mortalité et le taux d'accroissement naturel pour l'ensemble de la population seront égaux à :

$$b = \frac{b_d \cdot P_f + b_m P_m}{P} \qquad (P = P_m + P_f)$$

$$d = \frac{d_f P_f + d_m P_m}{P}$$

$$r = \frac{r_f P_f + r_m P_m}{P}$$

4.5.5. **Remarque. Influence du choix de la table-type.**

Remarque : Si l'on avait adopté le modèle régional "Sud" (qui vraisemblablement rend mieux compte de la structure de la mortalité turque) on aurait trouvé des taux de natalité et de mortalité supérieurs d'environ 6 ‰ aux chiffres obtenus avec le modèle "Ouest".

| | "Ouest" | "Sud" |
|---|---|---|
| TBN | 37 ‰ | 43 ‰ |
| TBM | 26 ‰ | 32 ‰ |
| r | 11 ‰ | 11 ‰ |

## 5. ESTIMATION DE LA NATALITE A PARTIR D'UN RECENSEMENT ET D'UNE TABLE DE MORTALITE.

### 5.1 **Principe.**

On a défini plus haut $P_b$ comme la proportion des enfants nés dans une population stationnaire pendant une période quinquennale et encore en vie à la fin de cette période.

$$P_b = \frac{L_{0-4}}{B_{-5}} = \frac{L_{0-4}}{5 \times l_0}$$

Le fait que les populations réelles ne soient pas stationnaires n'intervient en général que peu à l'intérieur d'un groupe quinquennal et dans un recensement, on a sensiblement :

$$N_{0-4} = B_{-5} \times P_b \ .$$

$B_{-5}$ étant le nombre des naissances au cours des 5 années précédentes.

On peut donc évaluer $B_{-5}$ à partir de $N_{0-4}$ si l'on a une estimation de $P_b$

$$B_{-5} = \frac{N_{0-4}}{P_b}$$

En divisant ce chiffre par 5, on a le nombre moyen annuel de naissances. Pour en déduire le taux brut de natalité, on a besoin d'une estimation de la population moyenne dans cet intervalle quinquennal, pour cela, il faut disposer en outre d'une estimation du taux d'accroissemeent annuel, r.

Finalement, on arrive à :

$$TBN = \frac{N_{0-4}}{5 \times P_b} \times \frac{(1 + r)^{2,5}}{P}$$

(P sans indice représente la population totale, mais avec un indice, le taux de survie).

De la même façon, on peut estimer le nombre de naissances pendant l'avant dernière période quinquennale à partir de $N_{5-9}$.

Supposons le niveau de mortalité et le taux d'accroissement naturel restés constants, on aurait :

$$TBN = b = \frac{N_{5-9}}{5 \times P_b \times P_{0-4}} \times \frac{(1 + r)^{7,5}}{P}$$

Si ce niveau et ce taux avaient varié, on aurait en appelant

$P'_x$ et $r'$ les taux moyens de la dernière période quinquennale,

$P''_x$ et $r''$ les taux moyens de l'avant dernière période quinquennale,

$$TBN = b = \frac{N_{5-9}}{5 \times P''_b \times P'_{0-4}} \times \frac{(1 + r')^{2,5} \ (1 + r'')^{5,0}}{P}$$

On peut procéder de même avec l'effectif du groupe d'âge 10-14. Dans l'hypothèse de la constance des taux, on aurait comme estimation du taux de natalité pendant la période quinquennale, avant la précédente

$$TBN = b = \frac{N_{10-14}}{5 \times P_b \times P_{0-4} \times P_{5-9}} \times \frac{(1+r)^{12,5}}{P}$$

et ainsi de suite. On pourrait théoriquement estimer les taux de natalité successifs en remontant dans le temps par projection rétrospective, mais l'imprécision deviendrait de plus en plus grande.

### 5.2. **Exemple de la Turquie.**

Reprenons l'ensemble de la Turquie (population féminine)

Nous avons les données suivantes (chiffres ajustés en milliers)

| | 1935 | 1945 |
|---|---|---|
| $N_{0-4}$ | 1329 | 1187 |
| $N_{5-9}$ | 1156 | 1244 |
| $N_{10-14}$ | 764,2 | 1076 |
| Population totale | 8388 | 9344 |

Avec le niveau retenu (7,98 tables types de mortalité "Ouest"), les taux de survie sont les suivants :

$P_b = 0,7623$

$P_{0-4} = 0,8993$ $\qquad P_b \times P_{0-4} = 0,6855$

$P_{5-9} = 0,9665$ $\qquad P_b \times P_{0-4} \times P_{5-9} = 0,6626$

Le taux d'accroissement annuel moyen estimé à partir des deux recensements est de 10,85 ‰.

On en déduit les estimations suivantes des taux brut de natalité.

A partir du recensement de 1945.

| Périodes | |
|---|---|
| 1940-1945 | $\frac{1187}{5 \times 0,7623} \times \frac{(1,01085)^{2,5}}{9344} = 34,2$ ‰ |
| 1935-1940 | $\frac{1244}{5 \times 0,6855} \times \frac{(1,01085)^{7,5}}{9344} = 42,1$ ‰ |
| 1930-1935 | $\frac{1075}{5 \times 0,6626} \times \frac{(1,01085)^{12,5}}{9344} = 39,8$ ‰ |

A partir du recensement de 1935

| Périodes | |
|---|---|
| 1930-1935 | $\frac{1329}{5 \times 0,7623} \times \frac{(1,01085)^{2,5}}{8388} = 42,7$ ‰ |
| 1925-1930 | $\frac{1156}{5 \times 0,6855} \times \frac{(1,01085)^{7,5}}{8388} = 43,6$ ‰ |
| 1920-1925 | $\frac{764,2}{5 \times 0,6622} \times \frac{(1,01085)^{12,5}}{8388} = 31,5$ ‰ |

Parmi ces taux le dernier est particulièrement bas, cela peut s'expliquer par les troubles que connut la Turquie après la première guerre mondiale. Le premier est également faible, il semble qu'il y ait eu une sous estimation importante des enfants de moins de 5 ans en 1945, sans toutefois que l'on observe le même phénomène en 1935, les autres taux sont assez voisins.

D'une façon générale, on estime que le groupe d'âge de 5-9 fournit l'estimation la plus précise, c'est-à-dire :

42,1 ‰ pour les années 1935-1940
43,6 ‰ pour les années 1925-1930

On peut donc admettre que 43 ‰ représente un niveau acceptable pour la natalité turque féminine de la période entre les deux guerres.

Remarquons que ce chiffre est voisin de celui que l'on obtiendrait en ajustant la mortalité à partir des tables types du modèle "Sud", ce qui constitue un argument supplémentaire en faveur de ces dernières.

### 5.3. **Taux de natalité pour le sexe masculin**

On pourrait faire les mêmes estimations à partir de la répartition par âge pour le sexe masculin. On peut obtenir des estimations directement, en supposant que le rapport de masculinité à la naissance est de 105 garçons pour 100 filles et connaissant le rapport : effectif des femmes/effectif des hommes dans la population.

1,079 en 1927
1,018 en 1935-1940

On a alors pour la période 1925-1930

$$b_m = 43,6 \times 1.05 \times 1,079 = 49,4 \text{ ‰}$$

Pour la période 1935-1940

$$b_m = 42,1 \times 1,05 \times 1,018 = 45,0 \text{ ‰}$$

### 5.4. **Taux de natalité pour l'ensemble de la population (les 2 sexes)**

Pour la période 1925-1930

$$b = \frac{1,079 \times 43,60 + 1,000 \times 49,4}{2,079} = 46,4 \text{ ‰}$$

Pour la période 1935-1940

$$b = \frac{1,018 \times 42,1 + 1,000 \times 45,0}{2,018} = 43,5 \text{ ‰}$$

## 6 – UNE METHODE D'AJUSTEMENT DES ERREURS SUR LES AGES A PARTIR DES RESULTATS DE DEUX RECENSEMENTS OU PLUS : (DEMENY et SHORTER 1968)

### 6.1. **Principe**

Cette méthode a été mise au point par Paul Demeny et Frederick Shorter à l'occasion de l'analyse du recensement Turc de 1960.

Circonstance exceptionnellement favorable, on dispose pour la population Turque d'une série de recensements quinquennaux remontant à 1935.

Demeny et Shorter ont fait les hypothèses suivantes :

a) Le chiffre total de la population est enregistré correctement (en fait, cette méthode s'appliquerait si les pourcentages d'omissions ou de doubles comptes étaient les mêmes à tous les âges).

b) Les erreurs systématiques aux différents âges sont sensiblement les mêmes en valeur relative à deux recensements successifs. Autrement dit, si le groupe d'âge 10-14 a été sur-estimé de k % en 1955, il le sera également de k % en 1960.

Cette méthode suppose en outre que l'on connaisse au moins approximativement la table de mortalité de la population dans l'intervalle intercensitaire.

En pratique, une estimation de cette table a été obtenue par comparaison des recensements.

## 6.2. **Notations**

Nous appellerons :

– $R'_x$ et $R''_x$ les effectifs du groupe d'âge x dénombrés respectivement au premier et au second recensement.

– $E'_x$ et $E''_x$ les "estimations provisoires" de ces effectifs.

– $F'_x$ et $F''_x$ leurs estimations finales.

– $k_x$ le facteur correctif du groupe d'âge x.

– $P_x$ le taux quinquennal de survie de la table de mortalité.

## 6.3. **Technique**

On part de $R'_{0-4}$, effectif du premier groupe d'âge au premier recensement que l'on projettera à la date du second recensement, ce qui donnera :

$$E''_{5-9} = R'_{0-4} \times P_{0-4}$$

En divisant cette estimation par l'effectif observé au second recensement, on aura une estimation de $k_{5-9}$

$$\frac{E''_{5-9}}{R''_{5-9}} = k_{5-9}$$

Compte tenu de l'hypothèse de la constance du facteur correctif d'un recensement à l'autre, on en déduira :

$$E'_{5-9} = R'_{5-9} \times k_{5-9}$$

Puis on estimera :

$$E''_{10-14} = E'_{5-9} \times P_{5-9}$$

D'où :

$$k_{10-14} = \frac{E''_{10-14}}{R''_{10-14}}$$

et :

$$E'_{10-14} = R'_{10-14} \times k_{10-14}$$

et ainsi de suite.

Les effectifs du groupe d'âge 0-4 restent par définition inchangés aux deux recensements. On aura de nouvelles estimations pour tous les autres groupes.

En faisant la somme on obtiendra une population totale estimée que l'on comparera aux populations observées en faisant les rapports :

$$\frac{P'}{\Sigma E'_x} = K' \text{ et } \frac{P''}{\Sigma E''_x} = K''$$

Si les effectifs du groupe d'âge 0-4 avaient été correctement observés, ces rapports ne s'écarteraient pas significativement de l'unité.

Mais le groupe 0-4 est généralement sous-évalué et cette sous-estimation se répercute sur l'ensemble des ajustements. Les rapports K′ et K″ seront donc supérieurs à l'unité et théoriquement égaux au rapport entre l'effectif réel et l'effectif observé du groupe 0-4 au premier recensement.

En pratique, on prendra leur moyenne arithmétique

$$K = \frac{K' + K''}{2}$$

Les estimations finales seront obtenues en multipliant par K les estimations provisoires

$$F'_x = K \times E'_x$$
$$F''_x = K \times E''_x$$

et par définition :

$$\Sigma F''_x = P'_x$$
$$\Sigma F''_x = P''_x$$

*Cas où l'on a plus de deux recensements :*

En Turquie, cette méthode a été appliquée à l'ensemble des résultats des recensements de 1935 à 1960, on a pu ainsi calculer 5 séries de facteurs correctifs définitifs (que l'on peut écrire $K \times k_x$).

On a constaté que l'allure générale de ces facteurs est à peu près la même, mais qu'ils ont tendance à diminuer en valeur absolue, ce qui traduit, soit une amélioration de l'estimation des âges (facteurs $k_x$), soit un meilleur recensement du groupe 0-4 (facteur K).

Pour tenir compte de ce fait, on a interpolé linéairement entre les facteurs calculés à partir des recensements de 1935 et de 1940 et ceux calculés à partir des recensements de 1955 et de 1960 et obtenus ainsi les valeurs moyennes pour chaque intervalle.

### 6.4. **Exemple numérique :**

Population féminine de la Turquie recensements de 1955 et 1960, (chiffres ajustés pour tenir compte des personnes d'âge inconnu et des mouvements migratoires).

DONNEES DE BASE
TURQUIE (POPULATION FEMININE) EN MILLIERS

| Groupe d'âge | *Recensements* 1955 | 1960 | Taux quinquennaux de survie ($P_x$) |
|---|---|---|---|
| 0 – 4 | 1 889 | 2 079 | 0,9599 |
| 5 – 9 | 1 570 | 1 928 | 0,9903 |
| 10 – 14 | 1 097 | 1 489 | 0,9907 |
| 15 – 19 | 1 094 | 1 059 | 0,9873 |
| 20 – 24 | 1 117 | 1 128 | 0,9846 |
| 25 – 29 | 1 027 | 1 177 | 0,9830 |
| 30 – 34 | 735,1 | 985,8 | 0,9813 |
| 35 – 39 | 528,5 | 693,8 | 0,9783 |
| 40 – 44 | 624,7 | 548,4 | 0,9741 |
| 45 – 49 | 475,6 | 500,0 | 0,9660 |
| 50 – 54 | 531,0 | 581,2 | 0,9523 |
| 55 – 59 | 310,4 | 369,4 | 0,9272 |
| 60 – 64 | 389,3 | 461,4 | 0,8829 |
| 65 – 69 | 173,7 | 213,8 | 0,8085 |
| 70 – 74 | 172,1 | 195,7 | 0,6936 |
| 75 et plus | 159,3 | 182,1 | 0,4414 |
| Total | 11 893 | 13 591 | |

Les taux quinquennaux de survie sont déduits de la table type régionale "Sud" de Princeton, niveau 16,3 (calculée par interpolation) :

Espérance de vie à la naissance : 58,2 années
Espérance de vie à 5 ans : 67,5 années

– Estimation provisoire du groupe d'âge 5-9 en 1960

$$E''_{5-9} = 1\,889 \times 0{,}9599 = 1\,813$$

– Estimation du facteur correctif pour le groupe d'âge 5-9

$$k_{5-9} = \frac{1\,813}{1\,928} = 0{,}940$$

– Estimation provisoire du groupe d'âge 5-9 en 1955

$$E'_{5-9} = 1\,570 \times 0{,}940 = 1\,476$$

– Estimation provisoire du groupe d'âge 10-14 en 1960

$$E''_{10-14} = 1\,476 \times 0{,}9903 = 1\,462$$

– Estimation du facteur correctif pour le groupe d'âge 10-14

$$k_{10-14} = \frac{1\,462}{1\,489} = 0{,}982$$

– Estimation provisoire du groupe d'âge 10-14 en 1955

$$E'_{10-14} = 1\,097 \times 0{,}982 = 1\,077$$

Et ainsi de suite jusqu'à la fin du tableau où l'on trouve un groupe d'âge "ouvert" (75 ans et plus).

On a alors :

$$E'_{70-74} = 148{,}0 \qquad P_{70-74} = 0{,}6936$$

$$E'_{75+} = 146{,}2 \qquad P_{75+} = 0{,}4414$$

et :

$$E''_{75+} = E'_{70-74} \times P_{70-74} + E'_{75+} \times P_{75+} = 148{,}0 \times 0{,}6936 + 146{,}2 \times 0{,}4414 = 167{,}2$$

et :

$$k_{75^+} = \frac{167{,}2}{182{,}1} = 0{,}918$$

On obtient finalement les chiffres suivants :

| Groupes d'âge | Population recensée (ajustée) recensements | | Estimations provisoires | | | Facteurs correctifs finaux | | Estimation de la population en 1960 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1955 | 1960 | Facteurs correctifs | Population | | Ajustés. 1955-1960 | Interpolés | |
| | | | | 1955 | 1960 | | | |
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) | (9) |
| 0 – 4 | 1 889 | 2 079 | 1,000 | 1 889 | 2 079 | 1,039 | 1,038 | 2 159 |
| 5 – 9 | 1 570 | 1 928 | 0,940 | 1 476 | 1 813 | 0,976 | 0,981 | 1 892 |
| 10 – 14 | 1 097 | 1 489 | 0,982 | 1 077 | 1 462 | 1,020 | 1,015 | 1 512 |
| 15 – 19 | 1 094 | 1 059 | 1,008 | 1 103 | 1 067 | 1,047 | 1,039 | 1 100 |
| 20 – 24 | 1 117 | 1 128 | 0,965 | 1 078 | 1 089 | 1,002 | 1,000 | 1 128 |
| 25 – 29 | 1 027 | 1 177 | 0,902 | 926,4 | 1 061 | 0,937 | 0,941 | 1 108 |
| 30 – 34 | 735,1 | 985,8 | 0,924 | 679,2 | 910,7 | 0,960 | 0,969 | 955,7 |
| 35 – 39 | 528,5 | 693,8 | 0,961 | 507,9 | 666,5 | 0,998 | 1,001 | 694,8 |
| 40 – 44 | 624,7 | 548,4 | 0,906 | 566,0 | 496,9 | 0,941 | 0,946 | 518,9 |
| 45 – 49 | 475,6 | 500,0 | 1,103 | 524,6 | 551,3 | 1,146 | 1,142 | 570,8 |
| 50 – 54 | 531,0 | 581,2 | 0,872 | 463,0 | 506,0 | 0,906 | 0,913 | 530,9 |
| 55 – 59 | 310,4 | 369,4 | 1,194 | 370,6 | 440,9 | 1,240 | 1,221 | 450,9 |
| 60 – 64 | 389,3 | 461,4 | 0,745 | 290,0 | 343,6 | 0,774 | 0,780 | 359,9 |
| 65 – 69 | 173,7 | 213,8 | 1,198 | 208,1 | 256,1 | 1,244 | 1,209 | 285,5 |
| 70 – 74 | 172,1 | 195,7 | 0,860 | 148,0 | 168,3 | 0,893 | 0,898 | 175,7 |
| 75 et + | 159,3 | 182,1 | 0,918 | 146,2 | 167,1 | 0,954 | 0,974 | 177,3 |
| Total | 11 893 | 13 591 | - | 11 453 | 13 079 | 1,000 | 1,000 | 13 591 |

Le rapport :

$$\frac{P_{1955}}{\Sigma E_{1955.x}} = \frac{11\,893}{11\,453} = 1{,}0384 = K_{1955}$$

$$\frac{P_{1960}}{\Sigma E_{1960.x}} = \frac{13\,591}{13\,079} = 1{,}0391 = K_{1960}$$

$$K_{1955\text{-}1960} = \frac{1{,}0384 + 1{,}0391}{2} = 1{,}0388$$

Les facteurs de la colonne 7 ont été calculés en multipliant ceux de la colonne 4 par 1,0388.

Ceux de la colonne 8 ont été obtenus par interpolation entre les facteurs calculés pour l'intervalle 1935-1940 et les précédents qui correspondent à l'intervalle 1955-1960.

On en a déduit les chiffres de la colonne 9 : estimation de la composition par âge en 1960.

Ces facteurs font ressortir clairement les déformations de la pyramide des âges des femmes :

| | |
|---|---|
| Sous-estimation | de 0 à 4 ans |
| Sur-estimation | de 5 à 9 ans |
| Sous-estimation | de 10 à 19 ans |
| Sur-estimation | de 25 à 34 ans |

etc. . .

C'est le type de distorsion généralement observé en Afrique Noire que l'on retrouve de façon surprenante en Turquie.

Pour le sexe masculin, on observerait des déformations nettement moins accusées. Le phénomène le plus net est une sur-estimation des moins de 20 ans (sauf en ce qui concerne le groupe 0-4, sous-évalué) et une sous-estimation concommitante des hommes de 20 à 45 ans.

## 7 – 2ème METHODE DE BRASS : ESTIMATION AMELIOREE DE LA MORTALITE
(à partir de la survie des enfants parmi la descendance des femmes)

### 7.1. **Données utilisées**

Dans beaucoup de recensements et dans la plupart des enquêtes démographiques, on enregistre pour toutes les femmes ayant passé l'âge de début de la procréation, le nombre total d'enfants de chaque sexe qu'elles ont mis au monde et le nombre de ceux-ci qui sont encore en vie au moment de l'interrogatoire.

On en déduit pour chaque groupe d'âge à partir de 15-19 ans jusqu'à l'âge le plus élevé, d'une part, la parité ou descendance moyenne, $P_i$, d'autre part le nombre moyen d'enfants survivants par femme, que nous appellerons $S_i$.

Pour chaque groupe d'âge, on peut alors calculer le rapport $S_i/P_i$ :

Exemple : Haute Volta (enquête démographique 1960-1961). (On a indiqué en outre les rapports $S_i/P_i$ calculés séparément pour chaque sexe).

| Groupe d'âge | $P_i$ Descendance moyenne | $S_i$ Nombre moyen enfants survivants | $S_i/P_i$ Ensemble | Garçons | Filles |
|---|---|---|---|---|---|
| ans | | | | | |
| 15 – 19 | 0,31 | 0,24 | 0,756 | 0,757 | 0,753 |
| 20 – 24 | 1,67 | 1,12 | 0,674 | 0,675 | 0,671 |
| 25 – 29 | 3,15 | 1,91 | 0,607 | 0,619 | 0,593 |
| 30 – 34 | 4,12 | 2,41 | 0,586 | 0,588 | 0,583 |
| 35 – 39 | 4,87 | 2,71 | 0,556 | 0,565 | 0,546 |
| 40 – 44 | 5,19 | 2,73 | 0,528 | 0,530 | 0,524 |
| 45 – 49 | 5,42 | 2,75 | 0,507 | 0,503 | 0,511 |
| 50 – 54 | 5,37 | 2,60 | 0,482 | 0,479 | 0,484 |
| 55 – 59 | 5,48 | 2,65 | 0,484 | 0,508 | 0,457 |
| 60 – 64 | 5,43 | 2,56 | 0,471 | 0,510 | 0,424 |
| 65 – 69 | 5,62 | 2,60 | 0,461 | 0,487 | 0,431 |
| 70 et + | 5,39 | 2,37 | 0,438 | 0,459 | 0,414 |

7.2. **Principe de l'analyse.**

Il est évident que cette proportion est fonction de la mortalité. Pour estimer cette relation, on fait les hypothèses suivantes :

1/ la mortalité des enfants et des jeunes gens a peu varié

2/ la structure par âge de la fécondité est restée sensiblement constante au cours des dernières années (même si le niveau a varié)

3/ il n'y a pas de corrélation marquée entre la mortalité des enfants et l'âge de la mère, ainsi qu'avec la mortalité de cette dernière

4/ les pourcentages de sous estimation ou de sur estimation sont les mêmes pour les enfants décédés et les enfants survivants.

Appelons alors $\varphi(x)$ la fonction de fécondité des femmes et $p(x)$ la fonction de survie de la population considérée.

Les enfants mis au monde par les femmes dont l'âge actuel est a quand elles avaient x années, sont actuellement agés de a−x années. La proportion de survivants parmi ces enfants est égale à $p(a-x)$. On peut donc écrire que la descendance des femmes d'âge a est :

$$P_a = \int_u^a \varphi(x)\, dx \qquad \text{(u étant l'âge de début de fécondité)}$$

et que le nombre d'enfants survivants est égal à :

$$S_a = \int_u^a p(a-x)\, \varphi(x)\, dx$$

La proportion d'enfants survivants est donc :

$$\frac{S_a}{P_a} = \frac{\int_u^a p(a-x)\, \varphi(x)\, dx}{\int_u^a \varphi(x)\, dx}$$

Comme $p(a-x)$ est compris entre 0 et 1, il existe un âge $\alpha$ tel que l'on ait :

$$p(\alpha) = \lambda(a) = \frac{S_a}{P_a}$$

C'est-à-dire tel que la survie à l'âge $\alpha$ soit égale à la proportiond'enfants survivants parmi la descendance des femmes d'âge a.

En pratique, on travaille sur des données quinquennales (ou parfois décennales), le problème est de déterminer la série des $\alpha$ correspondant aux Pi et Si successifs.

| Groupe d'âge | Descendance ou parité | Nombre moyen survivants | âge |
|---|---|---|---|
| 15–19 | P1 | S1 | $\alpha 1$ |
| 20–24 | P2 | S2 | $\alpha 2$ |
| 25–29 | P3 | S3 | $\alpha 3$ |
| 30–34 | P4 | S4 | $\alpha 4$ |
| " | " | " | " |
| " | " | " | " |
| " | " | " | " |

7.3. **Modèles utilisés pour l'ajustement.**

Les âges $\alpha i$ dépendent de la fonction de fécondité et de la fonction de survie.

En pratique, on a constaté que :

– la valeur des $\alpha i$ varie peu suivant la fonction de survie $p(x)$ adoptée

– cette valeur est insensible au niveau de la fécondité et dépend surtout de l'âge où elle atteint son maximum, ainsi que de la fécondité aux âges inférieurs mais non de l'ensemble de la structure de la fonction de fécondité.

On a donc utilisé pour calculer $p(x)$ une table moyenne s'appliquant à des populations à mortalité élevée ; et pour calculer $\varphi(x)$ une fonction très simple du 3ème degré.

$$(x) = k(x-u)\ (x-u-33)^2$$

(u étant l'âge de début de la fécondité)

## 7.4. **Résultats des ajustements.**

### 7.4.1. **Valeurs approchées.**

Ces calculs ont abouti à des résultats qui ont provoqué une heureuse surprise. Les valeurs obtenues pour ces $\alpha i$ sont très proches d'âges "simples" particulièrement commodes à utiliser pour les ajustements.

Le tableau suivant donne la correspondance entre le groupe d'âge des mères et la valeur approximative des $\alpha$ : tels que l'on ait :

$$p(\alpha_i) = \frac{S_i}{P_i}$$ (on précisera plus loin cette approximation).

| Groupe d'âge des mères | Valeur approchée de $\alpha$ |
|---|---|
| 15 – 19 | 1 an |
| 20 – 24 | 2 ans |
| 25 – 29 | 3 ans |
| 30 – 34 | 5 ans |
| 35 – 39 | 10 ans |
| 40 – 44 | 15 ans |
| 45 – 49 | 20 ans |
| 50 – 54 | 25 ans |
| 55 – 59 | 30 ans |
| 60 – 64 | 35 ans |

On peut donc dire qu'on a eu beaucoup de chance ; pour les 3 premiers groupes d'âge, les intervalles entre les $\alpha_i$ sont d'un an, puis de deux ans, entre le 3ème et le 4ème, et ensuite les intervalles sont quinquennaux.

Ce phénomène s'explique de la façon suivante :

L'analyse fait intervenir deux fonctions évoluant avec l'âge de façon très différente.

– la fonction de fécondité débute à un âge variable au dessous de 20 ans, croît rapidement, atteint son maximum le plus souvent une dizaine d'années plus tard (11 ans exactement avec le modèle adopté) puis décroît plus lentement pour devenir nulle avant l'âge de 50 ans.

– la mortalité est extrèmement élevée juste après la naissance, elle décroît ensuite rapidement pour se stabiliser pendant assez longtemps à un niveau relativement très bas.

Il en résulte que :

– pour les femmes qui n'ont pas encore atteint ou n'ont dépassé que de peu l'âge de maximum de la fécondité, la proportion des enfants très jeunes est élevée, l'effet dominant est celui de la mortalité infantile.

– cet effet s'atténue à mesure que l'on s'éloigne de ce maximum et que le plus grand nombre des enfants a dépassé la période de forte mortalité.

7.4.2. **Coefficients d'ajustement.**

Les valeurs entières des $\alpha_i$ indiquées ci-dessus ne sont qu'approximatives, elles varient suivant la fonction de fécondité ou plus exactement l'âge de début de celle-ci. Il y a donc lieu de faire un ajustement compte tenu de ce facteur.

En pratique, on a présenté les résultats en utilisant les quotients de mortalité depuis la naissance, c'est-à-dire le complément à l'unité des taux de survie.

$$q(\alpha_i) = 1 - p(\alpha_i)$$

et on écrit :

$$q(\alpha_i) = k_i \left(1 - \frac{S_i}{P_i}\right)$$

$k_i$ étant un coefficient dépendant de la précocité plus ou moins grande de la fécondité.

On peut utiliser trois indices pour cette précocité.

1/ le rapport des parités ou descendances moyennes à 15-19 ans et 20-24 ans P1/P2 qui est en corrélation avec l'âge de début de la fécondité.

2/ l'âge moyen de procréation $\overline{m}$, dont le calcul a été décrit précédemment.

3/ l'âge médian de procréation $m'$ défini comme l'âge tel que le nombre d'enfants mis au monde avant cet âge soit égal au nombre des enfants mis au monde après cet âge (ces deux derniers indices sont plutôt en corrélation avec l'âge de maximum de la fécondité).

7.4.3. **Calcul de m'.** *Exemple Mali (1960-1961)*

| Groupe d'âge | Taux de fécondité ‰ | Age* exact | Taux de fécondité cumulés |
|---|---|---|---|
| 15–19 | 244 | 19,5 | 244 |
| 20–24 | 350 | 24,5 | 594 |
| 25–29 | 326 | 29,5 | 920 |
| 30–34 | 272 | 30,5 | 1 192 |
| 35–39 | 192 | 39,5 | 1 384 |
| 40–44 | 88 | 44,5 | 1 472 |
| 45–49 | 42 | 49,5 | 1 514 |

* Compte tenu du décalage de 6 mois.

L'âge médian $m'$ sera l'âge tel que les taux de fécondité cumulés soient égaux à :

$$\frac{1\,514}{2} = 757.$$

On le calcule par interpolation dans l'intervalle 24,5–29,5, c'est-à-dire entre 594 et 920, il se trouve ici que l'on a :

$$757 = 0{,}5 \times 594 + 0{,}5 \times 920$$

Donc l'âge $m'$ est égal à :

$$m' = 0{,}5 \times 24{,}5 + 0{,}5 \times 29{,}5 = 27{,}0 \text{ années.}$$

On comparera ce chiffre à $\overline{m}$ (âge moyen de procréation) calculé plus haut pour la même population, cet âge est égal à 27,8 années.

C'est un phénomène général, $\overline{m}$ est supérieur à $m'$, avec le modèle utilisé *par Brass, la différence est de 0,5 années.*

Coefficients par lesquels il faut multiplier la proportion des enfants décédés d'après l'âge des mères pour obtenir des estimations des $q(\alpha_i) = 1-p(\alpha_i)$ correspondants. (données par groupes quinquennaux).

| Groupe d'âge des mères | $q(\alpha_i)$ | P1/P2 | 0,387 | 0,330 | 0,268 | 0,205 | 0,143 | 0,090 | 0,045 | 0,014 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $\bar{m}$ | 24,7 | 25,7 | 26,7 | 27,7 | 28,7 | 29,7 | 30,7 | 31,7 |
| | | $m'$ | 24,2 | 25,2 | 26,2 | 27,2 | 28,2 | 29,2 | 30,2 | 31,2 |
| 15 – 19 | q(1) | | 0,859 | 0,890 | 0,928 | 0,977 | 1,041 | 1,129 | 1,254 | 1,425 |
| 20 – 24 | q(2) | | 0,938 | 0,959 | 0,983 | 1,010 | 1,043 | 1,082 | 1,129 | 1,188 |
| 25 – 29 | q(3) | | 0,948 | 0,962 | 0,978 | 0,994 | 1,012 | 1,033 | 1,055 | 1,081 |
| 30 – 34 | q(5) | | 0,961 | 0,975 | 0,988 | 1,002 | 1,016 | 1,031 | 1,046 | 1,063 |
| 35 – 39 | q(10) | | 0,966 | 0,982 | 0,996 | 1,011 | 1,026 | 1,040 | 1,054 | 1,069 |
| 40 – 44 | q(15) | | 0,938 | 0,955 | 0,971 | 0,988 | 1,004 | 1,021 | 1,037 | 1,052 |
| 45 – 49 | q(20) | | 0,937 | 0,953 | 0,969 | 0,986 | 1,003 | 1,021 | 1,039 | 1,057 |
| 50 – 54 | q(25) | | 0,949 | 0,966 | 0,983 | 1,001 | 1,019 | 1,036 | 1,054 | 1,072 |
| 55 – 59 | q(30) | | 0,951 | 0,968 | 0,985 | 1,002 | 1,020 | 1,039 | 1,058 | 1,076 |
| 60 – 65 | q(35) | | 0,946 | 0,965 | 0,982 | 0,999 | 1,016 | 1,034 | 1,052 | 1,070 |

Coefficients à utiliser lorsque les données sont classées par groupes décennaux.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 15 – 24 | q(2) | | 0,982 | 1,000 | 1,021 | 1,045 | 1,072 | 1,105 | 1,144 | 1,193 |
| 25 – 34 | q(5) | | 0,990 | 1,004 | 1,018 | 1,033 | 1,048 | 1,064 | 1,081 | 1,099 |
| 35 – 44 | q(15) | | 0,977 | 0,993 | 1,009 | 1,024 | 1,040 | 1,056 | 1,071 | 1,086 |
| 45 – 54 | q(25) | | 0,990 | 1,008 | 1,025 | 1,043 | 1,062 | 1,080 | 1,099 | 1,118 |
| 55 – 64 | q(35) | | 0,990 | 1,007 | 1,025 | 1,043 | 1,061 | 1,080 | 1,099 | 1,119 |

*Exemple de calcul* : Mali 1960 – 1961 – Indices de la fécondité

$$P_1/P_2 = 0{,}261$$

$$\bar{m} = 27{,}8 \text{ années}$$

$$m' = 27{,}0 \text{ années.}$$

| Groupe d'âge | proportion de décédés | Coeff. à partir | | | $q(\alpha_i)$ | estimation $q(\alpha)$ ‰ à partir de | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $P_1/P_2$ | $\bar{m}$ | $m'$ | | $P_1/P_2$ | $\bar{m}$ | $m'$ |
| 15 – 19 | 0,232 | 0,933 | 0,983 | 0,967 | q(1) | 216 | 228 | 224 |
| 20 – 24 | 0,302 | 0,986 | 1,013 | 1,005 | q(2) | 298 | 306 | 304 |
| 25 – 29 | 0,350 | 0,980 | 0,996 | 0,991 | q(3) | 343 | 349 | 347 |
| 30 – 34 | 0,376 | 0,989 | 1,003 | 0,999 | q(5) | 372 | 377 | 376 |
| 35 – 39 | 0,399 | 0,998 | 1,013 | 1,008 | q(10) | 398 | 404 | 402 |
| 40 – 44 | 0,421 | 0,973 | 0,990 | 0,985 | q(15) | 410 | 417 | 415 |
| 45 – 49 | 0,436 | 0,971 | 0,988 | 0,983 | q(20) | 423 | 431 | 429 |
| 50 – 54 | 0,434 | 0,985 | 1,003 | 0,997 | q(25) | 427 | 435 | 433 |
| 55 – 59 | 0,458 | 0,987 | 1,004 | 0,999 | q(30) | 452 | 460 | 458 |
| 60 – 64 | 0,457 | 0,984 | 1,001 | 0,996 | q(35) | 450 | 457 | 455 |

Brass recommande d'utiliser de préférence les estimations déduites de $P_1/P_2$ pour les trois premiers groupes d'âge et celles déduites de $\bar{m}$ ou $m'$ pour les suivantes : (les deux dernières estimations n'ont qu'une valeur très relative, l'expérience l'a montré).

