

RELATIONS TAILLES-POIDS,
FACTEURS DE CONDITION,
ET INDICES DE MATURITE SEXUELLE :
RAPPELS BIBLIOGRAPHIQUES,
INTERPRETATIONS, REMARQUES
ET APPLICATIONS

par

Pierre FRON

RELATIONS, TAILLES-POIDS, FACTEURS DE CONDITION ET INDICES DE MATURITE SEXUELLE :

Rappels bibliographiques, interprétations, remarques et applications

par

P. FREON *

S O M M A I R E

RESUME

INTRODUCTION

1. UTILITE DES RELATIONS TAILLES-POIDS ET DES FACTEURS DE CONDITION

1.1. Conversion de la taille d'un individu en un poids théorique (ou conversion inverse)

1.2. Etudes biométriques et biologiques

2. FORMULES UTILISES ET SIGNIFICATION DES PARAMETRES EMPLOYES

2.1. Exposé des formules en l'absence de variabilité

2.1.1. Relation $P = cL^3$

2.1.2. Relation $P = aL^n$

2.1.2.1. Signification de n

2.1.2.2. Signification de a

2.2. Conséquences de l'existence de la variabilité

2.2.1. Variabilité et droites d'ajustement

2.2.1.1. Méthodes d'ajustement

2.2.1.2. Comparaison entre droites d'ajustement

2.2.1.3. Traitement des données et biais possibles

. Biais 1

. Biais 2

. Biais 3

. Conclusion

(1) Océanographe biologiste de l'O.R.S.T.O.M., en service à l'I.S.R.A.,
Centre de Recherches océanographiques de Dakar-Thiaroye, BP 2241, Dakar, Sénégal.

2.2.2. Variabilité et facteurs de condition

2.2.2.1. Facteurs de condition relative issus de la formule $P=cL^3$ 2.2.2.2. Facteurs de condition relative issus de la formule $P=aL^n$ 2.3. Comparaison des fonctions $P = cL^3$ et $P = aL^n$

2.3.1. Généralités

2.3.2. Comparaison des facteurs de condition c_i et a_i obtenus à partir d'un même échantillon

2.3.3. Comparaison des facteurs de condition obtenus à partir de deux échantillons

2.4. Cas de ruptures de pente observées sur les relations tailles-poids3. INDICES DE MATURITE SEXUELLE *RGS* et *IGS*3.1. Définition3.2. Comparaison des indices *RGS* et *IGS*4. APPLICATION AU CAS DES DEUX STOCKS D'*ETHMALOSA FIMBRIATA* DANS LA REGION SENEGAMBIENNE4.1. Résultats obtenus par SCHEFFERS *et al.* (1970; 1971; 1972; 1973; 1976)4.2. Analyse des résultats4.3. Conclusions sur l'application à l'ethmalose

CONCLUSION GENERALE

BIBLIOGRAPHIE

R E S U M E

Un rappel des différentes formules utilisées pour l'étude des relations tailles-poids, des facteurs de condition et des indices de maturité sexuelle est effectué. Les significations mathématiques et biologiques de ces formules sont analysées, permettant de définir leur choix judicieux et leur utilisation rationnelle en fonction du type de données traitées et des buts à atteindre. Différents biais de calcul et certains risques de mauvaise interprétation des résultats sont indiqués. Un exemple d'application est donné concernant les stocks d'ethmaloses (*Ethmalosa fimbriata*) dans la région sénégalaise.

I N T R O D U C T I O N

A l'occasion du groupe de travail sur la reproduction des espèces exploitées du golfe de Guinée (Dakar, 1977), il est apparu utile de revoir certaines notions concernant les relations tailles-poids, les facteurs de condition et les indices de maturité sexuelle (RGS et IGS). Bien que ces sujets aient donné lieu à des publications dans le passé, des controverses ont encore lieu, certains calculs présentent des biais et les interprétations des résultats sont souvent douteuses. POSTEL (1973) va jusqu'à dire que "le problème du coefficient de condition est nébuleux chez une grande partie des auteurs qui l'ont abordé", ceci en raison peut-être de l'ancienneté des ouvrages de base.

Le présent travail s'attachera à rappeler les notions de base en tentant d'interpréter au mieux la signification des formules utilisées. De plus les principaux biais de calcul seront signalés et les risques d'erreurs d'interprétation mentionnés. Compte-tenu des similitudes de calcul existant entre les facteurs de condition et les indices de maturité sexuelle, les premiers seront d'abord traités en détail puis les conclusions généralisées aux seconds. Enfin une application à l'étude des variations du coefficient de condition d'*Ethmalosa fimbriata* sera effectuée.

1 . U T I L I T E D E S R E L A T I O N S T A I L L E S - P O I D S E T D E S F A C T E U R S D E C O N D I T I O N

Deux types d'utilisation distincts existent en fonction de l'objectif à atteindre.

1.1. CONVERSION DE LA TAILLE D'UN INDIVIDU EN POIDS THEORIQUE (OU CONVERSION INVERSE).

Cette conversion est généralement utilisée lors de l'estimation du poids des captures en biologie des pêches et dans ce cas on ne recherche pas une très grande précision dans la détermination des valeurs de chaque paramètre de la relation tailles-poids, mais seulement une valeur prédictive correcte de cette relation.

1.2. ETUDES BIOMETRIQUES ET BIOLOGIQUES

La relation tailles-poids et les facteurs de condition seront ici étudiés avec précision pour atteindre divers objectifs, par exemple :

- comparer des populations mono-spécifiques vivant dans des conditions de milieu différentes,
- déterminer indirectement la période et la durée de la maturation sexuelle,
- suivre les oscillations de la balance métabolique à travers l'embonpoint des individus, celui-ci dépendant de divers facteurs (alimentation, migration, reproduction... etc).

2 . FORMULES UTILISEES ET SIGNIFICATION DES PARAMETRES EMPLOYES

Les principales difficultés rencontrées lors des calculs de biométrie proviennent du fait que le matériel biologique présente une variabilité, parfois importante, des caractères étudiés. Ainsi chacun sait que pour une même taille divers individus de la même espèce présenteront des poids différents, ce qui rend complexe l'établissement d'une relation tailles-poids moyenne. Pour plus de clarté, considérons d'abord le cas théorique où il y aurait absence totale de variabilité dans les relations poids-longueurs.

2.1. EXPOSE DES FORMULES EN L'ABSENCE DE VARIABILITE

2.1.1. Relation $P = cL^3$

Le poids P d'un corps peut s'exprimer par la formule $P = \rho V$ ou ρ est la densité et V le volume.

Pour simplifier l'exposé, assimilons le volume d'un poisson à celui d'un parallélépipède rectangle de longueur L , de largeur l et d'épaisseur e .

Son volume sera alors $V = Lle$

Si l'on définit une série de parallélépipèdes homothétiques par les relations $l = dL$ et $e = fL$

la formule générale du volume de ce corps sera :

$$V = dfL^3$$

son poids : $P = \rho dfL^3$

si l'on pose : $c = \rho df$

on obtient : $P = cL^3$ (1)

Quelle que soit la forme du volume considéré, la formule obtenue sera du type de (1). Cette formule est la première qui ait été utilisée pour définir la relation poids-longueurs de beaucoup de poissons. Pour qu'elle reste valable indépendamment de la taille, et donc utilisable en tant que fonction mathématique reliant P à L , cela suppose implicitement une valeur constante de (c). En d'autres termes, cela signifie que la croissance du poisson s'effectue sans changement de densité et que tous les individus soient homothétiques, c'est-à-dire que leurs diverses dimensions restent proportionnelles au cours de la croissance. Cette dernière condition définit le terme d'isométrie. On peut définir la première condition par le terme "d'isodensité".

2.1.2. Relation $P = aL^n$

Les conditions d'isodensité et surtout d'isométrie ne se vérifient pas pour toutes les espèces de poissons et de ce fait la formule (1) n'est plus une fonction mathématique applicable pour des individus de tailles différentes. Pour pallier cet inconvénient la fonction :

$$P = aL^n \quad (2)$$

a été utilisée dans laquelle l'exposant n prend des valeurs comprises entre 2,5 et 4,0 selon les espèces (HILE, 1936; MARTIN, 1949).

Les valeurs de α et de n ne peuvent être déterminées que par ajustement de la fonction au nuage de points observé. Plusieurs méthodes sont alors possibles, elles utilisent généralement la transformation logarithmique de la fonction (2) en une fonction linéaire (fig.1) :

$$P = n \log L + \log \alpha \quad (3)$$

Si l'on suppose l'absence de variabilité et un matériel biologique répondant parfaitement à une fonction exponentielle, toutes les méthodes conduisent au même résultat.

2.1.2.1. Signification de n

Analysons la signification de la pente n de la droite définie dans la relation (3). Cette pente qui est, rappelons-le, l'exposant de la relation (2), rend compte à la fois de l'allométrie et des variations de densité. KESTEVEN (1947) a d'ailleurs proposé l'utilisation de deux facteurs, l'un pour mesurer les variations de la densité P , l'autre pour mesurer l'allométrie. Notons en fait que, très généralement, les variations de densité sont négligeables par rapport aux variations de volume pour une même taille (BLACBURN, 1960; LE CREN 1951). (Ces changements de densité proviennent le plus souvent des gonades riches en lipides).

Etudions donc les variations de n en fonction de l'allométrie.

