

Prévision des crues de la Meurthe et de la Moselle par des modèles stochastiques à base de régressions simples ou multiples

Y. L'HÔTE,
Ingénieur Hydrologue à l'ORSTOM

RÉSUMÉ

L'article reprend, pour partie, les résultats d'une étude faite pour le compte du Service de la Navigation de Nancy qui souhaitait disposer d'un modèle mathématique léger et peu onéreux à mettre en œuvre, lui permettant, entre autres, la prévision des crues de la Moselle française (11 500 km²), et ceci en utilisant au mieux les observations limnigraphiques récentes et de bonne qualité.

Pour chacun des quatorze sites retenus, nous proposons l'un des deux types de modèles suivants correspondant chacun à l'appareil de mesure disponible (les deux types pouvant être retenus complémentaires à une même station) :

- Dans le cas d'une échelle non étalonnée, emploi d'un abaque obtenu par régression simple des hauteurs avec celles d'une échelle située en amont, compte tenu du temps de parcours de la crue entre ces deux échelles.
- Pour une station étalonnée (limnigraphe en général), emploi d'une relation linéaire correspondant à la meilleure régression multiple entre le débit à prévoir et différents débits ou accroissements de débits observés antérieurement à la station et à différentes stations situées en amont.

Ces modèles proposés correspondent aux besoins exprimés par le Service de la Navigation, puisque :

- ils permettent des antériorités de prévision comprises entre 4 et 29 heures, selon le site considéré,
- pour leur mise en œuvre, ces modèles ne nécessitent que la connaissance du débit instantané à l'heure d'émission (et à des heures antérieures) à quatorze stations du réseau, parmi lesquelles les stations prévues ; ce nombre peut éventuellement être réduit selon les impératifs financiers.

Nous proposons l'installation d'appareils télétransmetteurs à ces stations, trois appareils étant déjà en fonctionnement.

Différentes simulations faites sur les crues de 1977 à 1979 (n'ayant pas servi au calage des modèles), mais aussi les prévisions réelles effectuées depuis octobre 1979 ont donné des résultats jugés satisfaisants par le maître d'œuvre.

ABSTRACT : *Floods forecasting on Meurthe and Mosel rivers, with stochastic models, using regressions upon one or more variables.*

This paper summarizes the results of a survey carried out according to the terms of a contract between ORSTOM and Navigation Department of Nancy (France), which needed to obtain a simple and economical mathematical model for floods forecasting on the french part of the Mosel (11 500 km²); this model was expected to utilize the most recent and good quality recording-gauge data.

For each fourteen selected sites, we propose one model related to one of the two following types of installation (both of these possibilities can be retained) :

- *In case of no rating stage gauge, we give regression graph of river gauges, including mean flood travel time.*
- *For gauged water level recorders, we give linear formulas obtained by investigating the better regression of forecasted discharge upon actual and former discharges or increases of flow at forecasting and upstream recording gauges.*

The selected models comply with Navigation Department's requirements :

- *they allow for estimating anteriorities from 4 to 29 hours, depending on drainage pattern,*

— we need to get only 14 actual (and former) rates of discharge, including forecasting sites; this number can be reduced according to financial necessities. At each site, we propose to install transmitting water gauge, three apparatus were set up on these sites already.

The tests made with floods from 1977 to 1979 (not used during the calibration phase), and also the real forecasts made since October 1979, give results which satisfy the requirements.

SOMMAIRE

1. *Introduction*
2. *Exposé du problème — Données disponibles*
3. *Aménagements hydrauliques anciens et récents — Leurs conséquences sur la prévision*
 - 3.1. *Mouvement de vannes, moyennes mobiles*
 - 3.2. *Influence des travaux*
4. *Deux exemples de modélisation simple*
 - 4.1. *Détermination des temps de parcours — Utilisation pour la prévision*
 - 4.2. *Régressions simples pour certaines prévisions de hauteurs*
5. *Le modèle de prévision par régressions multiples*
 - 5.1. *Equation de régression — Méthode des corrélations multiples*
 - 5.2. *Programmation FORTRAN*
 - 5.3. *Exemple de sortie d'imprimante d'ordinateur*
6. *Deux exemples de modèles par régressions multiples*
 - 6.1. *Prévision des crues à Hauconcourt*
 - 6.1.1. *Prévisions avec des antériorités de 6 à 12 heures*
 - 6.1.2. *Prévisions avec antériorités de 14 à 20 heures*
 - 6.2. *Prévision des crues à Epinal*
7. *Synthèse des résultats*
 - 7.1. *Tableau de synthèse — Généralités sur l'utilisation du modèle par régressions multiples*
 - 7.1.1. *Variables explicatives retenues*
 - 7.1.2. *Précisions obtenues*
 - 7.2. *Directives pour la mise en œuvre effective des modèles de prévision*
8. *Simulations et prévisions réelles effectuées par le Service de la Navigation*
9. *Conclusion*
10. *Bibliographie*

