

Deux concepts synthétiques traduisant la variation spatiale des pluies :  
abattement - épacentrage

Thierry LEVIANDIER, Section Hydrologie - CEMAGREF ANTONY

Résumé :

Après avoir rappelé la définition et la façon de calculer le coefficient d'abattement, on passe en revue quelques formules empiriques régionales. On cite les résultats sur le coefficient d'épacentrage et un modèle probabiliste décrivant ce phénomène qui peut également servir à introduire l'information apportée par les stations voisines dans l'estimation d'une station locale. On conclut sur l'intérêt d'utiliser la somme et le maximum de plusieurs postes dans des problèmes spatiaux.

-----  
La pluie doit souvent être considérée comme un phénomène aléatoire dans le temps et dans l'espace. Les théories statistiques rendant compte de tous ces aspects étant relativement complexes, certains concepts plus ou moins empiriques ont vu le jour depuis longtemps pour traduire un aspect particulier de la variation spatiale des pluies. Outre l'intérêt opérationnel qui les a suscités, ils traduisent quoiqu'avec une certaine perte d'information le comportement global des pluies, spécialement dans le domaine des fréquences rares. Je passerai en revue l'abattement puis l'épacentrage et un modèle de maxima qui en est un dérivé.

L'abattement :

L'abattement est une notion concernant le rapport de la pluie sur une surface à une pluie locale. Il intéresse l'hydrologue qui l'utilise sur un bassin versant pour estimer une lame d'eau moyenne lorsqu'il ne connaît qu'une pluie locale. Le mot est également utilisé en prévision relativement à un événement pluvieux, mais il sera réservé ici au rapport des quantiles de même fréquence des variables aléatoires pluies sur une surface et pluie locale.

$$K(F) = \frac{Ps(F)}{P(F)} \quad \begin{array}{l} s \text{ pour surface} \\ F \text{ pour fréquence} \end{array}$$

Cette définition étant admise, il reste à estimer pratiquement le coefficient d'abattement en fonction de la quantité de données dont on dispose et en général à le calculer là où il y a beaucoup de données (et où il est inutile de l'appliquer là où il y en a moins.

Brunet Moret (66) applique la définition en mélangeant plusieurs postes supposés homogènes pour estimer la loi marginale locale mais en introduisant un degré de complexité correspondant au cas fréquent (surtout à l'époque) ou plusieurs stations sont disponibles pour estimer les quantiles de la pluie de surface mais sur une faible durée alors qu'une station est connue sur une longue durée. On s'intéresse à une zone où la pluviométrie est supposée homogène, une généralisation est possible dans une région hétérogène mais présente un intérêt seulement descriptif non transposable. En notant  $\rho(p, ps)$  la densité de probabilité de la loi à deux variables on a

$$F(P_s) = \int_0^\infty \int_0^{P_s} \rho(p, ps) \, dps \, dp$$

$$\Delta F(P) = \int_P^{P+\Delta P} \int_0^\infty \rho(p, ps) \, dps \, dp$$

Comme on possède une meilleure estimation  $\Delta F_{LD}(p)$  de  $\Delta F(p)$  sur longue durée, Brunet Moret propose la correction de longue durée qui "rétablit" cette estimation

$$f_{LB}(p, ps) = \rho(p, ps) \frac{\Delta F_{LD}(p)}{\Delta F(p)}$$

Cette correction, qui assez curieusement dépend de la discrétisation en classes (mais on pourrait prendre  $\frac{F_{LD}(p)}{F(p)}$ ) accorde une confiance totale à la distribution de la station de longue durée, par opposition à la distribution des nombreuses stations de courte durée, arguant du fait que sur une petite surface, les pluies (journalières) sont fortement liées et le gain d'information obtenu par le jeu de stations années, minime.

D'autres auteurs, appliquant cette méthode, incertains d'être dans cette situation, ne l'ont proposée qu'à titre d'option. (GALEA, 1982).