- Pour une isométrie, n est égal à 3, et la relation (2) devient identique à la relation (1). Dans le cas du parallélépipède rectangle précédemment décrit en posant : $d=f=1/3$ et $\rho=1$, si l'on prend 3 individus dont les longueurs sont des multiples des termes d'une progression géométrique d'argument 3 et de raison i on obtiendra $n=3$:

Raison i	Longueur $L = 3 \times 3^i$	Largeur $l = 1 \times 3^i$	Epaisseur $e = 1 \times 3^i$	Poids $P = \rho L l e$
0	3	1	1	3
1	9	3	3	81
2	27	9	9	2187

- Pour une allométrie majorante d'une ou plusieurs dimensions par rapport à la longueur, n est supérieur à 3. Dans le même exemple, si L et l suivent une progression géométrique d'argument 3, que e suit une progression d'argument 4, on obtiendra $n=3,26$:

Raison i	Longueur $L = 3 \times 3^i$	Largeur $l = 1 \times 4^i$	Epaisseur $e = 3 \times 3^i$	Poids $P = \rho L l e$
0	3	1	1	3
1	9	4	3	108
2	27	16	9	3888

- Lorsqu'il y a allométrie minorante pour une ou plusieurs dimensions par rapport à la longueur, n sera inférieur à 3. Dans le même exemple, si L et l suivent une progression géométrique d'argument 3 alors que e suit une progression d'argument 2, on obtiendra $n = 2,63$:

Raison i	Longueur $L = 3 \times 3^i$	Largeur $l = 1 \times 3^i$	Epaisseur $e = 3 \times 2^i$	Poids $P = \rho L l e$
0	3	1	1	3
1	9	2	3	54
2	27	4	9	972

- S'il y a allométrie minorante pour certaines dimensions et allométrie majorante pour d'autres, toujours par rapport à la longueur, la valeur de n sera plus difficile à prévoir, elle pourra même être égale à 3 s'il y a conjonction des deux types d'allométrie; si L suit une progression géométrique d'argument 3 alors que l suit une progression d'argument 2 et e une progression d'argument 4,48, on obtiendra $n = 3,00$:

Raison i	Longueur $L = 3 \times 3^i$	Largeur $l = 1 \times 2^i$	Epaisseur $e = 1 \times 4,48^i$	Poids $P = \rho L l e$
0	3	1	1	3
1	9	2	4,48	80,64
2	27	4	20,07	2167,56

Il est donc important de souligner que l'obtention d'une pente $n = 3$ ne signifie pas obligatoirement qu'il y a isométrie.

2.1.2.2. Signification de α

D'un point de vue mathématique $\log \alpha$ correspond à l'ordonnée à l'origine de la fonction (3), (voir droite E, fig.1).

D'un point de vue biologique α est fonction de la densité du poisson et de ses proportions.

Il est important de noter que la valeur de α ne peut être obtenue qu'à partir d'un ensemble de points représentant des couples poids-longueurs; de ce fait, le terme de facteur de condition qui lui est souvent appliqué, peut prêter à confusion; il s'agit en fait d'un facteur de condition moyenne des individus du nuage de points et non de celui d'un individu ou d'une même classe de tailles. Son intérêt en tant que tel est limité. Il peut être intéressant en revanche de comparer entre elles des valeurs de α obtenues pour

une même espèce dans des zones différentes ou à des saisons différentes (fig.2), lorsque les pentes n ne sont pas significativement différentes. Ceci peut être fait par une analyse de co-variance, et peut mettre en évidence des différences biométriques (MAYRAT, 1959; SNEDECOR, 1957).

2.2. CONSEQUENCE DE L'EXISTENCE DE LA VARIABILITE

Les causes de variabilité sont de deux ordres :

- variabilité due à l'imprécision des mesures,
- variabilité du matériel biologique lui-même.

La première cause, toujours existante, est généralement négligeable vis-à-vis de la variabilité naturelle qui est toujours très importante, surtout sur les individus en âge de reproduction.

Les conséquences de cette variabilité seront envisagées sur l'utilisation des droites d'ajustement des relations tailles-poids et sur l'emploi des facteurs de condition.

2.2.1. Variabilité et droites d'ajustement

2.2.1.1. Méthodes d'ajustement

Plusieurs méthodes d'ajustement d'une droite à un nuage de points ont été proposées; du fait de l'existence de la variabilité des données, elles ne donnent pas toujours le même résultat et le choix d'une méthode dépend du type de données à traiter et du mode d'utilisation des résultats.

Ces méthodes d'ajustement ont été décrites du point de vue mathématique dans de nombreux ouvrages et leur signification biologique a été analysée en détail. Les formules les plus utilisées sont présentées dans le tableau I où

$$Y = \log P \quad \text{et} \quad X = \log L$$

Pour plus de détails on pourra se référer en particulier à quatre publications de base par TEISSIER (1948), SNEDECOR (*op.cit.*) MAYRAT (*op.cit.*) et RICKER (1973). Ce dernier auteur a en particulier analysé les applications de ces différentes formules à la recherche halieutique et résume dans un tableau (tabl.8, p.432) le choix qui doit être fait en fonction des données dont on dispose. Il ressort de son analyse que la régression linéaire a une bonne valeur prédictive mais qu'elle sous-estime systématiquement la valeur de la pente. De plus la théorie des droites de régression suppose que l'une des deux variables dépend de l'autre par une relation de cause à effet, sans réciprocity. Or les deux caractères, tailles et poids, ne dépendent pas en réalité l'un de l'autre mais sont tous deux régis par les lois de croissance. L'utilisation de l'axe majeur réduit, ou "droite de TEISSIER" (*op.cit.*), est généralement préférable lorsqu'il s'agit d'entreprendre des études de biométrie pure et en particulier celle des facteurs de condition. Cette dernière méthode a l'avantage de ne nécessiter aucune hypothèse sur la dépendance entre les variables.

Notons que ces dernières années des méthodes d'ajustement non linéaires sont parfois utilisées. Elles dérivent le plus souvent de l'algorithme de MARQUARD (1963) et nécessitent l'emploi de l'ordinateur. Leur intérêt réside dans le fait qu'il n'est pas nécessaire d'effectuer des transformations pour linéariser les données, ce qui rend plus souple leur utilisation.

2.2.1.2. Comparaison entre droites d'ajustement

On est souvent amené à comparer les résultats obtenus sur deux ou plusieurs échantillons afin de savoir s'ils présentent une différence significative. Le plus souvent des tests statistiques paramétriques sont utilisés

(test t , analyse de variance ou de co-variance, etc...) ils sont traités en détail dans les ouvrages de base précédemment cités. Rappelons que l'emploi de ces méthodes de calcul impose de vérifier que les hypothèses de base sont bien respectées (tests de normalité et d'homogénéité des variances en particulier) ce qui est loin d'être toujours le cas en biologie. Trop souvent les méthodes non paramétriques plus robustes sont ignorées alors qu'elles restent les seules utilisables. On pourra se référer par exemple aux ouvrages de TATE et CLELLAND (1957) ou de HOLLANDER et WOLFE (1973) pour l'application de ces tests.

De plus ces dernières années l'emploi des ellipses de confiance, proposé par DRAPER et SMITH (1966) tend à se généraliser. CONAN (1978) a développé et appliqué cette méthode qui a l'avantage de bien visualiser les résultats. Toutefois l'interprétation reste parfois délicate lors de recouvrements partiels des ellipses.

2.2.1.3. Traitement des données et biais possibles

Quelle que soit la technique d'ajustement employée, les données expérimentales peuvent être utilisées selon deux méthodes :

- introduction de tous les couples de valeurs un à un ; c'est la méthode la plus rigoureuse d'un point de vue statistique,
- utilisation des moyennes de tailles et des poids de chaque classe de tailles.

La deuxième méthode a pour avantage de simplifier les calculs et la présentation des résultats lorsque les couples de valeurs sont très nombreux. En contrepartie plusieurs biais peuvent résulter de son emploi, ils sont passés en revue ci-dessous.

Biais 1. Toutes les classes de tailles ont la même "force" indépendamment de leurs effectifs, lors de la détermination des paramètres de la relation : par exemple une classe de tailles représentée par quelques individus jouera le même rôle qu'une autre classe représentée par un grand nombre. Si les points sont très bien alignés cela n'aura que peu d'influence sur les résultats obtenus; s'il en est autrement, de graves erreurs peuvent en découler, en particulier lorsqu'une classe de tailles n'est constituée que de quelques individus non représentatifs.

Biais 2. Pour des raisons pratiques, les moyennes L_i de chaque classe de tailles sont parfois remplacées par les valeurs M_i des médianes correspondantes pour éviter le calcul de ces moyennes. Cette approximation est généralement bonne pour les valeurs centrales de la distribution des tailles de l'échantillon, surtout si les effectifs des classes sont nombreux et si les intervalles de ces dernières sont réduits. En revanche pour les classes de tailles situées aux extrémités de la plage d'observation, un biais peut être introduit par l'utilisation de médianes. En effet, si la distribution des tailles dans la population échantillonnée est d'allure gaussienne, au sein des classes de tailles des extrémités les individus ne seront pas distribués au hasard (fig.3b); ils seront toujours plus nombreux du côté de la borne la plus proche du centre de la distribution des fréquences de tailles. De ce fait on obtiendra généralement $M_i < \bar{L}_i$ pour les petites tailles et $M_i > \bar{L}_i$ pour les grandes tailles. Ces deux erreurs sont donc cumulatives au niveau de la détermination de la pente, celle-ci étant sous-estimée. Ce biais peut être très important si les intervalles de classes sont grands (notons que le même biais existe au niveau de l'estimation de la variance d'un échantillon et que SHEPPARD (1898) a proposé une correction de la variance dans le cas de données groupées).