1. INTRODUCTION

Dans le but d'élargir son domaine de recherche et ses compétences, le Service Hydrologique de l'ORSTOM s'est intéressé, dès 1974, à un appel d'offre émanant du Service de la Navigation de Nancy (Ministère des Transports) pour l'établissement d'un modèle mathématique destiné à la prévision des débits et (ou) hauteurs de la Moselle et de la Meurthe, aussi bien en période de crue qu'en étiage : soit sur un bassin de 11 500 km².

Le présent article est le résumé de deux rapports contractuels remis en 1978 et 1979 [7 et 8], que l'on a complétés par un certain nombre de simulations et de résultats de prévisions réelles de crues effectuées par le Service de la Navigation avec les modèles proposés.

Nous ne traitons ici que des modèles stochastiques basés sur des régressions simples ou multiples qui ont été proposés pour la prévision des crues aux 14 stations hydrométriques sélectionnées. Par contre, nous n'abordons pas un certain nombre d'autres travaux ou essais figurant dans les rapports, à savoir :

- La prévision des débits d'étiage par la détermination du tarissement à chaque site ; travail effectué avec l'aide de J. Albergel et P. Chevallier.
- L'essai d'un modèle de propagation (méthode de Muskingum) envisagé pour la prévision sur la Moselle à Saint-Mard.
- Le travail de S. Pieyns sur l'utilisation d'un modèle déterministe à pas de temps horaire, prenant en compte la pluviographie, et testé sur les bassins amont d'Épinal (1 219 km²) et de Saint-Dié (369 km²). Ce dernier modèle, intéressant du point de vue des antériorités de prévision, n'a pas été retenu compte-tenu de son manque de précision à l'échelle horaire.

2. EXPOSÉ DU PROBLÈME — DONNÉES DISPONIBLES

Le Service de la Navigation de Nancy est chargé, entre autres attributions, d'émettre les avis de crue sur l'ensemble des rivières navigables et flottables du bassin de la Moselle française ; ces annonces correspondent aux besoins suivants :

- a) La protection matérielle des riverains contre les inondations, se matérialisant par la prévision des hauteurs dépassant à chaque échelle limnimétrique la cote dite d'annonce, avec une antériorité de prévision variant de 6 à 24 heures.
- b) La détermination des possibilités de navigation qui doit être interrompue en cas de dépassement de la cote des plus hautes eaux navigables (P.H.E.N.). A l'inverse, la navigation est perturbée en étiage si le tirant d'eau devient trop faible.

Dans ce but, un certain nombre d'échelles limnimétriques d'annonce de crue, gérées par le Service de la Navigation, ont été installées parfois dès la fin du siècle dernier (cf. fig. 1), avec pour chacune d'entre elles trois cotes repères en crue que l'on peut caractériser comme suit :

- Cote d'annonce : on est en début de montée d'une crue, le Service doit émettre des prévisions.
- Cote d'inondation : quelques points bas de la zone inondable sont immergés.
- Cote d'alerte grave : l'ensemble de la zone inondable est immergé.

Ces échelles sont lues deux à trois fois dans la journée en dessous de la cote d'annonce, la fréquence des lectures étant augmentée au-dessus de cette hauteur. En général, aucun tarage suivi n'est établi spécialement par des jaugeages au site observé, et seules les données de hauteur sont disponibles.

D'autre part, des stations limnigraphiques du réseau, étalonnées et gérées par différents services, ont été implantées plus récemment, soit à proximité des échelles d'annonce de crue, soit à d'autres sites.

Onze échelles d'annonce de crue ont été sélectionnées par le Maître d'œuvre comme sites de prévisions à étudier, parmi lesquelles quatre sont situées à proximité d'une station limnigraphique du réseau, ce qui a permis leur étalonnage (fig. 1). Trois stations limnigraphiques : Saint-Mard, Custines et Hauconcourt, ont été adjointes au système ancien de prévision, du fait de leur situation géographique intéressante.