Finalement, on arriverait aux estimations suivantes :

| Age | q(x) x 1 000 | $l_x$ | | détaillés | $_nq_x$ ‰ | regroupés |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | 1 000 | | | | |
| | | | $_1q_0$ | 216 | | 216 |
| 1 | 216 | 784 | | | | |
| | | | $_1q_1$ | 105 | | |
| 2 | 298 | 702 | | | | |
| | | | $_1q_2$ | 64 | $_4q_1$ | 205 |
| 3 | 343 | 657 | | | | |
| | | | $_2q_3$ | 52 | | |
| 5 | 377 | 623 | | | | |
| | | | $_5q_5$ | 43 | | |
| 10 | 404 | 596 | | | $_{10}q_5$ | 64 |
| | | | $_5q_{10}$ | 22 | | |
| 15 | 417 | 583 | | | | |
| | | | $_5q_{15}$ | 24 | | |
| 20 | 431 | 569 | | | $_{10}q_{15}$ | 31 |
| | | | $_5q_{20}$ | 7 | | |
| 25 | 435 | 565 | | | | |
| | | | $_5q_{25}$ | 44 | | |
| 30 | 460 | 540 | | | $_{10}q_{25}$ | 39 |
| | | | $_5q_{30}$ | (a) | | |
| 35 | 457 | 543 | | | | |

(a) taux de survie supérieur à l'unité.

Il est intéressant de comparer cette fonction de survie estimée à celle d'une mortalité type. On a choisi le modèle "Sud" de *Princeton* qui est celui qui convient le mieux aux populations africaines (ensemble des deux sexes).

| survie à l'âge (pour 1 000 naissances) | Estimation à partir de la survie des enfants | Table - type - niveau 7 modèle Sud |
|---|---|---|
| 1 | 784 | 796 |
| 2 | 702 | 705 |
| 3 | 657 | 665 |
| 5 | 623 | 632 |
| 10 | 596 | 602 |
| 15 | 583 | 587 |
| 20 | 569 | 566 |
| 25 | 560 | 539 |
| 30 | 540 | 512 |
| 35 | 543 | 485 |

On voit que l'accord est satisfaisant jusque vers 20 ans, mais qu'apparemment la mortalité est considérablement sous estimée à partir de cet âge.

Les premiers quotients de mortalité de la table type (ensemble des 2 sexes) sont :

$$_1q_0 = 204\ ‰$$

$$_4q_1 = 206\ ‰$$

On observe ici un phénomène caractéristique des populations africaines, la mortalité infantile et la mortalité de 1 à 5 ans sont du même ordre de grandeur.

## 7.5. **Interprétation de ces résultats.**

### 7.5.1. **Principe.**

La première question à se poser c'est de savoir dans quelle mesure les conditions théoriques d'application du modèle sont remplies.

– En ce qui concerne la constance des taux, on peut estimer que dans la plupart des populations qui nous intéressent la fécondité est restée sensiblement constante au moins depuis une vingtaine d'années.

– Par contre, la baisse du niveau de la mortalité est un phénomène assez général dont il n'est pas très facile d'estimer exactement l'impact sur les estimations. Remarquons toutefois que les chiffres les plus utilisables sont ceux qui se rapportent aux femmes jeunes dont les enfants sont nés en moyenne moins de 10 ans avant la date de l'enquête ou du recensement.

– La corrélation existant entre la mortalité des mères et leur fécondité ainsi que la mortalité de leurs enfants est difficile à apprécier. En particulier, il est certain que le décès de la mère peu après la naissance et même avant la fin du sevrage a une très forte probabilité d'entrainer le décès de l'enfant.

Voici pour la mortalité infantile une estimation faite à partir des données sur la Haute Volta (1960-1961).

Le nombre annuel de naissances était de 214 000, sur lesquelles on évalue à 2 000 l'ordre de grandeur de celles qui ont eu pour suite le décès de la mère (et presque certainement celui de l'enfant).

D'autre part le nombre total de décès de moins d'un an est de 39 000. Si l'on admet que la totalité des enfants dont la mère est décédée le sont également, on arrive au tableau suivant :

| | naissances | décès d'enfants | taux de mortalité infantile |
|---|---|---|---|
| mère en vie | 212 000 | 37 000 | 174,6 ‰ |
| mère décédée | 2 000 | 2 000 | 1 000,0 ‰ |
| Total | 214 000 | 39 000 | 182,3 ‰ |

On voit qu'en n'interrogeant que les femmes survivantes, on sous estimerait de façon appréciable le taux de mortalité infantile bien que la proportion de décès de femmes à la suite d'accouchements n'atteigne pas 1 %.

Et encore, on n'a pas tenu compte de décès qui peuvent se produire parmi les mères dans l'année ou les deux années qui suivent l'accouchement.

L'hypothèse suivant laquelle les enfants décédés sont déclarés dans la même proportion que les survivants peut sembler à première vue peu vraisemblable. Cependant, l'analyse des résultats montre qu'en général, il semble bien en être ainsi au moins pour les femmes pas trop âgées (au dessous de 40, voire de 50 ans).

S'il en était autrement, la mortalité réelle des jeunes enfants devrait atteindre des niveaux incroyablement élevés.

Ce qui est sans doute beaucoup plus grave et nécessiterait des études approfondies, c'est l'influence des erreurs sur la détermination de l'âge des femmes, d'autant plus que l'on peut se demander s'il n'y a pas de corrélation entre l'estimation de l'âge de la femme par l'enquêteur et le nombre de ses enfants mis au monde et des survivants.

C'est pour la première tranche d'âge (15-19) que ces erreurs risquent d'avoir le plus de répercussion.

En effet, considérons un autre groupe d'âge 25-29 ans par exemple. Il est probable qu'il y ait des "échanges" avec les groupes voisins 20-24 ans, 30-34 ans par suite de l'incertitude sur les âges. Globalement, on peut espérer qu'il y a compensation au moins partielle.

Au contraire, en ce qui concerne le groupe 15-19 ans, les "échanges" avec le groupe inférieur 10-14 ans où la fécondité est nulle ou très faible, ne modifient pas les taux de survie, tandis que les transferts avec le groupe 20-24 aboutissent à perdre des enfants jeunes (dont les mères sont classées à tort dans le groupe supérieur) et à les remplacer par des enfants de femmes du groupe 20-24, en moyenne plus âgées.

7.5.2. **Application pratique.**

Soient les estimations de la survie des enfants et jeunes gens en Haute Volta estimées d'après cette méthode :

| Age des mères | survie à | $l_x$ | niveau de mortalité (tables sud) | espérance de vie à la naissance (deux sexes) |
|---|---|---|---|---|
| 15 – 19 | 1 an | 756 | 4,8 | 29,2 années |
| 20 – 24 | 2 ans | 674 | 5,6 | 31,1 |
| 25 – 29 | 3 | 607 | 4,8 | 29,2 |
| 30 – 34 | 5 | 586 | 5,4 | 30,6 |
| 35 – 39 | 10 | 556 | 5,5 | 30,9 |
| 40 – 44 | 15 | 528 | 5,1 | 29,9 |
| 45 – 49 | 20 | 507 | 5,2 | 30,2 |
| 50 – 54 | 25 | 482 | 5,3 | 30,4 |

Les niveaux estimés sont assez cohérents, il n'en est malheureusement pas toujours ainsi. Dans le choix du niveau estimé de la mortalité actuelle, on recommande d'adopter celui qui correspond à $l_2$. En effet,

– on a vu que la mortalité infantile risque d'être sur-estimée,

– plus l'âge est élevé, plus les omissions d'enfants décédés ont des chances de se produire, et d'autre part, plus la mortalité passée interviendra.

Aux tables-types de Princeton, ont donc été adjointes des estimations de $l_2$, $l_3$, etc... pour tous les niveaux des différents modèles.

| | Sud | Ouest | Nord | Est |
|---|---|---|---|---|
| – Niveau correspondant au $l_2$ observé en Haute Volta | 5,6 | 5,6 | 4,3 | 7,3 |
| – Espérance de vie (les 2 sexes) en années | 31,1 | 30,3 | 26,9 | 30,4 |

Cet exemple illustre l'importance du choix d'une table de mortalité convenable.

De toute façon, cette estimation, comme toutes les autres d'ailleurs, doit être utilisée en liaison avec les autres données disponibles de façon à réduire le plus possible la zone d'incertitude inévitable.

## 8. ANALYSE DE LA MORTALITE A PARTIR DE LA SURVIE DES ASCENDANTS.

### 8.1. **Données utilisées.**

La méthode qui vient d'être discutée ne peut, dans l'hypothèse la plus favorable, donner de renseignements que sur la mortalité des enfants et des jeunes adultes, mais rien sur la mortalité des personnes plus âgées, or les données recueillies sur cette dernière sont souvent incomplètes ou imprécises (en particulier quant à l'évaluation des âges).

D'où l'idée de procéder suivant une méthode inverse de la précédente ; au lieu d'interroger les mères sur la survie de leurs enfants, on enregistrera la survie des parents des recensés.

Cette technique présente des avantages certains :

– la question est facile à poser et les risques d'erreurs sont faibles, aucun effort de mémoire, aucun calcul n'est nécessaire.

Il suffit d'inclure dans le questionnaire les deux questions suivantes :

– Est ce que votre père (mère) est encore en vie ?

Il n'y a que trois réponses possibles : oui
non
ne sait pas

– on peut obtenir ce renseignement pour tous les recensés depuis les plus jeunes enfants (la réponse étant évidemment donnée par des membres de leur famille) jusqu'aux vieillards (à partir d'un certain âge, le taux de survie des parents tend évidemment vers 0).

Ce problème a été abordé dès 1960 par Louis Henry dans un article intitulé "Mesure indirecte de la mortalité des adultes" (dans "Population").

Il l'a appliqué dans un cas particulier : le dépouillement des anciens registres de mariage (où l'on précise si les parents des nouveaux époux sont en vie ou non). (Voir manuel de démographie historique, pages 116 à 118). Ceci évidemment concerne une population particulière d'âge compris généralement entre 20 et 29 ans.

Jusqu'en 1963, la question de la survie des parents n'était à ma connaissance pas posée à l'occasion d'enquêtes ou de recensements. Elle figure pour la première fois dans les questionnaires des enquêtes démographiques qui se sont déroulées en 1964 au Cameroun Occidental, au Tchad et en Mauritanie. Ultérieurement, elle fut incluse dans les formulaires des recensements d'Afrique orientale : Tanzanie (1967), Ouganda et Kénya (1969).

On trouvera ci-joint les résultats détaillés obtenus au Cameroun Occidental (1964). En pratique, on étudie séparément la survie des pères et des mères, et en admettant que la mortalité des parents dont le sort est inconnu est la même que celle de l'ensemble des parents, on arrive au tableau suivant :

CAMEROUN OCCIDENTAL (1964)
SURVIE DES PARENTS SELON LE GROUPE D'AGE DES ENFANTS

| Mère | En vie | | | Décédée | | | sort inconnu | | | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Père | En vie | Décédé | Inconnu | En vie | Décédé | Inconnu | En vie | Décédé | Inconnu | |
| 0 – 4 | 183 853 | 4 373 | 12 594 | 1 514 | 344 | 123 | 10 | - | - | 202 811 |
| 5 – 9 | 142 917 | 12 918 | 7 139 | 6 868 | 1 852 | 168 | 90 | 10 | 6 | 171 968 |
| 10 – 14 | 77 660 | 15 995 | 2 916 | 7 006 | 3 838 | 104 | 80 | 10 | - | 107 609 |
| 15 – 19 | 49 280 | 20 615 | 1 174 | 8 141 | 7 416 | 22 | 2 | - | - | 86 650 |
| 20 – 24 | 36 418 | 25 158 | 542 | 10 352 | 16 559 | 20 | 9 | - | 49 | 89 107 |
| 25 – 29 | 24 564 | 28 398 | 319 | 10 813 | 29 746 | - | - | - | 59 | 93 899 |
| 30 – 34 | 10 630 | 20 847 | 70 | 6 677 | 32 893 | - | 7 | - | 108 | 71 273 |
| 35 – 39 | 5 056 | 14 602 | 23 | 4 985 | 37 311 | 20 | - | - | 62 | 62 059 |
| 40 – 44 | 1 814 | 7 257 | - | 2 033 | 30 133 | 25 | - | - | 27 | 41 289 |
| 45 – 49 | 802 | 4 040 | 20 | 1 317 | 33 448 | - | 1 | 20 | 12 | 39 660 |
| 50 – 54 | 110 | 1 326 | - | 218 | 22 554 | - | - | - | 20 | 24 228 |
| 55 – 59 | 91 | 539 | - | 273 | 17 937 | - | - | - | - | 18 840 |
| 60 – 64 | 25 | 134 | - | 50 | 9 029 | - | - | - | - | 9 238 |
| 65 – 69 | - | 42 | - | 20 | 6 071 | - | - | - | - | 6 133 |
| 70 et + | 20 | 21 | - | 20 | 4 399 | - | - | - | - | 4 460 |
| | | | | | | | | | | 1029 224 |

ENQUETE DEMOGRAPHIQUE DU CAMEROUN OCCIDENTAL (1964)

PROPORTION DE PARENTS SURVIVANTS (POUR 10 000) D'APRES LE GROUPE D'AGE

| Groupe d'âge des enfants | Proportion de survivants | |
|---|---|---|
| | Mères | Pères |
| 0 – 4 | 9 902 | 9 753 |
| 5 – 9 | 9 483 | 9 102 |
| 10 – 14 | 8 982 | 8 103 |
| 15 – 19 | 8 201 | 6 720 |
| 20 – 24 | 7 976 | 5 286 |
| 25 – 29 | 5 678 | 3 783 |
| 30 – 34 | 4 433 | 2 437 |
| 35 – 39 | 3 175 | 1 621 |
| 40 – 44 | 2 198 | 933 |
| 45 – 49 | 1 227 | 535 |
| 50 – 54 | 593 | 135 |
| 55 – 59 | 334 | 193 |
| 60 et + | 122 | 68 |

On observe une irrégularité dans la survie des pères entre 50 et 59 ans, elle peut s'expliquer par la faiblesse des effectifs des survivants dans ce groupe d'âge. Pour l'ensemble du groupe décennal 50-59, les proportions de survivants (pour 10 000) sont de 480 pour les mères et de 161 pour les pères.

## 8.2. **Principe de l'analyse**

Il est évident que la proportion d'enfants dont la mère (ou le père) est en vie dépend entre autres de trois facteurs.

– l'âge du parent à la naissance de l'enfant,
– l'âge actuel de l'enfant,
– la probabilité de survie du parent dans cet intervalle.

Connaissant donc les deux premiers facteurs, on doit pouvoir estimer le troisième, mais l'extrapolation à l'ensemble de la population soulève des objections sérieuses :

– les individus qui n'ont pas eu d'enfants ou dont tous les enfants sont décédés ne sont pas pris en considération,

– au contraire, les parents de familles nombreuses ont une influence excessive sur l'estimation, puisqu'ils sont comptés autant de fois qu'ils ont d'enfants survivants.

– les parents de survivants ne sont pas nécessairement représentatifs de l'ensemble, il peut y avoir une corrélation entre la longévité des parents et celle des enfants.

– enfin, et c'est un problème que posent toutes les techniques d'analyse, on ne connait pas les répercussions des erreurs sur l'âge et des fluctuations de la mortalité.

Il est évident que seules des analyses de cas concrets permettent de juger de la valeur de ces objections. Actuellement, au moins en Afrique, on dispose de six ensembles de données relativement dispersées géographiquement, et on peut commencer à passer de la théorie à la pratique.

C'est ce qu'a fait Brass qui a cherché dès 1966, à élaborer une technique d'analyse de la survie des mères et s'est penché plus récemment sur le problème de la survie des pères.

## 8.3. **Analyse de la survie des mères**

### 8.3.1. **Symboles utilisés**

Une première simplification consiste à ne considérer que la différence moyenne d'âge entre les parents et leurs enfants.

Pour les mères, ces différences sont relativement peu dispersées, la grande majorité des naissances ayant lieu avant que les mères n'atteignent l'âge de 30 ans. D'autre part, elles sont faciles à calculer à partir des données disponibles.

Nous appellerons donc M l'âge moyen des mères à la naissance de leurs enfants. Remarquons bien qu'il s'agit de la moyenne *réelle* compte-tenu de la composition par âge et non pas de l'âge moyen de procréation $\overline{m}$ qui ne fait intervenir que les taux de fécondité par âge.

Pour le Cameroun Occidental, par exemple, l'âge moyen de procréation $\overline{m}$ est égal à 26,8 années, alors que l'âge moyen des mères à la naissance de leurs enfants M est de 25,6 (cette différence est due au fait que ces générations de femmes âgées sont relativement moins nombreuses).

On peut procéder à une comparaison rapide et assez grossière en appelant P (N) la proportion d'individus du groupe d'âge N dont la mère survit et en écrivant :

$P(N) = \frac{l_{M+N}}{l_M}$. En considérant l'âge médian du groupe d'âge (2,5 pour 0-4, etc. . .).

Pour le Cameroun Occidental, nous prendrons M = 25 pour simplifier les calculs. Pour le groupe d'âge 0-4, on aura N = 2,5 et M + N = 27,5, pour le groupe d'âge 5-9, N = 7,5 et M + N = 32,5 etc. . .

Comparaison entre les taux de survie des mères d'après l'âge des enfants et les taux correspondants de survie déduits de la table obtenue directement pour le Cameroun Occidental (1964) en supposant que l'âge moyen des femmes à la naissance de leurs enfants est de 25 ans.

TABLE DE SURVIE POUR 10 000 FEMMES AGEES DE 25 ANS

| Age des enfants | Age moyen des mères 25 ans | Survie des mères 10 000 | Table de survie calculée directement 10 000 |
|---|---|---|---|
| P (0 – 4) | 27,5 | 9 902 | 9 802 |
| P (5 – 9) | 32,5 | 9 483 | 9 402 |
| P (10 – 14) | 37,5 | 8 982 | 8 960 |
| P (15 – 19) | 42,5 | 8 201 | 8 260 |
| P (20 – 24) | 47,5 | 7 976 | 7 243 |
| P (25 – 29) | 52,5 | 5 678 | 6 035 |
| P (30 – 34) | 57,5 | 4 433 | 4 559 |
| P (35 – 39) | 62,5 | 3 175 | 3 342 |
| P (40 – 44) | 67,5 | 2 198 | 2 559 |

### 8.3.2. **Formule d'ajustement.**

#### 8.3.2.1. ***Principe.***

B est l'âge de base à partir duquel la survie est mesurée.

Le dernier point mérite quelques explications. Dans l'exemple ci-dessus (Cameroun Occidental), j'ai adopté pour M, la valeur approximative de 25 ans, étant donné que la valeur calculée (et probablement affectée par les erreurs sur l'âge) était très voisine de ce chiffre rond, mais il n'en est pas toujours ainsi, et, pour éviter des calculs trop compliqués, Brass a décidé de calculer la survie à partir d'âges "simples":

22,5 25,0 27,5 30,0

Brass a procédé ici de façon analogue à ce qu'il a fait pour la fécondité et la survie des enfants ; il a cherché à déterminer des coefficients multiplicatifs aussi voisins que possible de l'unité permettant de traduire de façon simple et concrète le rapport observé.

La formule sera donc : $\frac{l_{(B+N)}}{l_{(B)}} = K(N)\ P(N)$

K étant en pratique fonction non seulement de N, mais encore de M et de B

Exemple pratique :

Supposons que l'on ait adopté B = 22,5 pour le groupe d'âge 35 – 39 (N = 37,5), on aura :

$$\frac{l_{(22,5+37,5)}}{l_{(22,5)}} = \frac{l_{(60)}}{l_{(22,5)}} = K(35-39)\ P(35-39)$$

8.3.2.2. ***Choix de B et détermination des k.***

Les recherches se poursuivent et cette méthode n'a pas encore fait l'objet de publication définitive. On trouvera ci-après les tables des coefficients K, les plus récentes à ma connaissance.

On constate qu'il y a quatre tables différentes correspondant chacune à une valeur de B, les tables 1 et 4 sont incomplètes car il est inutile de calculer des coefficients pour des valeurs de M inférieures à 22 ans ou supérieures à 30, que l'on n'a aucune chance de rencontrer en pratique.

La plupart des valeurs de M figurent dans deux ou trois tables. Laquelle faut-il adopter ?

D'après Brass, il faut retenir celle qui donne aux multiplicateurs les valeurs les plus voisines de l'unité.

8.3.2.3. ***Résultats de l'ajustement.***

Prenons l'exemple du Cameroun Occidental. Nous avons M = 25,6 années pour les mères, Nous pouvons donc calculer par interpolation linéaire des valeurs des coefficients dans la table 2 ou dans la table 3. Voici le résultat de ces calculs.

| Groupe d'âge | Multiplicateurs déduits de la table 2 (B = 25) | Multiplicateurs déduits de la table 3 (B = 27,5) |
|---|---|---|
| 5 – 9 | 1,002 | 1,000 |
| 10 – 14 | 1,006 | 1,001 |
| 15 – 19 | 1,013 | 1,002 |
| 20 – 24 | 1,020 | 1,000 |
| 25 – 29 | 1,031 | 0,995 |
| 30 – 34 | 1,043 | 0,986 |
| 35 – 39 | 1,055 | 0,961 |
| 40 – 44 | 1,054 | 0,940 |
| 45 – 49 | 1,031 | 0,917 |
| 50 – 54 | 0,916 | 0,653 |

MULTIPLICATEURS A UTILISER
POUR CONVERTIR LES PROPORTIONS D'ENFANTS DONT LA MERE SURVIT
EN PROBABILITES DE SURVIE (k)

| Groupe d'âge des enfants | Table 1. B = 22,5 ans | | | | Table 2. B = 25,0 années | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | M (âge moyen des mères) | | | | M (âge moyen des mères) | | | | | |
| | 22 | 23 | 24 | 25 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
| 5 – 9 | 0,997 | 0,999 | 1,001 | 1,002 | 0,997 | 0,999 | 1,000 | 1,002 | 1,004 | 1,005 |
| 10 – 14 | 1,000 | 1,003 | 1,006 | 1,009 | 0,998 | 1,001 | 1,004 | 1,007 | 1,010 | 1,014 |
| 15 – 19 | 1,003 | 1,008 | 1,013 | 1,018 | 0,999 | 1,004 | 1,009 | 1,015 | 1,021 | 1,027 |
| 20 – 24 | 1,006 | 1,014 | 1,023 | 1,031 | 0,998 | 1,006 | 1,015 | 1,024 | 1,034 | 1,046 |
| 25 – 29 | 1,011 | 1,023 | 1,037 | 1,051 | 0,995 | 1,008 | 1,022 | 1,037 | 1,053 | 1,072 |
| 30 – 34 | 1,014 | 1,033 | 1,054 | 1,077 | 0,987 | 1,008 | 1,029 | 1,053 | 1,079 | 1,109 |
| 35 – 39 | 1,016 | 1,046 | 1,078 | 1,113 | 0,971 | 1,001 | 1,033 | 1,069 | 1,109 | 1,154 |
| 40 – 44 | 0,906 | 1,049 | 1,096 | 1,148 | 0,934 | 0,976 | 1,023 | 1,075 | 1,134 | 1,200 |
| 45 – 49 | 0,985 | 1,040 | 1,107 | 1,183 | 0,868 | 0,924 | 0,988 | 1,060 | 1,143 | 1,233 |
| 50 – 54 | 0,896 | 0,971 | 1,059 | 1;161 | 0,721 | 0,786 | 0,862 | 0,952 | 1,057 | 1,180 |

| Groupe d'âge des enfants | Table 3. B = 27,5 années | | | | | | Table 4. B = 30 années | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | M (âge moyen des mères) | | | | | | M (âge moyen des mères) | | | |
| | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 5 – 9 | 0,999 | 1,001 | 1,002 | 1,004 | 1,006 | 1,008 | 0,998 | 1,000 | 1,002 | 1,004 |
| 10 – 14 | 0,999 | 1,002 | 1,006 | 1,009 | 1,013 | 1,017 | 0,998 | 1,001 | 1,005 | 1,010 |
| 15 – 19 | 0,998 | 1,004 | 1,009 | 1,016 | 1,023 | 1,031 | 0,994 | 1,001 | 1,008 | 1,016 |
| 20 – 24 | 0,994 | 1,004 | 1,014 | 1,025 | 1,033 | 1,051 | 0,986 | 0,997 | 1,009 | 1,023 |
| 25 – 29 | 0,986 | 1,001 | 1,017 | 1,035 | 1,055 | 1,077 | 0,973 | 0,990 | 1,010 | 1,031 |
| 30 – 34 | 0,973 | 0,995 | 1,020 | 1,048 | 1,079 | 1,114 | 0,949 | 0,975 | 1,003 | 1,036 |
| 35 – 39 | 0,941 | 0,974 | 1,011 | 1,051 | 1,098 | 1,150 | 0,901 | 0,938 | 0,979 | 1,026 |
| 40 – 44 | 0,890 | 0,935 | 0,986 | 1,044 | 1,111 | 1,187 | 0,824 | 0,872 | 0,928 | 0,992 |
| 45 – 49 | 0,779 | 0,836 | 0,902 | 0,977 | 1,065 | 1,168 | 0,670 | 0,726 | 0,792 | 0,869 |
| 50 – 54 | 0,615 | 0,679 | 0,754 | 0,842 | 0,946 | 1,069 | 0,497 | 0,555 | 0,624 | 0,705 |

Jusqu'au groupe d'âge 35-39 inclus les coefficients correspondant à la table 2 sont plus proches de l'unité, après 40 ans c'est l'inverse et pour le groupe d'âge 50-54, la différence devient énorme.

Le résultat de l'ajustement est le suivant :

| Groupe d'âge | N | B + N Table 2 | B + N Table 3 | l(x) Estimé | l(x) Observé |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 – 4 | 2,5 | | 30,0 | 582 | 576 |
| 5 – 9 | 7,5 | | 35,0 | 558 | 552 |
| 10 – 14 | 12,5 | | 40,0 | 529 | 532 |
| 15 – 19 | 17,5 | | 45,0 | 483 | 468 |
| 20 – 24 | 22,5 | | 50,0 | 469 | 401 |
| 25 – 29 | 27,5 | | 55,0 | 332 | 323 |
| 30 – 34 | 32,5 | | 60,0 | 228 | 224 |
| 35 – 39 | 37,5 | | 65,0 | 180 | 177 |
| 40 – 44 | 42,5 | 67,5 | | 139 | 153,5 |
| 45 – 49 | 47,5 | 72,5 | | 76 | - |
| 50 – 54 | 52,5 | 77,5 | | 37 | - |

L'ajustement a été également appliqué au groupe 0-4 pour lequel aucun coefficient n'a été calculé (on l'a supposé égal à l'unité). Comme la table de survie calculée directement pour le Cameroun occidental, ne va que jusqu'à 70 ans, on n'a pas pu faire la comparaison pour les âges supérieurs mais l'évolution des taux de survie ajustés semble plausible.

L'accord est, dans l'ensemble, satisfaisant et encourageant.

## 8.4. **Estimation de l'âge moyen des pères à la naissance des enfants.**

### 8.4.1. **Données disponibles**

Lorsque l'on cherche à élaborer une méthode analogue à la précédente pour l'analyse de la survie des pères, on se heurte à une difficulté majeure ; il est facile d'estimer la différence d'âge entre les mères et leurs enfants, puisque la fécondité féminine est en général relativement bien connue, mais il en va tout autrement pour les pères.

A cette occasion, donc, BRASS a fait quelques recherches sur lesquelles il est intéressant de donner quelques indications car ce domaine est assez peu exploré.

Remarquons tout d'abord que la répartition par âge de la fécondité masculine diffère de celle de la fécondité féminine, non seulement par sa moyenne plus élevée, mais également par sa variance plus grande – la fécondité masculine s'étend sur un intervalle d'âge beaucoup plus large.

Les données statistiques sur la fécondité masculine sont assez pauvres en ce qui concerne les populations à forte fécondité.

En Afrique, il n'existe que deux sources sérieuses de renseignements : les résultats des enquêtes démographiques sur le Tchad et le Cameroun Occidental, qui présentés de façon extrêmement détaillée, classent les naissances dans les 12 derniers mois d'après l'âge du conjoint de la mère. L'âge moyen des pères à la naissance de leurs enfants, $\hat{m}$, est de 40,9 années pour le Tchad et de 46,2 années pour le Cameroun occidental. Ce sont des chiffres très élevés (il s'agit ici de l'âge moyen de procréation calculé à partir des taux de fécondité par âge et non de la différence réelle M qui tient compte de la répartition par âge dans la population).

Dans l'annuaire démographique des Nations Unies de 1969, on a relevé les renseignements relatifs à 14 pays à fécondité élevée que l'on a classés en quatre groupes assez homogènes.

- groupe A ($\hat{m}$ = 34,2 années)
  Chili, Panama, Porto-Rico, Trinité et Tobago, Iles du Pacifique (sous tutelle des Etats-Unis).
- groupe B ($\hat{m}$ = 35,4 années)
  Iles Fidji, Guatemala, Nicaraga, Perou.
- groupe C ($\hat{m}$ = 37,5 années)
  Colombie, Honduras
- groupe D ($\hat{m}$ = 39,2 années)
  Algérie, Tunisie, Koweit.

On remarquera que les pays des trois premiers groupes appartiennent à l'Amérique Latine ou à l'Océanie, alors que ceux du dernier groupe sont des pays arabes.

Les moyennes relevées dans deux pays africains sont on l'a vu, encore supérieures à celles du groupe D.

Ceci suggère une incidence de la polygamie sur l'âge moyen de procréation des hommes. En effet, alors que dans les populations monogames où la contraception est peu répandue, la fécondité potentielle d'un homme devient nulle lorsque sa femme a atteint la ménopause, dans les cultures admettant la polygamie, il arrivera qu'un homme relativement âgé, épouse une seconde femme plus jeune. D'autre part, l'existence de la polygamie a tendance à retarder le mariage des hommes.

Il faut noter que la polygamie est particulièrement répandue au Cameroun occidental (nombre moyen d'épouses par homme, 1,48 contre 1,30 au Tchad), ce qui explique en partie le niveau très élevé de $\hat{m}$.

### 8.4.2. **Structure par âge de la fécondité masculine**

On a essayé d'ajuster à ces observations une fonction assez simple, et on a finalement retenu :

$$f(t) = (t - a)\,(a + 60 - t)^3$$

$f(t)$ étant la fécondité masculine à l'âge t et a, l'âge de début de cette fécondité.

On a admis que cette fécondité s'étendait sur 60 ans, ce qui est peut-être optimiste.

Il en est résulté les coefficients suivants qui donnent les valeurs proportionnelles des taux de fécondité masculins par groupe d'âge quinquennal par rapport à leur total.

| Limites des groupes d'âge | | Fécondité masculine relative par âge |
|---|---|---|
| a | a + 5 | 0,0586 |
| a + 5 | a + 10 | 0,1376 |
| a + 10 | a + 15 | 0,1709 |
| a + 15 | a + 20 | 0,1721 |
| a + 20 | a + 25 | 0,1521 |
| a + 25 | a + 30 | 0,1213 |
| a + 30 | a + 35 | 0,0870 |
| a + 35 | a + 40 | 0,0552 |
| a + 40 | a + 45 | 0,0296 |
| a + 45 | a + 50 | 0,0123 |
| a + 50 | a + 55 | 0,0031 |
| a + 55 | a + 60 | 0,0002 |
| Total | | 1,0000 |

En fait, quand on a comparé ce modèle aux résultats observés, on a constaté ce qui suit :

– en ce qui concerne les répartitions des 14 pays figurant dans l'annuaire démographique, les courbes observées ont une variance moins grande que celles du modèle, c'est-à-dire qu'elles sont moins étalées, c'est sans doute dû en partie au fait déjà signalé que l'intervalle de 60 ans est trop important, toutefois, cette différence s'atténue quand m̄ augmente, elle est nettement moins marquée pour le groupe D.

Par contre, pour les deux pays africains, Tchad et Cameroun occidental, on constate l'inverse : la variance, donc la dispersion des distributions observées est plus grande. Ceci peut s'expliquer tant par l'importance du phénomène de la polygamie que par la tendance à vieillir encore les hommes âgés.

8.4.3. **Calcul de M pour le sexe masculin**

(Age moyen effectif des pères à la naissance de leurs enfants, c'est-à-dire, compte tenu de la composition par âge de la population).