Prenons pour exemple une distribution normale de fréquences de tailles L telle que $\bar{L} = 10$ cm et $\sigma = 2,5$ cm). Calculons la valeur moyenne de chaque classe de tailles de 1 cm entre 5 et 15 cm, d'après l'équation de la distribution de GAUSS, et convertissons ces tailles moyennes en poids d'après l'équation :

$$P = 100 \times 10^{-2} L^{3,000}$$

On obtient les résultats suivants :

Classe (cm)	Moyenne \bar{L}_i (cm)	Médiane M_i (cm)	Poids P_i (g)
5	5,56	5,50	1,719
6	6,55	6,50	2,810
7	7,53	7,50	4,270
8	8,52	8,50	6,185
9	9,51	9,50	8,601
10	10,50	10,50	11,576
11	11,49	11,50	15,169
12	12,48	12,50	19,438
13	13,47	13,50	24,440
14	14,45	14,50	30,172
15	15,44	15,50	36,808

Si l'on effectue maintenant une régression linéaire de médianes M_i sur les poids P_i , le résultat suivant est obtenu :

$$P = 110 \times 10^{-2} L^{2,959}$$

soit une différence de +10% pour α et de -1,4% pour n . Cette erreur théorique correspond à un effectif infiniment grand de l'échantillon. Dans le même exemple, avec un effectif limité, il n'est pas improbable d'obtenir des valeurs différentes en raison du biais 1; si l'on obtient par exemple $L_5 = 5,8$ et $L_{15} = 15,2$, la relation résultante sera :

$$P = 13,5 \times 10^{-2} L^{2,875}$$

soit une différence de +35% pour α et de -4% pour n .

L'existence des biais 1 et 2 explique que l'on puisse obtenir des résultats sensiblement différents à partir des mêmes données de base si l'on effectue plusieurs calculs d'ajustement en choisissant divers intervalles de classes pour le regroupement des tailles.

Biais 3. La relation tailles-poids (2) n'est pas linéaire; aussi, pour une série de N poissons dont la taille moyenne est \bar{L} , le poids standard P_{st} correspondant à cette taille d'après la relation tailles-poids de l'espèce sera inférieur au poids moyen réel \bar{P} des individus de la série (fig.4).

Le biais résultant sera d'autant plus grand que n sera grand et que l'intervalle de classes de tailles sera grand. La taille de cet intervalle dépend en pratique du type de relation que l'on calcule : RICKER (1958, p. 191; 1975, pp. 207 à 217) distingue 3 types de coefficients n et α (coefficients b et a dans le texte de l'auteur) et indique dans chaque cas l'importance du biais. Dans le cas général où l'on utilise les longueurs et les poids d'un mélange d'individus de différentes tailles quel que soit leur âge le biais est toujours négligeable car les intervalles de tailles ne sont jamais très grands : dans l'exemple précédent l'approximation des poids moyens ne serait que de 0,8%.

A l'opposé, lorsque l'on utilise une relation poids-longueurs pour le calcul du poids moyen d'une cohorte à partir de la taille moyenne des individus qui la composent, l'approximation peut être plus importante, de l'ordre de 4%. PIENAAR et RICKER (1968) ont d'ailleurs proposé une formule de correction pour diminuer ce biais.

Conclusion. - Pour palier ces biais plusieurs recommandations sont à faire:

- utiliser des intervalles de tailles aussi réduits que possible (biais 2 et 3)
- si les données sont regroupées, utiliser les moyennes de tailles plutôt que les médianes de classes de tailles sauf si les intervalles sont très réduits (biais 2)
- éviter d'utiliser des couples de valeurs non représentatifs (biais 1), pour cela deux solutions sont envisageables :
 - . utiliser le même effectif pour chaque classe de tailles avec un minimum de 10 à 15 individus pour que l'effet de moyenne puisse avoir lieu,
 - . porter sur un graphique les valeurs moyennes obtenues par classe de tailles et vérifier que les points sont sensiblement alignés; si ce n'est pas le cas, les résultats obtenus seront très aléatoires. Notons toutefois que généralement, seules les données extrêmes s'écartent de l'alignement des points, particulièrement pour les tailles les plus grandes de la distribution. Dans ce cas, on pourra supprimer ces derniers points et calculer la droite de régression pour un intervalle plus restreint, en notant que l'on ne peut alors utiliser valablement des données extrapolées à cet intervalle.

Quelles que soient les précautions prises, il ne sera jamais possible d'effectuer la comparaison de deux relations obtenues à partir des moyennes en utilisant des tests statistiques classiques, les hypothèses de base n'étant pas respectées (les variances en particulier sont très fortement sous-estimées et pas forcément de la même façon pour deux échantillons que l'on voudrait comparer).

2.2.2. Variabilité et facteurs de condition

Nous avons vu que la variabilité du matériel biologique était responsable de la dispersion du nuage de points autour de la droite de régression. En effet, par rapport à la droite théorique, un individu donné peut présenter un poids plus ou moins élevé en fonction de nombreux facteurs dont les principaux sont :

- morphologie propre de l'individu,
- état d'engraissement,
- stage sexuel des gonades,
- densité propre,
- état de réplétion du tube digestif (son influence peut être supprimé en utilisant le facteur de condition de CLARK : poids éviscéré/ L^3).

On notera d'ailleurs que ces facteurs peuvent présenter des interactions (exemple : état d'engraissement et densité, morphologie et stade sexuel, engraissement et stade sexuel).

Les appellations facteur de condition ou coefficient de conditions correspondent en fait aux différents paramètres mathématiques qui ont été définis pour mettre en évidence l'écart existant entre le poids réel d'un individu (ou d'une classe de tailles) et son poids théorique d'après la relation tailles-poids. Ces facteurs de condition ne doivent pas être confondus avec les paramètres c et a des formules générales (1) et (2) des relations tailles-poids auxquels on donne parfois le même nom comme nous l'avons déjà vu. Pour éviter cette confusion nous appellerons facteurs de condition relative les premiers, et leur notation sera suivie de l'indice i , alors que les seconds seront notés simplement c et a et appelés facteurs de condition moyenne (voir tableau II).

2.2.2.1. Facteurs de condition relative issus de la formule $P = cL^3$

Le premier type de facteur de condition individuel utilisé est le facteur de condition de FULTON (1911) :

$$c_i = \frac{P_i}{L_i^3}$$

POSTEL (1973) a proposé de désigner c_i par le terme de facteur composite de condition du fait que sa valeur tient compte à la fois de la condition du poisson et du coefficient d'allométrie propre à son espèce, comme nous le verrons plus en détail ultérieurement.

Dans cette formule, c_i , variable en fonction des unités de poids et de longueur choisies, est souvent un nombre décimal peu pratique; aussi, différentes formules ont été proposées pour obtenir des valeurs proches de 1; citons par exemple :

$$K_i = \frac{P_i}{cL_i^3} \quad (5)$$

où c est la valeur moyenne obtenue d'après la formule (2); citons aussi :

$$K_i = \frac{100P_i}{L_i^3} \quad (\text{HILE, 1936}) \quad (6)$$

Avec P_i en grammes et L_i en centimètres, K_i est alors appelé en anglais condition factor ou coefficient of condition ou encore ponderal index. En français on utilise les termes de coefficient de condition ou facteur de condition.

2.2.2.2. Facteurs de condition relative issus de la formule $P = aL^n$

LE CREN (1951) propose d'utiliser un facteur de condition relative, pour chaque classe de tailles, tel que :

$$Kn_i = \frac{P_i}{aL_i^n} \quad (7)$$

a et n ayant été déterminés par une droite d'ajustement du nuage de points $\log P_i$, $\log L_i$.

La formule (7) peut être représentée par :

$$Kn_i = \frac{P_i}{P_{st}}$$

où P_i est le poids observé d'un individu ou le poids moyen d'une classe de tailles, et P_{st} le poids standard de cet individu d'après la relation tailles-poids (2). Dans ce cas, $Kn_i - 1$ représente la déviation d_{PL} par rapport au poids standard $P_{st} = 1$. Par exemple $Kn_i = 1,043$ est équivalent à $(P_{st} + d_{PL}L_i)/P_{st}$ où $P_{st} = 1,000$ et $d_{PL} = 0,043$. Ainsi le poids P_i de l'individu considéré est supérieur de 4,3% à celui estimé par la régression de P sur L .

Dans le même ordre d'idée, POSTEL (*op.cit.*) a proposé d'utiliser a_i comme facteur net de condition en tirant sa valeur de la formule (2).

$$a_i = \frac{P_i}{L_i^n} \quad (8)$$

Mais dans ce cas P_i et L_i sont les valeurs observées pour un individu ou une classe de tailles, alors que n est le coefficient de régression de P sur L (rappel : on ne devra donc pas confondre α_i de la formule (8), qui est un facteur net de condition relative, avec a de la formule (2) qui est un facteur net de condition moyenne).

L'intérêt du vocable utilisé par POSTEL (*op.cit.*) est d'opposer α_i au facteur composite de condition c_i précédemment défini et dont la signification est différente comme nous allons le voir.

2.3. COMPARAISON DES FONCTIONS $P = cL^3$ et $P = aL^n$

2.3.1. Généralités

Pour comparer ces deux fonctions puissance il est plus pratique de les transformer en expression logarithmique.

$$\log P = 3 \log L + \log c \quad (9)$$

$$\log P = n \log L + \log a \quad (3)$$

Si l'on considère un nuage de points représentant les logarithmes des tailles et des poids d'une espèce de poisson (fig.1), la droite D de la fonction (9) est automatiquement ajustée, elle a pour pente 3 et passe par le centre de gravité G du nuage de points.

La droite E de la fonction (6), demande un ajustement; elle passe aussi par G , mais sa pente n'est pas obligatoirement égale à 3 comme nous l'avons vu.