Pour émettre les prévisions en hauteur aux échelles d'annonce de crue, le Service de la Navigation utilisait jusqu'à présent, d'une part, une carte géographique où figurent les temps de parcours moyens des crues d'une échelle à l'autre obtenus empiriquement et, d'autre part, un certain nombre d'abaques où sont tracées les correspondances des lectures d'échelles lors de différentes fortes crues anciennes observées. Nous avons repris, en l'améliorant et en le précisant, ce système simple d'annonce des hauteurs lorsqu'il était le seul pouvant être mis en œuvre. Par contre, chaque fois que cela a été possible, et pour éviter certains inconvénients inhérents à l'utilisation des hauteurs (détarages, déplacements, etc., cf. § 4.2.), nous avons préféré établir des modèles de prévisions en débits, ces débits prévus pouvant être traduits en hauteurs par la suite.

Au total, c'est donc pour valoriser au mieux les mesures hydrologiques récentes, en particulier les données limnigraphiques assez nombreuses, qu'il nous a été demandé d'établir un modèle de prévision suffisamment simple pour pouvoir être mis en œuvre rapidement et aisément, ce qui entraînait :

- la prise en considération d'un nombre suffisant, mais relativement restreint, de facteurs conditionnant la connaissance de la propagation de la crue (stations hydrologiques ou climatologiques à équiper de télétransmetteurs), trois stations étant déjà équipées à Damelevières, Toul et Hauconcourt ;

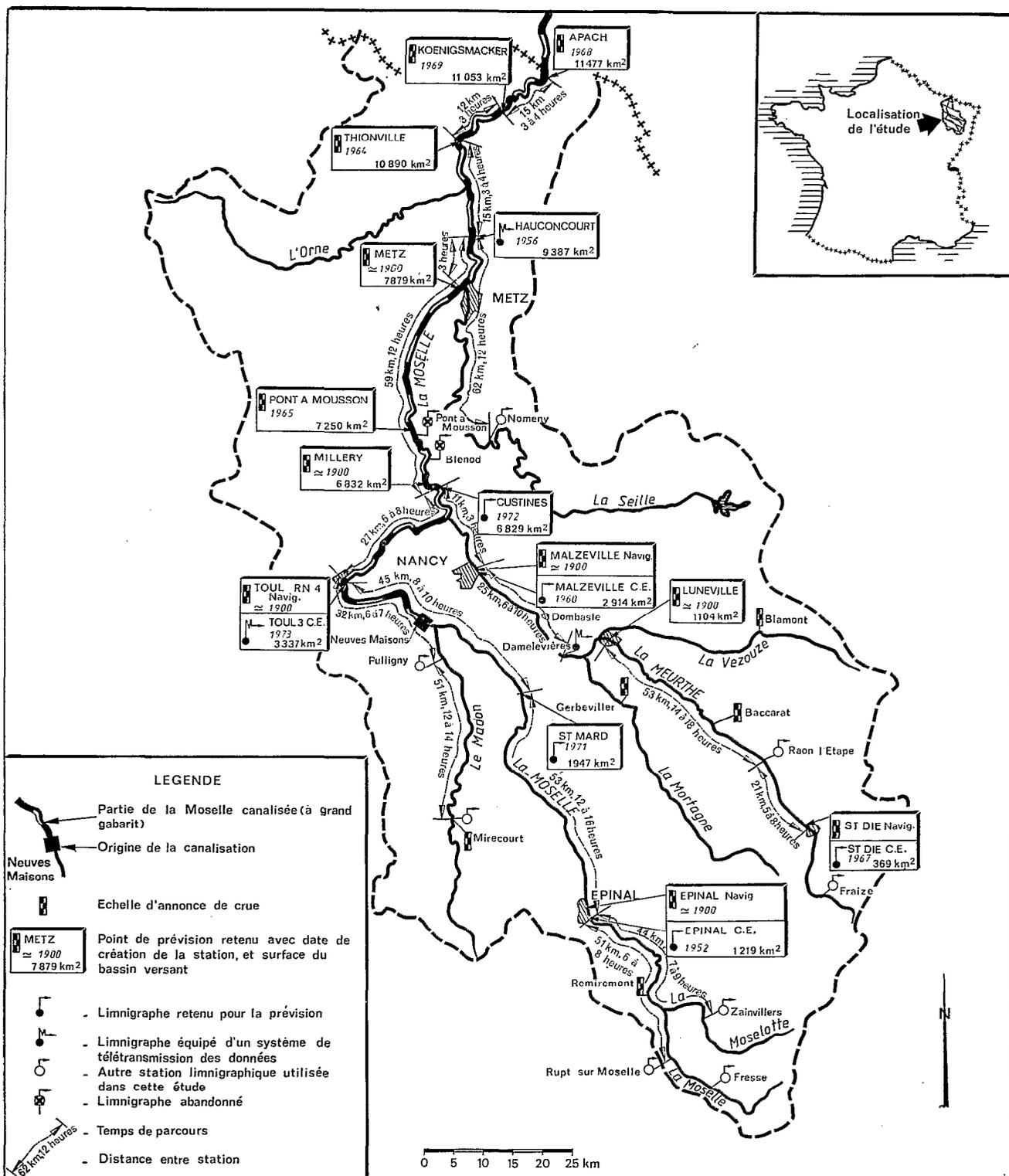


Fig. 1. — Points de prévision retenus

- l'utilisation de moyens de calcul légers, de type calculatrice ou petit ordinateur de bureau ;
- l'emploi d'abaques, éventuellement.