#### Estimation indirecte du coefficient d'abattement :

Il est assez clair que l'abattement dépend de la corrélation entre les différentes stations. La facilité de calcul du coefficient de corrélation a suscité des efforts pour en déduire le coefficient d'abattement. ROCHE (1963), utilise dans ce sens une interrogation graphique sur un exemple où le coefficient d'abattement se révèle indépendant de la fréquence. Par une modélisation plus poussée Rodriguez ITURBE et MEIJA (1974) offrent une méthode plus

simple reliant au moyen d'un simple abaque le coefficient d'abattement à la surface et aux paramètres d'un corrélogramme fonction de la distance, avec au choix une décroissance exponentielle et ou une fonction de Bessel. Cette approche a l'intérêt de pouvoir tirer parti d'une information spatiale très limitée. Cependant les corrélations étant par nature calculées dans tout le domaine de fréquence, le résultat est nécessairement indépendant de la fréquence (à moins d'introduire des plages de variation) ce qui ne semble généralement pas correspondre à la réalité.

Formules empiriques de coefficient d'abattement :

Différents auteurs ont effectué des études régionales de l'abattement en essayant le plus souvent de traduire en formules la variation du coefficient d'abattement en fonction de différents facteurs. Sans prétendre à l'exhaustivité on peut citer :

. l'Afrique intertropicale (Vuillaume, 1974), sur de nombreux bassins et sous-bassins de 15 à 1.425 km<sup>2</sup> avec en tout 236 postes pluviométriques, l'auteur cale une "équation généralisée" :

$$K = 1 - (0.95 s - 10) \text{ Log } T - 42.10^{-3} P + 152 \pm 10) 10^{-3} \text{ Log } S$$

s paramètre d'échelle fictif de la loi des pluies journalières à la station de longue durée, en m (fictif signifie après élimination de l'influence du paramètre de forme)

T période de retour en années

P précipitation moyenne inter-annuelle de bassin en mm

S superficie en Km<sup>2</sup>.

. l'Est du Mississipi par le U.S Weather Bureau (Leclerc et Schaake 1972) pour lequel l'influence du pas de temps a également été étudiée

$$K = 1 - \exp(-1.1 t^{0.25}) (1 - \exp(-S/256))$$

t en heures

. le Bassin de l'ORGEVAL - GALEA, MICHEL et OBERLIN (1982) tout en calant une formule du type précédent, ont préféré

$$K = \exp(-S^{0.5}/(7.7 T_s^{-1} + 14.8 + 7.6 T_s^{-0.4} t))$$

1 ≤ S ≤ 200 km<sup>2</sup>

0.5 ≤ T<sub>s</sub> ≤ 25 ans période de retour des événements supérieurs à un seuil

1 ≤ t ≤ 24 heures.

- . le Val de Marne (DDE du Val de Marne)
- . le Real Collobrier dans le Massif des Maures (Niel 1985)
- . la région parisienne (Bediot et al. 1980)