Si tel est le cas, les deux droites sont confondues et l'on a

$$\log a = \log c.$$

Dans le cas contraire la droite E représente mieux le nuage de points.

Si l'on considère maintenant un poisson individuel représenté par le point P_i fonction de sa condition telle que nous l'avons précédemment définie, il sera plus ou moins lourd que le poids standard attendu d'après l'une ou l'autre des relations tailles-poids (9) et (3). Pour que les droites D_i et E_i passent par le point P_i , il faudra donc leur attribuer des ordonnées à l'origine c_i et a_i , différentes de c et de a . Celles-ci permettront en fait d'estimer la condition relative du poisson. En effet, il est important de souligner que toutes les formules définissant les facteurs de condition relative font appel à c_i ou à a_i , ou encore aux rapports c_i/c ou a_i/a :

- c'est le cas de la formule (4) où c_i est le coefficient composite de condition relative;

- pour les formules de type (5),

$$K_i = \frac{P}{cL^3} \quad \text{peut s'écrire} \quad K_i = \frac{c_i L_i^3}{c L_i^3} = \frac{c_i}{c}$$

$$\text{d'où : } \log K_i = \log c_i - \log c = \overline{P_i M} \quad (\text{fig.1})$$

- pour la formule (6),

$$K_i = \frac{100 P_i}{L_i^3} = \frac{100 c_i L_i^3}{L_i^3} = 100 c_i$$

- pour la formule (7),

$$Kn_i = \frac{P_i}{aL_i^n} \quad \text{peut s'écrire} \quad Kn_i = \frac{\alpha_i L_i^n}{aL_i^n} = \frac{\alpha_i}{a}$$

$$\text{d'où : } \log Kn_i = \log \alpha_i - \log a = \overline{P_i O} \quad (\text{fig.1})$$

- pour la formule (8), α_i est le facteur net de condition relative.

Il est donc intéressant de pouvoir comparer α_i et c_i afin de pouvoir comparer les coefficients de condition issus des formules :

$$P = cL^3 \quad \text{et} \quad P = aL^n$$

LE CREN (1951) a déjà souligné que c n'était pas un bon indice de condition en notant qu'il était proportionnel à L^{n-3} . Malgré cette mise en garde, reprise par certains auteurs, les coefficients de condition faisant appel au premier type de fonction restent très largement utilisés, ce qui conduit souvent à des erreurs d'interprétation. Pour mieux rendre compte de cela, nous proposons d'interpréter la fonction suivante reliant c_i et α_i d'après les relations (3) et (9) :

$$\log c_i = (n-3) \log L_i + \log \alpha_i \quad (10)$$

2.3.2. Comparaison des facteurs de condition c_i et α_i obtenus à partir d'un même échantillon.

De la formule (10), il résulte que :

- si $n = 3$, $\log c_i = \log \alpha_i$ et les deux formules sont équivalentes.
- si $n > 3$, $\log c_i$ sera une fonction croissante de L_i du type exponentiel :

$$c_i = \alpha_i L_i^x \quad \text{avec } x = n-3 ; x > 0.$$

- si $n < 3$, $\log c_i$ sera une fonction décroissante de L_i du type exponentiel :

$$c_i = \alpha_i L_i^x \quad \text{avec } x < 0.$$

Dans les deux derniers cas les erreurs d'interprétation des résultats obtenues à partir de coefficients de condition issus de la formule (1) peuvent avoir lieu.

Dans l'exemple ci-dessous (fig.5) l'étude de la relation tailles-poids de *Scomber japonicus* au Sénégal montre que c_i augmente en même temps que L_i alors que la condition réelle du poisson exprimée par α_i reste stable en moyenne. Cette différence est due à la valeur de n qui est supérieure à 3 (ici $n = 3,29$).

2.3.3. Comparaison des facteurs de condition obtenus à partir de deux échantillons

Supposons que l'on ait à comparer les résultats obtenus à partir de deux échantillons d'une même espèce provenant de deux zones différentes, ou correspondant aux mâles et aux femelles de la population.

On adoptera les notations suivantes correspondant aux relations tailles-poids (1) et (2) :

- échantillon 1 : $c_1 ; \alpha_1 ; n_1$
- échantillon 2 : $c_2 ; \alpha_2 ; n_2$

Si $n_1 = n_2 = 3$, d'après la formule (10) on aura : $c_1 = a_1$ et $c_2 = a_2$ et les différences observées entre les divers coefficients de condition correspondront à des différences de poids (fig.2)

Si $n_1 = n_2$ avec n_1 et $n_2 \neq 3$

- si n_1 et $n_2 < 3$, on obtiendra $c_1 < a_1$ et $c_2 < a_2$ (fig.6)

- si n_1 et $n_2 > 3$, on obtiendra $c_1 > a_1$ et $c_2 > a_2$ (fig.7)

Dans les deux cas, cela interdira la comparaison de facteurs de condition obtenus d'après c_i avec ceux obtenus d'après a_i ainsi que la comparaison des facteurs de condition des classes de tailles différentes (voir § 2.3.2.). Par contre, lorsqu'il s'agira de comparer les deux échantillons, c_i ou a_i pourront être utilisés indifféremment à l'intérieur du même intervalle de tailles.

Si $n_1 \neq n_2$, si la comparaison des droites d'ajustement (SNEDECOR, *op.cit.* ; MAYRAU, *op.cit.*) montre que les pentes n_1 et n_2 sont différentes de façon significative, il sera alors impossible de comparer les ordonnées à l'origine a_1 et a_2 et *a fortiori* les valeurs c_1 et c_2 . On peut même obtenir dans ce cas des résultats aussi surprenants que $c_1 > c_2$, avec $a_1 < a_2$ (fig.8).

Là encore, il sera impératif de tracer un graphique à partir des points expérimentaux pour pouvoir interpréter les résultats obtenus.

2.4. CAS DES RUPTURES DE PENTE OBSERVEES SUR LES RELATIONS TAILLES-POIDS

L'écart des points individuels à la droite représentant la relation tailles-poids ne peut être attribué dans certains cas à la seule variabilité du matériel biologique. En effet il n'est pas rare de voir se dégager sur le graphique une rupture de pente dans la relation $\log P - \log L$. Dans ce cas on est en présence d'une espèce dont l'allométrie est variable au cours de la croissance. Dès lors la relation poids-longueurs ne pourra plus s'exprimer véritablement à l'aide des fonctions habituellement utilisées et l'on devra alors, soit effectuer un ajustement à une fonction nouvelle (polynomiale par exemple), soit plus généralement décrire deux (ou plus) équations linéaires pour chaque segment de droite.

Des exemples existent dans la littérature et l'on peut constater que ces ruptures de pente ont lieu généralement au moment de métamorphoses ou aux abords de la maturité sexuelle. (FROST, 1945 ; HUXLEY, 1932).

Des tests mathématiques de linéarité existent (DAGNELIE, 1975) et permettent d'estimer l'alignement des points correspondant à la relation entre deux variables. Cependant la meilleure façon de visualiser de tels changements de pente est de porter sur un graphique les valeurs des points expérimentaux, soit directement sur un papier logarithmique, soit après transformation logarithmique sur un papier millimétré ordinaire. Si les données sont très importantes, on pourra calculer des valeurs moyennes par classes de tailles, afin d'obtenir 20 à 30 points au minimum. On notera ici qu'il est parfois difficile de déterminer si les écarts des points expérimentaux à la courbe théorique sont le fait de changement de pente ou de variation du facteur de condition (voir le chapitre des applications).

3. LES INDICES DE MATURITE SEXUELLE RGS ET IGS

3.1. DEFINITIONS

La plupart des auteurs utilisent le rapport gonado-somatique RGS comme indice de maturité sexuelle. Rappelons qu'il est défini par le rapport du poids des gonades PG au poids total de l'individu P :

$$RGS = \frac{PG}{P} \quad (11)$$

Certains auteurs utilisent l'index gonadique ou indice gonado-somatique IGS (= gonad index) défini par le rapport :

$$IGS = \frac{PG}{L^3} \quad (12)$$

Ce deuxième indice a l'avantage de ne pas nécessiter la mesure du poids total de l'individu pour son calcul, poids qu'il n'est pas toujours facile d'obtenir pour les individus de grand format (exemple des thonidés).

3.2. COMPARAISON DES INDICES RGS ET IGS

Si l'on considère des individus répondant parfaitement à la relation poids-longueurs $P = aL^n$, la relation (11) devient :

$$RGS = \frac{PG}{aL^n} \quad (13)$$

Du point de vue mathématique la différence existant entre les formules (12) et (13) est la même que celle existant entre les formules (4) et (5) définissant le facteur de condition de FULTON et le facteur de condition relative et tout ce qui a été dit précédemment s'applique ici. En particulier, lorsque la croissance est allométrique les variations de l'indice gonadique IGS en fonction de la taille L devront être interprétées avec prudence; si l'allométrie est majorante, IGS sera une fonction croissante de L ; si, à l'inverse, l'allométrie est minorante, IGS diminuera avec l'augmentation de L .

La comparaison des deux indices RGS et IGS est encore plus hasardeuse que celle des coefficients de condition c_i et a_i du fait qu'ici le numérateur concerne le poids des gonades alors que le dénominateur concerne la longueur du corps de l'individu. La relation entre RGS et IGS dépendra donc des facteurs suivants :

- poids des ovaires P_G et longueur L du poisson,
- relation entre les dimensions de l'ovaire et celles de l'individu,
- condition du poisson (morphologie individuelle, état de réplétion du tube digestif),
- valeur du coefficient d'allométrie n propre à l'espèce.