Plusieurs techniques ont été expérimentées. Rappelons qu'il n'y a que deux pays : le Tchad et le Cameroun occidental pour lesquels on dispose de données permettant de faire directement un tel calcul.

1/ On calcule l'âge au premier mariage pour chaque sexe par la méthode de HAJNAL puis on ajoute la différence entre les âges moyens masculin et féminin au M féminin pour obtenir le M masculin.

Cette méthode présente le grave inconvénient de ne pas tenir compte de la polygamie (ainsi que des remariages de personnes veuves ou divorcées).

2/ On a alors substitué à la différence entre les âges au premier mariage la différence entre les âges moyens des hommes et des femmes mariés. On a alors comparé les âges ainsi calculés à ceux qui avaient été obtenus directement.

| | Tchad | Cameroun occidental |
|---|---|---|
| M estimé | 35,65 | 35,58 |
| M calculé directement | 36,35 | 39,22 |

(on remarquera que M est très nettement inférieur à m̄ pour le sexe masculin).

La différence entre les deux valeurs est faible pour le Tchad, mais elle est notable pour le Cameroun occidental.

Une des raisons de cet écart est sans doute l'incidence élevée de la polygamie. En fait, un homme marié à deux ou trois femmes compte pour 2 ou 3 dans le calcul de la différence réelle d'âge entre époux et épouse.

3/ Il faut donc introduire une correction pour rendre compte de l'effet de la polygamie. Malheureusement, dans beaucoup de cas, on ne dispose pas des taux de polygamie. Une méthode simple consiste à diviser simplement le nombre total d'hommes mariés par le nombre total de femmes mariées (ce qui est à peu près correct en l'absence de migrations importantes).

Ceci donne le taux global de polygamie, mais cela ne suffit pas, il faut encore estimer les taux par groupe d'âge.

A cet effet, on a analysé les taux de polygamie par âge des pays suivants : Tchad, Cameroun Occidental, Congo Brazza, Gabon, Niger, Centre Oubangui, Delta Central du Niger.

On a constaté que les taux de polygamie ont tendance à augmenter linéairement entre 20 et 60 ans, puis à se stabiliser ou à décroitre nettement après 70 ans.

Si l'on appelle P le taux global de polygamie (tous âges) pour 100 femmes, la pente de la droite d'ajustement entre 20 et 60 ans serait donnée approximativement par :

$$b = 0{,}3\sqrt{P - 100}$$

Le taux de polygamie pour l'intervalle 60-69 est estimé par $100 + 1{,}5\ (P - 100)$. Le taux pour les âges égaux ou supérieurs à 70 ans est estimé par $100 + 1{,}1\ (P - 100)$.

*Exemple pratique :*

Supposons que le taux global de polygamie P soit de 149 (149 hommes mariés pour 100 femmes mariées)

La pente de la droite est égale à :

$$0{,}3\sqrt{149 - 100} = 2{,}1$$

et on peut écrire (p étant le taux de polygamie par âge jusqu'à 60 ans et la polygamie étant supposée négligeable pour les hommes âgés de 20 ans)

$$p = 100 + 2{,}1\ (t - 20),\ t \text{ étant l'âge.}$$

L'évolution des taux serait alors la suivante :

| Age des hommes | Taux de polygamie |
|---|---|
| 20 | 100 |
| 30 | 121 |
| 40 | 142 |
| 50 | 163 |
| 60 | 184 |

Entre 60 et 69 ans, le taux moyen serait estimé par :

$$100 + 1{,}5 \times 49 = 173{,}5$$

Après 70 ans, il serait estimé par :

$$100 + 1{,}1 \times 49 = 154$$

Finalement, voici quelques estimations de M obtenues par différentes méthodes pour le Tchad et le Cameroun occidental.

| | M (en années) | |
|---|---|---|
| | Tchad | Cameroun occidental |
| 1/ Calculé directement | 36,35 | 39,22 |
| 2/ En ajoutant à M féminin la différence entre les âges au premier mariage | 33,62 | 35,49 |
| 3/ En ajoutant à M féminin la différence entre les âges moyens des hommes et des femmes mariés (sans pondération) | 35,65 | 35,58 |
| 4/ -id- (en pondérant d'après les taux de polygamie *observés)* | 36,89 | 37,93 |
| 5/ -id- (en pondérant d'après les taux de polygamie *ajustés*) | 37,09 | 37,20 |

L'estimation N° 4 est la plus vraisemblable.

### 8.5. **Analyse de la survie des pères**

Une première remarque s'impose :

La mère d'un enfant né vivant a survécu au moins jusqu'à la naissance de cet enfant, au contraire le père est exposé au risque de décés dès l'instant de la conception. Les $l_x$ devront donc se référer à une durée excédant de 3/4 d'année, la somme de l'âge du père à la naissance et de l'âge de l'enfant.

Autrement dit, supposons que l'âge moyen des pères à la naissance de leur enfant soit de 35 ans. Pour un enfant âgé, par exemple de 7 ans, la probabilité de décés du père se rapportera non pas à l'intervalle 35-42, mais à l'intervalle 34,25 à 42. C'est-à-dire 7 années 3/4.

Voyons ce que cela donnerait pour le Cameroun occidental. Nous avons vu que l'âge moyen des pères se situe vraisemblablement entre 37 et 38 ans. Adoptons 37,5, ce qui nous donne des âges ronds pour l'estimation de la proportion des survivants. Ces proportions se rapportent à la survie depuis l'âge de 36,75. Nous allons comparer les taux de survie des pères aux proportions de survivants déduites de la table de survie obtenue directement.

Comparaison entre les taux de survie des pères d'après l'âge des enfants et les taux correspondants de survie obtenus directement pour le Cameroun occidental (1964) en supposant que l'âge moyen des pères à la naissance de leurs enfants est de 37,5 années (table de survie pour 1 000 hommes âgés de 36,75 années).

Les ordres de grandeurs des rapports sont comparables, malgré le caractère très élémentaire de la comparaison, on aurait d'ailleurs des chiffres plus voisins en adoptant des âges inférieurs de 2 ans à 2 ans et demi à ceux qui figurent ici.

BRASS a calculé une première série de tables de multiplicateurs analogues à ceux qui sont utilisés pour le sexe féminin.

TABLE DE SURVIE POUR 10 000 HOMMES AGES DE 36,75 ANNEES

| Age des enfants | Age moyen des pères | Survie des pères | Table de survie calculée directement |
|---|---|---|---|
| – | 36,75 | 10 000 | 10 000 |
| P (0 – 4) | 40,00 | 9 753 | 9 520 |
| P (5 – 9) | 45,00 | 9 102 | 8 570 |
| P (10 – 14) | 50,00 | 8 103 | 7 810 |
| P (15 – 19) | 55,00 | 6 720 | 6 185 |
| P (20 – 24) | 60,00 | 5 286 | 4 496 |
| P (25 – 29) | 65,00 | 3 783 | 3 483 |
| P (30 – 34) | 70,00 | 2 437 | 2 322 |

CHAPITRE IV

# Utilisation de modèles de population

## 1. MODELES DE POPULATION.

### 1.1. **Fonction de répartition par âge.**

c (x) désigne la proportion d'individus d'âge x par rapport au total (pour un sexe ou pour l'ensemble).

Lorsqu'on raisonne en continu, c (x) représente la proportion d'individus âgés de x à x + dx années.

En pratique, on écrira c (20) : proportion d'individus âgés de 20 ans. c (35-39), proportion d'individus dans le groupe d'âge 35-39 ans, etc. . .

C (x) fonction cumulée désigne la proportion d'individus dont l'âge est égal ou inférieur à x.

On a évidemment en notation discontinue $C(a) = \int_0^a c(x)\,dx$

$$C(a) = \sum_0^a c(x)$$

Si $\omega$ est l'âge le plus élevé,

$$C(\omega) = 1 = \int_0^\omega c(x)\,dx \qquad \text{ou} \qquad \sum_0^\omega c(x)$$

L'effectif à un âge donné N (a) est égal à :

$$N(a) = P \times c(a)\ ;\ P \text{ étant la population totale.}$$

### 1.2. **Population stationnaire.**

Ce modèle de population a déjà été évoqué à propos des tables de mortalité. A toute fonction de survie –définie par une table de mortalité– on peut associer une population stationnaire dont la pyramide des âges est identique à la courbe de survie (à un changement d'échelle près).

#### 1.2.1. **Propriétés d'une population stationnaire.**

1/ C'est une population fermée (sans mouvement migratoire)

2/ Les effectifs à chaque âge sont invariables

3/ Les différences entre les effectifs aux âges successifs sont dues uniquement aux décès

4/ Le nombre annuel des naissances est constant et égal au total des décès à tous les âges. Autrement dit, en appelant B le nombre annuel de naissances et p (a) la proportion de survivants à l'âge a

$$p(a) = \frac{l_a}{l_o}$$

$$N(a) = P \times c(a) = B \times \frac{l_a}{l_a} = B \times p(a) \qquad \text{effectif à l'âge a.}$$

Si l'on donne la même valeur à B et à $l_o$, la pyramide des âges coïncide exactement avec la courbe de survie puisque l'on a

$$N(a) = l_a$$

En pratique, on utilise des groupes d'âge et on écrit :

$$N(a\,,\,a+n) = B\,\frac{{}_nL_a}{l_0}$$

Si $B = l_o$, $N(a\,,\,a+n) = {}_nL_a$ (on a déjà cette définition de la fonction L).

1.2.2. **Taux de mortalité intrinsèque.**

L'effectif total de la population stationnaire est égal à :

$$P = \sum_0^{\omega} N(a) = \sum_0^{\omega} {}_nL_a = T_o$$

Mais on sait que $$^{o}e_o = \frac{T_o}{l_o}$$

*Dans une population stationnaire,* on peut donc écrire :

$$^{o}e_o = \frac{T_o}{l_o} = \frac{P}{B}$$

Mais le taux brut de natalité (TBN ou b) est égal à $\frac{B}{P}$, on a donc :

$$TBN = b = \frac{B}{P} = \frac{1}{^{o}e_o}$$

Dans une population stationnaire, le taux brut de mortalité (TBM ou d) est égal par définition au taux brut de natalité, on a donc également :

$$TBM = d = \frac{1}{^{o}e_o}$$

C'est ce qu'on appelle *le taux de mortalité intrinsèque,* en effet cette quantité dépend uniquement de la table de mortalité et est indépendante de la composition par âge. (le taux de natalité d'une population stationnaire n'a aucune signification propre, on a simplement décidé par principe qu'il serait égal au taux de mortalité).

Exemple : Pour une espérance de vie à la naissance de 22,95 années, (observée en Inde entre 1901 et 1911), ces taux stationnaires correspondants de natalité et de mortalité seraient égaux à :

$$\frac{1}{22{,}95} = 0{,}04357 = 43{,}57\ ‰$$

Ce qui signifie que si au cours d'une période suffisamment longue –le taux brut de natalité était inférieur à ce chiffre– la population diminuerait et tendrait à s'éteindre.

En France, l'espérance de vie à la naissance (ensemble des deux sexes) est actuellement supérieure à 71 ans, les taux de la population stationnaire correspondante seraient de l'ordre de 14 ‰.

## 1.3. **Population malthusienne — population stable**

Les deux termes sont souvent considérés comme synonymes, bien qu'en toute rigueur, ils ne soient pas exactement équivalents.

Toutes les populations stables sont des populations malthusiennes, mais une population malthusienne peut ne pas être stable.

### 1.3.1. **Population malthusienne.**

#### 1.3.1.1. ***Définition.***

Une population malthusienne est définie par les caractéristiques suivantes :

– c'est une population fermée (sans mouvements migratoires),

– son effectif varie avec un taux d'accroissement $\rho$ constant. Si $P_t$ est la population à l'instant t et $P_0$, la population à l'instant 0, on a

$$P_t = P_0 \times e^{\rho t} = P_0 (1 + r)^t$$

(r est très voisin de p pour $\rho = 0{,}02$, $r = 0{,}0202$)

– sa répartition proportionnelle par âge est constante (les c (a) sont tous invariables).

#### 1.3.1.2. ***Propriétés d'une population malthusienne.***

Il résulte des conditions précédentes que :

– le taux de natalité est constant,
– tous les taux ou quotients de mortalité par âge sont constants,

En raisonnant sur ces fonctions continues, l'effectif à un âge a (c'est-à-dire le nombre de personnes dont l'âge est compris entre a et a + da) varie dans le temps comme la population totale.

$$N(a, t) = N(a, o)\, \epsilon^{\rho t} \qquad \text{(effectif à l'instant t)}$$

ou encore :

$$N(a, t) = P_t \times c(a) = P_o \times e^{\rho t} \times c(a) \; ; \; c(a) \text{ est constant.}$$

Le nombre des naissances ($B = N(o)$) varie de la même façon.

$$B(t) = B_o\, e^{\rho t}$$

L'effectif à l'âge a à un instant donné est égal aux survivants parmi les individus nés a années auparavant

$$N(a) = B(-a)\, p(a)$$

$$= B \times p(a)\, e^{-\rho a} \qquad \text{(B étant le nombre actuel de naissances)}$$

L'effectif total de la population

$$P = \int_0^{\omega} N(a)\ da = B \int_0^{\omega} e^{-\rho a} \cdot p(a)\, da$$

Mais b (taux brut de natalité), constant par définition $= \dfrac{B}{P}$

donc :

$$b = \frac{B}{B\int_0^{\omega} e^{-\rho a}\, p(a)\, da} = \frac{1}{\int_0^{\omega} e^{-\rho a}\, p(a)\, da}$$

c (a) est la proportion d'individus d'âge a par rapport à l'ensemble

$$c(a) = \frac{N(a)}{P} = \frac{B\, e^{-\rho a}\, p(a)}{P}$$

$$c(a) = b\, e^{-\rho a}\, p(a)$$

b = taux brut de natalité.

Ainsi, il suffit de connaître la table de mortalité et le taux d'accroissement naturel pour calculer les caractéristiques d'une population malthusienne,

- sa composition par âge,
- son taux de natalité,
- son taux de mortalité, obtenu par différence

$$d = b - \rho$$

mais non le taux brut et le taux net de reproduction (car on n'a aucune indication sur la répartition par âge de la fécondité).

1.3.1.3. ***Calculs pratiques.***

On dispose d'une table de mortalité et on connaît le taux d'accroissement naturel. Comment calculer la population malthusienne correspondante ?

On part d'un nombre de naissances, égal au lo de la table de mortalité, par exemple 10 000.

Supposons que l'on veuille connaître l'effectif correspondant à 25 ans. Prenons par exemple la fameuse table de Duvillard (France 18ème siècle), le nombre de survivants à 25 ans est de 4 714.

L'effectif à 25 ans sera égal à ce chiffre multiplié par :

$$e^{-25\rho} \quad \text{ou} \quad (1 + r)^{-25} = \frac{1}{(1 + r)^{25}}$$

| r | $(1 + r)$ | $(1 + r)^{-25}$ |
|---|---|---|
| + 2 % | 1,02 | 0,6095 |
| + 1 % | 1,01 | 0,7798 |
| 0 % | 1,00 | 1,0000 (population stationnaire) |
| − 1 % | 0,99 | 1,2853 |

Donc pour 10 000 naissances annuelles actuelles, on aura à 25 ans les effectifs suivants :

| Taux d'accroissement | Effectif à 25 ans | |
|---|---|---|
| + 2 % | 4714 x 0,6095 | = 2873 |
| + 1 % | 4714 x 0,7798 | = 3676 |
| 0 % | 4714 x 1,0000 | = 4714 |
| − 1 % | 4714 x 1,2853 | = 6059 |

Plus le taux d'accroissement est élevé, plus la pyramide des âges est évasée vers le bas et se resserre rapidement.

1.3.1.4. ***Exemples de populations malthusiennes (d'après PRESSAT).***

On a choisi deux tables de mortalité très différentes :

La table de *Duvillard* (France 18ème siècle)

mortalité élevée $^{o}e_{o}$ = 28,8 années

La table norvégienne de 1951 - 1955 (sexe féminin)

mortalité très basse $^{o}e_{o}$ = 74,7 années.

A chacune de ces tables, on a appliqué les taux d'accroissement différents et on a calculé la composition par grand groupes d'âge, ainsi que les taux bruts de natalité et de mortalité.

TABLES DE MORTALITE

| Taux d'accroissement naturel | Duvillard – France 18ème siècle $^{o}e_{o}$ = 28,8 | | | | Norvège 1951 - 1955 sexe féminin $^{o}e_{o}$ = 74,7 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | – 1 % | 0 % | + 1 % | + 2 % | – 1 % | 0 % | + 1 % | + 2 % |
| Composition par âge | | | | | | | | |
| 0 – 19 ans | 32,6 | 40,5 | 48,2 | 55,6 | 18,9 | 26,1 | 34,1 | 42,4 |
| 20 – 59 ans | 54,4 | 50,6 | 45,9 | 40,6 | 49,5 | 50,5 | 49,4 | 46,4 |
| 60 ans et plus | 13,0 | 8,9 | 5,9 | 3,8 | 31,6 | 23,4 | 16,5 | 11,2 |
| | 100,0 | 100,0 | 100,0 | 100,0 | 100,0 | 100,0 | 100,0 | 100,0 |
| Taux brut de natalité ‰ | 25,3 | 34,7 | 45,2 | 56,8 | 8,8 | 13,4 | 19,3 | 26,3 |
| Taux brut de mortalité ‰ | 35,3 | 34,7 | 35,2 | 36,8 | 18,8 | 13,4 | 9,3 | 6,3 |

*Remarques :*

1/ Les taux intrinsèques de mortalité (population stationnaire ($\rho$ = 0,00 %) sont :
table de *Duvillard :*

$$\frac{1}{28,8} = 34,7\ ‰$$

table norvégienne :

$$\frac{1}{74,7} = 13,4\ ‰$$

2/ Chaque groupe de la population correspond à un seul et même niveau de mortalité mais on constate que pour la table de *Duvillard,* les taux bruts de mortalité sont du même ordre de grandeur, alors que dans le cas de la table norvégienne, ces taux varient du simple au triple.

Cette différence est due principalement à l'impact de la mortalité infantile. Dans une population de type traditionnel *(Duvillard)* la diminution de la proportion de vieillards est compensée par l'augmentation de celle des jeunes enfants soumis à une très forte mortalité.

Par contre, dans une population évoluée, comme celle de la Norvège, la mortalité ne frappe guère de façon appréciable que les vieillards et le taux brut dépend essentiellement de leur proportion.

### 1.3.2. **Population stable.**

#### 1.3.2.1. *Définition.*

Une population stable est une population malthusienne qui remplit la condition supplémentaire suivante :

– la fécondité par âge $\phi(x)$ est constante, ainsi que le rapport des sexes à la naissance. On voit que cette caractéristique est suffisante pour que la population soit malthusienne, mais qu'elle n'est pas absolument nécessaire : les taux de fécondité aux différents âges peuvent varier de telle façon que le taux de natalité reste constant.

1.3.2.2. ***Caractéristiques.***

On peut déduire les quantités suivantes de la fonction de fécondité.

*Taux brut de reproduction.*

Appelons $k_m$ et $k_f$ les proportions de naissances masculines et féminines dans la population

$$(k_m + k_f = 1).$$

$$\phi'(x) = k_f \times \phi(x)$$

est la fécondité en ne considérant que les naissances féminines et u et v les âges limites de la fécondité des femmes.

*Taux brut de reproduction.*

$$TBR = R_B = R' = k_f \times \int_u^v \phi(a)\, da = \int_u^v \phi'(a)\, da$$

*Taux net de reproduction.*

$$TNR = R_N = R_o = k_f \times \int_u^v \phi(a)\, p(a)\, da = \int_u^v \phi'(a)\, p(a)\, da$$

p(x) désigne ici la survie du sexe féminin.

*Age moyen de procréation.*

$$\bar{m} = A = \frac{\int_u^v a\, \phi(a)\, da}{\int_u^v \phi(a)\, da}$$

*Intervalle entre générations.*

$$T = \frac{\int_u^v a\, \phi(a)\, p(a)\, da}{\int_u^v \phi(a)\, p(a)\, da}$$

*Nombre de naissances.*

Le nombre de naissances du sexe féminin B', est :

$$B' = \int_u^v N'(a)\, \phi'(a)\, da$$ N'(a) étant l'effectif féminin d'âge a

Mais dans une population stable,

$$N'(a) = B'(-a) \times p(a)$$

$$N'(a) = B' e^{-\rho a}\, p(a)$$

donc

$$B' = B' \int_u^v e^{-\rho a}\, p(a)\, \phi'(a)\, da$$

D'où la formule très importante

$$\int_u^v e^{-\rho a}\ p(a)\ \phi'(a)\ da = 1$$

*Taux intrinsèque d'accroissement naturel.*

Il est possible à partir de cette question de calculer $\rho$ connaissant les fonctions p(a) et $\phi'(a)$

$$(\phi'(a) = k_f\ \phi(a)).$$

Le taux ainsi calculé est le taux intrinsèque d'accroissement naturel ou taux de Lotka, indépendant de la composition par âge. (voir annexe).

1.3.2.3. ***Formules approchées.***

1/ On a la relation approximative suivante entre le taux net de reproduction et le taux intrinsèque d'accroissement naturel.

$$Ro = e^{\rho T} = (1 + r')^T$$

$$\rho = \frac{\log_o R_o}{T} \qquad \log(1 + r) = \frac{\log R_o}{T} \qquad \text{(T est l'intervalle entre générations).}$$

2/ On peut estimer directement le taux net de reproduction à partir du taux brut de reproduction par la formule approchée suivante due à *Bourgeois Pichat.*

$$R_o = R' \times p(A) \qquad \text{ou} \qquad R_N = R_B \times p(A)$$

$A = \overline{m}$ est l'âge moyen de procréation.

1.3.2.4. ***Théorème fondamental de LOTKA.***

*Alfred Lotka* a démontré que, quelle que soit la composition par âge initiale d'une population, si les taux de mortalité et de fécondité par âge restent constants, cette population tend vers une structure stable bien définie.

Le calcul de toutes les caractéristiques de cette population stable peut se faire à partir du taux d'accroissement naturel, de la table de mortalité et des taux de fécondité par âge.

1.3.2.5. ***Exemples de calculs pratiques.***

Calcul du taux net de reproduction et de l'intervalle entre générations T-(Mali 1960-1961). (La table de mortalité utilisée est celle qui a été estimée à partir de la survie des enfants).

| Groupe d'âge | Age moyen (a) | Taux de fécondité actuelle | Survivants pour 1 000 naissances | Produit (3) x (4) | Produit (2) x (5) ou (2) x (3) x (4) |
|---|---|---|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) |
| 15 – 19 | 17 | 244 | 549 | 133 956 | 2 277 252 |
| 20 – 24 | 22 | 350 | 524 | 183 400 | 4 034 800 |
| 25 – 29 | 27 | 326 | 497 | 162 022 | 4 374 594 |
| 30 – 34 | 32 | 272 | 469 | 127 568 | 4 082 176 |
| 35 – 39 | 37 | 192 | 441 | 84 672 | 3 132 864 |
| 40 – 44 | 42 | 88 | 413 | 36 344 | 1 526 448 |
| 45 – 49 | 47 | 42 | 386 | 16 212 | 761 964 |
| Total | | 1 514 | | 744 174 | 20 190 098 |

(a) avec décalage de 6 mois (voir plus haut).

*Calcul du taux net de reproduction.*

Les chiffres de la colonne (5) sont les valeurs moyennes des produits $\phi$ (a) p (a) pour les différents groupes d'âge. Pour obtenir la descendance moyenne d'une cohorte de femmes compte tenu de la mortalité, il faut multiplier par 5 puisqu'il s'agit de groupes quinquennaux (et diviser le total par 1 000 000 puisqu'on a multiplié des taux de fécondité pour 1 000 par des taux de survie également pour 1000) ; cette descendance est donc égale à :

$$5 \times \frac{744\,174}{10^6} \simeq 3{,}72$$

Pour avoir le taux net de reproduction, on multiplie cette descendance par la proportion de naissances féminines ($k_f$), soit 0,49 : $R_N = R_o = 0{,}49 \times 3{,}72 \simeq 1{,}83$.

Rappelons que l'on avait calculé précédemment le taux brut de reproduction qui était égal à :

$$R_B = R' = 3{,}71 \text{ (valeur non ajustée).}$$

*Calcul de l'intervalle entre générations.*

On l'obtient en divisant le total de la colonne (6) dont les chiffres sont égaux aux valeurs moyennes des produits $a\phi(a)\, p(a)$ pour les différents âges par le total de la colonne (5).

$$T = \frac{20\,190\,098}{744\,174} = 27{,}13 \text{ années.}$$

On remarquera que ce chiffre est légèrement inférieur à A pour lequel on avait trouvé une valeur de 27,8 années.

*Formule approchée pour le calcul du taux net de reproduction.*

$$R_o = R' \times p(A)$$

$$A = 27{,}8 \text{ années}$$

$$p(A) = 0{,}492$$

L'estimation de $R_o$ est $3{,}71 \times 0{,}492 = 1{,}825$.

L'approximation est excellente (au moins dans le cas présent).

*Calcul du taux intrinsèque d'accroissement naturel.*

Voici les résultats obtenus en calculant, d'une part par la formule exacte, d'autre part en utilisant l'approximation

$$R_o = e^{\rho T}$$

| | Formule exacte | Calcul approché |
|---|---|---|
| Ceylan (1946-1947) | 18,9 ‰ | 18,7 ‰ |
| Cameroun occidental (1964) | 19,6 ‰ | 19,3 ‰ |

Dans beaucoup de cas, l'imprécision des données de base est telle que l'emploi de la formule exacte aboutit à un gain de précision illusoire par rapport à la formule approchée.

### 1.3.2.6. *Note sur le taux d'accroissement naturel*

*a) Taux instantané $\rho$*

Ce taux est défini par l'équation différentielle

$$\frac{dP}{dt} = \rho \qquad \text{dont la solution est } P_t = P_o\, e^{\rho t}$$

*b) Taux annuel moyen r*

Ce taux est défini par :

$$P_t = P_o\ (1 + r)^t$$

Soit, pour t = 1 : $P_1 = P_o\ (1 + r)$

Comme il s'agit de nombres relativement très petits r et $\rho$ sont très voisins ; on a en effet, en négligeant les termes d'ordre supérieur à 2.

$$e^{\rho} = 1 + \rho + \frac{\rho^2}{2} + \ldots$$

On peut donc écrire approximativement

$$r = \rho + \frac{\rho^2}{2}$$

Donc on a :

| | | |
|---|---|---|
| pour | $\rho = 0{,}01$ | $r = 0{,}01005$ |
| | $\rho = 0{,}02$ | $r = 0{,}02020$ |
| | $\rho = 0{,}03$ | $r = 0{,}03045$ |
| | $\rho = 0{,}04$ | $r = 0{,}04080$ |

*c) Taux moyen observé*

En pratique le taux d'accroissement naturel est généralement calculé par différence entre le taux brut de natalité et le taux brut de mortalité ; ce taux observé s'écrit aussi r, mais en fait il n'est pas exactement égal au taux d'accroissement annuel ci-dessus. En effet les taux de natalité et de mortalité sont définis comme le rapport des nombres annuels de naissance ou de décès rapportés à la *population moyenne* au cours de l'année considérée. Cette population moyenne est à peu près égale à $P_t\left(1 + \frac{r}{2}\right)$ et ce taux (que l'on désignera par r') est donc égal à :

$$r' = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t\left(1 + \frac{r}{2}\right)} = \frac{r}{1 + \frac{r}{2}}$$

On a donc à peu près

$$r = r' + \frac{r'^2}{2}$$

En rapprochant cette formule de celle qui précède on voit que l'on peut écrire :

$$r' = \rho$$

Donc le taux d'accroissement naturel obtenu en soustrayant le taux brut de mortalité du taux brut de natalité est pratiquement égal au taux instantané d'accroissement et légèrement inférieur au taux annuel d'accroissement naturel.

## 1.4. Populations quasi-stables

### 1.4.1. Définition

Quel que soit l'intérêt de la théorie de la population stable du point de vue conceptuel, ses applications pratiques sembleraient à première vue assez limitées au moins pour la période actuelle.

Mais on a constaté (voir en particulier les travaux de *Bourgeois Pichat* et de *Coale*) que : ***lorsque le niveau de la fécondité est élevé et est resté sensiblement constant pendant une période suffisamment longue,*** en l'absence de forts mouvements migratoires (au moins pour le sexe féminin), la composition par âge et les taux bruts démographiques sont proches de ceux d'une population stable même si la mortalité a varié. Toutefois, nous verrons que des travaux plus précis et plus récents incitent à une certaine prudence en ce domaine.

### 1.4.2. **Modèle de population quasi-stable**
(dû à BOURGEOIS-PICHAT).

Les hypothèses sont les suivantes :

Fécondité : Taux brut de reproduction constant et égal à 3.0

Mortalité : Définie par les tables types des Nations Unies).

– Situation initiale : espérance de vie à la naissance égale à 40 ans.

– Evolution : le niveau de la mortalité s'abaisse progressivement pendant 40 ans. A l'expiration de cette période, l'espérance de vie à la naissance est égale à 60 ans, la mortalité se stabilise à ce niveau.

*Structure* : on suppose qu'au départ la population était stable. Lorsque la baisse de la mortalité aura cessé, elle tendra vers un nouvel état stable. Dans l'intervalle, elle évolue, mais reste "quasi-stable".

Le tableau ci-dessous donne quelques caractéristiques des populations stables initiales et finales, ainsi que celle de la population quasi-stable à la fin de la période de baisse de la mortalité.

| Population | Taux brut de reproduction | Espérance de vie | Taux bruts ‰ | | | Composition par âge | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Natalité | Mortalité | Accroissement naturel | 0 – 14 | 15 – 59 | 60 ans et + | Total |
| Stable initiale | 3.0 | 40 ans | 46.0 | 23.3 | 22.7 | 43.1 | 52.5 | 4.4 | 100.0 |
| Quasi - stable | 3.0 | 60 ans | 43.6 | 9.8 | 33.8 | 44,9 | 50.2 | 4.9 | 100.0 |
| Stable finale | 3.0 | 60 ans | 42.8 | 9.6 | 33.2 | 46.0 | 49.6 | 4.4 | 100.0 |

Les caractéristiques de la population quasi-stable sont voisines de celles de la population stable. Elles ne leur sont cependant pas égales.

## 2. UTILISATION D'UN MODELE DE POPULATION STATIONNAIRE POUR L'ESTIMATION DU TAUX BRUT DE REPRODUCTION – INDICE DE THOMSON

### 2.1. **Rapport enfants-femmes :**

Lorsqu'on ne dispose que des résultats d'un recensement, on peut avoir une idée assez grossière du niveau de la fécondité par le "rapport enfants femmes" obtenu en divisant l'effectif total des individus de moins de 5 ans par le nombre des femmes en âge de procréer.

C'est-à-dire soit

l'effectif des femmes de 15 à 49 ans

ou plutôt celui des femmes de 15 à 44 ans (la fécondité est très faible au delà de 45 ans)

ou même celui des femmes de 20 à 44 ans.

Il est évident que le gros défaut de ce rapport est qu'il ne tient pas compte de la mortalité des jeunes enfants.

## 2.2. **Indice de THOMSON :**

### 2.2.1. **Conditions d'application :**

Pour calculer cet indice, il faut avoir à sa disposition, outre les résultats d'un recensement (par groupe d'âge quinquennal) une estimation de la table de survie de la population féminine (au moins jusqu'à 45 ans ou 50 ans).

### 2.2.2. **Définition :**

Désignons par b le rapport femmes-enfants tel qu'il a été défini plus haut.

C'est-à-dire en appelant $P_x$ la population à l'âge x et $P_f$ x la population féminine à l'âge x.

Soit : $$b = \frac{P_{0-4}}{P_{f\,15-44}}$$

Soit : $$b = \frac{P_{0-4}}{P_{f\,20-44}}$$

Appelons $\beta$ la valeur de ce rapport pour la population stationnaire correspondant à la table de mortalité de la population.

soit :

$$\beta = \frac{L_{0-4}}{L_{f\,15-44}}$$

soit : $$\beta = \frac{L_{0-4}}{L_{f\,20-44}}$$

En appelant Lx et $L_f$x respectivement les effectifs des groupes d'âge x pour les deux sexes et pour la population féminine.

*Par définition l'indice de Thomson est :*

$$I = \frac{b}{\beta} = \frac{P_{0-4}}{P_{f\,15-44}} \times \frac{L_{f\,15-44}}{L_{0-4}}$$

$$I = \frac{b}{\beta} = \frac{P_{0-4}}{P_{f\,20-44}} \times \frac{L_{f\,20-44}}{L_{0-4}}$$

C'est une estimation du taux net de Reproduction.

### 2.2.3. ***Exemple :***

Haute-Volta (enquête de 1960 - 1961)

Le taux net de reproduction obtenu directement est de 1,5.

Calculons les indices de Thomson correspondant aux différents âges limites retenus pour la fécondité des femmes.

*a) Rapports femmes-enfants observés*

Nombre d'enfants de moins de 5 ans : 760.951.

Nombre de femmes en âge de procréer

1/ 20 – 44 844.634
2/ 15 – 44 1.003.551
3/ 15 – 49 1.107.596

d'où trois rapports b

$$b_1 = \frac{760.951}{844.634} = 0,9009$$

$$b_2 = \frac{760.951}{1.003.551} = 0,7583$$

$$b_3 = \frac{760.951}{1.107.596} = 0,6870$$

b) Rapport femmes-enfants dans une population stationnaire ayant la mortalité observée en Haute-Volta.