$$K = S^{-0.044} \quad 1 \leq S \leq 100 \text{ km}^2$$

$$t = 1 \text{ jour}$$

$$35 \leq P \leq 53 \text{ mm}$$

avec la formulation alternative

$$T(S) = T \text{ ponctuelle } S^{0.175}$$

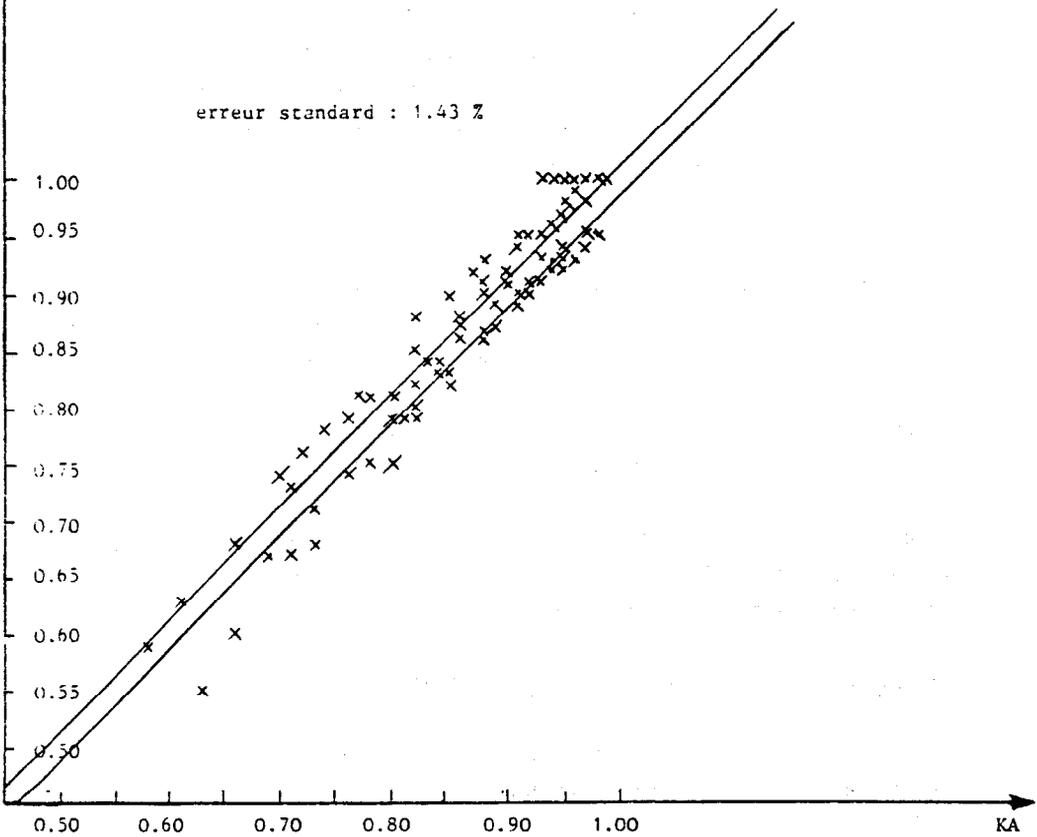
- Contrôle du calcul de K

K (observé)

$$K = e^{-\frac{S^{0.5}}{7.7 NF1 + 14.8 + 7.6 NF1^{0.39} t}}$$

- superficies : 104, 46, 25, 7 km<sup>2</sup> ( )  
 4 fréquences : 0.1, 0.2, 0.5, 1 ( ) 96 points  
 6 pas de temps : 24, 12, 6, 4, 2, 1 ( )

erreur standard : 1.43 %



Coefficient d'abattement sur l'ORGEVAL d'après GALEA, MICHEL et OBERLIN

### L'épicentrage :

Lorsqu'on s'intéresse aux pluies extrêmes sur une surface, non pour la formation du débit total à l'exutoire, mais en considérant l'ensemble des risques encourus localement sur cette surface (réseau d'assainissement, parc d'ouvrages, érosion, assurances, opinion publique...), le passage du point de vue local au point de vue territorial s'accompagne d'un accroissement du nombre d'événements observés mais aussi du nombre d'années ou l'on observe au moins un événement. Cette évidence peut s'énoncer de façon plus frappante par son corollaire qui dit que la pluie de 12 heures centennale (au sens local) se produit en moyenne chaque année si l'on s'intéresse à une superficie assez grande, 200km<sup>2</sup> en région parisienne. Le risque, ramené au nombre de sites, n'est pas modifié, mais réparti dans le temps et d'autant plus que les pluies sont plus indépendantes.

La notion d'épicentrage permet de quantifier ce phénomène. GALEA et al. (1983) définissent le coefficient d'épicentrage comme le rapport de la pluie maximale en tout point d'une surface (éventuellement extrapolé à partir du maximum de n points) à la pluie locale, pour un même quantile.

$$K_{ix}(F,S) = \frac{P_x(F,S)}{P(F)}$$

P<sub>x</sub> hauteur de précipitation maximale sur la surface.

La quantification de l'épicentrage présente un intérêt didactique certain. Le risque qu'il représente ne correspond toutefois pas à un enjeu économique véritable et il n'a pas d'intérêt opérationnel en dimensionnement d'ouvrages plutôt lié à la notion de seuil, car plusieurs dépassements de seuil créent des dommages réels dont un seul est retenu par l'approche du maximum. Notons que le concept de période de retour de la surface touchée par un orage en fonction du seuil de précipitation (Bediot et al. 1980) calée sous la forme  $T_s(h) = K(h) S^{1.13}$  sur la région parisienne est une alternative pour l'estimation des risques.

### Formule empirique de coefficient d'épicentrage :

Les pluviographes du bassin de l'ORGEVAL ont également permis de caler une formule empirique.

$$K_{IX}(S, n) = 1 + (0.026 \text{ Log } T + 0.03 + 0.32 e^{-0.05t}) \text{ Log } r$$

$$\text{avec } r = \frac{S+1}{S/n + 1}$$

avec n nombre de postes.

r peut être considéré comme un nombre équivalent de postes indépendants, le coefficient qui intervient dans son expression se trouve par hasard (ou a été légèrement forcé) égal à 1 (km<sup>2</sup>).