Afin de supprimer l'influence de ce dernier facteur nous proposons d'utiliser un "indice gonado-somatique net" IGS_n tel que :

$$IGS_n = \frac{PG}{aL^n} \quad (14)$$

Dans ce cas l'indice IGS défini par la formule (12) peut être considéré comme un "indice gonado-somatique composite".

L'interprétation des résultats obtenus serait plus facile mais elle resterait délicate du fait que l'indice IGS_n correspond au rapport du poids observé des gonades d'un individu à son poids total standard attendu d'après la

relation d'allométrie propre à son espèce. Cette formulation présente l'avantage de ne pas faire intervenir la condition relative de l'individu considéré, contrairement à la formule du RGS.

4 . A P P L I C A T I O N A U C A S D E S D E U X S T O C K S D ' E T H M A L O S A F I M B R I A T A D A N S L A R E G I O N S E N E G A M B I E N N E

4.1. RESULTATS OBTENUS PAR SCHEFFERS *et al* (1970, 1971, 1972, 1973, 1976).

SCHEFFERS et ses collaborateurs ont effectué une étude approfondie de *Ethmalosa fimbriata* au Sénégal, mettant en évidence deux stocks distincts, l'un dans la région du fleuve Sénégal, l'autre dans celle du fleuve Gambie. Les facteurs de condition relative (par classe de 1 cm) ont été calculés par ces auteurs pour les quatre régions suivantes :

- fleuve Sénégal et embouchure (St-Louis),
- Petite Côte du Sénégal (Joal et Mbour),
- côte de la Gambie,
- fleuve Gambie,

pour lesquelles ils ont utilisé la formule (6): $K_i = \frac{100 P_i}{L_i^3}$

Les relations tailles-poids ont été calculées pour les trois régions suivantes :

- fleuve Sénégal et embouchure (St-Louis) : $P = 0,012 L^{3,0984}$
- Petite Côte du Sénégal : $P = 0,009 L^{3,2444}$
- zone Gambienne (fleuve et côte) : $P = 0,013 L^{3,1112}$

Seuls les coefficients de régression ont été comparés deux à deux et les résultats obtenus sont les suivants :

- St-Louis - Petite Côte : différence très hautement significative;
- St-Louis - Gambie : pas de différence;
- Petite Côte - Gambie : différence hautement significative.

4.2. ANALYSE DES RESULTATS

Les résultats précédents sont très intéressants et nous avons pensé qu'il serait utile de poursuivre l'analyse.

Pour cela, nous avons calculé séparément les relations tailles-poids de la côte de la Gambie et du fleuve du même nom, d'après les données de base (SCHEFFERS et CONAND, 1976), nous avons obtenu :

- côte gambienne : $P = 1,608 - 10^{-2} L^{3,052}$
- fleuve Gambie : $P = 1,463 - 10^{-2} L^{3,051}$

Les coefficients de condition relative ont été recalculés pour chaque zone sauf pour la Petite Côte, les données de base n'ayant pas été publiées. Le coefficient net de condition relative a_i a été utilisé : la figure 9 résume les résultats obtenus.

Plusieurs remarques sont à faire.

. Les points correspondant aux valeurs extrêmes sont vraisemblablement peu représentatifs du fait du faible effectif qu'ils représentent et du biais introduit par l'utilisation de médianes des classes de tailles au lieu des moyennes (voir paragraphe 2.2.1.3.).

Toutes les droites d'ajustement ont été calculées en effectuant une régression linéaire à partir des poids moyens des médianes des classes de tailles de 1 cm, ce qui en toute rigueur interdit l'usage de tests mathématiques comparant les différentes relations entre elles.

Toutefois le simple examen de la figure 9 permet de constater qu'à taille égale les individus sont toujours beaucoup plus lourds pour le stock du sud (Gambie, Petite Côte) que pour le stock du nord. Ceci peut être interprété par le fait que le biotope nord est moins favorable au développement que le biotope sud (température plus basse, eaux moins riches, ... etc).

A l'intérieur du stock sud, on remarque qu'à taille égale, le facteur net de condition est de plus en plus élevé lorsque l'on passe du fleuve à l'estuaire gambien puis à la Petite Côte du Sénégal ce qui pourrait s'expliquer par une richesse plus grande des eaux côtières par rapport aux eaux fluviales. Lorsque l'on regarde en détail les variations du facteur net de condition α en fonction de la taille pour le fleuve Gambie et la côte gambienne, on constate que ces variations sont synchrones bien qu'un léger décalage de 1 cm semble exister, dont l'interprétation est difficile à partir des données regroupées dont nous disposons (biais dans les mesures ? conjonction de la croissance et de la migration ? stratégie d'échantillonnage légèrement différente?).

Sur la figure 10 on constate que les points expérimentaux obtenus à partir des individus capturés dans l'ensemble de la zone gambienne (fleuve et côte) suivent une courbe en forme de S dont les points d'inflexion se situent au niveau des classes 15 et 18 cm. Deux interprétations sont possibles :

- considérer qu'ils s'agit de variations d'allométrie au cours de la croissance introduisant des ruptures de pente dans la relation tailles-poids; dans ce cas il faudrait définir une relation pour chacun des trois segments (9 à 15 cm; 15 à 18 cm; 18 à 31 cm) dont les pentes seraient respectivement 3,007, 3,968 et 2,829;

- considérer qu'il s'agit de variations du facteur de condition en fonction de la taille; dans ce cas une seule droite de pente 3,111 doit être définie; elle aura une valeur prédictive moins bonne que les trois segments de droites précédents, mais permettra d'estimer les fluctuations du facteur de condition par classe de tailles.

Seule une bonne connaissance de la biologie de cette espèce permet de trancher le problème : il résulte de l'analyse de l'ensemble des travaux effectués sur *Ethmalosa fimbriata* que, dans la région gambienne, la reproduction concerne surtout les individus compris entre 18 et 23 cm, les individus de taille supérieure étant beaucoup plus rares. En fait, les ruptures de pente observées viennent d'une augmentation du poids des gonades à partir de 16 cm chez les jeunes d'une année.

Sur la Petite Côte du Sénégal par contre les individus de grande taille sont de loin les plus abondants, et assurent la quasi totalité de la reproduction, leur rapport gonado-somatique et leur facteur net de condition sont très élevés (fig.9, données du C.R.O.D.T.).

Dans la zone nord, les données publiées ne permettent pas de séparer les individus provenant du fleuve de ceux provenant de la région côtière. Toutefois, un fait remarquable est à souligner: le facteur net de condition relative ne passe plus par un maximum chez les individus de un an, ce qui laisse supposer que la reproduction n'est assurée que par les adultes à partir de 22 cm. Cette hypothèse se vérifie parfaitement lorsque l'on examine les données de base publiées pour cette zone (rapport gonado-somatique et stades sexuels). Cette différence entre la biologie des stocks nord et sud pourrait être, ici encore, interprétée par la différence existant entre les deux biotopes, le premier n'étant vraisemblablement pas assez riche pour permettre aux jeunes d'assumer à la fois une reproduction intense et la couverture de leurs besoins de croissance.

4.3. CONCLUSIONS SUR L'APPLICATION A L'ETHMALOSE.

En conclusion sur cette espèce on peut noter que l'examen des relations tailles-poids et des facteurs de condition permettent d'émettre les hypothèses suivantes :

- les divers milieux induisent des différences de condition des individus, quelle que soit leur taille,
- le schéma de reproduction n'est pas le même dans la zone nord et dans la zone sud. Dans la première, seuls les individus adultes assurent la reproduction en estuaire et sur la côte. Dans la seconde, les jeunes individus se reproduisent après leur première année dans le fleuve et l'estuaire, alors que les adultes se reproduisent surtout le long des côtes avoisinantes.

La croissance du milieu et des autres paramètres biologiques ont été indispensables pour confirmer ces hypothèses. Les autres caractéristiques de la reproduction d'*Ethmalosa fimbriata* ont été analysées par SCHEFFERS et ses collaborateurs (*op.cit.*) : périodes de reproduction, conditions hydrologiques, migrations, sex-ratio, ... etc.

C O N C L U S I O N G E N E R A L E

A la suite de cette étude, plusieurs points sont à souligner :

1°) Les facteurs de condition, faisant appel au cube de la longueur, doivent être abandonnés car ils traduisent surtout l'écart d'un individu ou d'une classe de tailles par rapport à un poisson isométrique et isodense. Leur interprétation est très difficile, pouvant donner lieu à l'introduction de biais importants dans certains cas.

2°) Les facteurs de condition faisant appel à une puissance fractionnaire de la longueur sont préférables aux précédents car ils représentent l'écart de poids d'un individu ou d'une classe de tailles par rapport au poids standard attendu d'après la relation d'allométrie propre à l'espèce considérée.

3°) L'interprétation des résultats obtenus en utilisant "l'indice gonado-somatique composite" IGS est difficile et parfois hasardeuse. L'utilisation d'un "indice gonado-somatique net" IGS_n est proposée afin de supprimer les biais introduits par l'existence d'une relation tailles-poids allométrique.

4°) Le choix de la méthode d'ajustement de la droite reliant les logarithmes des longueurs et des poids dépend de l'utilisation que l'on veut faire de la relation :

. si l'on veut obtenir une relation prédictive, on utilisera une ou plusieurs droites de régression en prenant les couples de valeurs individuelles plutôt que les moyennes de classes. Si l'ajustement est très difficile à obtenir pour l'ensemble du nuage de points, il sera alors préférable d'utiliser deux droites d'ajustement ou simplement un tableau de conversion des tailles moyennes en poids moyens lors des calculs de dynamique des populations.