Pour 1 000 naissances annuelles

Nombre d'enfants de moins de 5 ans : 3 655

Nombre de femmes en âge de procréer

1/ 20 – 44 5.925
2/ 15 – 44 7.336
3/ 15 – 49 8.264

D'où trois rapports $\beta$ :

$$\beta_1 = \frac{3.655}{5.925} = 0,6169$$

$$\beta_2 = \frac{3.655}{7.336} = 0,4982$$

$$\beta_3 = \frac{3.655}{8.264} = 0,4423$$

*c) Indices de Thomson :*

$$I_1 = \frac{b_1}{\beta_1} = \frac{0,9009}{0,6169} = 1,46 \text{ (femmes de 20 – 44 ans)}$$

$$I_2 = \frac{b_2}{\beta_2} = \frac{0,7583}{0,4982} = 1,52 \text{ (femmes de 15 – 44 ans)}$$

$$I_3 = \frac{b_3}{\beta_3} = \frac{0,6870}{0,4423} = 1,55 \text{ (femmes de 15 – 49 ans)}$$

Ici l'indice $I_2$ calculé à partir de l'effectif des femmes de 15 à 44 ans semble le meilleur.

De toute façon, étant donnée l'imprécision des données, les trois indices sont d'un ordre de grandeur acceptable. En pratique on n'utilise que rarement le groupe d'âge 15 – 49.

## 3. UTILISATION DE MODELES DE POPULATIONS STABLES

### 3.1. **Principe**

Les méthodes qui suivent sont des applications de la théorie des populations quasi-stables (également appelées populations semi-stables).

L'utilisation de ces méthodes implique donc une *condition nécessaire* :

Le niveau de la fécondité est resté sensiblement constant depuis assez longtemps (50 ou 60 ans), ne subissant que des fluctuations de faible amplitude et de durée limitée.

Par contre, la mortalité a pu varier (au moins dans la période la plus récente il s'agit pratiquement toujours d'une baisse).

L'influence des mouvements migratoires est plus difficile à apprécier. Il est évident que des migrations massives rendraient ces méthodes tout à fait inopérantes. Par contre, des mouvements continus et d'amplitude modérée n'excluent pas leur emploi, mais il faut évidemment tenir compte de leurs effets.

A partir des données dont on dispose sur la situation démographique actuelle d'une population, on calculera les autres caractéristiques de l'état stable vers lequel tendrait cette population si ces données restaient constantes.

Ces caractéristiques du modèle stable constituent les premières approximations de celles de la population actuelle. Ces dernières seraient autrement, tantôt inconnues, tantôt calculées à partir d'observations entachées d'erreurs considérables.

Lorsqu'on a des données sur la baisse de la mortalité, on s'efforcera d'arriver à une meilleure approximation de la réalité en faisant intervenir ce facteur.

Une population stable peut être définie par deux données indépendantes :

*Par exemple :*

Fonction de survie (table de mortalité) et taux d'accroissement naturel.

Fonction de survie et fécondité par âge (ou simplement taux brut de reproduction et âge moyen de procréation).

Fonction de survie et composition par âge.

Composition par âge et taux d'accroissement etc. . .

Tout dépend des renseignements disponibles et de leur valeur. (Si l'on a plus de deux renseignements, on peut faire des recoupements fort utiles).

### 3.2. **Méthodes des Nations Unies**

#### 3.2.1. **Populations stables types de PRINCETON**

Pour faciliter les comparaisons, des séries de populations stables ont été calculées à partir des tables types de mortalité.

On a déjà mentionné la publication par l'Office of Population Research de *Princeton* de deux séries de 13 populations types pour chacune des 192 tables de mortalité régionales (par sexe).

– L'une d'aprés le taux d'accroissement naturel (de – 10 ‰ à + 50 ‰

– L'autre d'après le taux brut de reproduction de 0,8 à 6,0 l'âge moyen de procréation étant égal à 29 ans

Soit au total : 4992 populations types.

On donne pour chacun : (Voir ci-dessous Note)

– La composition par âge (– 1 an, 1 à 4 ans et par groupe quinquennal jusqu'à 80 ans)

– La composition cumulée par âge correspondante

– La répartition proportionnelle des décès par âge. (Proportion de décès de moins d'un an, de 1 à 4 ans, etc. . . par rapport à l'ensemble des décès).

– La répartition cumulée des décès correspondante

– Les taux bruts de natalité et de mortalité

– Les taux bruts de reproduction (d'après l'âge moyen de procréation)

– L'âge moyen de la population

Une partie de ces populations (déduites du modèle régional Ouest de la mortalité) figure en annexe au manuel démographique n° IV des Nations Unies.

NOTE : Modèles de fécondité

*Utilisation du taux brut de reproduction pour la construction d'un modèle de population stable.*

Le taux brut de reproduction pris isolément n'est pas une donnée suffisante pour déterminer une composition par âge stable à partir d'une table de mortalité.

En effet, cette composition par âge est fonction du taux d'accroissement naturel et les formules permettant de calculer ce taux font intervenir la fécondité par âge. Or, le taux brut de reproduction est un indice du niveau global de la fécondité, et ne dépend pas de sa répartition par âge.

Inversement, connaissant la table de mortalité et le taux d'accroissement, on peut calculer, outre la composition par âge, les taux bruts de natalité et de mortalité, mais non les taux bruts et nets de reproduction qui dépendent eux aussi de la structure par âge de la fécondité.

Par conséquent, en toute rigueur, pour définir un modèle de population stable avec tous ses paramètres, il faudrait associer une fonction de mortalité et une fonction de fécondité par âge. Ce serait extrêmement compliqué.

Heureusement l'analyse faite à partir des fonctions de fécondité observées a montré que les estimations des paramètres démographiques n'étaient pratiquement sensibles qu'à la valeur moyenne de ces fonctions c'est-à-dire à l'âge moyen de procréation $\overline{m}$ ou A.

Dans ces conditions une population stable sera entièrement définie en associant à une table de mortalité, un taux de reproduction et l'âge moyen de procréation.

En pratique, pour effectuer les calculs on a adopté un modèle de fécondité par âge constitué de quatre répartitions correspondant aux valeurs suivantes de $\overline{m}$ : 27 ans, 29 ans, 31 ans et 33 ans.

Ces répartitions ont été calculées à partir des données figurant dans l'annuaire démographique de 1959 des Nations-Unies.

Le résultat apparaît dans le tableau ci-dessous dont la présentation est la suivante :

– Les chiffres sont les taux de fécondité féminine (nombre annuel de naissances de filles pour 1 000 femmes).

Ils correspondent à un taux brut de reproduction égal à l'unité. Donc leur total est égal à 200 pour chaque valeur de $\overline{m}$ (puisque TBR = 5 $\Sigma$ $f_i$)

Modèle de répartition des taux de fécondité féminine par âge

(Nombre annuel de naissances de filles pour 1 000 femmes de chaque groupe d'âge).

| Groupe d'âge | Age moyen de procréation | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 27 ans | 29 ans | 31 ans | 33 ans |
| 15 – 19 | 29 | 18 | 8 | 2 |
| 20 – 24 | 55 | 42 | 32 | 19 |
| 25 – 29 | 54 | 56 | 54 | 47 |
| 30 – 34 | 37 | 44 | 50 | 56 |
| 35 – 39 | 20 | 28 | 34 | 46 |
| 40 – 44 | 4 | 10 | 18 | 25 |
| 45 – 49 | 1 | 2 | 4 | 5 |
| Taux brut de reproduction | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 |

On calculera par interpolation linéaire la répartition correspondant à l'âge moyen de procréation observé.

Il suffit de multiplier ces répartitions-types par le taux brut de reproduction effectif pour obtenir ces taux de fécondité féminine.

Pour avoir les taux de fécondité pour l'ensemble des naissances, on multipliera les taux de fécondité féminine par 1 + m, m étant le rapport de masculinité à la naissance.

*Exemple :*

On a les données suivantes :

Age moyen de procréation = 28,4 années
Taux brut de reproduction = 3,2
Rapport de masculinité à la naissance = 1,04.

Quels sont les taux de fécondité par âge correspondant ?

On commencera par calculer par interpolation entre les deux premières colonnes, la répartition correspondant à $\overline{m} = 28{,}4$ ce qui donne :

| Groupe d'âge | Taux de fécondité féminine pour TBR = 1,000 |
|---|---|
| 15 – 19 | 21,3 |
| 20 – 24 | 45,9 |
| 25 – 29 | 55,4 |
| 30 – 34 | 41,9 |
| 35 – 39 | 25,6 |
| 40 – 44 | 8,2 |
| 45 – 49 | 1,7 |
| Total | 200,0 |

En multipliant ces chiffres par le taux brut de reproduction 3,2 on obtiendra les taux de fécondité féminine de la population. Pour avoir les taux de fécondité proprement dits, c'est-à-dire pour l'ensemble des naissances, on multipliera les taux féminins par 1 + m c'est-à-dire 2,04. On arrive aux résultats suivants (arrondis).

| | Taux de fécondité par âge (pour 1 000) |
|---|---|
| 15 – 19 | 139 |
| 20 – 24 | 300 |
| 25 – 29 | 362 |
| 30 – 34 | 273 |
| 35 – 39 | 167 |
| 40 – 44 | 54 |
| 45 – 49 | 11 |

*Relation entre le taux brut de reproduction et le taux d'accroissement naturel.*

Pour une table de mortalité et un taux brut de reproduction donnés le taux d'accroissement naturel est d'autant plus faible que l'âge moyen de procréation est plus élevé.

En fait, c'est l'intervalle entre générations T qui intervient dans les relations entre le taux brut de reproduction et le taux d'accroissement naturel. Mais l'intervalle entre générations et l'âge moyen de procréation sont toujours voisins et varient dans le même sens pour un niveau de mortalité donné.

L'influence de ce facteur est considérable, comme le montre l'exemple suivant :

Soit une population dont la mortalité est décrite par la table féminine "Ouest" d'espérance de vie à la naissance égale à 50 ans et dont le taux brut de reproduction est de 3,5. Les valeurs extrêmes prises par son taux d'accroissement naturel seront les suivantes en fonction de l'âge moyen de procréation.

| Age moyen de procréation | Taux d'accroissement naturel |
|---|---|
| 27 ans | 36,3 ‰ |
| 33 ans | 28,0 ‰ |

### 3.2.2. **Données utilisées**

#### 3.2.2.1. ***Composition par âge***

Les recensements, comme les enquêtes, fournissent ce renseignement. Les âges ne sont connus que de façon approximative dans les populations qui nous intéressent mais les regroupements par classe quinquennale éliminent une partie des déformations.

Celles-ci n'en subsistent pas moins ; plus ou moins marquées et en ce qui concerne le sexe féminin, on peut distinguer deux groupes de population pour lesquels la situation est très nettement différente :

i) En Amérique Latine, ainsi que dans certains pays d'Extrême-Orient, tels que Ceylan, la Thaïlande, la Malaisie, les Philippines, etc. . . les distorsions sont relativement peu marquées, assez irrégulières et ont tendance à se compenser.

Il semble que ce soit dû au fait que dans ces pays les femmes ont une idée au moins approchée de leur âge.

ii) Au contraire, en Afrique Noire, au Maroc, en Inde au Pakistan, en Indonésie, et aussi, apparemment, dans d'autres pays de l'Afrique du Nord et du Proche-Orient, les distorsions sont très importantes et présentent un caractère systématique. Leur structure se ressemble assez étonnamment dans des populations très différentes et très éloignées géographiquement.

On observe en général ce qui suit :

– Surestimation du groupe d'âge 5 – 9 au dépend des groupes 0 – 4 et 10 – 14.

– Sous-estimation des groupes 10 – 14 et 15 – 19

– Surestimation des groupes de 25–34 ans (la situation est variable en ce qui concerne le groupe intermédiaire 20 – 24, tantôt sur-estimé, tantôt sous-estimé).

Ces distorsions semblent dûes au fait que l'enquêteur ou le recenseur estime lui-même l'âge des femmes en faisant notamment intervenir la fécondité et la descendance et qu'apparemment les idées que l'on se fait à priori sur ce sujet sont erronées.

Les déformations atteignent souvent un degré tel que ce n'est qu'entre 30 et 50 ans que les répartitions cumulées observées se rapprochent des répartitions réelles (ensuite, plus les femmes vieillissent, plus d'autres sources d'erreurs interviennent).

Pour les hommes la situation est moins nette : dans les populations où les erreurs sur l'âge des femmes ne sont pas systématiques, l'âge des hommes est souvent mieux connu et c'est en général l'inverse pour les populations ou l'estimation des âges des femmes présente de fortes distorsions. Mais ce n'est pas une règle absolue.

#### 3.2.2.2. ***Accroissement naturel***

Celui-ci peut être obtenu de deux façons suivant le type de données exploitées.

– Si l'on utilise deux recensements, on calcule le taux moyen pour la période inter-censitaire.

– Dans une enquête démographique unique le taux d'accroissement du moment (ou plus exactement de l'année précédente) est calculé par différence entre les taux bruts de natalité et de mortalité, mais cette estimation risque d'être très imprécise, puisque les erreurs sur les deux taux interviennent et peuvent même s'additionner. On peut aussi, si l'on a des renseignements suffisamment détaillés calculer le taux intrinsèque (taux de Lotka) qui s'écarte d'autant plus du taux réel que la population est éloignée de l'état stable.

#### 3.2.2.3. ***Fécondité et Mortalité***

Dans les enquêtes démographiques classiques ces taux peuvent être calculés directement et on a décrit certaines méthodes permettant de recouper les données.

### 3.2.3. Calculs pratiques

#### 3.2.3.1. *Principe :*

Pour les raisons déjà exposées, les ajustements se font à partir des populations cumulées jusqu'à l'âge a, C(a) .

Rappelons que pour définir une population stable, il faut connaître *deux* caractéristiques *indépendantes.*

En pratique le cas qui se présente souvent est le suivant :

Une caractéristique est considérée comme étant connue avec un degré raisonnable de précision, tandis qu'une autre caractéristique est connue seulement de façon approximative ou avec certaines distorsions.

On s'efforcera de trouver un modèle de population qui permette de redresser la seconde caractéristique compte tenu de la première et d'estimer les autres paramètres démographiques.

Il est évident que ces estimations devront être rapprochées de tous les autres renseignements dont on dispose sur la population de façon à estimer leur cohérence et leur vraisemblance.

Le plus souvent la caractéristique connue seulement de façon approximative est la composition par âge.

L'autre pourra être par exemple, le taux d'accroissement, le taux brut de reproduction, la table de mortalité, etc. . .

#### 3.2.3.2. *Procédure*

On suppose que l'on dispose d'un réseau de populations types déduites de modèles rendant compte de façon satisfaisante de la mortalité de la population observée.

Pour chaque âge, (en principe de 5 ans en 5 ans). on détermine par interpolation la population type telle que sa répartition cumulée C(a) soit égale à celle qui est observée.

Et on arrive à un tableau de ce type.

| Estimation à partir de | Population type |
|---|---|
| C(5) | P1 |
| C(10) | P2 |
| C(15) | P3 |
| C(20) | P4 |
| C(25) | P5 |
| C(30) | P6 |
| C(35) | P7 |
| C(40) | P8 |

A chaque population type correspond une série de caractéristiques démographiques.

(En particulier les taux de natalité)

Quelle estimation retenir ?

i) Pour les populations où les distorsions ne présentent pas de caractère systématique (type "Amérique Latine"), il est préférable le plus souvent d'utiliser la répartition du sexe masculin.

On observe en général alors ce qui suit :

les taux bruts de natalité augmentent entre P1 et P2 (estimation à partir de C(5) et C(10)) puis oscillent légèrement jusqu'à P8 ou P9.

On prendra alors la valeur médiane des 9 premières estimations.

ii) Lorsqu'on a des populations à distorsions systématiques (type "Afrique tropicale" ou Inde") il est en général préférable d'utiliser la répartition par âge du sexe féminin.

En général, on constatera que les taux bruts de natalité estimés évoluent approximativement de la façon suivante.

Il y a un maximum pour P2,estimé à partir de C (10), puis une baisse continue aboutissant à un minimum pour P4 ou P5 (à partir de C (20) ou C (25), ensuite une remontée qui se poursuit pratiquement jusqu'aux populations déduites de C (35), C (40) ou C (45).

Passé ces âges, l'évolution est beaucoup plus variable, on peut observer un palier ce qui est très rassurant, une continuation de la hausse, ou, plus souvent, une nouvelle baisse.

En pratique, l'estimation à retenir sera l'une de celles qui correspondent à C (35),C (40) ou éventuellement C (45). Quant à celle qui correspond à C (15), elle est presque toujours sous-estimée et peut être considérée comme une limite inférieure.

### 3.2.4. **Exemple**

#### 3.2.4.1. ***Estimations à partir du taux intercensitaire d'accroissement***

Dans ce cas, la caractéristique connue est le taux d'accroissement, on fera varier le niveau de la mortalité pour déterminer la population stable de référence.

##### 3.2.4.1.1. – ***1er Cas – Inde. 1911***

Les proportions cumulées par âge sont les suivantes : (pour 1000 personnes au total)

| | |
|---|---|
| Jusqu'à 5 ans | 141 |
| 10 | 276 |
| 15 | 375 |
| 20 | 455 |
| 25 | 548 |
| 30 | 640 |
| 35 | 725 |
| 40 | 782 |
| 45 | 847 |

Le manuel n° IV des Nations Unies donne les résultats obtenus à partir des tables régionales "Ouest", le taux d'accroissement naturel étant connu (taux moyen 1901 – 1911 = 7.3 ‰ ou 0.0073).

Prenons le cas de C (5) = 0,141

Si l'on se rapporte à la série de populations stables féminines correspondant au niveau 5 de la mortalité ($^{o}e_{o}$ = 30.0 ans) on constate que les proportions cumulées jusqu'à 5 ans s'élèvent à :

0.1311 pour un taux d'accroissement de 0.005
0.1475 pour un taux d'accroissement de 0.010

par interpolation, on calcule la valeur correspondant à r = 0.0073, c'est à dire approximativement

$$0{,}54 \times 0.1311 + 0.46 \times 0.1475 = 0{,}1386 = 0{,}139$$

Par la même occasion on calcule les taux démographiques correspondants (bas du tableau).

Taux brut de natalité :

$$0.54 \times 0.0383 + 0.46 \times 0.0437 = 0.0408$$

Taux brut de mortalité :

0.0335

Taux bruts de reproduction :

pour $\overline{m}$ = 27 ans 2.53
$\overline{m}$ = 29 ans 2.64

comme $\overline{m}$ a été estimé pour la population indienne à 28,2 années, une nouvelle interpolation nous donne pour cette valeur de $\overline{m}$, TBR = 2,60

La valeur de C(5) trouvée pour la population type est légèrement inférieure à la valeur observée, on va donc recommencer en prenant le niveau précédent de mortalité (Niveau 3, espérance de vie à la naissance de 25,0 ans).

En effet plus la mortalité s'élève plus les proportions cumulées jusqu'à un âge donné augmentent.

Le même calcul que plus haut donnera une autre série de caractéristiques démographiques.

| C (5) | C (5) | |
|---|---|---|
| Observé | Populations types (r = 0.0073) | |
| | Niveau 3 | Niveau 5 |
| 0.141 | 0.151 | 0.139 |
| Taux brut de natalité | 0.0484 | 0.0408 |
| Taux brut de mortalité | 0.0411 | 0.0335 |
| Espérance de vie | 25.0 | 30.0 |
| TBR ($\overline{m}$ = 27.0) | 2.98 | 2.53 |
| TBR ($\overline{m}$ = 29.0) | 3.13 | 2.64 |
| TBR ($\overline{m}$ = 28.2) | 3.07 | 2.60 |

On va encore procéder à une interpolation pour trouver le "niveau" exact auquel correspondrait le C (5) observé.

On voit que l'on a :

$$0.141 = \frac{5}{6} \times 0.139 + \frac{1}{6} \times 0.151$$

Le niveau de mortalité serait de 4.7 et les taux correspondants

Taux brut de natalité 0.0421
Taux brut de mortalité 0.0348
Taux d'accroissement naturel 0.0073 (par définition)
Espérance de vie à la naissance 29.2 années
Taux brut de reproduction 2.68 (pour $\overline{m}$ = 28.2)

On recommence ce calcul pour C(10), C(15), etc... et on arrive à la série d'estimations suivantes :

| Estimation à partir | Niveau de mortalité | Taux brut de natalité | Taux brut de mortalité | $^0e_0$ | Taux brut de reproduction ($\overline{m}$ = 28.2) |
|---|---|---|---|---|---|
| C(5) | 4.7 | 0.0421 | 0.0348 | 29.2 | 2.68 |
| C(10) | 2.7 | 0.0503 | 0.0430 | 24.2 | 3.19 |
| C(15) | 3.7 | 0.0457 | 0.0384 | 26.8 | 2.91 |
| C(20) | 5.2 | 0.0403 | 0.0330 | 30.4 | 2.57 |
| C(25) | 4.9 | 0.0413 | 0.0340 | 29.6 | 2.63 |
| C(30) | 3.9 | 0.0449 | 0.0376 | 27.3 | 2.85 |
| C(35) | 2.8 | 0.0487 | 0.0414 | 24.8 | 3.09 |
| C(40) | 3.2 | 0.0478 | 0.0405 | 25.4 | 3.03 |
| C(45) | 2.2 | 0.0531 | 0.0458 | 22.9 | 3.38 |

Comment interpréter cette série de chiffres ?

Tout d'abord, on a noté que l'estimation par C(15) peut être considérée comme une limite inférieure, on peut donc dire que le taux réel de natalité est supérieur à 0,0457.

Le taux correspondant à C (35) constitue un maximum (qui n'est dépassé que par celui qui correspond à C (10)) et celui qui correspond à C (40) en diffère peu –ce qui est bon signe.

On peut donc retenir avec un degré raisonnable de vraisemblance la série d'estimations correspondant à la population cumulée jusqu'à 35 ans.

Reste à déduire les taux s'appliquant au sexe masculin et à l'ensemble de la population. A cet effet, on fera intervenir 3 éléments :

- le rapport de masculinité dans l'ensemble de la population : 1 037.
- le rapport de masculinité à la naissance : 1.05
- les taux d'accroissement de la population masculine : 0.0082
  et de l'ensemble de la population : 0.0077

Dès lors on peut calculer :

. Le taux brut de natalité masculin

$$= \frac{0.0487 \times 1.05}{1.037} = 0.0493$$

. Le taux brut de mortalité masculin

$$= 0.0493 - 0.0082 = 0.0411$$

Le niveau de mortalité masculin (par interpolation des populations types dont le taux de natalité serait égal au taux observé pour r = 0.0082).

Ce niveau est égal à 4.0 correspondant à une espérance de vie à la naissance de 25.3 ans. On observera que l'espérance de vie des hommes est supérieure à celle des femmes, phénomène caractéristique de la population indienne (et d'autres populations de la même région).

Le taux brut de natalité pour l'ensemble des deux sexes sera égal à

$$\frac{0.0487 + 1.037 \times 0.0493}{2.037} = 0.0490$$

et le taux brut de mortalité à

$$0.0490 - 0.0077 = 0.0413$$

Enfin la descendance finale des femmes est égale au taux brut de reproduction multiplié par 2.05

$$= 3.09 \times 2.05 = 6.33$$

*Utilisation du modèle régional "Sud"*

L'influence du choix du modèle de mortalité est illustrée par les résultats obtenus en appliquant à la composition cumulée de la population de l'Inde 1911 les populations types correspondant au modèle "Sud" de *Princeton.*

Voici les résultats :

| Estimation à partir de | Niveau de mortalité | Taux brut de natalité | Taux brut de mortalité | $^0e_0$ | Taux brut de reproduction ($\bar{m}$ = 28.2) |
|---|---|---|---|---|---|
| C (5) | 4.5 | 0.0429 | 0.0356 | 28.8 | 2.81 |
| C (10) | 2.1 | 0.0535 | 0.0462 | 22.7 | 3.51 |
| C (15) | 2.5 | 0.0514 | 0.0441 | 23.8 | 3.43 |
| C (20) | 3.7 | 0.0459 | 0.0386 | 26.8 | 3.04 |
| C (25) | 3.2 | 0.0480 | 0.0407 | 25.5 | 3.24 |
| C (30) | 2.2 | 0.0529 | 0.0456 | 23.0 | 3.49 |
| C (35) | 1.1 | 0.0597 | 0.0524 | 20.3 | 3.92 |
| C (40) | 1.15 | 0.0593 | 0.0520 | 20.4 | 3.90 |
| C (45) | (0.1) (a) | 0.0668 (a) | 0.0595 (a) | 17.8 (a) | 4.43 (a) |

(a) Inférieur au 1er niveau, calculs par extrapolation.

Le même raisonnement que ci-dessus nous amenerait à retenir les caractéristiques correspondant à la distribution cumulée C (35). On déduit les taux pour le sexe masculin, et l'ensemble. Le tableau suivant permet de comparer les résultats obtenus à partir des deux séries de mortalité type.

| | A partir du modèle "Ouest" | A partir du modèle "Sud" |
|---|---|---|
| *Population féminine* | | |
| Niveau de mortalité | 2.8 | 1.1 |
| Taux brut de natalité | 0.0487 | 0.0597 |
| Taux brut de mortalité | 0.0414 | 0.0524 |
| Accroissement naturel | 0.0073 | 0.0073 |
| Espérance de vie à la naissance | 24.8 | 20.3 |
| Taux brut de reproduction | 3.09 | 3.92 |
| Descendance finale | 6.33 | 8.04 |
| *Population masculine* | | |
| Niveau de mortalité | 4.0 | 1.2 |
| Taux brut de natalité | 0.0493 | 0.0604 |
| Taux brut de mortalité | 0.0411 | 0.0522 |
| Accroissement naturel | 0.0082 | 0.0082 |
| Espérance de vie à la naissance | 25.3 | 20.4 |
| *Ensemble de la population* | | |
| Taux brut de natalité | 0.0490 | 0.0601 |
| Taux brut de mortalité | 0.0413 | 0.0524 |
| Accroissement naturel | 0.0077 | 0.0077 |

Si l'on avait utilisé les autres tables régionales, les estimations déduites de C (35) auraient été comprises entre les chiffres ci-dessus : lègèrement supérieurs aux estimations "Ouest" dans le cas des tables "Nord", légèrement inférieures aux estimations "Sud" dans le cas des tables "Est".

3.2.4.1.2. ***2ème Cas (type Amérique Latine)***

On a appliqué la même méthode à la population masculine du Brésil en 1950 : (Modèle Ouest, taux d'accroissement égal à 0,0232).

Les résultats sont les suivants.

| Estimation à partir de | Niveau de mortalité | Taux brut de natalité | Taux brut de mortalité | $^0e_0$ |
|---|---|---|---|---|
| C (5) | 12.1 | 0.0422 | 0.0190 | 45.0 |
| C (10) | 11.7 | 0.0430 | 0.0198 | 43.9 |
| C (15) | 11.3 | 0.0438 | 0.0206 | 42.9 |
| C (20) | 11.4 | 0.0436 | 0.0204 | 43.2 |
| C (25) | 11.1 | 0.0441 | 0.0209 | 42.4 |
| C (30) | 10.9 | 0.0447 | 0.0215 | 41.8 |
| C (35) | 11.4 | 0.0436 | 0.0204 | 43.2 |
| C (40) | 10.9 | 0.0447 | 0.0215 | 41.8 |
| C (45) | 10.5 | 0.0456 | 0.0224 | 40.9 |

Les variations sont beaucoup moins marquées et ont un caractère plus aléatoire que dans l'exemple précédent, on retiendra donc la valeur médiane des 9 premières estimations, c'est-à-dire ici celles qui correspondent à C (15).

Pour estimer les taux féminins et les taux relatifs à l'ensemble de la population on utilise les données suivantes :

– Le rapport de masculinité dans l'ensemble de la population = 0.9933
– Le rapport de masculinité à la naissance estimé à 1.05
– Le taux d'accroissement de la population féminine : 0.0238
et celui de l'ensemble de la population : 0.0235
– L'âge moyen de procréation des femmes $\overline{m}$ = 29.1 années

on obtiendra par exemple le taux brut de natalité pour le sexe féminin par la formule

$$b_f = \frac{0.0438 \times 0.9933}{1.05} = 0.0414$$

et le taux brut de natalité pour l'ensemble par la formule

$$b = \frac{0.0414 + 0.9933 \times 0.0438}{1.9933} = 0.00426$$

etc. . .

3.2.4.2. ***Estimation à partir du niveau de mortalité***

Dans le cas du Mali, on ne dispose que des résultats d'une enquête démographique unique (en 1960-61). On ne peut donc estimer directement le taux d'accroissement naturel mais on a des données détaillées sur la fécondité et la mortalité. En particulier, on a de bonnes raisons de penser que la structure de la mortalité est proche de celle du modèle régional "Sud" et l'ajustement à partir de la survie des enfants (technique de *Brass*) donne des résultats très voisins du niveau 7 de ce modèle. On va donc s'en tenir à ce niveau, mais faire varier le taux d'accroissement naturel pour comparer la répartition cumulée ainsi obtenue à la répartition cumulée observée.

Estimation des caractéristiques démographiques du Mali à partir de la composition par âge et de modèles de population déduits de la table de mortalité "Sud" de niveau 7 ($^0e_0$ = 35 ans). (Population féminine)

| Limite d'âge | Répartition observée | Répartitions théoriques d'après le taux d'accroissement naturel | | | | Caractéristiques démographiques ajustées | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | r = 0.015 | r = 0.020 | r = 0.025 | r = 0.030 | Taux d'accroissement | TBN | TBM | TBR ($\overline{m}$ = 27.8) |
| C (5) | 185 | 153 | 171 | 189 | 207 | 0.0239 | 0.0540 | 0.0301 | 3.62 |
| C (10) | 333 | 274 | 303 | 331 | 360 | 0.0253 | 0.0557 | 0.0304 | 3.76 |
| C (15) | 415 | 382 | 418 | 452 | 486 | 0.0196 | 0.0489 | 0.0293 | 3.24 |
| C (20) | 493 | 480 | 518 | 556 | 591 | 0.0167 | 0.0456 | 0.0289 | 3.00 |
| C (25) | 585 | 566 | 606 | 643 | 678 | 0.0174 | 0.0464 | 0.0290 | 3.05 |
| C (30) | 681 | 642 | 681 | 716 | 749 | 0.0200 | 0.0494 | 0.0294 | 3.27 |
| C (35) | 750 | 709 | 745 | 778 | 807 | 0.0208 | 0.0503 | 0.0295 | 3.34 |
| C (40) | 821 | 768 | 800 | 829 | 854 | 0.0236 | 0.0536 | 0.0300 | 3.59 |
| C (45) | 865 | 820 | 847 | 871 | 892 | 0,0237 | 0,0538 | 0,0301 | 3,61 |
| C (50) | 908 | 865 | 887 | 907 | 923 | 0.0253 | 0.0557 | 0.0304 | 3.75 |
| C (55) | 933 | 903 | 921 | 936 | 948 | 0.0240 | 0.0541 | 0.0301 | 3.63 |
| C (60) | 957 | 936 | 948 | 959 | 967 | 0.0241 | 0.0542 | 0.0301 | 3.64 |
| C (65) | 974 | 961 | 970 | 976 | 981 | 0.0241 | 0.0542 | 0.0300 | 3.57 |
| C (70) | 986 | 980 | 985 | 988 | 991 | 0.0217 | 0.0514 | 0.0297 | 3.42 |
| TBN | | 0.0437 | 0.0494 | 0.0553 | 0.0615 | | | | |
| TBM | | 0.0287 | 0.0294 | 0.0703 | 0.0315 | | | | |
| TBR (27) | | 2.80 | 3.19 | 3.62 | 4.12 | | | | |
| TBR (29) | | 2.94 | 3.38 | 3.88 | 4.44 | | | | |
| TBR (27.8) | | 3.27 | 3.72 | 3.72 | 4.25 | | | | |

*Choix du niveau* (lié à l'accroissement naturel).

Les tendances générales de l'évolution sont analogues à celles de l'Inde en 1911, avec cependant quelques différences.

La hausse du taux de natalité est beaucoup moins marquée entre C (5) et C (10) (il ne semble pas qu'il y ait eu de sous-estimation significative des moins de 5 ans), puis on observe une baisse jusqu'à un minimum correspondant à C (20). Ensuite une remontée jusqu'à C (40) et C (45) et ensuite, si l'on excepte un maximum à C (50), lié vraisemblablement au "seuil psychologique" de 50 ans, relative stabilité jusqu'à 65 ans.

Tout ceci nous amène à rejeter l'estimation par C (35) et à adopter une valeur correspondant à peu près à la moyenne de C (40) et C (45) c'est-à-dire :

*Population féminine* :

Taux brut de natalité 53.7 ‰
Taux brut de mortalité 30.0 ‰
Taux d'accroissement naturel 23.7 ‰
Espérance de vie à la naissance 35.0 années
Taux brut de reproduction 3.6

Le taux net de reproduction peut être estimé à partir de deux formules.

$$TNR = TBR \times p(A) \quad \text{(ici } A = 27.8 \text{ années)}$$

Par interpolation la table de mortalité type adoptée donne p (27.8) = 0.526. La première approximation du taux net de reproduction est donc :

$$TNR = 3.60 \times 0.526 = 1.894$$

ou bien :

$$TNR = (I + r)^T$$

(T intervalle entre génération = 27.1)

$$\log TNR = \log (1.0237) \times 27.1$$

ce qui donne :

$$TNR = 1.887$$

Ces deux chiffres sont extrêmement voisins et très proches du résultat du calcul à partir des taux de fécondité par âge et de survie, c'est-à-dire :

$$TNR = 1.93$$

*Population masculine*:

Le rapport de masculinité dans l'ensemble de la population est de 0.9899 et le rapport de masculinité à la naissance observé est de 1.024.