Un modèle pour la maximum de n stations :

La notion de nombre équivalent de postes indépendants, dégagée dans l'étude de l'épicentrage peut être considérée comme plus importante que le coefficient d'épicentrage lui-même.

L'objectif est en effet d'établir une relation entre la distribution de probabilité du maximum et la distribution locale, et le coefficient n'est qu'un moyen suggéré par l'analogie avec le coefficient d'abattement. Dans le cas de l'abattement, l'opération de moyenne spatiale tend à générer une loi se rapprochant plus de la loi normale que la loi marginale et il aurait été assez lourd, mais probablement pas impossible, d'englober les deux dans une même famille, ce qui aurait facilité la recherche de cette relation, et la définition d'un coefficient de passage était un expédient plus simple.

L'opération de prise du maximum offre un double avantage théorique qui facilite les calculs :

- dans le cas d'indépendance, la loi du maximum de n variables s'exprime très simplement comme la puissance n<sup>ième</sup> de la loi marginale ;
- le principe de stabilité des maxima veut qu'un échantillon constitué de maxima, quelque soit la loi marginale F, moyennant des conditions mathématiques un peu obscures mais satisfaites dans la pratique, tend à suivre l'un ou l'autre de trois types de loi seulement, dont le plus connu est la loi de Gumbel, et qui peuvent même se fondre en une seule famille dite loi généralisée des extrêmes à 3 paramètres :

$$G(y) = \exp(-(1-gu)^{1/g})$$

$$\text{avec } u = \frac{y-y_0}{a}$$

d'où le modèle calé sur des données britanniques (LEVIANDIER, 1986).

$$F(y, n, S) = G(y)^n (y, n, S)$$

dans lequel d'après des arguments semi-théoriques n'est recherché sous la forme :

$$n'(y, n, S) = r(n, S)^{q(y)}$$

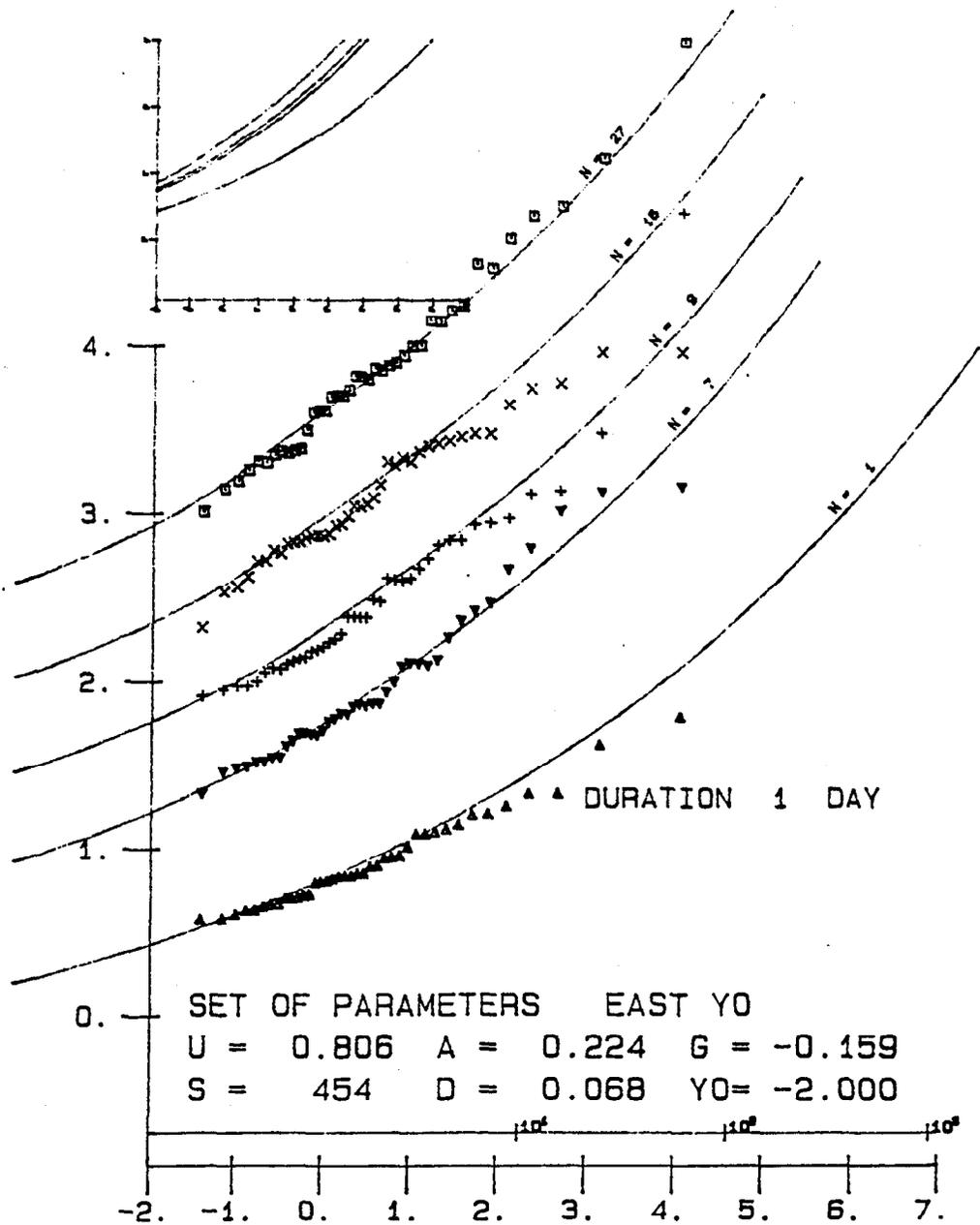
où  $q(y)$  et  $r(n, s)$  sont ajustées à des formules empiriques  $r(n, s)$  étant identique à son expression dans l'épicentrage :