. Si l'on veut obtenir une relation descriptive et étudier les fluctuations du facteur de condition relative en fonction de la taille, on utilisera de préférence l'axe majeur réduit (ou droite de TEISSIER) . Dans ce cas il est recommandé, soit d'utiliser des couples de valeurs un à un en veillant à ce que l'on ait bien une répartition homogène dans l'intervalle de tailles utilisé, soit d'employer des moyennes par classe de tailles avec des effectifs sensiblement égaux à l'intérieur de chacune de celles-ci.

5°) En toute rigueur, on ne peut jamais comparer deux échantillons à partir des droites d'ajustement calculées d'après des moyennes de poids et de tailles. Ce procédé est surtout criticable lorsque l'on a de bonnes raisons de penser que les variances sont très différentes dans les deux échantillons (différences dans les méthodes ou dans les appareils de mesure en particulier).

De plus, même lorsque l'on utilise tous les couples du nuage de points de l'échantillon, on ne satisfait généralement pas l'hypothèse d'homogénéité des variances, puisque la variance des poids augmente généralement avec la taille (fig.3a) (FREON, en préparation).

6°) L'interprétation des résultats obtenus nécessite impérativement de tracer un graphique de la relation $\log L/\log P$ et de posséder d'autres données biologiques et hydrologiques pour confirmer les hypothèses émises.

Même lorsque toutes ces précautions sont prises, les relations tailles-poids et les facteurs de condition restent d'un emploi délicat, et l'on devra les manier avec beaucoup de prudence.

Nom français	Régression linéaire de Y en X	Régression linéaire de X en Y	Axe majeur réduit ou droite de TEISSIER	Axe majeur
Nom anglais	Predictive regression of Y on X	Predictive regression of X on Y	Functional regression	Major axis
Formule générale	$Y = bX + a$	$X = bY + a$	$Y = vX + u$	$Y = zX + \delta$
Pente de la droite	$b = \frac{\sum xy}{\sum x^2}$	$b = \frac{\sum xy}{\sum y^2}$	$v = \pm \sqrt{\frac{\sum y^2}{\sum x^2}}$ avec le signe du coefficient de corrélation	$z = \text{tg}T$ avec $\text{tg}2T = 2 \frac{\sum xy}{\sum x^2 \sum y^2}$
Variance de la pente	$S_b^2 = \frac{\sum y^2}{\sum x^2} \frac{1-r^2}{N-2}$ $= \frac{1}{N-2} \left(\frac{\sum y^2}{\sum x^2} - b^2 \right)$	$S_b^2 = \frac{\sum x^2}{\sum y^2} \frac{1-r^2}{N-2}$ $= \frac{1}{N-2} \left(\frac{\sum x^2}{\sum y^2} - b^2 \right)$	$S_v^2 = S_b^2 =$ $= v^2 \frac{1-r^2}{N-2}$	$S_v^2 = \frac{1}{N-2} z^2 \frac{1-r^2}{r^2}$
Ordonnée à l'origine	$a = \bar{Y} - b\bar{X}$	$a = \bar{X} - b\bar{Y}$	$u = \bar{Y} - v\bar{X}$	$\delta = \bar{Y} - z\bar{X}$

Notations : N = effectif

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

$$x = X - \bar{X}$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y}{N}$$

$$y = Y - \bar{Y}$$

r = coefficient de corrélation entre X et Y

TABLEAU I : Récapitulatif des principales formules concernant les droites d'ajustement.

Appellations	Expressions mathématiques	N° dans le texte	Relations de base
Poids du corps	P		-
Longueur du corps	L		-
Relation poids-longueurs (1) du type L^3	$P = cL^3$ (ou $\log P = 3\log L + \log c$)	(1) (9)	- (1)
Relation poids-longueurs (2) du type L^n	$P = aL^n$ (ou $\log P = n\log L + \log a$)	(2) (3)	- (2)
Facteur de condition de FULTON ou facteur composite de condition : - relative	$c_i = \frac{P_i}{L_i^3}$	(4)	(1)
- moyenne	$c = \overline{c_i}$	-	(1)
Divers facteurs de condition relative ou coefficient de condition (=condition factor, coefficients of condition, ponderal index)	$K_i = \frac{P_i}{cL_i^3}$	(5)	(1)
	$K_i = \frac{100 P_i}{L_i^3}$ (P_i en g et L_i en cm)	(6)	(1)
Facteur net de condition : - relative	$a_i = \frac{P_i}{L_i^n}$	(8)	(2)
- moyenne	a : obtenu par ajustement		(2)
Facteur de condition relative (=relative condition factor de LE CREN)	$Kn_i = \frac{P_i}{aL_i^n}$	(7)	(2)

Tableau II : Relations tailles-poids et facteurs de condition ; appellations et formules employées.

- BLACKBURN (M.), 1960.-A study of condition (weight for length) of australian barracouta, *Thyrsites atun* (Euphrasen). *Aust. J. Mar. Freshw. Res.*, 2(1) 14 - 41.
- BOELY (T.) et ELWERTOWSKI (J.), 1970.- Observations préliminaires sur la pêche de l'*Ethmalosa fimbriata* (Bowdich) des eaux sénégalaises et son aspect biologique. *Cent.Int. Expl. Mer, Rapports et procès verbaux des réunions*, 159.
- CONAN (G.), 1978.- Life history, growth, production and biomass modeling of *Emerita analoga*, *Nephrops norvegicus* and *Homarus vulgaris* (Crustacea decapoda). Thèse Ph. D., Univ. Calif. San Diego - Univ. Microfilms. Ann Arbor, Michigan, USA.
- DAGNELIE (P.), 1975.- Théorie et méthodes statistiques. Les presses agronomiques de Gembloux, A.S.B.L., 1 et 2.
- DRAPER (N.R.) et SMITH (M.), 1966.- Applied regression analysis. Wiley and Sons, New York, London, Sydney, 1966.
- FROST (W.E.), 1945.- The age and growth of eels (*Anguilla anguilla*) from the Windermere catchment area. Part.2. *J. Anim. Ecol.* 14 : 106-24.
- FULTON (T.W.), 1911.- The sovereignty of the sea. Edinburgh and London.
- HILE (R.), 1936.- Age and growth of the cisco *Leucichthys artedii* (Le Sueur) in the lakes of the northeastern highlands. *Wisconsin Bull. U.S. Bur. Fish.*, 48 (19) : 211-317.
- HOLLANDER (M.) et WOLFE (D.A.), 1973.- Non parametrics statistical methods. John Wiley and Sons, New York, London, Sydney, 1973.
- HUXLEY (J.S.), 1932.- Problems of relative growth. London.
- KESTEVEN (G.L.), 1974.- On the ponderal index, or condition factor as employed in fisheries biology. *Ecology*, 28 : 78 - 80
- LE CREN (E.D.), 1951.- The length weight relationship and seasonal cycle in gonad weight and condition in the perch (*Perca fluviatilis*). *J. Anim Ecol.*, 20 : 201-219.
- MARQUARDT (D.W.), 1963.- An algorithm for the least-squares estimation non linear parameters. *J. Soc. Indust. Applied. Math.*, 11 (2)
- MARTIN (W.R.), 1949.- The mechanics of environmental control of body form in fishes. *Univ. Toronto Stud., Biol. Ser.* 58 (*Publ. Ontario Fish. Res. Lab.* 70).
- MAYRAT (A.), 1959.- Nouvelle méthode pour l'étude comparée d'une croissance relative dans deux échantillons. Application à la carapace de *Penaeus kerathurus* (Forsk.). *Bull. IFAN*, sér.A, XXI(1):21-59.
- PIENAAR (L.W.) et RICKER (W.E.), 1968.- Estimating mean weight from length statistics. *J. Fish. Res. Bd. Canada*, 25 (12): 2743-2747.
- POSTEL (E.), 1973.- Cours de théorie des pêches (dynamique des populations exploitées). Université de Rennes.

- RICKER (W.E.), 1958.- Handbook of computation for biological statistics of fish populations. Fish. Res. Bd. Canada. 110.
- RICKER (W.E.); 1973.- Linear regression in fishery research. *J. Fish. Res. Bd. Canada*, 30 (3) : 409-434.
- RICKER (W.E.), 1975.- Computation and interpretation of biological statistics of fish populations. *Bull. Fish. Res. Bd. Canada*, 191.
- SCHEFFERS (W.J.) et SAGNA (A.), 1970.- Investigations on the biology and fisheries of Bonga (*Ethmalosa fimbriata* Bowdich) in the Senegambia. *F.A.O. Cent. Rech. Océanogr. Dakar-Thiaroye. Reports* 14 et 16.
- SCHEFFERS (W.J.), et CORREA (J.B.), 1971.- Investigations on the biology and fisheries of Bonga (*Ethmalosa fimbriata* Bowdich) in the Senegambia. *F.A.O. Centr. Rech. Océanogr. Dakar-Thiaroye. Reports* 1,5,9 et 10.
- SCHEFFERS (W.J.), CONAND (F.) et REIZER (C.), 1972.- Etude de *Ethmalosa fimbriata* (Bowdich) dans la région sénégalaise. 1ère note : reproduction et lieux de ponte dans le fleuve Sénégal et la région de Saint-Louis. *Doc. Sci. Prov. Cent. Rech. Océanogr. Dakar-Thiaroye*, 44.
- SCHEFFERS (W.J.), 1973.- Etude de *Ethmalosa fimbriata* (Bowdich) dans la région sénégalaise. 2ème note : la pêche et le stock des ethmaloses dans le fleuve Sénégal et la région de Saint-Louis. *Doc. Sci. Prov. Cent. Rech. Océanogr. Dakar-Thiaroye*, 45.
- SCHEFFERS (W.J.) et CONAND (F.), 1976.- A study on *Ethmalosa fimbriata* Bowdich in the Senegambian region. 3rd note : the biology of the ethmalosa in the gambian waters. *Doc. Sci. Prov. Cent. Rech. Océanogr. Dakar-Thiaroye*, 59.
- SHEPPARD (W.F.), 1898.- *Proc. Lond. Math. Soc.*, 29 : 353
- SNEDECOR (G.W.), 1957.- Statistical methods. Iowa State College Press. Ames, Iowa.
- TATE (M.W.) et CLELLAND (R.C.), 1957.- Non parametrics and shortcut statistics. The Interstate, Danville, 1957.
- TEISSIER (G.), 1948.- La relation d'allométrie : sa signification statistique et biologique. *Biometrics*, 4(1) : 14-53.