On peut en déduire le taux brut de natalité pour le sexe masculin :

$$\frac{0.0537 \times 1.024}{0.9899} = 0.0555$$

Si l'on admet (ce qui est le cas pour toute population se trouvant réellement dans l'état stable), que le taux d'accroissement est le même que pour le sexe féminin, on aura un taux de mortalité de :

$$55.5 \text{ ‰} - 23.7 \text{ ‰} = 31.8 \text{ ‰}$$

Voyons si cela est cohérent avec le modèle de mortalité adopté (Niveau 7 Sud). Les taux correspondant à la table masculine de ce niveau ($^0e_0$ = 33.9 ans), seraient les suivants

pour r = 0.0237
Taux brut de natalité = 54.8 ‰
Taux brut de mortalité = 31.1 ‰
L'accord est très bon.

*Ensemble de la population*

Taux brut de natalité : 54.6 ‰
Taux brut de mortalité : 30.9 ‰
Accroissement naturel : 23.7 ‰

*Comparaison de ces ajustements avec d'autres données*

Ce qui précède a été calculé à partir :

– de l'estimation du niveau de mortalité à partir de la survie des enfants, estimation considérée comme exacte.

– de la distribution par âge *cumulée*

Mais on dispose d'autres renseignements

– mortalité observée
– taux brut de natalité
– fécondité des femmes par âge
– descendance des femmes par âge

(on a utilisé ces derniers pour corriger les renseignements bruts sur la natalité et la fécondité).

Voici quelques unes de ces données.

| | Hommes | Femmes | Ensemble |
|---|---|---|---|
| Taux brut de mortalité | 30.0 ‰ | 27.2 ‰ | 28.6 ‰ |
| Espérance de vie à la naissance observée | 33.7 ans | 35.7 ans | 34.7 ans |
| | Observé | Ajusté (méthode de Brass) | |
| Taux brut de natalité ‰ | 62.0 | 51.8 | |
| Taux brut de reproduction | 3.71 | 3.12 | |
| Taux d'accroissement naturel observé | 33.4 ‰ | | |

En ce qui concerne le taux brut de natalité, l'estimation à partir de la pyramide des âges est nettement inférieure à la valeur observée, mais supérieure à celle obtenue par l'ajustement à partir de la descendance des femmes de 20 à 29 ans (le coefficient correctif est de 0.88, au lieu de 0.835 par la méthode de *Brass).* Cette dernière n'a pas une rigueur suffisante pour qu'on puisse considérer cet écart comme significatif.

La différence est nettement plus marquée en ce qui concerne le taux brut de reproduction, toutefois celui-ci est très sensible aux erreurs sur l'âge des femmes qui, par contre, n'intervient pas dans le taux brut de natalité.

On peut donc considérer qu'il y a un accord acceptable entre les observations et les ajustements.

En ce qui concerne la mortalité, qui est presque toujours sous estimée et généralement à un degré très supérieur à ce que suggèrent les chiffres ci-dessus, les résultats sont satisfaisants.

AJUSTEMENT DE LA COMPOSITION PAR AGE – MALI (1960 - 1961)
(POUR 1000 PERSONNES AU TOTAL)

| Groupe d'âge | Répartition par groupe d'âge | | | | jusqu'à l'âge | Répartition cumulée | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Sexe féminin | | Sexe masculin | | | Sexe féminin | | Sexe masculin | |
| | Observée | Ajustée | Observée | Ajustée | | Observée | Ajustée | Observée | Ajustée |
| 0-1 | 44 | 46 | 47 | 46 | 1 | 44 | 46 | 47 | 46 |
| 1–4 | 141 | 138 | 149 | 137 | 5 | 185 | 184 | 196 | 183 |
| 5–9 | 148 | 140 | 167 | 141 | 10 | 333 | 324 | 363 | 324 |
| 10–14 | 82 | 119 | 95 | 121 | 15 | 415 | 443 | 458 | 445 |
| 15–19 | 78 | 103 | 77 | 104 | 20 | 493 | 546 | 535 | 549 |
| 20–24 | 92 | 87 | 66 | 89 | 25 | 585 | 633 | 601 | 638 |
| 25–29 | 96 | 74 | 75 | 75 | 30 | 681 | 707 | 677 | 713 |
| 30–34 | 69 | 62 | 57 | 63 | 35 | 750 | 769 | 734 | 776 |
| 35–39 | 71 | 52 | 61 | 53 | 40 | 821 | 821 | 795 | 829 |
| 40–44 | 44 | 44 | 49 | 44 | 45 | 865 | 865 | 844 | 873 |
| 45–49 | 43 | 37 | 46 | 36 | 50 | 908 | 902 | 890 | 909 |
| 50–54 | 25 | 30 | 29 | 29 | 55 | 933 | 932 | 919 | 938 |
| 55–59 | 24 | 24 | 27 | 23 | 60 | 957 | 956 | 946 | 961 |
| 60–64 | 17 | 18 | 22 | 17 | 55 | 974 | 974 | 967 | 978 |
| 65–69 | 12 | 13 | 16 | 11 | 70 | 986 | 987 | 983 | 989 |
| 70 et + | 14 | 13 | 17 | 11 | /// | /// | /// | /// | /// |

REPARTITION PAR GRANDS GROUPES D'AGE

| Groupe d'âge | Observée | | | Ajustée | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Hommes | Femmes | Ensemble | Hommes | Femmes | Ensemble |
| –15 | 458 | 415 | 436 | 445 | 443 | 444 |
| 15–19 | 488 | 542 | 515 | 516 | 513 | 514 |
| 60 et plus | 54 | 43 | 49 | 39 | 44 | 42 |
| | 1 000 | 1 000 | 1 000 | 1 000 | 1 000 | 1 000 |
| Scolarisables (6–14) | 224 | 195 | 209 | 231 | 228 | 229 |

Il ne faut d'ailleurs pas perdre de vue que les données ont été obtenues à partir d'un sondage et sont donc sujettes à une erreur aléatoire.

On retiendra donc les ordres de grandeur suivants pour le Mali en 1960 - 1961

Taux brut de natalité 55 ‰
Taux brut de mortalité 31 ‰
Taux d'accroissement naturel 24 ‰
Taux brut de reproduction 3.6 ‰
Taux net de reproduction 1.9

Espérance de vie à la naissance
Hommes : 34 ans
Femmes : 35 ans
Ensemble : 34.5 ans

En outre cet ajustement permet de reconstituer approximativement la pyramide des âges et d'étudier les distorsions qui affectent l'estimation des âges. Une telle composition ajustée permet de faire des projections détaillées (notamment en ce qui concerne la population scolarisable, la population active, etc. . .).

Les projections n'auraient guère de sens si elles étaient faites à partir des distributions déformées obtenues directement.

### 3.2.5. Correction de l'estimation dans le cas d'une population quasi-stable

#### 3.2.5.1. *Effets d'une baisse de mortalité*

Dans les exemples ci-dessus, on pourrait penser que l'on se trouvait dans des conditions proches de celles de la stabilité.

– fécondité restée à peu près constante

– variations de la mortalité non systématiques et oscillant autour d'un niveau moyen relativement constant.

Dans le cas, actuellement fréquent, où seule la première condition est remplie, l'exemple donné par *Bourgeois Pichat* illustre le fait que les caractéristiques d'une population dont la mortalité a baissé considérablement et de façon sensiblement continue sont assez proches de celles de la population stable ayant les mêmes paramètres – mais ne leur sont pas identiques. Ce ne sont donc que des approximations en général meilleures que les observations directes.

*Coale et Demeny* ont essayé de serrer la réalité de plus près en analysant les effets d'une baisse de la mortalité sur les C(x) (répartitions proportionnelles cumulées) et les estimations qu'on en déduit.

Quels sont ces effets ?

Une baisse de la mortalité, la fécondité restant constante, aboutit à une augmentation du taux d'accroissement naturel, d'où un évasement de la pyramide des âges vers le bas (en dépit de l'augmentation de la survie).

Il en résulte que si l'on appelle $C_1(x)$ les proportions de la population stable d'origine et $C_2(x)$, celle de la population stable correspondant à une mortalité plus faible on aura, sauf aux âges les plus élevés (et en tout cas jusqu'à 50 ans):

$$C_2(x) > C_1(x)$$

Supposons que l'évolution ait été telle que l'espérance de vie à la naissance soit passée en 20 ans de 30 à 40 ans et qu'à l'époque où cette baisse a commencé la population ait eu une structure stable.

Dans la population quasi-stable, les individus âgés, disons, de 40 ans, auront, pendant les 20 premières années de leur vie, été affectés par l'ancienne mortalité élevée (en particulier dans leurs jeunes années où la mortalité est très forte). Ce n'est qu'à partir de 20 ans (c'est-à-dire à des âges où l'on meurt relativement peu) qu'ils ont pu profiter des progrès réalisés.

Au contraire les individus âgés de 15 à 19 ans ont profité dès leur naissance des premiers effets de la baisse de la mortalité, ils sont donc relativement avantagés.

Il s'ensuit que par comparaison à une structure stable, les effectifs des âges inférieurs sont plus nombreux.

Si l'on appelle $C'(x)$, la répartition cumulée quasi-stable (répartition effective de la population) on peut affirmer que :

$$C'(5) > C_2(5)$$

Par contre aux âges plus élevés, les effectifs seront inférieurs à ce qu'ils seraient dans une population stable puisqu'ils ont été soumis à une mortalité plus forte, on aura donc

$$C'(40) < C_2(40)$$

Entre les deux il y aura évidemment un âge a tel que $C'(a)$

$$C'(a) = C_2(a)$$

En pratique cet âge sera souvent voisin de 15 ans (tout dépend évidemment des données utilisées pour l'ajustement).

Voyons les répercussions sur l'estimation des paramètres démographiques.

*1er cas :* estimation à partir de la pyramide des âges et du taux d'accroissement naturel.

Dans ce cas plus C(x) est élevé plus le niveau de mortalité estimé est élevé.

On aura donc :

pour C'(5) une surestimation du niveau de mortalité
pour C'(40) une sous estimation du niveau de mortalité

*2ème cas :* estimation à partir de la pyramide des âges et du niveau de la mortalité.

Dans ce cas, plus C (x) est élevé plus le taux d'accroissement naturel estimé est élevé on aura donc :

pour C'(5) une surestimation du taux d'accroissement
pour C'(40) une sous-estimation du taux d'accroissement

Dans les 2 cas, comme le taux brut de natalité est égal à la somme du taux d'accroissement et du taux brut de mortalité, il sera

surestimé à partir de C'(5)
sous-estimé à partir de C'(40)

De même que le taux brut de reproduction.

3.2.5.2. ***Principes de la méthode de COALE et DEMENY***

*Coale et Demeny* ont montré que :

– Une baisse progressive de la mortalité a sur la composition par âge les mêmes effets qu'une augmentation régulière de la fécondité.

– Que ces effets sont pratiquement indépendants du niveau de la fécondité et du niveau initial de la mortalité, mais dépendent du rythme et de la durée de la baisse.

3.2.5.3. ***Technique d'ajustement***

A partir de ces principes et étant donné qu'il est plus facile d'étudier les effets d'une variation de la fécondité que ceux d'une variation de la mortalité, on a recherché empiriquement à partir d'une série de modèles, les effets d'une hausse de la fécondité.

On est arrivé aux résultats suivants :

Pour un C(x) donné, le taux brut de natalité estimé à partir de l'hypothèse de stabilité $b_s$ et le taux de la population quasi-stable (qui serait le taux réel si la répartition par âge était correctement enregistrée), $\hat{b}$, sont liés par la relation.

$$\hat{b} = (1 + \lambda)\ b_s$$

$\lambda$ étant un coefficient qui, en pratique

– est indépendant des valeurs de C(x), des taux de natalité, d'accroissement, etc...

– varie proportionnellement au rythme d'accroissement de la fécondité.

– dépend de l'âge x et de la durée qui s'est écoulée depuis le début du processus d'évolution (ici, le début de l'augmentation de la fécondité).

Autrement dit, pour un C(x) donné, $\lambda$ est fonction des variations des paramètres et du temps depuis lequel ils varient mais non de leur niveau.

On pourra donc écrire pour une valeur donnée de C(x)

$$\lambda_{x,t} = \mu x_i t \times k \qquad (k \text{ en } \%)$$

k étant le taux annuel d'augmentation de la fécondité.

Plusieurs séries de valeur des coefficients $\mu_{x,t}$ ont été calculées à partir des tables "ouest" dans l'hypothèse ou k = 1 % = 0,01. Elles figurent en annexe au manuel n° IV des Nations Unies.

*Exemple :*

Supposons que nous ayons des estimations des taux de natalité à partir des C(x) et de l'accroissement observé entre deux recensements, et admettons que l'on puisse considérer que l'évolution de la mortalité soit équivalente d'abord à une hausse de la fécondité de 1 % par an, ensuite, qu'elle soit équivalente à une hausse de la fécondité de 0,5 % par an et qu'elle se poursuive dans les deux cas depuis 10 ans.

Le tableau III 1–a, joint au manuel des Nations Unies, nous donne, les coefficients correctifs correspondant à k = 1 % ; en les divisant par 2, on obtient ceux qui correspondent à k = 0,5 %. Les coefficients doivent être ajoutés à 1 pour obtenir les facteurs par lesquels il faut multiplier les estimations stables pour obtenir les estimations quasi-stables.

Ces coefficients et ces facteurs sont les suivants :

| | k = 0.01 | | k = 0,005 | |
|---|---|---|---|---|
| C(x) | Coefficients | Facteurs | Coefficients | Facteurs |
| C(5) | – 0.030 | 0.970 | – 0.015 | 0.985 |
| C(10) | – 0.015 | 0.985 | – 0.0075 | 0.9925 |
| C(15) | + 0.012 | 1.012 | + 0.006 | 1.006 |
| C(20) | + 0.032 | 1.032 | + 0.016 | 1.016 |
| C(25) | + 0.040 | 1.040 | + 0.020 | 1.020 |
| C(30) | + 0.043 | 1.043 | + 0.0215 | 1.0215 |
| C(35) | + 0.044 | 1.044 | + 0.022 | 1.022 |
| C(40) | + 0.043 | 1.043 | + 0.0215 | 1.0215 |

Le tableau ci-dessous montre quel serait dans les deux hypothèses l'ajustement d'une série de taux de natalité estimés à partir de la composition cumulée par âge.

| C (x) | Taux de natalité "stables" | Estimations | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | k = 1 % | | k = 0.5 % | |
| | | Facteurs | Taux estimés | Facteurs | Taux estimés |
| C(5) | 0.0525 | 0.970 | 0.0509 | 0.985 | 0.0517 |
| C(10) | 0.0542 | 0.985 | 0.0534 | 0.9925 | 0.0538 |
| C(15) | 0.0483 | 1.012 | 0.0489 | 1.006 | 0.0486 |
| C(20) | 0.0439 | 1.032 | 0.0453 | 1.016 | 0.0446 |
| C(25) | 0.0442 | 1.040 | 0.0460 | 1.020 | 0.0451 |
| C(30) | 0.0488 | 1.043 | 0.0509 | 1.0215 | 0.0498 |
| C(35) | 0.0502 | 1.044 | 0.0524 | 1.022 | 0.0513 |
| C(40) | 0.0498 | 1.043 | 0.0519 | 1.0295 | 0.0509 |

Dans ce cas, les corrections ne sont pas très importantes, mais si la hausse (au rythme de 1 % par an) avait commencé 40 ans auparavant, les estimations correspondant à C(35) et C(40) passeraient respectivement à 0.0548 et 0.0555 soit une augmentation de l'ordre de 10 %.

Supposons que le taux d'accroissement soit de 25 %, on aurait alors pour C(35)

| | taux "stables" | taux ajustés |
|---|---|---|
| Natalité | 50.2 ‰ | 54.8 ‰ |
| Mortalité | 25.2 ‰ | 29.8 ‰ |
| Accroissement | 25.0 ‰ | 25.0 ‰ |

Soit une différence d'environ 20 % sur le taux brut de mortalité.

3.2.5.4. ***Application pratique***

En fait, ce qui s'est produit c'est une baisse de la mortalité. Le problème est donc de déterminer le rythme d'augmentation de la fécondité (k %) qui ait les mêmes effets que la baisse de la mortalité observée.

En outre il faut connaître la durée de cette baisse, ce qui n'est pas facile. En utilisant les tables types, "Ouest" et à partir de modèles traités sur matériel électronique, *Coale et Demeny* proposent un certain nombre de méthodes.

i) Ils ont constaté que dans le modèle utilisé, on avait une relation approximative entre le rythme d'augmentation du taux d'accroissement naturel et k.

$$k = 17.8 \times \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

*Exemple :*

Taux d'accroissement sensiblement constant jusqu'en 1946 = 0,0162, puis augmentation jusqu'en 1960, r = 0.0247, qu'elle est la valeur de k en 1960 ?

$$\Delta r = 0.0247 - 0.0162 = 0.0085$$
$$\Delta t = 1960 - 1946 = 14$$

Estimation de k

$$k = 17.8 \times \frac{0.0085}{14} = 0.0108 = 1.08\,\%$$

Les coefficients figurant dans les tableaux III–1 des Nations Unies, devraient être multipliés par 1.08.

ii) Lorsqu'on dispose de deux enquêtes démographiques permettant d'estimer la survie à 2 ans ($l_2$) par la méthode de *Brass*, le produit k x t (dans l'exemple ci-dessus 0.0108 x 14 = 0.1530) est fonction

de $l_2$ en début de période
de l'accroissement de $l_2$ pendant la période.

Les tables permettant cet ajustement sont jointes au manuel des Nations Unies.

iii) Une troisième estimation donne ce produit k.t en fonction de l'espérance de vie à la naissance à l'instant 0 et de l'augmentation de cette espérance de vie pendant la période de t années.

Mais, dans beaucoup de cas, l'espérance de vie à la naissance est très mal connue, faute de données détaillées sur la mortalité par âge.

C'est pourquoi les auteurs ont mis au point une méthode d'estimation de l'espérance de vie à partir du rapport :

$$\frac{\text{Nombre de décès de 65 ans et plus}}{\text{Nombre de décès de 5 ans et plus}}$$

(indice qui présente les avantages d'être indépendant de la mortalité aux très jeunes âges et de toute sur-estimation ou sous-estimation sans corrélation avec l'âge des décédés).

(Voir également le manuel N° IV des Nations Unies).

### 3.2.5.5. *Exemple : Application à l'Inde 1961*

Tout d'abord on a calculé les estimations "stables" à partir des C(x) comme pour le recensement de 1911. Connaissant le taux d'accroissement intercensitaire 1951-1961 (r = 0.0189) on a obtenu les estimations suivantes :

| à partir de | taux de natalité | taux brut de reproduction ($\overline{m}$ = 28.8) |
|---|---|---|
| C (5) | 0.0396 | 2.64 |
| C (10) | 0.0476 | 3.18 |
| C (15) | 0.0447 | 2.98 |
| C (20) | 0.0393 | 2.62 |
| C (25) | 0.0397 | 2.64 |
| C (30) | 0.0465 | 2.76 |
| C (35) | 0.0425 | 2.83 |
| C (40) | 0.0422 | 2.81 |

On désire corriger ces chiffres compte tenu de la baisse de la mortalité. On estime que celle-ci a commencé vers 1921, donc t = 40 ans.

Reste à estimer k.

Le taux d'accroissement en 1921 a été estimé à 0.00430.

Le taux moyen d'accroissement en 1951 - 1961 est, on l'a vu de 0.0189. On peut le rapporter au milieu de la période, c'est-à-dire à 1956.

$$\frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{0.0189 - 0.0043}{1956 - 1921} = 0{,}000417$$

k est estimé à 0.000417 x 17.8 = 0.0074 = 0.74 %

Il faut donc multiplier les coefficients du tableau correspondant à t = 40 par 0.74.

Voici le résultat de ces calculs pour le taux brut de natalité

| Estimation à partir de | Taux brut de natalité "stable" | Coefficients du tableau | Coefficients pour k = 0.74 | Facteurs multiplicateurs | Taux bruts de natalité "quasi-stables" |
|---|---|---|---|---|---|
| C(5) | 0.0396 | – 0.043 | – 0.032 | 0.968 | 0.0383 |
| C(10) | 0.0476 | – 0.032 | – 0.024 | 0.976 | 0.0465 |
| C(15) | 0.0447 | – 0.004 | – 0.003 | 0.997 | 0.0446 |
| C(20) | 0.0393 | + 0.026 | + 0.019 | 1.019 | 0.0400 |
| C(25) | 0.0397 | + 0.051 | + 0.034 | 1.034 | 0.0410 |
| C(30) | 0.0465 | + 0.073 | + 0.054 | 1.054 | 0.0437 |
| C(35) | 0.0425 | + 0.092 | + 0.068 | 1.068 | 0.0454 |
| C(40) | 0.0422 | + 0.114 | + 0.084 | 1.084 | 0.0457 |

On procède de façon analogue pour le taux brut de reproduction.

Comme dans le cas du recensement de 1911, l'estimation déduite de C(35) semble la meilleure.

On arrivera donc pour le sexe féminin aux estimations suivantes

Taux brut de natalité = 45.4 ‰
Taux de mortalité = 26.5 ‰
Taux d'accroissement naturel = 18.9 ‰

Si l'on n'avait pas fait cet ajustement les taux estimés auraient été :

Taux brut de natalité = 42.5 ‰
Taux brut de mortalité = 23.6 ‰
Accroissement naturel = 18.9 ‰

La sous-estimation du taux brut de mortalité est d'environ 11 %.

La différence est encore plus marquée pour le taux brut de reproduction.

Pour C(35), le facteur de correction est égal à 1.096, l'estimation "quasi-stable" est de 3.10 au lieu de 2.83.

### 3.3. **Méthode utilisant les tables-types "logit" – (CARRIER et HOBCRAFT)**

#### 3.3.1. **Principes**

La méthode recommandée par les Nations Unies *(Coale* et *Demeny)* reste entâchée d'une marge importante d'incertitude, liée aux différences de structures de la mortalité pour un niveau donné. En ce qui concerne, par exemple, l'Afrique Noire, le modèle de mortalité "Ouest" utilisé dans le manuel démographique N° IV des Nations Unies s'applique assez mal. Le modèle "Sud" ou le modèle "Nord" donnent suivant les cas de meilleurs résultats. Il est fort possible que, si l'on avait disposé de données sérieuses sur la mortalité africaine, on ait été amené à définir un cinquème modèle.

Une autre technique a été élaborée en partant des tables-types de mortalité à deux paramètres de BRASS.

3.3.1.1. – ***Rappel des propriétés des tables de mortalité de BRASS (transformation logit)***

On a vu que l'on appelle (pour un âge x)

$$Y(x) = \text{logit } q(x) = \frac{1}{2} \log_e \frac{q(x)}{1 - q(x)} = \frac{1}{2} \log_e \frac{1 - p(x)}{p(x)} = \frac{1}{2} \log_e \frac{q(x)}{p(x)}$$

On sait que le principe de la méthode de ***Brass*** est qu'il existe une relation linéaire entre les logits de deux tables de mortalité. Par conséquent, si l'on choisit une table de références, l'ensemble du faisceau de tables-types (en nombre théoriquement infini) sera défini pour chaque âge x par l'équation

$$Y_i(x) = \alpha + \beta Y_o(x)$$

$Y_o(x)$ étant le logit du $q(x)$ de la table de référence, $Y_i(x)$ étant le logit du $q(x)$ de la table i.

Le paramètre $\alpha$ est un indice du niveau de la mortalité.

Le paramètre $\beta$ est un indice de la "pente" de la mortalité.

La table de référence de *Brass* (appelée table africaine ou afro-asiatique) a été élaborée à partir de données sur les populations à mortalité élevée. Son espérance de vie à la naissance de 43.55 années. On trouvera ci-après les taux de survie par âge de la table revisée (qui ne diffère de celle qui a été donnée précédemment que par un ajustement plus précis de la mortalité au-dessus de 70 ans) ainsi que les logits correspondants.

En pratique, on estime que les valeurs extrêmes que peuvent prendre les paramètres des tables sont :

pour $\alpha$ + 0,8 et – 0,8

pour $\beta$ + 0,7 et + 1,4

Les quelques exemples qui suivent font ressortir l'influence de ces deux paramètres.

SURVIVANTS POUR 10 000 NAISSANCES DANS QUELQUES TABLES DE BRASS.

| | $\alpha = +0{,}8$ | | | $\alpha = 0{,}0$ | | | $\alpha = -0{,}8$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\beta$ | | | $\beta$ | | | $\beta$ | | |
| | 0,7 | 1,0 | 1,4 | 0,7 | 1,0 | 1,4 | 0,7 | 1,0 | 1,4 |
| $^{o}e_{o}$ (en années) | 16,66 | 18,53 | 21,54 | 43,16 | 43,59 | 44,62 | 69,37 | 66,55 | 64,13 |
| $l_5$ | 3345 | 4262 | 5557 | 7134 | 7863 | 8610 | 9250 | 9480 | 9684 |
| $l_{20}$ | 2763 | 3340 | 4192 | 6541 | 7130 | 7814 | 9035 | 9248 | 9465 |
| $l_{30}$ | 2338 | 2749 | 3278 | 6085 | 6225 | 7072 | 8850 | 9029 | 9229 |
| $l_{50}$ | 1722 | 1740 | 1764 | 5074 | 5106 | 5148 | 8361 | 8379 | 8402 |
| $l_{70}$ | 821 | 593 | 381 | 3069 | 2380 | 1640 | 6869 | 6074 | 4927 |
| $l_{80}$ | 342 | 165 | 62 | 1492 | 768 | 299 | 4649 | 2918 | 1322 |

On notera que :

a) Pour un $\alpha$ donné, les proportions de survivants à 50 ans sont très voisines quel que soit $\beta$.

En effet, soient deux tables de survie de même niveau, on a

$$Y_1(x) = \alpha + \beta_1 Y_0(x)$$

$$Y_2(x) = \alpha + \beta_2 Y_0(x)$$

$Y_1(x)$ et $Y_2(x)$ seront égaux pour $Y_0(x) = 0$

Le logit d'une quantité est nul si cette quantité est égale à 1/2, puisqu'il est alors égal à 1/2 log 1.

Donc $Y_0(x) = 0$ lorsque x est l'âge médian de la table de référence, c'est-à-dire l'âge auquel la génération est réduite de moitié.

Or, on a

$$l_{50} = 5106$$

$$l_{55} = 4585$$

En interpolant, on constate que cet âge est très voisin de 51.

Toutes les courbes de survie correspondant à la même valeur de $\alpha$ se recoupent donc en ce point.

b) En dessous de cet âge, plus $\beta$ est élevé, plus les proportions de survivants le sont également, et c'est l'inverse qui se produit lorsque l'on a dépassé cet âge.

c) Lorsque le niveau de la mortalité est élevé, l'espérance de vie à la naissance augmente dans le même sens que $\beta$, alors que le contraire se produit lorsque ce niveau est bas.

La raison est la suivante :

Dans les populations à forte mortalité, l'espérance de vie à la naissance dépend dans une très large mesure de la mortalité infantile et juvénile, tandis que dans les populations où la mortalité est basse, elle est essentiellement fonction de la mortalité aux âges avancés.

Plus $\beta$ augmente, plus la mortalité est relativement faible aux jeunes âges et forte aux âges élevés. D'où l'effet différentiel observé.

TABLE DE REFERENCE DE BRASS

| Age | Survivants pour 10 000 naissances $l_0 = 10\,000$ | Logits |
|---|---|---|
| 0 | 10.000 | $-\infty$ |
| 1 | 8.802 | − 0,9972 |
| 2 | 8.355 | − 0,8053 |
| 3 | 8.101 | − 0,7253 |
| 4 | 7.964 | − 0,6820 |
| 5 | 7.863 | − 0,6514 |
| 10 | 7.502 | − 0,5498 |
| 15 | 7.362 | − 0,5132 |
| 20 | 7.130 | − 0,4550 |
| 25 | 6.826 | − 0,3829 |
| 30 | 6.525 | − 0,3150 |
| 35 | 6.223 | − 0,2497 |
| 40 | 5.898 | − 0,1816 |
| 45 | 5.535 | − 0,1074 |
| 50 | 5 106 | − 0,0212 |
| 55 | 4 585 | + 0,0832 |
| 60 | 3 965 | + 0,2100 |
| 65 | 3.210 | + 0,3746 |
| 70 | 2.380 | + 0,5818 |
| 75 | 1.516 | + 0,8611 |
| 80 | 768 | + 1,2433 |
| 85 | 276 | + 1,7810 |
| 90 | 59 | + 2,5634 |
| 95 | 6 | + 3,7090 |
| 100 | 0 | $+\infty$ |

3.3.1.2. ***Modèles de populations stables déduits des tables-types (à deux et à trois paramètres)***

A une table de mortalité correspond un réseau de populations stables définies chacune, soit par un taux d'accroissement naturel, soit par une fonction de fécondité.

Mais les fonctions de fécondité peuvent différer entre elles, tant par leur structure que par leur niveau.

Dans le cas présent, on s'en est tenu à une structure type de la fécondité par âge (en valeur relative) : celle qui a été publiée par les Nations Unies en 1956 (moyenne de 15 populations à forte fécondité) :

| Groupe d'âge | Fécondité relative |
|---|---|
| 15 – 19 | 0,092 |
| 20 – 24 | 0,251 |
| 25 – 29 | 0,255 |
| 30 – 34 | 0,196 |
| 35 – 39 | 0,137 |
| 40 – 44 | 0,067 |
| Total : | 1 000 |

La fécondité du groupe 45-49 a été négligée (ou plutôt regroupée avec celle du groupe 40-44).

Dans ces conditions la fécondité peut être définie par un seul paramètre et les indices de la fécondité peuvent être déterminés si l'on connait le taux d'accroissement.

Quant à la table de mortalité on pourra :

a) soit en première approximation, se contenter de faire varier le niveau de la mortalité défini par le paramètre $\alpha$, ce qui revient à admettre que $\beta$ est toujours égal à 1.

C'est le *modèle stable à 2 paramètres* (2PS)

1 paramètre de fécondité
1 paramètre de mortalité

b) soit tenir compte des deux paramètres $\alpha$ et $\beta$, ce qui est évidemment beaucoup plus compliqué.

C'est le *modèle stable à 3 paramètres* (3PS)

1 paramètre de fécondité
2 paramètres de mortalité

3.3.1.3. ***Définition du taux moyen de reproduction***

Avant d'aller plus loin, nous allons introduire un nouvel indice démographique dont l'utilisation s'est révélée très intéressante dans l'analyse au moyen de modèles de population.

On connait deux indices fondamentaux : le taux brut, TBR, et le taux net, TNR, de reproduction, le premier est représentatif de la fécondité seule et le second de la fécondité ainsi que de la mortalité des enfants et des jeunes adultes.

On sait qu'ils sont liés par la relation approchée :

$$TNR = TBR \times p(A) = TBR \times \frac{l_A}{l_0}$$

A étant l'âge moyen de procréation des femmes (compris généralement entre 27 et 30 ans).

L'expérience a montré que ces deux indices sont assez sensibles au choix du modèle d'ajustement, mais que, lorsque l'un est surestimé, l'autre est sous-estimé.

On a donc pensé à adopter une valeur intermédiaire qui, elle, varie peu avec le modèle, et on a retenu le *Taux Moyen de Reproduction* ; TMR, défini par la formule

$$TMR = TBR \times p(2) = TBR \times \frac{l_2}{l_0}$$

Autrement dit, le taux moyen de reproduction est le nombre total d'enfants, mis au monde en moyenne par une femme ayant vécu jusqu'à la fin de la période de procréation et qui ont survécu jusqu'à l'âge de 2 ans.

Ce taux tient compte à la fois des effets de la fécondité et de la mortalité infantile. Il présente un certain nombre d'avantages, notamment :

a) La mortalité infantile est le plus souvent mal connue et cette imprécision influe sur les estimations de la fécondité, mais la composition par âge de l'ensemble de la population en est très peu affectée.

La différence ne porte que sur les effectifs de moins d'un an et est très faible par rapport à l'ensemble.

b) Lorsqu'on applique la seconde méthode de *Brass* (estimation de la mortalité à partir de la proportion des enfants survivants), l'estimation de $l_2$ est la plus précise pour des raisons qui ont été données plus haut.

c) L'expérience a montré que ce taux était sensiblement constant quel que soit le modèle utilisé pour les ajustements. C'est donc une bonne caractéristique de la population.

d) On a également constaté que le premier taux quinquennal de survie $P_b$ (égal au nombre de survivants parmi les naissances des 5 dernières années, ou encore à l'effectif de 0-4 ans dans la population stationnaire) est très voisin du rapport $l_2/l_0$.

Dans les tables de *Brass* où $\beta = 1$, on a les chiffres suivants :

| Niveau | ${}^0e_0$ (en années) | $P_b$ (A) | $l_2/l_0$ (B) | Rapport A/B x 100 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 20 | 0,55339 | 0,5308 | 104,3 |
| 10 | 25 | 0,63329 | 0,6168 | 102,7 |
| 20 | 30 | 0,70107 | 0,6893 | 101,7 |
| 30 | 35 | 0,75862 | 0,7503 | 101,1 |
| 40 | 40 | 0,80747 | 0,8017 | 100,7 |
| 50 | 45 | 0,84884 | 0,8449 | 100,5 |
| 60 | 50 | 0,88371 | 0,8811 | 100,3 |
| 70 | 55 | 0,91287 | 0,9112 | 100,2 |
| 80 | 60,40 | 0,93871 | 0,9377 | 100,1 |
| 90 | 65,80 | 0,95931 | 0,9587 | 100,1 |
| 100 | 70,20 | 0,97257 | 0,9722 | 100,0 |

La différence est faible sauf pour le premier niveau qui correspond à une mortalité tellement élevée qu'on ne la rencontre jamais de façon durable, même dans les pays les moins développés.

3.3.1.4. ***Données utilisées pour l'ajustement***

La composition par âge d'une population (réelle ou modèle) sera repérée par deux indices :

P = proportion des individus de moins de 15 ans (pour 100)

Q = proportion des individus de 45 ans et et plus (pour 100)

Ces limites de 15 et 45 ans encadrent à peu près la période de fécondité des femmes. Les moins de 15 ans constituent ce que l'on s'accorde généralement à appeler les enfants.