$$r(n, S) = \frac{S + s}{\frac{S}{n} + s}$$

et 
$$q(y) = 1 - d (1 - \tanh (y + y_0))$$

Ce modèle est calé sur plusieurs échantillons correspondant à différentes valeurs de  $n$ ,  $y$  compris  $n = 1$ .

MODEL FOR MAXIMA, FITTED ON ONE DURATION



Ajustement d'un modèle sur les maxima pour plusieurs valeurs de n

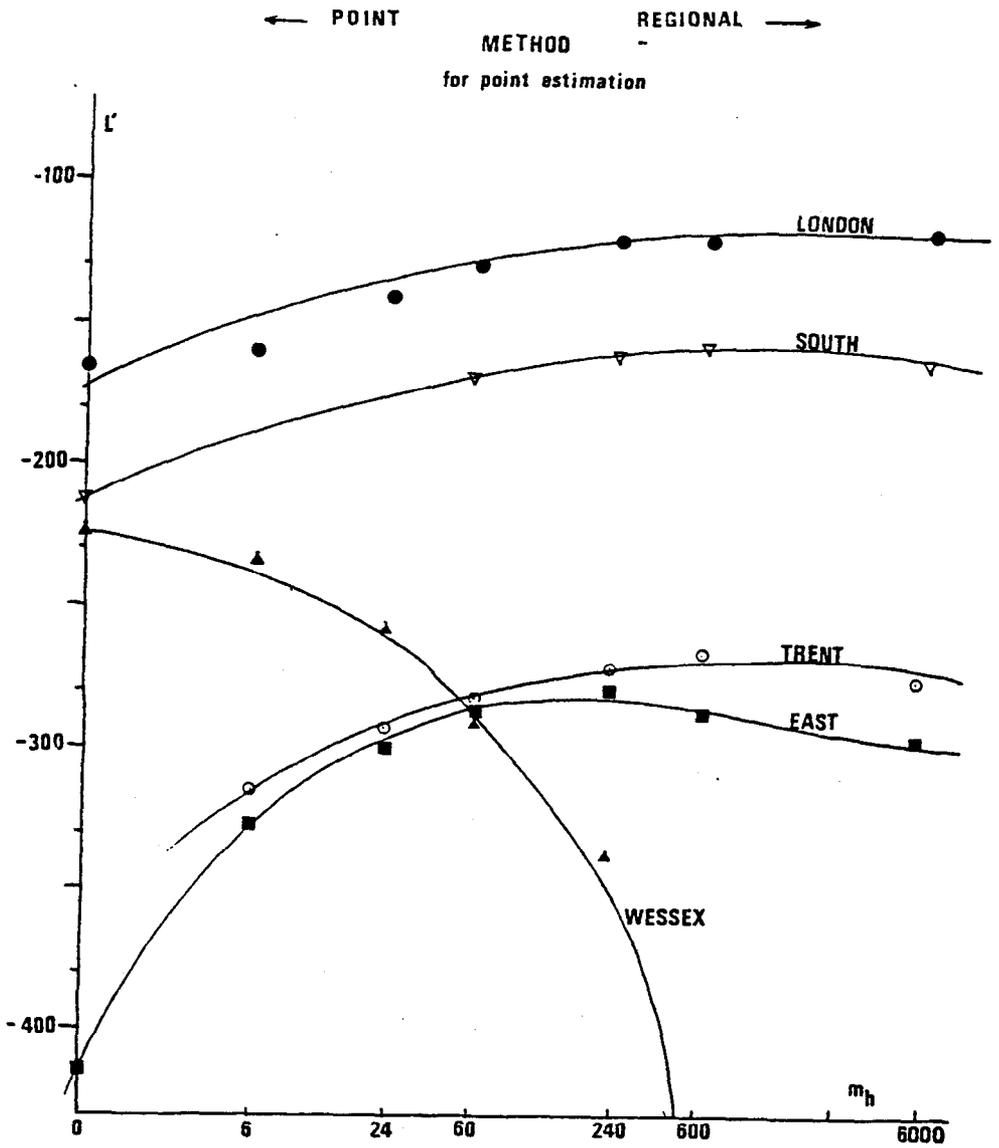
## L'utilisation des données sur plusieurs stations pour les estimations ponctuelles :