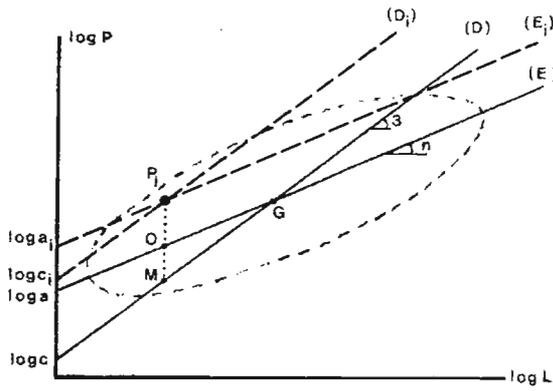


Fig. 1.- Schéma comparant les relations poids-longueurs de type $P = cL^3$ (droite D) et de type $P = aL^n$ (droite E).

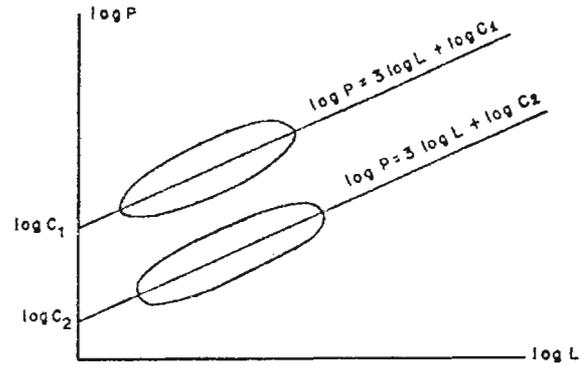


Fig. 2.- Schéma de deux relations poids-longueurs dont les pentes des droites de régression sont toutes deux égales à 3.

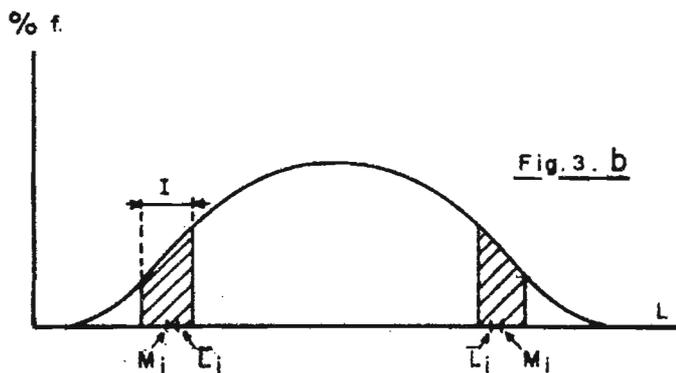
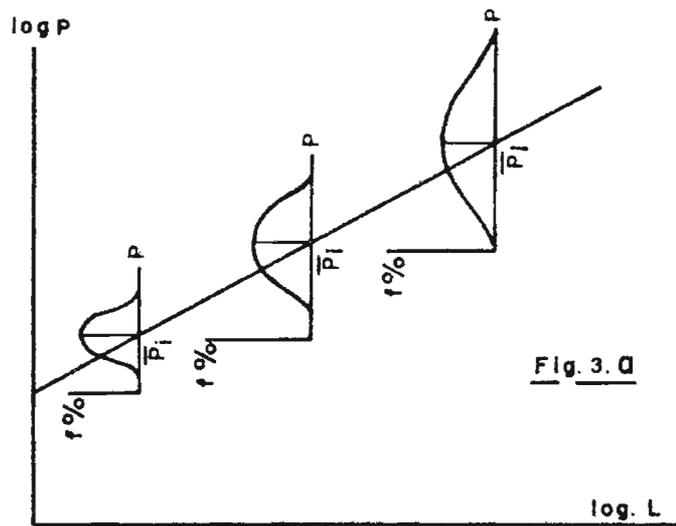


Fig. 3.- Schémas généraux d'une répartition habituelle des longueurs et des poids des individus au sein d'un échantillon.

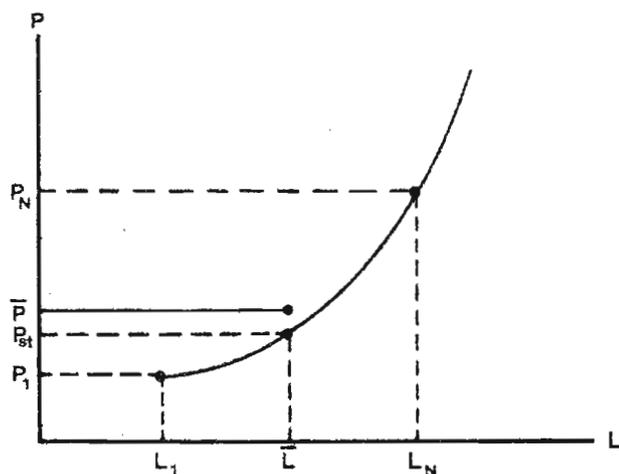


Fig.4.- Schéma d'une relation poids-longueurs : différence entre le poids moyen \bar{P} et le poids standard P_{st} d'une série de N individus dont la taille moyenne est \bar{L} .

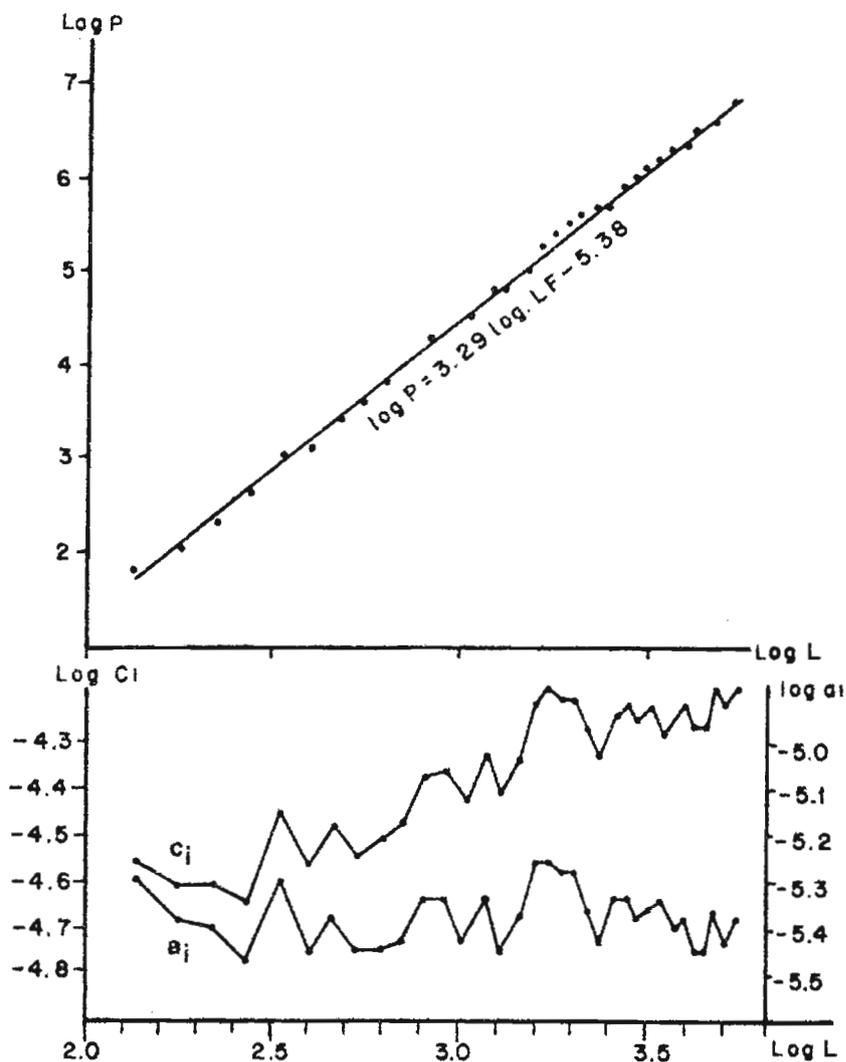


Fig.5.- Relation poids-longueurs de *Scomber japonicus* au Sénégal : comparaison entre l'évolution du facteur composite de condition relative c_i et celle du facteur net de condition relative a_i .