D'autre part, à partir de 50 ans, les erreurs sur l'âge deviennent considérables (en général dans le sens du vieillissement).

Il faut toutefois remarquer que la limite de 15 ans présente l'inconvénient d'être située dans une zone où il y a souvent des perturbations dans l'estimation des âges, c'est pourquoi il est fortement recommandé de corriger autant que possible la répartition par âge –surtout celle des femmes– avant d'appliquer cette méthode.

La procédure suivie consistera tout d'abord à rechercher les populations types –il y en aura presque toujours plusieurs– pour lesquelles P et Q ont les mêmes valeurs que dans la population observée.

Le choix entre ces différents modèles se fera à partir des autres renseignements dont on dispose : accroissement naturel (par exemple à partir de recensements successifs), niveau de la mortalité, ou de la fécondité, etc. . . Ou encore on fera intervenir les effectifs cumulés aux différents âges.

Etant donné qu'en milieu africain les erreurs sur l'âge sont plus marquées pour le sexe masculin et que les hommes émigrent beaucoup plus que les femmes, il est souvent préférable de faire l'ajustement à partir de la composition par âge de la population féminine.

On ajustera ensuite les effectifs masculins à partir de l'estimation de la population féminine. A cet effet, la Commission Economique pour l'Afrique (Addis Abeba) a préparé une table type de rapports de masculinité par âge d'après le rapport de masculinité à la naissance.

Cette table a été préparée à partir des données observées dans 12 pays africains : Burundi, Cameroun, Dahomey, Guinée, Haute-Volta, Mali, Nigéria, République Centrafricaine, Sénégal, Tchad, Togo, Zaïre.

(On a des raisons très sérieuses de penser que le rapport de masculinité à la naissance est en général plus faible en Afrique Noire que dans les autres régions : Afrique du Nord, Asie, Amérique ou Europe. En cas de doute, il vaut mieux adopter les modèles correspondant aux rapports 102 ou 103).

MODELES DE RAPPORTS DE MASCULINITE AFRICAINS :
NOMBRE D'HOMMES POUR 100 FEMMES, DANS CHAQUE GROUPE D'AGES

| Groupe d'âges | Rapport de masculinité des naissances | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 100 | 102 | 103 | 104 | 105 | 106 |
| 0 à 4 | 97,6 | 99,5 | 100,5 | 101,5 | 102,4 | 103,4 |
| 5 à 9 | 96,8 | 98,8 | 99,7 | 100,7 | 101,7 | 102,6 |
| 10 à 14 | 96,7 | 98,6 | 99,6 | 100,6 | 101,5 | 102,5 |
| 15 à 19 | 96,8 | 98,7 | 99,7 | 100,6 | 101,6 | 102,6 |
| 20 à 24 | 96,8 | 98,7 | 99,7 | 100,7 | 101,7 | 102,6 |
| 25 à 29 | 96,8 | 98,7 | 99,7 | 100,6 | 101,6 | 102,6 |
| 30 à 34 | 96,6 | 98,5 | 99,5 | 100,5 | 101,4 | 102,4 |
| 35 à 39 | 96,2 | 98,1 | 99,1 | 100,1 | 101,0 | 102,0 |
| 40 à 44 | 95,2 | 97,3 | 98,3 | 99,2 | 100,2 | 101,2 |
| 45 à 49 | 94,1 | 96,0 | 96,9 | 97,8 | 98,8 | 99,7 |
| 50 à 54 | 91,9 | 93,7 | 94,7 | 95,6 | 96,5 | 97,4 |
| 55 à 59 | 88,8 | 90,6 | 91,5 | 92,4 | 93,3 | 94,2 |
| 60 à 64 | 85,3 | 87,0 | 87,9 | 88,7 | 89,6 | 90,4 |
| 65 à 69 | 81,7 | 83,4 | 84,2 | 85,0 | 85,8 | 86,6 |
| 70 à 74 | 78,0 | 79,5 | 80,3 | 81,1 | 81,9 | 82,7 |
| 75 à 79 | 73,3 | 74,8 | 75,5 | 76,3 | 77,0 | 77,7 |
| 80 à 84 | 66,6 | 67,9 | 68,6 | 69,3 | 69,9 | 70,6 |
| 85 et + | 52,9 | 54,0 | 54,5 | 55,0 | 55,5 | 56,1 |

### 3.3.2. **Populations stables types à 2 paramètres (2PS)**

#### 3.3.2.1. ***Principe.***

On est parti de 19 tables types de *Brass* à 1 paramètre, numérotées comme suit :

| N° de la table | $^{o}e_{o}$ (en années) | N° de la table | $^{o}e_{o}$ (en années) | N° de la table | $^{o}e_{o}$ (en années) |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 20,00 | 35 | 37,50 | 70 | 55,00 |
| 5 | 22,50 | 40 | 40,00 | 75 | 57,60 |
| 10 | 25,00 | 45 | 42,50 | 80 | 60,40 |
| 15 | 27,50 | 50 | 45,00 | 85 | 63,20 |
| 20 | 30,00 | 55 | 47,50 | 90 | 65,80 |
| 25 | 32,50 | 60 | 50,00 | | |
| 30 | 35,00 | 65 | 52,50 | | |

Pour chacune de ces tables, on a calculé 16 populations types définies par le taux brut de reproduction (et une structure constante de la fécondité par âge).

Ces taux bruts de reproduction varient de 0,2 en 0,2 depuis 1,0 jusqu'à 4,0 ce qui donne au total 304 populations stables types.

La présentation est la suivante :

(NORMAN CARRIER et JOHN HOBCRAFT "Demographic Estimation for Developing Societies", Londres 1971)

1 table donnant pour chaque population type le rapport entre les effectifs âgés de moins de 15 ans et les effectifs de 15 à 44 ans ;

1 table donnant pour chaque population type le taux intrinsèque d'accroissement naturel

19 tables (1 pour chaque niveau de mortalité) donnant la composition par âge.

(Voir exemple ci-joint)

3.3.2.2. ***Application. Analyse des résultats du recensement de la population des Philippines en 1939 (sexe masculin) (CARRIER et HOBCRAFT)***

DONNEES OBSERVEES. REPARTITION DES HOMMES PAR AGE (PHILIPPINES 1939)

| Groupe d'âge quinquennal | Effectifs (1 000 personnes) | Effectifs par grands groupes Valeurs absolues (1 000 pers) | |
|---|---|---|---|
| 0 - 4 | 1 329.4 | | |
| 5 - 9 | 1 278.5 | | |
| 10 - 14 | 914.3 | 0 - 14 | 3 522.2 |
| 15 - 19 | 800.4 | 15 - 44 | 3 361.8 |
| 20 - 24 | 759.7 | 45 et + | 1 119.9 |
| 25 - 29 | 600.5 | | |
| 30 - 34 | 454.5 | Total | 8 003.9 |
| 35 - 39 | 446.1 | | |
| 40 - 44 | 300.6 | | |
| 45 - 49 | 302.0 | | |
| 50 - 54 | 199.1 | | |
| 55 - 59 | 192.7 | | |
| 60 - 64 | 152.2 | | |
| 65 - 69 | 105.6 | | |
| 70 - 74 | 70.7 | En valeur relative (%) | |
| 75 - 79 | 32.9 | 0 - 14 | 44.01 |
| 80 - 84 | 32.3 | 15 - 44 | 42.00 |
| 85 et + | 32.4 | 45 et + | 13.99 |
| Total | 8 003.9 | Total | 100.00 |

Nous pouvons donc écrire P = 44 Q = 14.

A vrai dire, dans cet exemple les résultats ne sont pas très convaincants.

## Extraits des tables à deux paramètres et Carrier et Hobcraft

TABLE I. – RAPPORT ENTRE LES EFFECTIFS DE MOINS DE 15 ANS ET LES EFFECTIFS DE 15 A 44 ANS. EN FONCTION DU NIVEAU DE MORTALITE ET DU TAUX BRUT DE REPRODUCTION.

| Niveau des tables de Brass | Taux brut de reproduction | | | | | | | | | | | | | | | | Niveau des tables de Brass |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1.0 | 1.2 | 1.4 | 1.6 | 1.8 | 2.0 | 2.2 | 2.4 | 2.6 | 2.8 | 3.0 | 3.2 | 3.4 | 3.6 | 3.8 | 4.0 | |
| 0 | .301 | .348 | .393 | .437 | .480 | .522 | .562 | .602 | .641 | .679 | .717 | .754 | .791 | .827 | .862 | .897 | 0 |
| 5 | .322 | 372 | .420 | .467 | .512 | .556 | .599 | .642 | .683 | .724 | .764 | .803 | .842 | .880 | .918 | .955 | 5 |
| 10 | .340 | .393 | .444 | .493 | .541 | .588 | .633 | .678 | .721 | .764 | .806 | .847 | .888 | .928 | .968 | 1.007 | 10 |
| 15 | .357 | .412 | .466 | .517 | .567 | .616 | .663 | .710 | .756 | .800 | .844 | .887 | .930 | .972 | 1.013 | 1.054 | 15 |
| 20 | .372 | .430 | .485 | .539 | .591 | .642 | .691 | .740 | .787 | .833 | .879 | .924 | .968 | 1.012 | 1.054 | 1.097 | 20 |
| 25 | .386 | .446 | .503 | .559 | .613 | .665 | .716 | .766 | .815 | .863 | .911 | .957 | 1.003 | 1.048 | 1.092 | 1.136 | 25 |
| 30 | .399 | .461 | .520 | .577 | .632 | .686 | .739 | .791 | .841 | .891 | .939 | .987 | 1.034 | 1.080 | 1.126 | 1.171 | 30 |
| 35 | .410 | .474 | .535 | .593 | .650 | .706 | .760 | .813 | .865 | .915 | .965 | 1.014 | 1.063 | 1.110 | 1.157 | 1.203 | 35 |
| 40 | .421 | .486 | .548 | .608 | .667 | .723 | .779 | .833 | .886 | .938 | .989 | 1.039 | 1.088 | 1.137 | 1.185 | 1.232 | 40 |
| 45 | .430 | .497 | .560 | .622 | .681 | .739 | .796 | .851 | .905 | .958 | 1.010 | 1.062 | 1.112 | 1.162 | 1.211 | 1.259 | 45 |
| 50 | .439 | .507 | .571 | .634 | .695 | .754 | .811 | .868 | .923 | .977 | 1.030 | 1.082 | 1.133 | 1.184 | 1.234 | 1.283 | 50 |
| 55 | .447 | .516 | .581 | .645 | .707 | .767 | .826 | .883 | .939 | .994 | 1.101 | 1.101 | 1.153 | 1.204 | 1.255 | 1.305 | 55 |
| 60 | .454 | .524 | .591 | .655 | .718 | .779 | .838 | .896 | .953 | 1.009 | 1.064 | 1.118 | 1.170 | 1.223 | 1.274 | 1.324 | 60 |
| 65 | .460 | .531 | .599 | .664 | .728 | .790 | .850 | .909 | .966 | 1.023 | 1.078 | 1.133 | 1.186 | 1.239 | 1.291 | 1.342 | 65 |
| 70 | .466 | .538 | .606 | .673 | .737 | .799 | .860 | .920 | .978 | 1.035 | 1.091 | 1.146 | 1.201 | 1.254 | 1.307 | 1.359 | 70 |
| 75 | .471 | .544 | .613 | .680 | .745 | .808 | .870 | .930 | .989 | 1.047 | 1.104 | 1.159 | 1.214 | 1.268 | 1.321 | 1.374 | 75 |
| 80 | .477 | .550 | .620 | .687 | .753 | .817 | .879 | .940 | 1.000 | 1.058 | 1.115 | 1.172 | 1.227 | 1.281 | 1.335 | 1.388 | 80 |
| 85 | .481 | .555 | .626 | .694 | .760 | .825 | .887 | .949 | 1.009 | 1.068 | 1.126 | 1.182 | 1.238 | 1.283 | 1.347 | 1.401 | 85 |
| 90 | .485 | .559 | .630 | .699 | .766 | .831 | .894 | .956 | 1.016 | 1.076 | 1.134 | 1.191 | 1.247 | 1.303 | 1.357 | 1.411 | 90 |

TABLE 2 – TAUX INTRINSEQUE D'ACCROISSEMENT NATUREL EN FONCTION DU NIVEAU DE MORTALITE ET DU TAUX BRUT DE REPRODUCTION

| Niveau des tables de Brass | Taux brut de reproduction | | | | | | | | | | | | | | | | Niveau des tables de Brass |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1.0 | 1.2 | 1.4 | 1.6 | 1.8 | 2.0 | 2.2 | 2.4 | 2.6 | 2.8 | 3.0 | 3.2 | 3.4 | 3.6 | 3.8 | 4.0 | |
| 0 | – 40.80 | – 34.69 | – 29.47 | – 24.91 | – 20.86 | – 17.20 | – 13.88 | – 10.82 | – 7.99 | – 5.36 | – 2.90 | – .59 | 1.59 | 3.65 | 5.61 | 7.48 | 0 |
| 5 | – 36.69 | – 30.54 | – 25.29 | – 20.71 | – 16.63 | – 12.95 | – 9.60 | – 6.53 | – 3.68 | – 1.03 | 1.44 | 3.77 | 5.97 | 8.04 | 10.02 | 11.89 | 5 |
| 10 | – 33.02 | – 26.85 | – 21.57 | – 16.96 | – 12.86 | – 9.16 | – 5.79 | – 2.70 | 16 | 2.82 | 5.31 | 7.65 | 9.86 | 11.95 | 13.93 | 15.82 | 10 |
| 15 | – 29.73 | – 23.52 | – 18.22 | – 13.59 | – 9.47 | – 5.76 | – 2.37 | .73 | 3.61 | 6.28 | 8.78 | 11.13 | 13.35 | 15.45 | 17.44 | 19.34 | 15 |
| 20 | – 26.74 | – 20.52 | – 15.20 | – 10.55 | – 6.41 | – 2.68 | .72 | 3.83 | 6.72 | 9.41 | 11.92 | 14.28 | 16.51 | 18.61 | 20.62 | 22.52 | 20 |
| 25 | – 24.03 | – 17.79 | – 12.45 | – 7.78 | – 3.63 | .11 | 3.52 | 6.65 | 9.55 | 12.24 | 14.76 | 17.13 | 19.37 | 21.48 | 23.49 | 25.41 | 25 |
| 30 | – 21.56 | – 15.30 | – 9.94 | – 5.26 | – 1.09 | 2.66 | 6.08 | 9.22 | 12.12 | 14.83 | 17.36 | 19.73 | 21.98 | 24.10 | 26.11 | 28.03 | 30 |
| 35 | – 19.30 | – 13.01 | – 7.65 | – 2.95 | 1.23 | 4.99 | 8.42 | 11.57 | 14.48 | 17.19 | 19.73 | 22.11 | 24.36 | 26.49 | 28.51 | 30.43 | 35 |
| 40 | – 17.22 | – 10.92 | – 5.54 | – .84 | 3.35 | 7.12 | 10.56 | 13.72 | 16.64 | 19.35 | 21.90 | 24.29 | 26.54 | 28.67 | 30.70 | 32.63 | 40 |
| 45 | – 15.31 | – 9.00 | – 3.61 | 1.11 | 5.30 | 9.08 | 12.52 | 15.69 | 18.61 | 21.34 | 23.89 | 26.28 | 28.54 | 30.68 | 32.71 | 34.64 | 45 |
| 50 | – 13.56 | – 7.24 | – 1.84 | 2.89 | 7.09 | 10.88 | 14.33 | 17.50 | 20.43 | 23.16 | 25.71 | 28.11 | 30.37 | 32.52 | 34.55 | 36.49 | 50 |
| 55 | – 11.95 | – 5.62 | – .21 | 4.52 | 8.73 | 12.53 | 15.98 | 19.16 | 22.09 | 24.83 | 27.38 | 29.79 | 32.05 | 34.20 | 36.24 | 38.18 | 55 |
| 60 | – 10.47 | – 4.14 | 1.28 | 6.02 | 10.24 | 14.04 | 17.50 | 20.68 | 23.62 | 26.36 | 28.92 | 31.32 | 33.60 | 35.75 | 37.79 | 39.73 | 60 |
| 65 | – 9.12 | – 2.77 | 2.65 | 7.40 | 11.62 | 15.42 | 18.89 | 22.07 | 25.02 | 27.76 | 30.32 | 32.73 | 35.01 | 37.16 | 39.20 | 41.15 | 65 |
| 70 | – 7.88 | – 1.53 | 3.90 | 8.65 | 12.88 | 16.69 | 20.16 | 23.34 | 26.29 | 29.04 | 31.60 | 34.02 | 36.29 | 38.45 | 40.50 | 42.44 | 70 |
| 75 | – 6.71 | – .35 | 5.09 | 9.84 | 14.07 | 17.89 | 21.36 | 24.55 | 27.50 | 30.25 | 32.82 | 35.23 | 37.51 | 39.67 | 41.72 | 43.67 | 75 |
| 80 | – 5.57 | .79 | 6.24 | 11.00 | 15.23 | 19.05 | 22.52 | 25.72 | 28.67 | 31.42 | 33.99 | 36.41 | 38.69 | 40.85 | 42.90 | 44.85 | 80 |
| 85 | – 4.55 | 1.82 | 7.26 | 12.03 | 16.26 | 20.08 | 23.56 | 26.76 | 29.71 | 32.47 | 35.04 | 37.46 | 39.74 | 41.91 | 43.96 | 45.91 | 85 |
| 90 | – 3.71 | 2.66 | 8.11 | 12.87 | 17.12 | 20.94 | 24.42 | 27.62 | 30.57 | 33.33 | 35.91 | 38.33 | 40.61 | 42.77 | 44.83 | 46.78 | 90 |

EXEMPLE DE MODELE DE POPULATIONS STABLES COMPOSITION PAR AGE DES POPULATIONS DONT LA MORTALITE EST DE NIVEAU 30 ($^0e_0$ = 38 ANS) EN FONCTION DU TAUX BRUT DE REPRODUCTION.

| | Taux brut de reproduction | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1.0 | 1.2 | 1.4 | 1.6 | 1.8 | 2.0 | 2.2 | 2.4 | 2.6 | 2.8 | 3.0 | 3.2 | 3.4 | 3.6 | 3.8 | 4.0 |
| Age | Pourcentage par rapport à l'ensemble | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 - 4 | 5.40 | 6.75 | 8.07 | 9.32 | 10.51 | 11.64 | 12.72 | 13.73 | 14.70 | 15.61 | 16.48 | 17.31 | 18.09 | 18.84 | 19.56 | 20.24 |
| 5 - 9 | 5.28 | 6.40 | 7.44 | 8.40 | 9.28 | 10.08 | 10.83 | 11.51 | 12.14 | 12.72 | 13.26 | 13.76 | 14.23 | 14.66 | 15.06 | 15.44 |
| 10 - 14 | 5.60 | 6.59 | 7.45 | 8.22 | 8.89 | 9.49 | 10.01 | 10.48 | 10.89 | 11.26 | 11.59 | 11.89 | 12.15 | 12.39 | 12.60 | 12.80 |
| 15 - 19 | 6.02 | 6,86 | 7.56 | 8.14 | 8.63 | 9.03 | 9.37 | 9.65 | 9.89 | 10.09 | 10.25 | 10.39 | 10.50 | 10.60 | 10.67 | 10.73 |
| 20 - 24 | 6.36 | 7.03 | 7.54 | 7.93 | 8.23 | 8.46 | 8.63 | 8.75 | 8.83 | 8.89 | 8.92 | 8.93 | 8.93 | 8.91 | 8.89 | 8.85 |
| 25 - 29 | 6.67 | 7.14 | 7.45 | 7.66 | 7.79 | 7.85 | 7.87 | 7.86 | 7.82 | 7.76 | 7.69 | 7.61 | 7.53 | 7.43 | 7.34 | 7.24 |
| 30 - 34 | 6.98 | 7.24 | 7.36 | 7.39 | 7.35 | 7.28 | 7.17 | 7.05 | 6.92 | 6.77 | 6.63 | 6.48 | 6.33 | 6.19 | 6.05 | 5.91 |
| 35 - 39 | 7.27 | 7.30 | 7.23 | 7.09 | 6.91 | 6.72 | 6.51 | 6.30 | 6.09 | 5.88 | 5.68 | 5.49 | 5.31 | 5.13 | 4.96 | 4.80 |
| 40 - 44 | 7.50 | 7.30 | 7.04 | 6.75 | 6.44 | 6.14 | 5.85 | 5.57 | 5.31 | 5.06 | 4.83 | 4.61 | 4.41 | 4.21 | 4.04 | 3.87 |
| 45 - 49 | 7.62 | 7.19 | 6.75 | 6.32 | 5.91 | 5.53 | 5.18 | 4.85 | 4.56 | 4.29 | 4.04 | 3.81 | 3.60 | 3.41 | 3.23 | 3.07 |
| 50 - 54 | 7.55 | 6.91 | 6.31 | 5.77 | 5.28 | 4.85 | 4.47 | 4.12 | 3.81 | 3.54 | 3.29 | 3.07 | 2.87 | 2.69 | 2.52 | 2.37 |
| 55 - 59 | 7.22 | 6.40 | 5.69 | 5.08 | 4.56 | 4.11 | 3.72 | 3.38 | 3.08 | 2.82 | 2.59 | 2.39 | 2.21 | 2.05 | 1.90 | 1.77 |
| 60 - 64 | 6.53 | 5.62 | 4.86 | 4.24 | 3.73 | 3.30 | 2.93 | 2.62 | 2.36 | 2.13 | 1.93 | 1.76 | 1.61 | 1.47 | 1.36 | 1.25 |
| 65 - 69 | 5.47 | 4.56 | 3.84 | 3.28 | 2.82 | 2.45 | 2.14 | 1.88 | 1.67 | 1.49 | 1.33 | 1.20 | 1.08 | .98 | .89 | .82 |
| 70 - 74 | 4.10 | 3.31 | 2.72 | 2.26 | 1.91 | 1.62 | 1.40 | 1.21 | 1.06 | .93 | .82 | .73 | .65 | .59 | .53 | .48 |
| 75 - 79 | 2.59 | 2.02 | 1.62 | 1.32 | 1.09 | .91 | .77 | .65 | .56 | .49 | .43 | .37 | .33 | .29 | .29 | .24 |
| 80 - 84 | 1.28 | .97 | .76 | .60 | .49 | .40 | .33 | .28 | .24 | .20 | .17 | .15 | .13 | .12 | .10 | .09 |
| 85 + | .57 | .41 | .31 | .24 | .19 | .15 | .12 | .10 | .08 | .07 | .06 | .05 | .04 | .04 | .03 | .03 |
| | Grands Groupes | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 - 14 | 16.27 | 19.74 | 22.96 | 25.94 | 28.68 | 31.22 | 33.56 | 35.72 | 37.73 | 39.59 | 41.33 | 42.95 | 44.47 | 45.89 | 47.23 | 48.48 |
| 15 - 44 | 40.79 | 42.86 | 44.18 | 44.96 | 45.35 | 45.47 | 45.40 | 45.18 | 44.85 | 44.46 | 44.01 | 43.52 | 43.01 | 42.48 | 41.94 | 41.41 |
| 45 + | 42.93 | 37.40 | 32.86 | 29.11 | 25.96 | 23.31 | 21.05 | 19.10 | 17.42 | 15.95 | 14.67 | 13.53 | 12.53 | 11.63 | 10.83 | 10.11 |
| | Taux intrinsèque d'accroissement naturel pour 1000 | | | | | | | | | | | | | | | |
| | -21.56 | -15.30 | -9.94 | -5.26 | -1.09 | 2.66 | 6.08 | 9.22 | 12.12 | 14.83 | 17.36 | 19.73 | 21.98 | 24.10 | 26.11 | 28.03 |

Voici pour différents niveaux les populations types où P = 44

| Niveau | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 85 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Q | 12,60 | 12,83 | 12,82 | 12,84 | 12,86 | 12,91 | 13,98 |
| $^0e_0$ en années | 27,5 | 30,0 | 32,5 | 35,0 | 37,5 | 40,0 | 63,20 |
| Taux brut de reproduction | 3,892 | 3,636 | 3,474 | 3,338 | 3,224 | 3,130 | 2,730 |
| Taux moyen de reproduction | 2,548 | 2,506 | 2,505 | 2,505 | 2,505 | 2,509 | 2,591 |
| Taux d'accroissement $\%_c$ | 18,31 | 18,97 | 20,15 | 21,28 | 22,38 | 23,45 | 31,50 |

Le taux moyen de reproduction a été calculé en multipliant le taux brut par $l_2$, les autres indices ont été tirés directement de la table (en interpolant).

En 1939 le niveau de la mortalité aux Philippines était à peu près certainement compris dans l'intervalle 15 à 40. Mais on a reproduit les caractéristiques du niveau 85 car c'est celui pour lequel Q est à peu près

égal à 14. Or, l'espérance de vie et l'accroissement naturel correspondant sont invraisemblables. On remarquera que le taux moyen de reproduction varie peu avec le niveau. On en concluera que l'ajustement à partir de P donne une estimation "solide" de ce taux.

Comment expliquer cette contradiction ?

On pourrait penser à une surestimation des hommes de 45 ans et plus, mais c'est un phénomène qui n'est pas observé habituellement.

Ou encore à une surestimation des hommes de moins de 15 ans (un P égal, disons, à 41 conduirait à des estimations beaucoup plus cohérentes), mais l'allure de la pyramide des âges ne suggère pas une telle distorsion.

En fait on verra que l'explication réside probablement dans le fait, déjà mentionné, qu'un seul paramètre est insuffisant pour rendre compte des variations de la mortalité, et peut-être surtout qu'en raison de l'évolution passée, la population des Philippines s'écarte nettement d'une structure stable (ce point sera traité plus loin).

3.2.2.3. ***Observation***

Cette méthode avait été décrite sommairement dans un document rédigé par la Commission Economique pour l'Afrique à l'occasion du cycle d'Etudes sur l'organisation et la conduite des recensements de la population et de l'habitation (Addis-Abeba, Juin 1968), intitulé "Les données relatives à l'âge dans les recensements et enquêtes effectués en Afrique" (Ref. E/CN.14/CPH/13).

En annexe à ce document se trouvait une table reproduite ci-après donnant 50 populations stables types classées par ordre croissant des valeurs de P, et pour chaque valeur de P par ordre croissant des valeurs de Q.

Malheureusement il apparaît que, pour des raisons inconnues, il y a certaines divergences entre cette table et celles qui figurent dans l'ouvrage de *Carrier et Hobcraft.*

Si nous prenons par exemple le cas de la population des Philippines (P = 44, Q = 14), cette table donne les indices suivants :

Espérance de vie à la naissance : 47 ans
Taux d'accroissement naturel : 2,8 %

Alors que les mêmes indices correspondent dans les tables de CARRIER et HOBCRAFT.

P = 45,21
Q = 12,32

Quant aux taux de mortalité infantile indiqués, ils sont complètement différents de ceux des tables types de *Brass.*

Dans ces dernières, pour ${}^0e_0 = 47$, le taux de mortalité infantile est de l'ordre de 100 ‰ au lieu de 154 ‰.

3.3.3. **Populations stables types à 3 paramètres (3PS)**

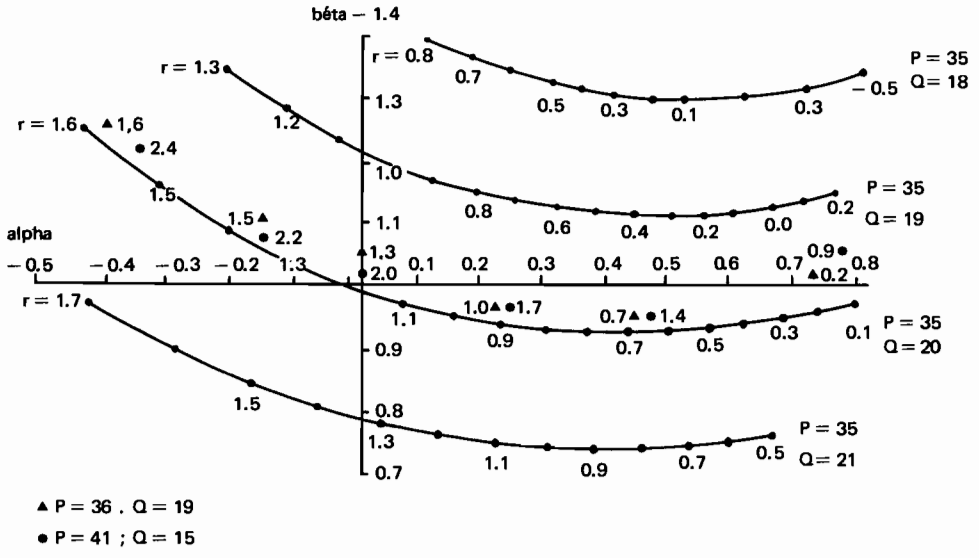
En introduisant un paramètre supplémentaire on aura, de toute évidence, des estimations plus précises. Mais il y a une difficulté pratique : le nombre des modèles possibles est tellement élevé que leur seule publication nécessiterait un volume considérable. Il faut donc chercher à simplifier.

3.3.3.1. ***Notion de courbe isomère***

Reprenons les indices P (proportion des moins de 15 ans) et Q (proportion des gens âgés de 45 ans et plus). Une population type dépend de 3 paramètres. Si P et Q sont donnés, il suffit d'un troisième paramètre pour définir la population (par exemple $\alpha$ ou $\beta$).

Donc P et Q étant donnés, on peut considérer que $\beta$ est une fonction de $\alpha$.

Si l'on trace un diagramme avec $\alpha$ en abcisse et $\beta$ en ordonnée, on obtient une courbe représentant les variations de cette fonction. C'est ce que l'on appelle une *courbe isomère.* A chaque point de cette courbe correspondent des valeurs bien définies des taux d'accroissement ainsi que des autres caractéristiques de la population.




Exemples de courbes isomères

On a porté en abcisse le paramètre $\alpha$ (alpha) (valeur 0 à l'origine) et en ordonnée le paramètre $\beta$ (bêta) (valeur 1 à l'origine).

A chaque couple de valeurs P et Q correspond alors une courbe, dite "isomère"; on a inscrit ici les courbes correspondant à la valeur 35 de P et aux valeurs 18, 19, 20 et 21 de Q.

Tout point d'une courbe isomère correspond à un modèle de population. On a porté sur chaque courbe un certain nombre de valeurs prises par r (taux d'accroissement naturel en %) pour les modèles correspondants.

On observera que pour les valeurs positives de $\alpha$, les variations de r sont très peu sensibles à celles de $\beta$.

Quelques valeurs isolées de r ont été portées sur le graphique correspondant aux couples suivants :

P = 36 Q = 19 ▲
P = 41 Q = 15 •

L'examen de ces courbes fait apparaître les propriétés suivantes :

a) Au moins pour les valeurs de $\alpha$ normalement observées dans les pays en voie de développement, les isomères ont une courbure faible et ne s'écartent pas considérablement d'une droite horizontale.

Il en résulte que l'on peut déduire d'un couple de valeurs P et Q, une estimation relativement précise de $\beta$, mais qu'on ne peut à peu près rien en tirer en ce qui concerne $\alpha$.

b) Si deux courbes isomères correspondant à deux couples de valeurs P et Q passent par un même point, elles sont très voisines l'une de l'autre sur l'ensemble de leur tracé.

c) Le taux moyen de reproduction est pratiquement constant le long d'une courbe isomère.

3.3.3.2. ***Tables de populations stables types à 3 paramètres***

Ces propriétés ont été utilisées pour élaborer des tables pas trop volumineuses.

On est parti des isomères que l'on a classés comme suit :

– D'abord dans l'ordre des P croissants (par paliers de 1 %)

de P = 20 (valeur très basse qui implique un taux d'accroissement négatif)

à P = 50 (valeur qui ne pouvait résulter que de la combinaison d'une mortalité très élevée et d'une fécondité énorme)

– Pour chaque valeur de P, on a classé les populations dans l'ordre des Q croissants (par paliers de 1 %). On s'est limité aux couples de valeurs qui ne conduisent pas à des taux absolument irréalistes.

Pour chaque couple P, Q, on a classé les populations dans l'ordre des taux d'accroissement naturels croissants (par paliers de 1 %), avec la même limitation que ci-dessus.

On a ainsi obtenu un réseau d'environ 1330 populations stables types.

Les tables donnent pour chacune des populations les renseignements suivants (outre les valeurs des paramètres P, Q, et r) :

– Taux brut de reproduction
– Taux net de reproduction
– Taux moyen de reproduction
– Taux de mortalité infantile
– Les valeurs suivantes de la table de mortalité :

$l_2$ survivants à 10 ans

$l_{45}$ survivants à 45 ans

$l_{65}$ survivants à 65 ans

${}_4q_1$ quotient de mortalité de 1 à 5 ans

${}_5q_{45}$ quotient de mortalité de 45 à 50 ans

${}_5q_{65}$ quotient de mortalité de 65 à 70 ans

$^{o}e_{o}$ espérance de vie à la naissance

– La répartition quinquennale par âge pour 10.000 personnes au total, de 0 – 4 ans à 75 ans et plus (16 groupes)

– Le paramètre $\alpha$ (niveau de la mortalité)

– Le paramètre $\beta$ ("pente" de la mortalité)

Les valeurs extrêmes de quelques indices sont les suivantes :

| | | |
|---|---|---|
| Accroissement naturel | – 10 ‰ | + 25 ‰ |
| Espérance de vie à la naissance | 20,05 | 59,99 années |
| Taux de mortalité infantile | 30,5 ‰ | 475,4 ‰ |
| Taux brut de reproduction | 0,9626 | 5,5333 |
| Taux net de reproduction | 0,7513 | 2,0100 |

On voit que ces modèles couvrent un éventail de possibilités assez large.

3.3.3.3. ***Application***

Reprenons l'exemple ci-dessus.

P = 44 et Q = 14.