L'utilisation conjointe de  $n = 1$  et  $n = 1$  dans l'estimation de ce dernier modèle rompt avec les méthodes précédentes qui considéraient la dépendance spatiale comme gênante, pour utiliser l'information multistation dans l'estimation de la loi locale. Avec des quantités d'information, il est vrai différentes, disposant de nombreuses séries de longue durée (40 ans), on utilise au contraire maintenant délibérément le modèle, même pour des estimations purement locales. On réconcilie donc l'approche traditionnelle dans les études spatiales (dépendance) et la méthode des années-stations d'interprétation délicate en cas de dépendance.

On peut même optimiser le poids de l'information régionale utilisé dans le modèle en faisant un contrôle des estimations locales sur toutes les stations de la région. La figure suivante illustre ce point de vue sur un critère numérique. On peut également vérifier que le nombre d'événements centenaires et même déca-millénaires estimés par cette méthode est bien plus proche de ce que le nombre d'années-stations permet d'attendre que par une méthode purement locale.

## Vers une unification des théories :

Il n'a pas été question ici de variogramme qui est pourtant l'outil moderne par excellence pour décrire des phénomènes aléatoires dans l'espace et qui est traité dans d'autres communications de ce recueil. L'utilisation classique de la géostatistique dans l'estimation de paramètres de lois statistiques part d'estimations locales et effectue ensuite un lissage selon un critère numérique totalement déconnecté du critère d'estimation de ces paramètres eux-mêmes. Or on a vu au paragraphe précédent que l'on pouvait améliorer les estimations locales sur des critères qui gardent une signification d'ajustement de fréquence. Utiliser les méthodes géostatistiques sur des estimations issues du modèle précédent en ayant réduit l'effet de pépite, apporterait presque certainement un gain par rapport à chacune de ces méthodes prises séparément. La voie de recherche est en fait bien plus ouverte. Pourquoi par exemple ne pas chercher à optimiser les premières méthodes jusqu'à ce que la géostatistique n'apporte plus d'amélioration, de même que dans un modèle temporel, on est plus satisfait d'obtenir directement



Critère local d'ajustement avec informations régionales.  $m_h$  est un nombre équivalent de points ajoutés à l'échantillon local.

un résidu assimilable à un bruit blanc que de le récupérer par un sous-modèle d'erreur purement stockastique.

L'étude de la somme ou du maximum des précipitations en  $n$  stations entreprises avec un souci opérationnel et limité, permet donc de soulever des questions de fond. Il serait souhaitable que toute modélisation multistation comporte une vérification de la conformité de la loi de ces variables dérivées à leurs distributions expérimentales.