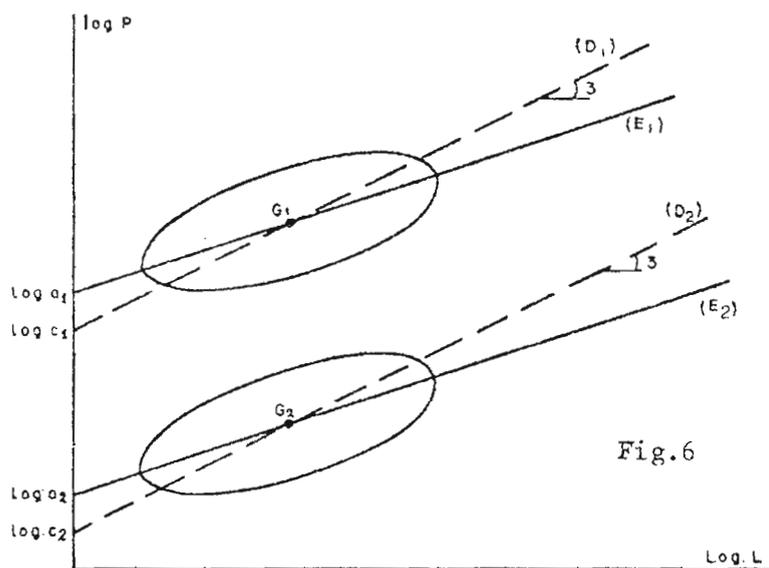


Fig. 6

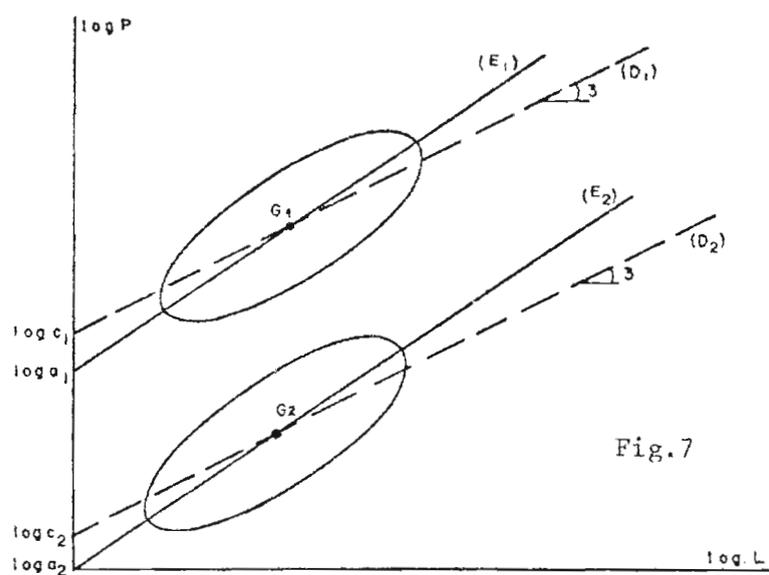


Fig. 7

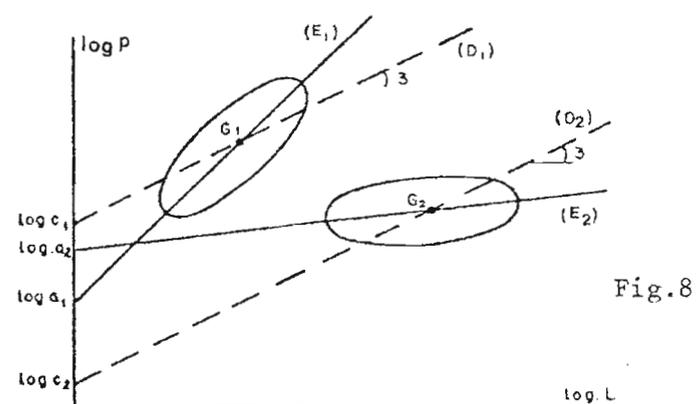


Fig. 8

Schémas comparant les relations poids-longueurs de type $P = cL^3$ (droites D) et de type $P = aL^n$ (droites E).

Fig. 6.- Cas où $n_1 = n_2$ avec $n_1 < 3$

Fig. 7.- Cas où $n_1 = n_2$ avec $n_1 > 3$

Fig. 8.- Cas où $n_1 \neq n_2$ avec $n_1 > 3$ et $n_2 < 3$

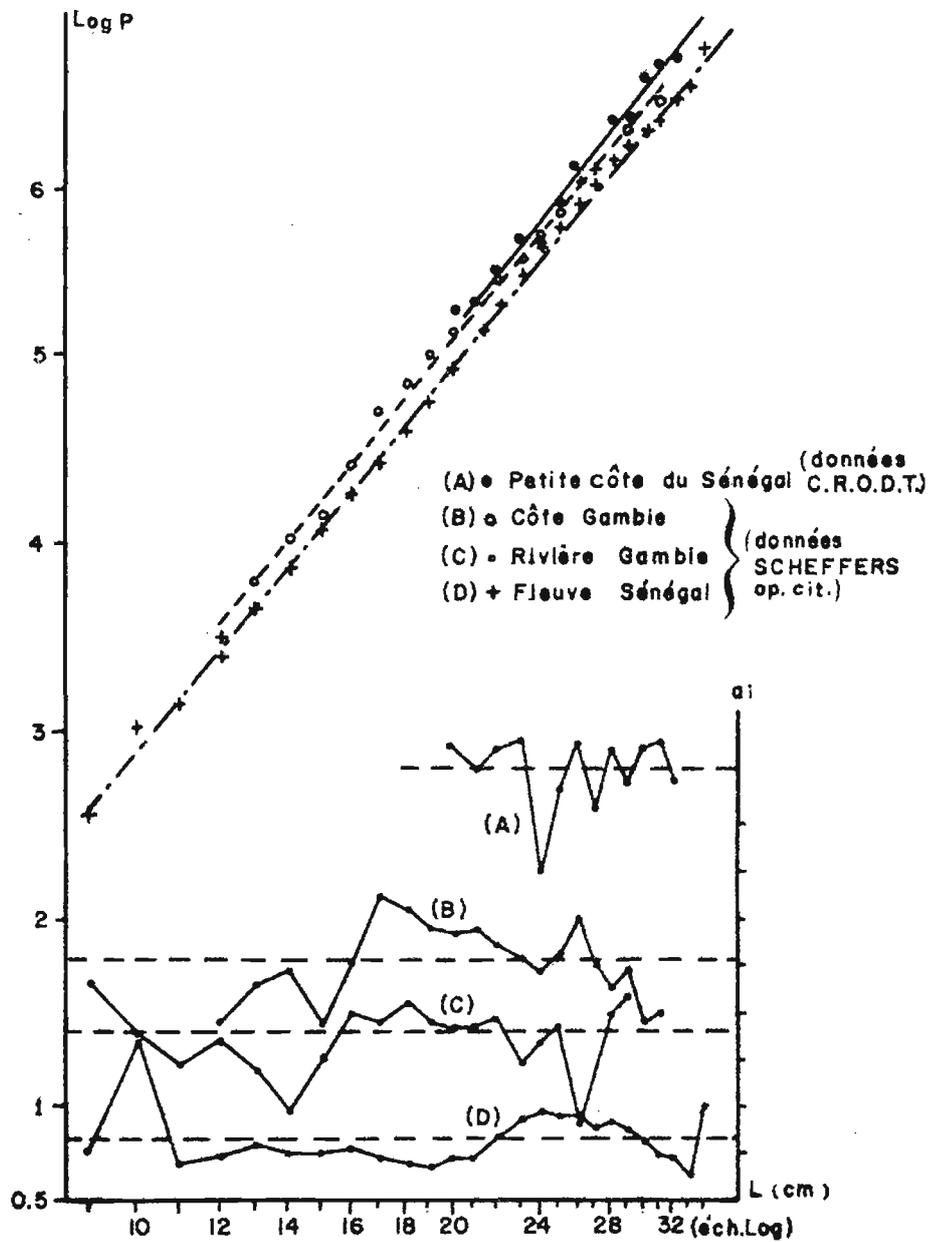


Fig.9.- Relations poids-longueurs (haut de figure) et évolution des facteurs nets de condition relative a_i (bas de figure) de *Ethmalosa fimbriata* dans les différentes zones de la région sénégalienne.

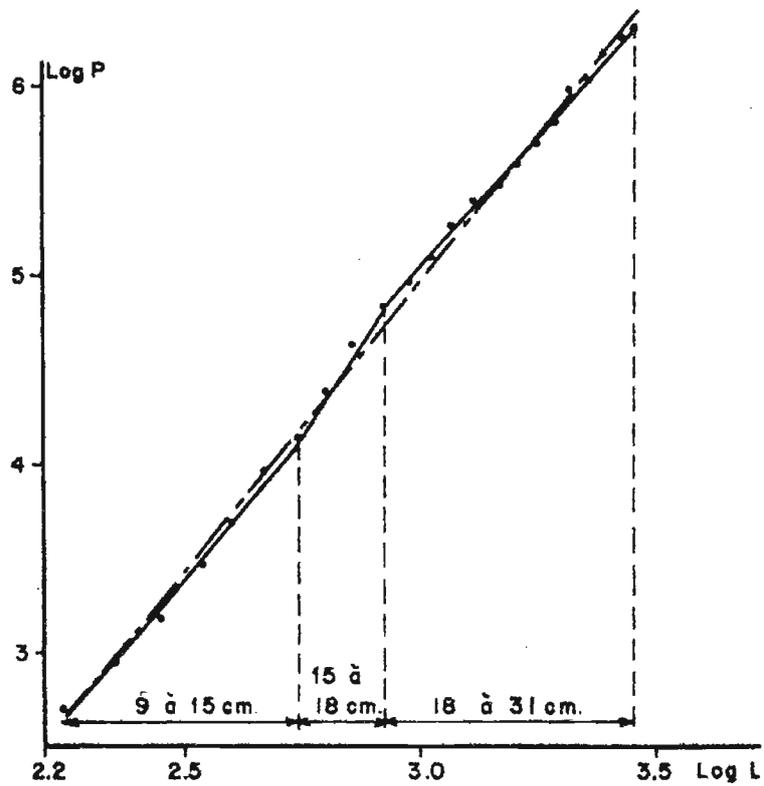


Fig.10.- Relations poids-longueurs de *Ethmalosa fimbriata* dans la zone gambienne (fleuve et côte) : les deux interprétations possibles.