En se reportant aux tables (Voir extraits ci-joints), on trouve 7 populations types correspondant à 7 taux d'accroissement.

Voici quelques caractéristiques de ces populations stables types.

| | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Taux d'accroissement | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| Coefficient $\alpha$ | 0,6500 | 0,5844 | 0,5154 | 0,4424 | 0,3649 | 0,2824 | 0,1942 |
| Coefficient $\beta$ | 0,7342 | 0,7206 | 0,7090 | 0,6997 | 0,6932 | 0,6903 | 0,6918 |
| ${}^{0}e_{0}$ (en années) | 20,86 | 22,72 | 24,80 | 27,14 | 29,75 | 32,66 | 35,89 |
| Taux de mortalité infantile ‰ | 459,0 | 433,3 | 405,4 | 375,0 | 342,4 | 307,5 | 270,6 |
| Taux brut de reproduction | 5,4743 | 5,1844 | 4,9000 | 4,6231 | 4,3556 | 4,0995 | 3,8569 |
| Taux net de reproduction | 1,6901 | 1,7379 | 1,7870 | 1,8376 | 1,8898 | 1,9434 | 1,9987 |
| Taux moyen de reproduction | 2,5768 | 2,5813 | 2,5862 | 2,5899 | 2,5938 | 2,5966 | 2,5992 |

Ces différentes populations correspondent chacune à un point d'une même courbe isomère.

On vérifiera que le taux moyen de reproduction reste sensiblement constant (variant entre 2,58 et 2,60) et que le coefficient $\beta$ varie également peu, restant toujours voisin de 0,7. Or, cette valeur de 0,7 est considérée comme un minimum au-dessous duquel il est très peu vraisemblable de voir descendre la valeur du coefficient $\beta$.

Cela signifierait que la mortalité des Philippines est –toutes choses égales d'ailleurs– exceptionnellement élevée aux âges les plus jeunes et exceptionnellement basse aux âges les plus élevés.

Ce serait une explication de la proportion relativement très forte d'hommes âgés de 45 ans et plus dont un ajustement par une population-type à 2 paramètres ne pouvait pas rendre compte.

Toutefois, même si ces ajustements marquent un progrès par rapport aux précédents, on ne peut les retenir sans de sérieuses réticences.

Les renseignements disponibles par ailleurs suggèrent que le taux d'accroissement de la population des Philippines est de l'ordre de 21 ou 22 ‰.

Mais les espérances de vie correspondant à ces niveaux semblent beaucoup trop faibles alors que le taux de mortalité infantile et les taux bruts de reproduction sont tout simplement gigantesques.

Même la dernière population dont l'espérance de vie à la naissance semble trop élevée, conduit à des taux d'un niveau fort improbable.

L'emploi d'une population type à 3 paramètres représente certes un progrès, mais c'est encore loin d'être complètement satisfaisant.

### 3.3.3.4. *Estimation directe du taux moyen de reproduction à partir de la composition par âge*

Le taux moyen de reproduction est l'indice dont l'estimation à partir de P et de Q est la meilleure.

Mais cette estimation implique la stabilité de la population. On a des raisons de penser qu'elle est peu affectée par une baisse continue de la mortalité. Par contre, on ne sait pas grand chose des variations de la fécondité dans les pays du Tiers-Monde (il est certainement présomptueux de les exclure) et, on connait mal leurs répercussions sur les estimations.

Il serait donc intéressant d'avoir un indice de la fécondité, déduit de la composition par âge dont l'interprétation implique le minimum d'hypothèses.

## EXTRAITS DES TABLES A TROIS PARAMETRES DE CARRIER ET HOBCRAFT

### 1ère PARTIE : TAUX BRUT DE REPRODUCTION (TBR), TAUX NET DE REPRODUCTION (TNR), TAUX MOYEN DE REPRODUCTION (TMR) TAUX DE MORTALITE INFANTILE, ET DIVERSES FONCTIONS DE LA TABLE DE MORTALITE EN FONCTION DE P (PROPORTION DES MOINS DE 15 ANS), Q (PROPORTION DES 45 ANS ET PLUS, ET DU TAUX D'ACCROISSEMENT ANNUEL).

| Proportion Moins de 15 ans | Proportion 45 ans et plus | TBR | TNR | TMR | Taux de mortalité infantile | Table de mortalité $l_2$ | $l_{45}$ | $l_{65}$ | $_4q_1$ | $_5q_{45}$ | $_5q_{65}$ | $^0e_0$ | Taux d'accroissement annuel |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 44 | 12 | 3.9091 | 1.3153 | 2.4463 | 268.2 | 6258 | 2198 | 761 | 0.2754 | 0.1611 | 0.3917 | 21.34 | 1.0 |
| | | 3.8068 | 1.3521 | 2.4455 | 255.3 | 6424 | 2356 | 836 | 0.2626 | 0.1568 | 0.3866 | 22.47 | 1.1 |
| | | 3.7056 | 1.3900 | 2.4446 | 241.9 | 6597 | 2527 | 919 | 0.2497 | 0.1524 | 0.3815 | 23.68 | 1.2 |
| | | 3.6058 | 1.4290 | 2.4437 | 228.1 | 6777 | 2712 | 1011 | 0.2365 | 0.1481 | 0.3766 | 24.97 | 1.3 |
| | | 3.5077 | 1.4691 | 2.4424 | 213.7 | 6963 | 2911 | 1113 | 0.2232 | 0.1437 | 0.3719 | 26.36 | 1.4 |
| | | 3.4116 | 1.5104 | 2.4413 | 198.9 | 7156 | 3126 | 1224 | 0.2097 | 0.1392 | 0.3674 | 27.83 | 1.5 |
| | | 3.3177 | 1.5530 | 2.4398 | 183.8 | 7354 | 3357 | 1347 | 0.1961 | 0.1347 | 0.3631 | 29.41 | 1.6 |
| | | 3.2264 | 1.5968 | 2.4385 | 168.3 | 7558 | 3607 | 1483 | 0.1823 | 0.1301 | 0.3591 | 31.08 | 1.7 |
| | | 3.1381 | 1.6420 | 2.4370 | 152.5 | 7766 | 3874 | 1631 | 0.1683 | 0.1255 | 0.3554 | 32.85 | 1.8 |
| | | 3.0529 | 1.6884 | 2.4356 | 136.7 | 7978 | 4161 | 1794 | 0.1543 | 0.1208 | 0.3521 | 34.74 | 1.9 |
| | | 2.9714 | 1.7363 | 2.4342 | 120.8 | 8192 | 4469 | 1972 | 0.1402 | 0.1160 | 0.3492 | 36.72 | 2.0 |
| | | 2.8938 | 1.7857 | 2.4328 | 105.0 | 8407 | 4798 | 2166 | 0.1260 | 0.1112 | 0.3470 | 38.81 | 2.1 |
| | | 2.8206 | 1.8365 | 2.4314 | 89.6 | 8620 | 5147 | 2377 | 0.1119 | 0.1062 | 0.3455 | 41.00 | 2.2 |
| | | 2.7521 | 1.8889 | 2.4298 | 74.6 | 8829 | 5519 | 2606 | 0.0978 | 0.1010 | 0.3450 | 43.28 | 2.3 |
| | | 2.6889 | 1.9429 | 2.4286 | 60.3 | 9032 | 5912 | 2853 | 0.0839 | 0.0957 | 0.3457 | 45.65 | 2.4 |
| | | 2.6313 | 1.9986 | 2.4274 | 47.0 | 9225 | 6326 | 3117 | 0.0703 | 0.0902 | 0.3480 | 48.08 | 2.5 |
| | 13 | 4.6305 | 1.4699 | 2.5185 | 363.0 | 5439 | 2265 | 999 | 0.2674 | 0.1278 | 0.3177 | 20.62 | 1.4 |
| | | 4.4603 | 1.5112 | 2.5196 | 344.8 | 5649 | 2453 | 1110 | 0.2538 | 0.1234 | 0.3114 | 22.00 | 1.5 |
| | | 4.2928 | 1.5538 | 2.5207 | 325.5 | 5872 | 2659 | 1234 | 0.2399 | 0.1190 | 0.3051 | 23.51 | 1.6 |
| | | 4.1285 | 1.5976 | 2.5213 | 305.2 | 6107 | 2884 | 1373 | 0.2258 | 0.1146 | 0.2990 | 25.14 | 1.7 |
| | | 3.9680 | 1.6427 | 2.5217 | 284.0 | 6355 | 3131 | 1529 | 0.2114 | 0.1101 | 0.2930 | 26.92 | 1.8 |
| | | 3.8121 | 1.6891 | 2.5221 | 261.8 | 6616 | 3401 | 1703 | 0.1968 | 0.1056 | 0.2872 | 28.85 | 1.9 |
| | | 3.6614 | 1.7369 | 2.5220 | 238.7 | 6888 | 3696 | 1898 | 0.1819 | 0.1011 | 0.2815 | 30.94 | 2.0 |
| | | 3.5165 | 1.7862 | 2.5217 | 214.9 | 7171 | 4016 | 2114 | 0.1668 | 0.0964 | 0.2761 | 33.20 | 2,1 |
| | | 3.3782 | 1.8369 | 2.5212 | 190.7 | 7463 | 4365 | 2356 | 0.1516 | 0.0917 | 0.2709 | 35.62 | 2.2 |
| | | 3.2473 | 1.8891 | 2.5202 | 166.1 | 7761 | 4741 | 2624 | 0.1362 | 0.0869 | 0.2661 | 38.22 | 2.3 |
| | | 3.1244 | 1.9430 | 2.5195 | 141.5 | 8064 | 5147 | 2920 | 0.1206 | 0.0820 | 0.2618 | 40.98 | 2.4 |
| | | 3.0103 | 1.9984 | 2.5184 | 117.4 | 8366 | 5582 | 3246 | 0.1051 | 0.0769 | 0.2581 | 43.90 | 2.5 |
| | 14 | 5.4743 | 1.6901 | 2.5768 | 459.0 | 4707 | 2419 | 1359 | 0.2329 | 0.0928 | 0.2351 | 20.86 | 1.9 |
| | | 5.1844 | 1.7379 | 2.5813 | 433.3 | 4979 | 2662 | 1533 | 0.2187 | 0.0885 | 0.2276 | 22.72 | 2.0 |
| | | 4.9000 | 1.7870 | 2.5862 | 405.4 | 5278 | 2935 | 1734 | 0.2041 | 0.0841 | 0.2201 | 24.80 | 2.1 |
| | | 4.6231 | 1.8376 | 2.5899 | 375.0 | 5602 | 3242 | 1964 | 0.1892 | 0.0797 | 0.2128 | 27.14 | 2.2 |
| | | 4.3556 | 1.8898 | 2.5938 | 342.4 | 5955 | 3587 | 2228 | 0.1740 | 0.0753 | 0.2055 | 29.75 | 2.3 |
| | | 4.0995 | 1.9434 | 2.5966 | 307.5 | 6334 | 3973 | 2531 | 0.1584 | 0.0708 | 0.1983 | 32.66 | 2.4 |
| | | 3.8569 | 1.9987 | 2.5992 | 270.6 | 6739 | 4404 | 2877 | 0.1424 | 0.0662 | 0.1913 | 35.89 | 2.5 |
| 45 | 11 | 3.8264 | 1.3143 | 2.5147 | 234.3 | 6572 | 2161 | 674 | 0.2744 | 0.1750 | 0.4206 | 21.62 | 1.0 |
| | | 3.7396 | 1.3509 | 2.5134 | 223.4 | 6721 | 2309 | 738 | 0.2621 | 0.1708 | 0.4159 | 22.67 | 1.1 |
| | | 3.6536 | 1.3887 | 2.5122 | 212.1 | 6876 | 2469 | 809 | 0.2497 | 0.1665 | 0.4113 | 23.79 | 1.2 |
| | | 3.5685 | 1.4275 | 2.5108 | 200.3 | 7036 | 2640 | 886 | 0.2370 | 0.1621 | 0.4069 | 24.97 | 1.3 |
| | | 3.4847 | 1.4675 | 2.5097 | 188.2 | 7202 | 2824 | 971 | 0.2242 | 0.1578 | 0.4026 | 26.24 | 1.4 |
| | | 3.4022 | 1.5087 | 2.5081 | 175.8 | 7372 | 3022 | 1065 | 0.2113 | 0.1534 | 0.3985 | 27.58 | 1.5 |
| | | 3.3214 | 1.5511 | 2.5067 | 163.0 | 7547 | 3234 | 1167 | 0.1982 | 0.1489 | 0.3947 | 29.00 | 1.6 |
| | | 3.2424 | 1.5948 | 2.5051 | 150.0 | 7726 | 3462 | 1279 | 0.1849 | 0.1444 | 0.3911 | 30.50 | 1.7 |
| | | 3.1657 | 1.6398 | 2.5038 | 136,9 | 7909 | 3706 | 1401 | 0.1716 | 0.1398 | 0.3879 | 32.09 | 1.8 |
| | | 3.0913 | 1.6861 | 2.5021 | 123.6 | 8094 | 3967 | 1535 | 0.1581 | 0.1352 | 0.3851 | 33.78 | 1.9 |
| | | 3.0196 | 1.7338 | 2.5005 | 110.3 | 8281 | 4246 | 1680 | 0.1446 | 0.1305 | 0.3828 | 35.55 | 2.0 |
| | | 2.9510 | 1.7830 | 2.4989 | 97.0 | 8468 | 4543 | 1838 | 0.1311 | 0.1257 | 0.3811 | 37.40 | 2.1 |
| | | 2.8856 | 1.8337 | 2.4975 | 84.0 | 8655 | 4860 | 2009 | 0.1176 | 0.1208 | 0.3801 | 39.35 | 2.2 |
| | | 2.8240 | 1.8859 | 2.4961 | 71.3 | 8839 | 5196 | 2194 | 0.1041 | 0.1158 | 0.3799 | 41.38 | 2.3 |
| | 12 | 4.5077 | 1.4684 | 2.5964 | 325.1 | 5760 | 2252 | 911 | 0.2716 | 0.1398 | 0.3454 | 20.94 | 1.4 |
| | | 4.3630 | 1.5096 | 2.5969 | 309.2 | 5952 | 2428 | 1007 | 0.2583 | 0.1355 | 0.3395 | 22.22 | 1.5 |
| | | 4.2203 | 1.5520 | 2.5968 | 292.4 | 6153 | 2619 | 1114 | 0.2448 | 0.1311 | 0.3337 | 23.60 | 1.6 |
| | | 4.0798 | 1.5957 | 2.5968 | 274.8 | 6365 | 2827 | 1234 | 0.2311 | 0.1267 | 0.3280 | 25.09 | 1.7 |
| | | 3.9422 | 1.6407 | 2.5967 | 256.5 | 6587 | 3054 | 1367 | 0.2171 | 0.1222 | 0.3225 | 26.70 | 1.8 |
| | | 3.8078 | 1.6869 | 2.5962 | 237.5 | 6818 | 3301 | 1515 | 0.2029 | 0.1177 | 0.3171 | 28.43 | 1.9 |
| | | 3.6773 | 1.7346 | 2.5958 | 217.9 | 7059 | 3568 | 1679 | 0.1885 | 0.1131 | 0.3119 | 30.30 | 2.0 |
| | | 3.5510 | 1.7837 | 2.5951 | 197.7 | 7308 | 3858 | 1860 | 0.1739 | 0.1085 | 0.3070 | 32.30 | 2.1 |
| | | 3.4297 | 1.8343 | 2.5942 | 177.1 | 7564 | 4171 | 2062 | 0.1592 | 0.1038 | 0.3024 | 34.44 | 2.2 |
| | | 3.3138 | 1.8863 | 2.5930 | 156.2 | 7825 | 4509 | 2284 | 0.1443 | 0.0990 | 0.2981 | 36.72 | 2.3 |
| | | 3.2039 | 1.9400 | 2.5916 | 135.4 | 8089 | 4872 | 2529 | 0.1293 | 0.0941 | 0.2944 | 39.14 | 2.4 |

## 2ème PARTIE : COMPOSITION PAR AGE ET COEFFICIENTS α ET β EN FONCTION DE P, Q ET LE TAUX D'ACCROISSEMENT ANNUEL

| Proportion Moins de 15 ans | Proportion 45 ans et plus | Composition par âge (pour 10.000 de l'ensemble) 0– | 5– | 10– | 15– | 20– | 25– | 30– | 35– | 40– | 45– | 50– | 55– | 60– | 65– | 70– | 75– | Taux d'accroissement annuel | Alpha | Beta |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 44 | 12 | 1846 | 1368 | 1186 | 1055 | 909 | 772 | 655 | 552 | 459 | 372 | 291 | 216 | 148 | 92 | 50 | 31 | 1.0 | 0.7706 | 1.2761 |
| | | 1837 | 1373 | 1190 | 1056 | 909 | 772 | 654 | 551 | 458 | 371 | 290 | 216 | 149 | 93 | 50 | 31 | 1.1 | 0.7241 | 1.2629 |
| | | 1828 | 1378 | 1194 | 1057 | 910 | 772 | 654 | 550 | 457 | 371 | 290 | 215 | 149 | 93 | 51 | 32 | 1.2 | 0.6765 | 1.2510 |
| | | 1819 | 1383 | 1198 | 1059 | 910 | 772 | 653 | 550 | 456 | 370 | 289 | 215 | 149 | 93 | 51 | 32 | 1.3 | 0.6276 | 1.2407 |
| | | 1810 | 1388 | 1202 | 1060 | 911 | 772 | 653 | 549 | 455 | 369 | 289 | 215 | 149 | 94 | 51 | 33 | 1.4 | 0.5773 | 1.2321 |
| | | 1801 | 1393 | 1205 | 1061 | 911 | 772 | 653 | 548 | 455 | 369 | 289 | 215 | 149 | 94 | 51 | 33 | 1.5 | 0.5256 | 1.2256 |
| | | 1793 | 1398 | 1209 | 1062 | 911 | 772 | 653 | 548 | 454 | 368 | 288 | 215 | 150 | 94 | 52 | 33 | 1.6 | 0.4723 | 1.2213 |
| | | 1784 | 1403 | 1212 | 1063 | 912 | 772 | 652 | 547 | 453 | 368 | 288 | 215 | 150 | 94 | 52 | 33 | 1.7 | 0.4173 | 1.2197 |
| | | 1776 | 1408 | 1216 | 1064 | 912 | 772 | 652 | 547 | 453 | 367 | 288 | 215 | 150 | 95 | 52 | 33 | 1.8 | 0.3602 | 1.2211 |
| | | 1768 | 1413 | 1219 | 1065 | 912 | 772 | 652 | 546 | 452 | 367 | 288 | 215 | 150 | 95 | 52 | 33 | 1.9 | 0.3010 | 1.2261 |
| | | 1760 | 1417 | 1222 | 1066 | 912 | 772 | 652 | 546 | 452 | 367 | 288 | 216 | 150 | 95 | 52 | 33 | 2.0 | 0.2393 | 1.2353 |
| | | 1753 | 1422 | 1226 | 1067 | 912 | 772 | 651 | 546 | 452 | 366 | 288 | 216 | 151 | 95 | 52 | 32 | 2.1 | 0.1747 | 1.2496 |
| | | 1746 | 1426 | 1229 | 1067 | 912 | 772 | 651 | 546 | 451 | 366 | 288 | 216 | 151 | 95 | 52 | 32 | 2.2 | 0.1069 | 1.2700 |
| | | 1739 | 1430 | 1231 | 1068 | 912 | 772 | 651 | 545 | 451 | 366 | 288 | 217 | 151 | 95 | 51 | 31 | 2.3 | 0.0352 | 1.2980 |
| | | 1732 | 1434 | 1234 | 1068 | 912 | 772 | 651 | 545 | 451 | 367 | 289 | 217 | 152 | 95 | 51 | 30 | 2.4 | −0.0410 | 1.3355 |
| | | 1726 | 1438 | 1236 | 1068 | 912 | 772 | 651 | 545 | 452 | 367 | 290 | 218 | 152 | 95 | 50 | 28 | 2.5 | −0.1229 | 1.3855 |
| | 13 | 1869 | 1360 | 1171 | 1031 | 885 | 752 | 639 | 541 | 453 | 373 | 299 | 230 | 167 | 112 | 67 | 53 | 1.4 | 0.7221 | 1.0061 |
| | | 1858 | 1367 | 1175 | 1032 | 886 | 752 | 638 | 540 | 452 | 372 | 298 | 229 | 167 | 112 | 68 | 54 | 1.5 | 0.6685 | 0.9923 |
| | | 1847 | 1373 | 1180 | 1034 | 886 | 752 | 638 | 539 | 451 | 371 | 297 | 229 | 167 | 113 | 68 | 55 | 1.6 | 0.6130 | 0.9800 |
| | | 1837 | 1379 | 1184 | 1036 | 887 | 752 | 637 | 538 | 450 | 370 | 296 | 229 | 167 | 113 | 69 | 55 | 1.7 | 0.5556 | 0.9695 |
| | | 1826 | 1385 | 1189 | 1038 | 887 | 752 | 637 | 537 | 449 | 369 | 296 | 229 | 167 | 114 | 69 | 56 | 1.8 | 0.4960 | 0.9611 |
| | | 1816 | 1391 | 1193 | 1039 | 888 | 752 | 636 | 536 | 448 | 368 | 295 | 228 | 168 | 114 | 70 | 57 | 1.9 | 0.4340 | 0.9551 |
| | | 1805 | 1397 | 1197 | 1041 | 889 | 752 | 636 | 536 | 447 | 367 | 295 | 228 | 168 | 114 | 70 | 57 | 2.0 | 0.3693 | 0.9518 |
| | | 1795 | 1403 | 1202 | 1042 | 889 | 752 | 636 | 535 | 446 | 367 | 294 | 228 | 168 | 115 | 71 | 58 | 2.1 | 0.3015 | 0.9519 |
| | | 1786 | 1409 | 1206 | 1044 | 890 | 752 | 635 | 534 | 445 | 366 | 294 | 228 | 168 | 115 | 71 | 58 | 2.2 | 0.2304 | 0.9560 |
| | | 1776 | 1414 | 1210 | 1045 | 890 | 752 | 635 | 533 | 445 | 365 | 293 | 228 | 168 | 116 | 71 | 58 | 2.3 | 0.1554 | 0.9649 |
| | | 1767 | 1420 | 1212 | 1046 | 890 | 752 | 634 | 533 | 444 | 365 | 293 | 228 | 169 | 116 | 72 | 58 | 2.4 | 0.0758 | 0.9799 |
| | | 1758 | 1425 | 1217 | 1047 | 891 | 752 | 634 | 532 | 443 | 364 | 293 | 228 | 169 | 116 | 72 | 57 | 2.5 | −0.0092 | 1.0024 |
| | 14 | 1879 | 1360 | 1161 | 1011 | 863 | 732 | 622 | 527 | 444 | 369 | 301 | 239 | 182 | 131 | 87 | 89 | 1.9 | 0.6500 | 0.7342 |
| | | 1866 | 1368 | 1167 | 1013 | 864 | 733 | 621 | 526 | 443 | 368 | 300 | 238 | 182 | 132 | 88 | 91 | 2.0 | 0.5844 | 0.7206 |
| | | 1852 | 1375 | 1172 | 1015 | 865 | 733 | 621 | 525 | 441 | 367 | 299 | 238 | 182 | 132 | 89 | 93 | 2.1 | 0.5154 | 0.7090 |
| | | 1840 | 1383 | 1178 | 1018 | 866 | 733 | 620 | 524 | 440 | 365 | 298 | 237 | 182 | 133 | 90 | 95 | 2.2 | 0.4424 | 0.6997 |
| | | 1827 | 1390 | 1183 | 1020 | 867 | 733 | 619 | 523 | 438 | 364 | 297 | 237 | 182 | 133 | 90 | 97 | 2.3 | 0.3649 | 0.6932 |
| | | 1814 | 1398 | 1188 | 1022 | 868 | 733 | 619 | 522 | 437 | 363 | 296 | 236 | 182 | 133 | 91 | 99 | 2.4 | 0.2824 | 0.6903 |
| | | 1802 | 1405 | 1193 | 1024 | 869 | 733 | 618 | 521 | 436 | 361 | 295 | 236 | 182 | 134 | 92 | 100 | 2.5 | 0.1942 | 0.6918 |
| 45 | 11 | 1888 | 1401 | 1210 | 1072 | 918 | 773 | 650 | 542 | 445 | 356 | 273 | 198 | 132 | 79 | 40 | 23 | 1.0 | 0.7935 | 1.3894 |
| | | 1880 | 1406 | 1214 | 1073 | 918 | 773 | 649 | 542 | 444 | 355 | 273 | 198 | 132 | 79 | 41 | 23 | 1.1 | 0.7494 | 1.3762 |
| | | 1871 | 1411 | 1218 | 1074 | 919 | 773 | 649 | 541 | 444 | 355 | 272 | 198 | 132 | 79 | 41 | 23 | 1.2 | 0.7043 | 1.3644 |
| | | 1863 | 1416 | 1221 | 1075 | 919 | 773 | 649 | 540 | 443 | 354 | 272 | 198 | 132 | 79 | 41 | 23 | 1.3 | 0.6581 | 1.3540 |
| | | 1855 | 1421 | 1225 | 1076 | 919 | 773 | 649 | 540 | 442 | 354 | 272 | 197 | 133 | 80 | 41 | 24 | 1.4 | 0.6108 | 1.3454 |
| | | 1846 | 1425 | 1228 | 1077 | 920 | 773 | 648 | 539 | 442 | 353 | 271 | 197 | 133 | 80 | 42 | 24 | 1.5 | 0.5622 | 1.3386 |
| | | 1838 | 1430 | 1232 | 1078 | 920 | 773 | 648 | 539 | 441 | 353 | 271 | 197 | 133 | 80 | 42 | 24 | 1.6 | 0.5124 | 1.3340 |
| | | 1830 | 1435 | 1235 | 1079 | 920 | 774 | 648 | 539 | 441 | 352 | 271 | 198 | 133 | 80 | 42 | 24 | 1.7 | 0.4610 | 1.3319 |
| | | 1822 | 1439 | 1238 | 1080 | 920 | 774 | 648 | 538 | 440 | 352 | 271 | 198 | 133 | 80 | 42 | 24 | 1.8 | 0.4080 | 1.3325 |
| | | 1815 | 1444 | 1241 | 1081 | 920 | 774 | 648 | 538 | 440 | 352 | 271 | 198 | 133 | 81 | 42 | 24 | 1.9 | 0.3532 | 1.3364 |
| | | 1807 | 1448 | 1244 | 1081 | 920 | 774 | 647 | 538 | 440 | 352 | 271 | 198 | 134 | 81 | 42 | 24 | 2.0 | 0.2964 | 1.3442 |
| | | 1800 | 1452 | 1247 | 1082 | 920 | 774 | 647 | 537 | 440 | 352 | 271 | 198 | 134 | 81 | 42 | 23 | 2.1 | 0.2373 | 1.3564 |
| | | 1793 | 1457 | 1250 | 1082 | 920 | 774 | 647 | 537 | 440 | 352 | 271 | 198 | 134 | 81 | 41 | 23 | 2.2 | 0.1756 | 1.3740 |
| | | 1787 | 1461 | 1253 | 1083 | 920 | 774 | 647 | 537 | 440 | 352 | 271 | 199 | 134 | 81 | 41 | 22 | 2.3 | 0.1109 | 1.3981 |
| | 12 | 1915 | 1393 | 1193 | 1046 | 893 | 753 | 635 | 533 | 442 | 359 | 283 | 213 | 151 | 98 | 56 | 40 | 1.4 | 0.7365 | 1.1048 |
| | | 1904 | 1399 | 1197 | 1048 | 893 | 753 | 634 | 532 | 441 | 358 | 282 | 213 | 151 | 98 | 56 | 40 | 1.5 | 0.6860 | 1.0911 |
| | | 1894 | 1404 | 1201 | 1049 | 894 | 753 | 634 | 531 | 440 | 357 | 282 | 213 | 151 | 98 | 57 | 41 | 1.6 | 0.6339 | 1.0788 |
| | | 1884 | 1410 | 1206 | 1051 | 894 | 753 | 633 | 530 | 439 | 357 | 281 | 213 | 151 | 99 | 57 | 42 | 1.7 | 0.5802 | 1.0683 |
| | | 1874 | 1416 | 1210 | 1052 | 895 | 753 | 633 | 529 | 438 | 356 | 281 | 213 | 152 | 99 | 58 | 42 | 1.8 | 0.5246 | 1.0596 |
| | | 1864 | 1822 | 1214 | 1054 | 895 | 753 | 632 | 529 | 437 | 355 | 280 | 212 | 152 | 100 | 58 | 43 | 1.9 | 0.4671 | 1.0532 |
| | | 1854 | 1428 | 1218 | 1055 | 896 | 753 | 632 | 528 | 436 | 354 | 280 | 212 | 152 | 100 | 58 | 43 | 2.0 | 0.4073 | 1.0494 |
| | | 1845 | 1433 | 1222 | 1056 | 896 | 753 | 632 | 527 | 436 | 354 | 279 | 212 | 152 | 100 | 59 | 43 | 2.1 | 0.3452 | 1.0486 |
| | | 1836 | 1439 | 1226 | 1058 | 897 | 753 | 631 | 527 | 435 | 353 | 279 | 212 | 152 | 101 | 59 | 43 | 2.2 | 0.2802 | 1.0513 |
| | | 1826 | 1444 | 1230 | 1059 | 897 | 753 | 631 | 526 | 434 | 353 | 279 | 212 | 153 | 101 | 59 | 43 | 2.3 | 0.2122 | 1.0583 |
| | | 1818 | 1449 | 1233 | 1060 | 897 | 753 | 631 | 526 | 434 | 352 | 279 | 212 | 153 | 101 | 59 | 43 | 2,4 | 0.1405 | 1.0706 |

On a retenu le Rapport Enfants/Adultes, défini comme le rapport entre les effectifs de moins de 15 ans et les effectifs de 15 à 44 ans.

$$REA = \frac{P_{0-14}}{P_{15-44}} = \frac{P}{100 - (P + Q)}$$

Malgré son caractère sommaire ce rapport peut servir à estimer le taux moyen de reproduction sous réserve de conditions assez larges :

– Composition par âge à l'intérieur des groupes 0-14 et 15-44 ne s'écartant pas trop d'une structure type.

– Répartition constante en valeur relative des taux de fécondité par âge.

Par contre, l'interprétation de ce rapport n'implique pas d'hypothèses :

– sur la constance de la fécondité,
– sur la constance de la mortaltié,
– sur la proportion de gens âgés.

Pour le vérifier, on a calculé le rapport entre le Taux Moyen de Reproduction et le Rapport Enfants/Adultes pour un assez grand nombre de populations stables types (notamment pour tous les modèles à 2 paramètres).

Si l'on se limite aux populations dont le taux brut de reproduction est compris entre

$$2{,}0 \quad \text{et} \quad 4{,}0$$

et dont le niveau de mortalité varie entre

$$10 \quad ({}^0e_0 = 25 \text{ ans})$$

et

$$40 \quad ({}^0e_0 = 40 \text{ ans})$$

c'est-à-dire à un intervalle où l'on peut s'attendre à trouver la plupart des populations qui nous intéressent, le rapport $\frac{TMR}{REA}$ est compris entre 2,10 et 2,60.

Si l'on exclut les populations types dont le taux d'accroissement naturel est négatif ou, au contraire, supérieur à 20 ‰, les valeurs extrêmes deviennent :

$$2{,}17 \text{ et } 2{,}48$$

Il semble donc raisonnable de prendre 2,3 comme valeur approximative de ce rapport et d'écrire

$$TMR \simeq 2{,}3 \times REA$$

L'erreur théorique sur cette estimation peut aller jusqu'à 8 %.

Pour accroître la précision, on peut introduire un terme du second degré, et l'on a obtenu l'estimation suivante :

$$TMR = REA\,(1{,}64 + 0{,}8\,REA)$$

La valeur du rapport correspondante est égale à 2,3 pour REA = 0,825, on a alors

$$TMR = 1{,}8975$$

En théorie, dans les limites définies ci-dessus, l'erreur sur cette estimation est toujours inférieure à 0,5 % et même, le plus souvent à 0,1 %.

Une telle précision ne doit pas faire illusion, car elle suppose que les hypothèses de base sont exactement vérifiées.

### 3.3.4. Correction pour une population quasi-stable

#### 3.3.4.1. *Effets d'une baisse de la mortalité*

Actuellement les recherches se poursuivent sur les effets de la déstabilisation et donc sur l'estimation des écarts entre populations stables et quasi-stables. On a vu plus haut les résultats auxquels sont parvenus *Coale* et *Demeny*. Ils ne conduisent pas à des techniques d'un emploi pratique aisé.

Mais, en outre, on est amené à se demander si les modèles utilisés au départ n'étaient pas trop optimistes, c'est-à-dire s'ils n'avaient pas eu tendance à sous-estimer les écarts entre populations stables et quasi-stables.

En effet, les tables types utilisées –que ce soit celles des Nations-Unies ou celles de Princeton– ont été élaborées essentiellement à partir de données "occidentales". Le processus de baisse de la mortaltié adopté comme hypothèse s'inspirait également de ce qui avait été observé à partir du siècle dernier dans les pays actuellement développés.

Or, il semble bien que la baisse actuellement en cours dans les populations du Tiers-Monde se fasse de façon très différente.

Dans les pays actuellement en voie de développement, la baisse de la mortalité intéresse essentiellement, tout au moins au début du processus, les jeunes âges (mortalité infantile et juvénile). Il n'en a été nullement ainsi en Europe ou en Amérique du Nord au 19 ème siècle ou au débuf du 20 ème siècle.

Le problème de la "déstabilisation" a donc fait l'objet d'une nouvelle étude à partir des tables de mortalité et des populations types calculées par la méthode des logits et en s'inspirant plus spécialement de l'expérience africaine. On est parti d'une population stable que l'on a soumise à une baisse de mortalité d'une durée de 25 ans.