## BIBLIOGRAPHIE

- BEDIOT G, BELLOSTAS JM., MASSON M, et BOCQUILLON C - 1980  
Pluies orageuses en région parisienne - La météorologie VI - 20  
pp. 281-294
- BRUNET MORET, Y, et ROCHE M - 1966  
Etude théorique et méthodologique de l'abattement des pluies.  
Cah. ORSTOM - ser. Hydrol. n°4 - mai 1966 - pp. 3.13
- GALEA G, MICHEL C, et OBERLIN G - 1982 -  
Pluies de bassins. Abattement sur une surface des averses de 1h à  
24 h. Etude n°54 - CEMAGREF ANTONY
- GALEA G, MICHEL C, et OBERLIN G - 1983  
Maximal rainfall on a surface. The Epicentre coefficient of 1 to 48  
hour rainfall - J. Hydrology 66 pp 159-167.
- LECLERC G, et SCHAAKE JC - 1972  
Dérivation of hydrologic frequency curves  
Rep 142, 151 pp - Mass. Inst. of Technol. Cambridge
- LEVIANDIER Th - 1986  
Rainfall extremes in several sites.  
Institute of Hydrology Wallingford UK. (à paraître)
- NIEL J - 1985  
Bassin d'investigation du Reai Collobrier - Approche du coefficient  
d'abattement des averses de 1h à 24 h. Rapport de stage CEMAGREF  
AIX-EN-PROVENCE.
- ROCHE M - 1983  
Hydrologie de surface, 430 pp, GAUTHIER VILLARS, PARIS
- RODRIGUEZ ITURBE I, et MEIJA JM - 1974  
On the transformation of point rainfall to areal rainfall - Water Res.  
Vol 10 n°4
- U.S. Weather Bureau 1958 - Rainfall intensity - frequency regime 2  
Southeastern U.S. tech. pap 29 - U.S. Dep of Commerc. Washington DC
- VUILLAUME G - 1974  
L'abattement des précipitations journalières en Afrique intertropicale -  
variabilité et précision de calcul. Cah. ORSTOM ser. Hydrol.  
vol XI - n°3 - pp. 205.240

P. DUBREUIL rappelle l'étude de VUILLAUME sur l'abattement en Afrique, obtenue par un mélange des données de plusieurs bassins représentatifs pour remédier aux difficultés de constituer un échantillonnage suffisant. B. POUYAUD, comme P. DUBREUIL, s'interroge sur les avantages qu'il y aurait à instruire cette notion d'épicentrage qui ne peut être reliée à l'abattement. LEVIANDIER estime que cette notion est utilisable, par son aspect descriptif, dans les études de risques liés aux événements extrêmes. OBLED pense quant à lui, que l'abattement est intéressant pour expliquer, à des interlocuteurs financiers par exemple, comment une pluie décennale de 50 mm, par exemple, peut être dépassée quatre fois en un an sur une région comportant un grand nombre de postes suffisamment espacés !

M. ROCHE présente alors rapidement ses travaux, et les raisons qui le conduisent à s'intéresser à l'abattement, qui pour lui est lié à une forte densité d'appareils sur des bassins versants bien connus, que l'on veut comparer à un réseau de base, voisin, existant. Ce concept d'abattement permet de transformer une hauteur de pluie décennale, calculée ponctuellement à une station longue durée, en une pluie décennale moyenne sur le bassin investigué. Le coefficient d'abattement d'une averse d'occurrence donnée est donc un outil performant, mais il ne faut pas oublier l'hypothèse sous-jacente qui concerne l'homogénéité des paramètres statistiques en tous points du bassin versant.

Y. L'HOTE considère que l'épicentrage a des points communs avec la méthode des stations-année appliquée à des stations corrélées. J. RODIER insiste sur le fait qu'une formule, quelle qu'elle soit, n'est jamais valable que pour une région donnée et pour un climat donné, et encore plutôt en plaine! M. ROCHE illustre cette dernière remarque en rappelant que la formule VUILLAUME, mise au point sur les B.V. d'Afrique, ne peut s'appliquer aux Antilles.

Ch. OBLED et M. ROCHE ne sont pas choqués que le coefficient d'abattement puisse être supérieur à 1, si l'on travaille sur de très petites surfaces. B. POUYAUD maintient des réserves sur l'utilisation de l'abattement, établi sur l'ensemble des événements pluies, quelle qu'en soit la nature, lorsque l'on sait qu'en cas de ligne de grains généralisée, le coefficient d'abattement effectif peut être sur de grandes surfaces > 1000 km<sup>2</sup> bien supérieures au résultat des formules.