– soit à un rythme lent (l'espérance de vie augmente de 0,3 année par an)

– soit à un rythme plus rapide (l'espérance de vie augmente de 0,5 année par an)

On a ainsi obtenu des populations quasi-stables que l'on a comparées aux populations stables types à 3 paramètres.

#### 3.3.4.2. ***Résultats***

Il faut distinguer les quantités pour lesquelles on a des estimations "solides", c'est-à-dire sensiblement constantes le long d'une courbe isomère et les autres.

a) Les premières (estimations "solides") sont :

*i) Le paramètre $\beta$ ("pente" de la mortalité).*

Une baisse de la mortalité a pour conséquence de diminuer considérablement sa valeur apparente. Si la valeur réelle de $\beta$ est 1,0, la valeur estimée est :

0,8 dans le cas d'une baisse lente de mortalité
0,7 dans le cas d'une baisse rapide

(On remarquera que cette dernière valeur est celle que l'on a trouvée aux Philippines).

*ii) Le Taux Moyen de Reproduction*

L'exemple suivant permet de comparer les valeurs réelles et les valeurs estimées :

| | Taux Moyen de Reproduction | |
|---|---|---|
| | Réel | Estimé |
| Population stable initiale | 1,76 | 1,76 |
| Population quasi-stable après 25 ans de baisse – lente | 1,97 | 1,94 |
| – rapide | 2,11 | 2,06 |

Les estimations stables sont très proches des valeurs quasi stables.

C'est une qualité à ajouter à la liste de celles de ce taux moyen de reproduction.

b) Les estimations variables le long d'une courbe isomère.

Pour ces quantités, il est nécessaire de disposer d'une donnée supplémentaire, par exemple le taux d'accroissement naturel.

*i) Espérance de vie à la naissance.*

L'exemple est le même que ci-dessus.

| | Taux d'accroissement $\%_c$ | Espérance de vie (en années) |
|---|---|---|
| Population stable initiale | 6,5 | 30,8 |
| *Populations quasi-stables* | | |
| Après une baisse lente | | |
| Valeurs réelles | 12,5 | 38.0 |
| Valeurs ajustées | 11,7 | 30,8 |
| | 14,2 | 38,0 |
| Après une baisse rapide | | |
| Valeurs réelles | 16,7 | 44,2 |
| Valeurs ajustées | 15,0 | 30,8 |
| | 18,3 | 44,2 |

On constate ce qui suit :

Les modèles ayant l'espérance de vie *initiale* ont un taux d'accroissement qui est un peu inférieur au taux d'accroissement réel.

Les modèles ayant l'espérance de vie réelle ont un taux d'accroissement très supérieur au taux d'accroissement réel.

*ii) Taux de mortalité infantile*

Dans la même population, on aurait :

| | Taux d'accroissement $\%_\sigma$ | Taux de mortalité infantile $\%_\sigma$ |
|---|---|---|
| Population stable initiale | 6,5 | 226 |
| *Populations quasi-stables* | | |
| Après une baisse lente | | |
| Valeurs réelles | 12,5 | 159 |
| Valeurs ajustées | 13,6 | 226 |
| | 15,7 | 159 |
| Après une baisse rapide | | |
| Valeurs réelles | 16,7 | 117 |
| Valeurs ajustées | 18,8 | 226 |
| | 20,6 | 117 |

Ici, on constate que, pour un taux d'accroissement naturel donné, le taux de mortalité infantile est considérablement sur-estimé et inversement.

En résumé :

| | Taux d'accroissement naturel ‰ | |
|---|---|---|
| *Populations quasi-stables* | Populations stables-types ayant le même niveau | |
| | *d'espérance de vie à la naissance* | *de mortalité infantile* |
| Baisse lente 12,5 | 14,2 | 15,7 |
| Baisse rapide 16,7 | 18,3 | 20,6 |

*iii) Composition par âge*

L'ajustement se fait par grands groupes, à l'intérieur de ceux-ci, les écarts entre les répartitions stables et quasi-stables se compensent.

Pour faire un choix entre les différentes populations-types sélectionnées à partir de P et Q, on recherchera le taux d'accroissement naturel dans lequel des écarts entre les effectifs des groupes d'âge quinquennaux sont les moins marqués.

On a constaté en fait que les estimations du taux d'accroissement qui conviennent le mieux ne sont pas les mêmes pour chacun des trois grands groupes d'âge :

- Pour le groupe 0 - 14, l'estimation est quelque peu supérieure au taux réel
- Pour le groupe 15 - 44, elle lui est nettement inférieure
- Pour le groupe 45 et plus, la meilleure estimation est obtenue avec un accroissement à peu près nul.

Voici les chiffres obtenus dans notre exemple

| | Baisse lente | Baisse rapide |
|---|---|---|
| P | 37,0 | 38,1 |
| Q | 18,9 | 18,6 |
| Taux d'accroissement initial | 6,5 | 6,5 |
| Taux d'accroissement réel | 12,5 | 16,7 |
| Estimation du taux d'accroissement qui donne le meilleur ajustement de la structure | | |
| – du groupe 0 – 14 | 14,0 | 18,4 |
| – du groupe 15 – 44 | 6,0 | 7,0 |
| – du groupe 45 et plus | 0,0 | 0,0 |

***Conclusion***

Cette technique est encore trop récente pour qu'on puisse porter un jugement sur sa valeur. Des recherches plus approfondies portant sur un éventail de populations très diverses sont indispensables. Il est possible qu'elles amènent à modifier certaines méthodes.

Le choix du groupe d'âge 0 - 14 soulève de sérieuses objections en raison de la possibilité d'une sous-estimation de l'effectif de ce groupe pour le sexe féminin.

Les effets de la "déstabilisation" sont imparfaitement connus. On a certaines raisons de penser qu'ils sont plus prononcés que l'on ne l'avait d'abord cru.

On ne répètera jamais assez que les méthodes d'ajustements ne doivent pas être appliquées mécaniquement. Il faut prendre en considération toutes les informations que l'on peut rassembler sur la population et ses caractéristiques.

Les problèmes et la qualité des diverses informations disponibles varient considérablement d'une population à l'autre. Une méthode qui a donné de bons résultats dans un cas peut être inefficace dans un autre.

Evidemment, plus les données sont nombreuses et variées, plus on peut réduire la zone d'incertitude. Mais il restera toujours un aspect subjectif où intervient l'équation personnelle de celui qui fait l'ajustement.

ANNEXE

# Deux méthodes de calcul de taux intrinsèque d'accroissement naturel

## 1ère Méthode

Calcul de $\rho$ (notations continues)
Cette méthode est celle qui figure dans l'ouvrage de *Lotka*.

***a) Principe.***

On part de la formule :

$$\int_u^v e^{-\rho a}\, p(a)\, \varphi'(a)\, da = 1 \tag{1}$$

que l'on développe en série jusqu'au 2ème degré, soit :

$$\int_u^v \left(1 - \rho a + \frac{\rho^2}{2} a^2 + \ldots\right) p(a)\, \varphi'(a)\, da = 1 \tag{2}$$

ou encore :

$$R_o - \rho R_1 + \frac{\rho^2}{2} R_2 + \ldots = 1 \tag{3}$$

En écrivant d'une façon générale :

$$\int_u^v a^n\, p(a)\, \varphi'(a)\, da = R_n \tag{4}$$

On voit que :

$R_0$ est le taux brut de reproduction (5)

$\frac{R_1}{R_0}$ est l'intervalle entre génération, T (5)

$\frac{R^2}{R_0} - \left(\frac{R_1}{R_0}\right)^2 = \mu_2$, Variance de la distribution. (5)

La formule (3) peut s'écrire :

$$R_0 \left[1 - \rho \frac{R_1}{R_0} + \frac{\rho^2}{2} \frac{R_2}{R_0}\right] = 1 \tag{6}$$

et en prenant le logarithme népérien :

$$\log_e R_0 + \log_e \left(1 - \rho \frac{R_1}{R_0} + \frac{\rho_2}{2} \frac{R^2}{R_0}\right) = 0 \tag{7}$$

En développant jusqu'au 2ème degré le second membre du premier terme on a :

$$\log_e \left(1 - \rho \frac{R_1}{R_o} + \frac{\rho_2}{2} \frac{R_2}{R_0}\right) = - \rho \frac{R_1}{R_0} + \frac{\rho^2}{2} \frac{R_2}{R_0} - \frac{\rho^2}{2}\left(\frac{R_1}{R_0}\right)^2 + \ldots \quad (8)$$

(7) devient alors :

$$\frac{\rho^2}{2} \left[\frac{R_2}{R_0} - \left(\frac{R_1}{R_0}\right)^2\right] - \rho \frac{R_1}{R_0} + \log_e R_0 = 0 \quad (9)$$

C'est à dire :

$$\frac{\mu_2}{2} \rho^2 - \rho T + \log_e R_0 = 0 \quad (10)$$

Equation à partir de laquelle on calculera $\rho$

***b) Calcul pratique***

Lorsqu'on utilise des groupes d'âge quinquennaux, ces formules deviennent, en appelant f(a) la fécondité du groupe d'âge, $\bar{a}$ l'âge moyen du groupe d'âge, p($\bar{a}$) la survie à cet âge moyen, $k_f$ la proportion de naissances féminines :

$$R_0 = 5 \times \sum_u^v f(a)\ p(\bar{a}) \times k_f$$

$$R_1 = 5 \times \sum_u^v \bar{a}\ f(a)\ p(\bar{a}) \times k_f$$

$$R_2 = 5 \times \sum_u^v \bar{a}^2\ f(a)\ p(\bar{a}) \times k_f$$

et

$$T = \frac{R_1}{R_0} = \frac{\sum_u^v \bar{a}\ f(a)\ p(\bar{a})}{\sum_u^v f(a)\ p(\bar{a})}$$

$$\frac{R_2}{R_0} = \frac{\sum_u^v \bar{a}^2\ f(a)\ p(\bar{a})}{\sum_u^v f(a)\ p(\bar{a})}$$

***c) Exemple***

Le tableau 1-3-2-5- (chapitre IV) montre comment on calcule $R_0$ et T (colonnes (5) et (6))

$$R_0 = \frac{R \times 744\,174}{10^6} \times 0{,}494 = 1{,}8381$$

$$T\ \frac{R_1}{R_0} = \frac{20190198}{744174} = 27{,}1309$$

Reste à calculer $R_2$ ; pour cela, on multipliera les chiffres de la colonne (6), ā f(a) p(a), par ceux de la colonne (2), ā

| Groupe d'âge | Age moyen | Produit (2) x (5) (2) x (3) x (4) | Produit (2) x (6) (2) x (2) x (3) x (4) |
|---|---|---|---|
| (1) | (2)..... | (6) | (7) |
| 15 - 19 | 17..... | 2 277 252 | 37 863 284 |
| 20 - 24 | 22..... | 4 034 800 | 88 765 600 |
| 25 - 29 | 27..... | 4 374 594 | 118 114 038 |
| 30 - 34 | 32..... | 4 082 176 | 130 629 632 |
| 35 - 39 | 37..... | 3 132 864 | 115 915 968 |
| 40 - 44 | 42..... | 1 526 448 | 64 110 816 |
| 45 - 49 | 47..... | 761 964 | 35 812 308 |
| | Total | 20 190 098 | 591 211 646 |

$$\frac{R_2}{R_0} = \frac{591\,211\,646}{744\,174} = 794{,}454$$

$$\mu_2 = \frac{R_1}{R_0} - \left(\frac{R_1}{R_0}\right)^2 = \frac{R_2}{R_0} - T^2$$

$$= 794{,}454 - (27{,}1309)^2 = 58{,}368$$

$$\text{Log}_e\ R_0 = \log_e\ (1{,}8381) = 0{,}608734$$

D'où l'équation de $\rho$

$$\frac{58{,}368}{2}\,\rho^2 - 27{,}1309\,\rho + 0{,}608734 = 0$$

*Solution* : (seule celle qui correspond au signe négatif convient).

$$\rho = \frac{27{,}1309 - \sqrt{(27{,}1309)^2 - 2 \times 0{,}608734}}{58{,}368}$$

$$= \frac{27{,}1309 - \sqrt{665{,}02456259}}{58{,}368}$$

$$= \frac{27{,}1309 - 25{,}7881}{58{,}368}$$

$$= \frac{1{,}3428}{58{,}368} = 0{,}023006$$

$$\boxed{\rho = 23\ ‰}$$

*Calcul approché*

Formule : $R_0 = e^{\rho T}$

ou $\log_e R_0 = e^T$

$$\rho = \frac{\log_e R_0}{T}$$

$$\rho = \frac{0{,}608734}{27{,}1309}$$

soit 22,4 ‰.

Le taux d'accroissement calculé par la formule approchée est toujours sous-estimé (ici d'environ 2,5 %) .

**2ème Méthode. Calcul de r (notations discontinues)**

***a) Principe***

La formule fondamentale s'écrit sous forme discontinue :

$$\sum_{u}^{v} (1 + r)^{-a} f(a) p'(a) = 1 \tag{1}$$

avec $p'(a) = p(a) \times kf$

En multipliant les 2 termes par $(1 + r)^T$, on obtient :

$$\sum_{u}^{v} (1 + r)^{T-a} f(a) p'(a) = (1 + r)^T \tag{2}$$

Le développement en série de $(1 + r)^{T-a}$ jusqu'au 2° degré donne :

$$(1 + r)^{T-a} = 1 + (T - a) r + \frac{(T - a)(T - a - 1)}{2} r^2 \tag{3}$$

$$= 1 + \frac{(r - r^2)}{2} (T - a) + \frac{r^2}{2} (T - a)^2 \tag{4}$$

Le premier terme de (2) devient :

$$\sum_{u}^{v} f(a) p'(a) + \left(r - \frac{r^2}{2}\right) \sum_{u}^{v} (T - a) f(a) p'(a) + \frac{r^2}{2} \sum_{u}^{v} (T - a)^2 f(a) p'(a) \tag{5}$$

Or on a :

$$\sum_{u}^{v} f(a) p'(a) = R_0, \text{ taux brut de reproduction} \tag{6}$$

$$\sum_{u}^{v} (T - a) f(a) p'(a) = 0, \text{ d'après la définition de T} \tag{7}$$

$$\sum_{u}^{v} (T - a)^2 f(a) p'(a) = \sum_{u}^{v} a^2 f(a) p'(a) - 2T \sum_{u}^{v} af(a) p'(a) + T^2 \sum_{u}^{v} f(a) p'(a) \tag{8}$$

c'est-à-dire, comme $\sum_{u}^{v} af(a) p'(a) = TR_0$

$$\sum_{u}^{v} (T - a)^2 f(a) p'(a) = R_2 - T^2 R_0 \tag{9}$$

et comme

$$\mu_2 = \frac{R_2}{R_0} - T^2 \tag{10}$$

on trouve

$$\Sigma (T - a)^2 f(a) p'(a) = \mu_2 R_0 \tag{11}$$

Donc (2) peut s'écrire

$$R_0 \left(1 + \frac{\mu_2}{2} r^2\right) = (1 + r)^T \tag{12}$$

D'où l'équation

$$\log (1 + r) = \frac{\log R_0 + \log \left(1 + \frac{\mu_2}{2} r^2\right)}{T} \tag{13}$$

qui donne la valeur de r.

***b) Calculs pratiques***

Les techniques de calcul de $R_0$, T et $\mu_2$ ont été exposées à propos de la première méthode.

On remarquera que l'on ne peut pas résoudre directement l'équation (13) ; on procèdera donc par approximations successives.

Dans un premier temps, on négligera le terme en $r^2$, ce qui donne la formule approchée indiquée dans le cours :

$$\log (1 + r) = \frac{\log R_0}{T}$$

On en déduira une première estimation, $r_1$, de r. En l'introduisant dans la formule (13) on obtiendra une seconde approximation $r_2$.

$$\log (1 + r_2) = \frac{\log R_0 + \log \left(1 + \frac{\mu_2}{2} r_1^2\right)}{T}$$

On recommencera et en fait, on arrivera très vite à une valeur suffisamment précise de r.

***c) Exemple***

Nous reprenons les chiffres du Mali (1960-1961).

On a les valeurs suivantes :

$$R_0 = 1{,}8381$$
$$T = 27{,}1309$$
$$\mu_2 = 58{,}368$$

*(i) Première approximation*

$$\log (1 + r_1) = \frac{\log R_0}{T} = \frac{\log 1{,}8381}{27{,}1309}$$
$$= \frac{0{,}2643696}{27{,}1309}$$
$$= 0{,}0097467$$
$$1 + r_1 = 1{,}022696$$
$$r_1 = 0{,}022696$$

*(ii) Deuxième approximation*

$$1 + \frac{\mu_2}{2} r_1^2 = 1 + \frac{58{,}368}{2} \cdot (0{,}022696)^2$$
$$= 1{,}01503$$

$$\log\left(1 + \frac{\mu_2}{2} r_1^2\right) = 0{,}0064788$$

$$\log(1 + r_2) = \frac{0{,}2643696 + 0{,}0064788}{27{,}1309}$$

$$= 0{,}0099830$$

$$1 + r_2 = 1{,}023252$$

$$r_2 = 0{,}023252$$

*(iii) Troisième approximation*

$$1 + \frac{\mu_2}{2} r_2^2 = 1{,}01578$$

$$\log(1 + r_3) = \frac{0{,}2643696 + 0{,}0067997}{27{,}1305}$$

$$= 0{,}0099949$$

$$1 + r_3 = 1{,}023281$$

$$r_3 = 0{,}023281$$

*(iv) Quatrième approximation*

$$1 + \frac{\mu_2}{2} r_3^2 = 1{,}01582$$

$$\log(1 + r_4) = \frac{0{,}2643696 + 0{,}0068168}{27{,}1309}$$

$$= 0{,}0099955$$

$$1 + r_4 = 1{,}023282$$

$$r_4 = 0{,}023282,$$

on s'en tiendra là.

***d) Conclusion***

On voit que les approximations successives convergent rapidement vers une valeur donnée :

Valeur de r :

| | | |
|---|---|---|
| 1ère | approximation | 0,022696 |
| 2ème | " | 0,023252 |
| 3ème | " | 0,023281 |
| 4ème | " | 0,023282 |

De toute façon, ces calculs détaillés ont été donnés à titre d'exemple, pour illustrer la méthode mais la précision obtenue serait, dans l'hypothèse la plus favorable, illusoire.

Dans les meilleures conditions il faudrait se limiter à trois chiffres significatifs pour le taux d'accroissement naturel et écrire qu'il est de 23.3 ‰ "environ".

Il serait certainement beaucoup plus prudent et honnête de déclarer que ce taux est de l'ordre de 23‰. On verra plus loin qu'une autre méthode d'estimation du taux d'accroissement naturel (à partir de la composition par âge) conduit à une valeur "de l'ordre" de 24 ‰.

C'est un accord très satisfaisant qui semble indiquer que les données relatives au Mali ne sont pas trop mauvaises. Ce n'est malheureusement pas toujours le cas . . .

*e) Comparaison entre les résultats des deux méthodes*

On sait que l'on peut écrire :

$$e^{\rho} = 1 + r$$

ou encore

$$\rho = \frac{\log (1 + r)}{\log e}$$

Ce qui donnerait ici le résultat suivant :

$$\rho = \frac{0{,}0099955}{0{,}4342945} = 0{,}023015$$

Le chiffre trouvé directement par la première méthode est de 0,023006, la différence n'est évidemment pas significative.

# Table des matières


Pages

INTRODUCTION ..... 7

Classement des méthodes ..... 8

CHAPITRE I – METHODES D'ANALYSE FORMELLE (ANALYSE DES CHIFFRES DE RECENSEMENTS) ..... 9

1. Cas où l'on ne dispose que de chiffres globaux ..... 9

1-1 Un seul recensement ..... 9

1-2 Plusieurs recensements ..... 10
1-2-1 Deux recensements seulement ..... 10
1-2-2 Plus de deux recensements ..... 11

2. Cas où l'on dispose de renseignements par sexe ..... 12

3. Cas où l'on dispose de répartitions par sexe et par âge ..... 13

3-1 Quelles sont les causes d'erreurs sur la répartition par âge ? ..... 13
3-2 Méthodes et formules visant à estimer le degré d'exactitude de la répartition par âge observée ..... 14
3-2-1 Statistiques par année d'âge détaillée
Indices de *Whipple, Bachi* et *Myers* ..... 14
3-2-2 Statistiques par groupe d'âge. Indice combiné du Service démographique des Nations Unies ..... 18
3-2-2-1 Définition ..... 18
3-2-2-2 Effets de regroupements ..... 19
3-2-2-3 Autres facteurs susceptibles d'influer sur l'indice ..... 20
3-2-2-4 Ajustements ..... 21
3-2-2-5 Conclusion ..... 24

3-3 Techniques élémentaires d'ajustement des répartitions par âge ..... 24
3-3-1 Ajustement des données par année d'âge ..... 24
3-3-2 Ajustement des données regroupées par groupes d'âge quinquennaux ..... 25
3-3-3 Passage de groupes non quinquennaux à des groupes quinquennaux ..... 26
3-3-3-1 Groupes décennaux ..... 26
3-3-3-1 Groupes d'âge irréguliers ..... 27
3-3-4 Estimation des effectifs par année d'âge à partir de données par groupe quinquennal ..... 29
3-3-5 Une autre méthode pour subdiviser les groupes d'âge ..... 34
3-3-6 Méthode graphique d'ajustement des données sur l'âge (méthode de *Carrier* et *Farrag*) ..... 34

CHAPITRE II – METHODES D'ANALYSE INDIRECTE OU COMPARATIVE NE FAISANT PAS INTERVENIR DE MODELES DE MORTALITE ..... 39

1. Utilisation d'un recensement isolé pour obtenir des données sur la nuptialité et la fécondité ..... 39

Pages

1-1 Nuptialité - Méthode de *Hajnal* ..... 39
1-2 Fécondité ..... 42
Indice comparatif de natalité ..... 42
1-3 Taux brut de reproduction (Méthode de *Rele*) ..... 45

2. Une méthode d'estimation du niveau de la fécondité à partir de données sur la fécondité actuelle et la descendance (1ère méthode de *William Brass*) ..... 47

2-1 Données disponibles et notations ..... 48

2-2 Comparaison entre la descendance observée et la fécondité actuelle ..... 49

2-3 Causes d'erreurs ..... 50
2-3-1 Fécondité actuelle ..... 50
2-3-2 Descendance ..... 50

2-4 Principe de la méthode de *William Brass* ..... 50

2-5 Age moyen de procréation ..... 51

2-6 Estimation de la fécondité actuelle cumulée ..... 52

2-7 Coefficients d'ajustement ..... 53

2-8 Application (exemple du Mali) ..... 54

3. Méthode approchée d'estimation de la descendance finale et de la fécondité totale lorsqu'on n'a pas de renseignements sur la fécondité actuelle ..... 56

4. Analyse des doubles collectes : Méthode de *Chandra Sekar et Deming* ..... 57

4-1 Conditions d'application ..... 57

4-2 Notations ..... 57

4-3 Estimation de X ..... 58

4-4 Exemple ..... 59

4-5 Ecart type de l'estimation de X ..... 59

4-6 Critique de la méthode ..... 60
4-6-1 Cas douteux ..... 60
4-6-2 Absence d'indépendance ..... 60
4-6-3 Exemple numérique ..... 61

5. Analyse de l'effet de rétrospection (méthode de *Som*) ..... 62

5-1 Objet ..... 62

5-2 Données utilisées – conditions d'application ..... 62

5-3 Méthode d'analyse ..... 62
5-3-1 Détermination des intervalles ..... 63
5-3-2 Calcul des taux suivant la période rétrospective ..... 64
5-3-3 Ajustement analytique ..... 64

5-4 Exemple : Application à la Haute Volta ..... 64

CHAPITRE III – UTILISATION DE MODELES DE MORTALITE ..... 67

1. Tables de mortalité (ou tables de survie) ..... 67

1-1 Fonctions de base d'une table de mortalité ..... 67
1-1-1 Quotients de mortalité q ..... 67
1-1-2 Probabilité de survie p ..... 67
1-1-3 Fonctions de survie l ..... 67
1-1-4 Décès d ..... 68

1-2 Calcul d'une table de mortalité abrégée ..... 68

Pages

1-3 Autres fonctions d'une table de mortalité abrégée. . . . . 68
1-3-1 Nombre total d'années vécues dans l'intervalle $n^Lx$. . . . . 68
I-3-1-1 Définition. . . . . 68
1-3-1-2 Calcul des $n^Lx$. . . . . 69
1-3-2 Fonction Tx. . . . . 70
Espérance de vie $^0e_0$. . . . . 70
1-3-3 Taux de survie d'un intervalle à l'intervalle immédiatement supérieur : P. . . . . 71

1-4 Calcul pratique des quotients de mortalité. . . . . 74
1-4-1 Au-dessus de l'âge de 5 ans. . . . . 75
1-4-2 Cas des enfants de moins de 5 ans. . . . . 76

2. Tables types de mortalité. . . . . 77

2-1 Principe. . . . . 77

2-2 Tables types des Nations Unies. . . . . 78
2-2-1 Données utilisées. . . . . 78
2-2-2 Calculs. . . . . 78
2-2-3 Tables par sexe. . . . . 79
2-2-4 Evolution dans le temps. . . . . 79
2-2-5 Critiques des tables types des Nations Unies. . . . . 80

2-3 Tables types de Princeton. . . . . 80
2-3-1 Données utilisées. . . . . 80
2-3-2 Modèles régionaux. . . . . 80
2-3-3 Calculs. . . . . 82
2-3-4 Populations stables. . . . . 82

2-4 Tables types de *Ledermann* . . . . . 82
2-4-1 Principe. . . . . 82
2-4-2 Calculs. . . . . 83

2-5 Méthode des logits. . . . . 83
2-5-1 Définition des logits. . . . . 83
2-5-2 Principe des tables de *Brass* . . . . . 87
2-5-3 Table de référence. . . . . 87

3. Etude de la mortalité à partir des résultats d'un recensement et de données globales quant aux décès. . . . . 89

4. Etude de la mortalité à partir de deux recensements. . . . . 90

4-1 Principe. . . . . 90
4-1-1 Comparaison directe de deux recensements. . . . . 90
4-1-2 Effets des erreurs sur l'âge. . . . . 91

4-2 Utilisation des chiffres cumulés. . . . . 92
4-2-1 Technique d'ajustement. . . . . 92
4-2-2 Choix du niveau de mortalité. . . . . 92

4-3 Exemple pratique : utilisation de deux recensements turcs à 10 ans d'intervalle. . . . . 93
4-3-1 Détermination du niveau de la mortalité. . . . . 93
4-3-2 Mortalité aux jeunes âges. . . . . 95
4-3-3 Ajustements. . . . . 95

4-4 Intervalle irréguliers. . . . . 96

4-5 Estimations déduites de la table type adoptée. . . . . 96
4-5-1 Taux brut de mortalité des femmes. . . . . 96
4-5-2 Taux brut de natalité des femmes. . . . . 97
4-5-3 Caractéristiques de la population masculine. . . . . 97
4-5-4 Caractéristiques globales. . . . . 97
4-5-5 Remarque – influence du choix de la table-type . . . . . 97

Pages

5. Estimation de la natalité à partir d'un recensement et d'une table de mortalité. . . . . 98
5-1 Principe. . . . . 98
5-2 Exemple de la Turquie. . . . . 99
5-3 Taux de natalité pour le sexe masculin. . . . . 100
5-4 Taux de nataltié pour l'ensemble de la population. . . . . 100
6. Une méthode d'ajustement des erreurs sur les âges à partir des résultats de deux recensements ou plus (*Demeny et Shorter*). . . . . 100
6-1 Principe. . . . . 100
6-2 Notations. . . . . 101
6-3 Technique. . . . . 101
6-4 Exemple numérique. . . . . 102
7. Estimation de la mortalité à partir de la survie des enfants parmi la descendance des femmes (2ème méthode de *Brass*). . . . . 105
7-1 Données utilisées. . . . . 105
7-2 Principes de l'analyse . . . . . 106
7-3 Modèles utilisés pour l'ajustement. . . . . 106
7-4 Résultats des ajustements. . . . . 107
7-4-1 Valeurs approchées. . . . . 107
7-4-2 Coefficients d'ajustement. . . . . 108
7-4-3 Exemple de calcul. . . . . 108
7-5 Interprétation de ces résultats. . . . . 111
7-5-1 Principe. . . . . 111
7-5-2 Application pratique – (Haute Volta). . . . . 112
8. Estimation de la mortalité à partir de la survie des ascendants. . . . . 112
8-1 Données utilisées. . . . . 112
8-2 Principes de l'analyse. . . . . 114
8-3 Analyse de la survie des mères. . . . . 114
8-3-1 Symboles utilisés. . . . . 114
8-3-2 Formule principe . . . . . 115
8-3-2-1 Principe. . . . . 115
8-3-2-2 Choix de B et détermination des K. . . . . 116
8-3-2-3 Résultats de l'ajustement. . . . . 116
8-4 Estimation de l'âge moyen des pères à la naissance de leurs enfants. . . . . 117
8-4-1 Données disponibles. . . . . 117
8-4-2 Structure par âge de la fécondité masculine. . . . . 118
8-4-3 Calcul de M pour le sexe masculin. . . . . 119
8-5 Analyse de la survie des pères. . . . . 120

CHAPITRE IV – UTILISATION DE MODELES DE POPULATION. . . . . 123
1. Modèles de population. . . . . 123
1-1 Fonction de répartition par âge. . . . . 123
1-2 Population stationnaire. . . . . 123
1-2-1 Propriétés d'une population stationnaire. . . . . 123
1-2-2 Taux de mortalité intrinsèque. . . . . 124
1-3 Population malthusienne – population stable. . . . . 125
1-3-1 Population malthusienne. . . . . 125
1-3-1-1 Définition . . . . . 125

Pages

1-3-1-2 Propriétés d'une population malthusienne. . . . . 125
1-3-1-3 Calculs pratiques. . . . . 126
1-3-1-4 Exemples de populations malthusiennes. . . . . 126
1-3-2 Population stable. . . . . 127
1-3-2-1 Définition. . . . . 127
1-3-2-2 Caractéristiques. . . . . 128
1-3-2-3 Formules approchées. . . . . 129
1-3-2-4 Théorème fondamental de *Lotka*. . . . . 129
1.3.2.5 Exemples de calculs pratiques. . . . . 129
1.3.2.6 Note sur le taux d'accroissement naturel. . . . . 130

1-4 Populations quasi-stables. . . . . 131
1-4-1 Définition. . . . . 131
1-4-2 Modèle de population quasi-stable. . . . . 132

2. Utilisation d'un modèle de population stationnaire pour l'estimation du taux brut de reproduction (modèle de *Thomson*). . . . . 132

2-1 Rapport enfants/femmes. . . . . 132

2-2 Indice de *Thomson* . . . . . 133
2-2-1 Conditions d'application. . . . . 133
2-2-2 Définition. . . . . 133
2-2-3 Exemple. . . . . 133

3. Utilisation de modèles de populations stables. . . . . 134

3-1 Principe. . . . . 134

3-2 Méthode des Nations Unies. . . . . 135
3-2-1 Populations stables types de Princeton. . . . . 135
3-2-2 Données utilisées. . . . . 138
3-2-2-1 Composition par âge. . . . . 138
3-2-2-2 Accroissement naturel. . . . . 138
3-2-2-3 Fécondité et mortalité. . . . . 138
3-2-3 Calculs pratiques. . . . . 139
3-2-3-1 Principe. . . . . 139
3-2-3-2 Procédure. . . . . 139
3-2-4 Exemples. . . . . 140
3-2-4-1 Estimation à partir du taux intercensitaire d'accroissement. . . . . 140
3-2-4-1-1 1er cas : Inde 1911. . . . . 140
3-2-4-1-2 2ème cas : type Amérique Latine. . . . . 143
3-2-4-2 Estimation à partir du niveau de mortalité. . . . . 144
3-2-5 Correction de l'estimation dans le cas d'une population quasi-stable. . . . . 148
3-2-5-1 Effets d'une baisse de la mortalité. . . . . 148
3-2-5-2 Principes de la Méthode de *Coale et Demeny*. . . . . 149
3-2-5-3 Technique d'ajustement. . . . . 149
3-2-5-4 Application pratique. . . . . 150
3-2-5-5 Exemple : Application à l'Inde en 1961. . . . . 151

3-3 Méthode utilisant les tables types "logit" (*Carrier et Hobcraft*). . . . . 152
3-3-1 Principes. . . . . 152
3-3-1-1 Rappel des propriétés des tables types de *Brass* (transformation de logit) 153
3-3-1-2 Modèles de populations stables déduits des tables types. . . . . 155
3-3-1-3 Définition du taux moyen de reproduction. . . . . 155
3-3-1-4 Données utilisées pour l'ajustement. . . . . 156
3-3-2 Populations stables types à 2 paramètres (2PS). . . . . 157
3-3-2-1 Principe. . . . . 157
3-3-2-2 Application. . . . . 158
3-3-2-3 Observation. . . . . 161

Pages

3-3-3 Populations stables types à 3 paramètres (3 PS). . . . . 161
3-3-3-1 Notion de courbe isomère. . . . . 161
3-3-3-2 Tables de populations stables types à 3 paramètres (3 PS). . . . . 162
3-3-3-3 Application. . . . . 163
3-3-3-4 Estimation directe du taux moyen de reproduciton à partir de la composition par âge. . . . . 164
3-3-4 Correction pour une population quasi-stable. . . . . 168
3-3-4-1 Effets d'une baisse de la mortalité. . . . . 168
3-3-4-2 Résultats. . . . . 168
3-3-5 Conclusion. . . . . 170

ANNEXE : Deux méthodes de calcul du taux intrinsèque d'accroissement naturel. . . . . 171

IMPRIMERIE LOUIS-JEAN
*Publications scientifiques et littéraires*
TYPO - OFFSET
05002 GAP - Téléphone 51-35-23 -

Dépôt légal 311 - 1973