Au sujet des données disponibles, nous avons travaillé sur la période 1962 à 1974 ; ces données nous ont été remises en général sous forme d'images-cartes portées sur bandes magnétiques :

- Pour les limnigraphes nous disposons, d'une part, des courbes de tarage dressées par les services gestionnaires et, d'autre part, des dépouillements semi-automatiques des limnigrammes avec des pas de temps fixes de 24, 8 et 2 heures selon la complexité de la courbe, soit 1, 3 ou 12 relevés par jour.
- Pour les échelles, nous disposons, sur la même période 1962 à 1974, de 1 à N relevés par jour.

D'autre part, nous avons largement exploité le cahier d'annonce des crues tenu à jour depuis plus de trente ans et sur lequel l'ingénieur chargé des prévisions note, au fur et à mesure qu'elles lui parviennent par téléphone, les cotes aux différentes échelles.

Le volume des données manipulées a été considérable ; ainsi pour les seules hauteurs d'eau instantanées, il s'est agi de l'équivalent de 100 000 cartes perforées environ.

Tous les services gestionnaires ou détenteurs de données hydrologiques ou climatologiques du bassin de la Moselle ont été mis à contribution, tant pour la fourniture des données brutes (hauteurs d'eau instantanées, relevés pluviographiques et pluviométriques) que pour l'interprétation de ces données (courbes de tarage, critique des relevés, connaissance du terrain, vérification des hypothèses, etc.). En dehors du Maître d'œuvre, les services suivants ont été concernés :

- Service de l'Industrie et des Mines de Bourgogne - Franche-Comté, Subdivision d'étude des débits des cours d'eau ; anciennement : Circonscription Electrique Est, à Dijon.
- Service Régional de l'Aménagement des Eaux de Lorraine (Ministère de l'Agriculture), à Metz.
- Agence Financière de Bassin Rhin - Meuse, à Metz.

3. AMÉNAGEMENTS HYDRAULIQUES ANCIENS ET RÉCENTS — LEURS CONSÉQUENCES SUR LA PRÉVISION

Le cours entier de la Moselle sur lequel nous avons travaillé, soit d'Epinal à la frontière franco-allemande, et celui de la Meurthe entre Dombasle et la confluence Meurthe-Moselle sont suivis ou empruntés par un réseau de canaux : Canal de l'Est entre Epinal et Toul, Canal de la Marne au Rhin entre Toul et Dombasle, Canaux de la Moselle et des Mines en aval de la confluence jusqu'à la frontière.

Il est prévisible que ce système de canaux avec barrages mobiles, écluses, canaux de jonction, prises et rejets, doit influencer le régime des cours d'eau étudiés ; cependant, cette influence est sans doute plus nette en étiage qu'en crue.

Plus récemment (à partir de 1958), la canalisation de la Moselle à grand gabarit pour porter la capacité des péniches à 1 500 tonnes de Neuves-Maisons à la frontière (fig. 1) a entraîné toute une série de travaux hydrauliques commencés par l'aval et qui ont été achevés en 1980. Il s'est agi essentiellement des travaux suivants, classés du point de vue de leur influence décroissante prévisible sur les conditions d'écoulement en crue :

- Création, suppression ou modification de barrages mobiles ou de seuils (17 cas entre Toul et la frontière).
- Rectification du tracé du lit (6 exemples entre la confluence et la frontière).
- Création ou modification d'écluses ou de portes de garde (une dizaine).
- Travaux de calibrage ou dragage d'un chenal en rivière (pratiquement sur toute la partie canalisée à grand gabarit).

Cette activité humaine importante sur le cours d'eau principal nous a conduit à résoudre deux problèmes :

3.1. MOUVEMENTS DE VANNES, MOYENNES MOBILES

Bien que les mouvements de vannes (écluses ou barrages mobiles) soient moins gênants en crue qu'en étiage, il est apparu nécessaire, en cours d'étude, de tenter de s'affranchir de ces mouvements artificiels. Cette nécessité

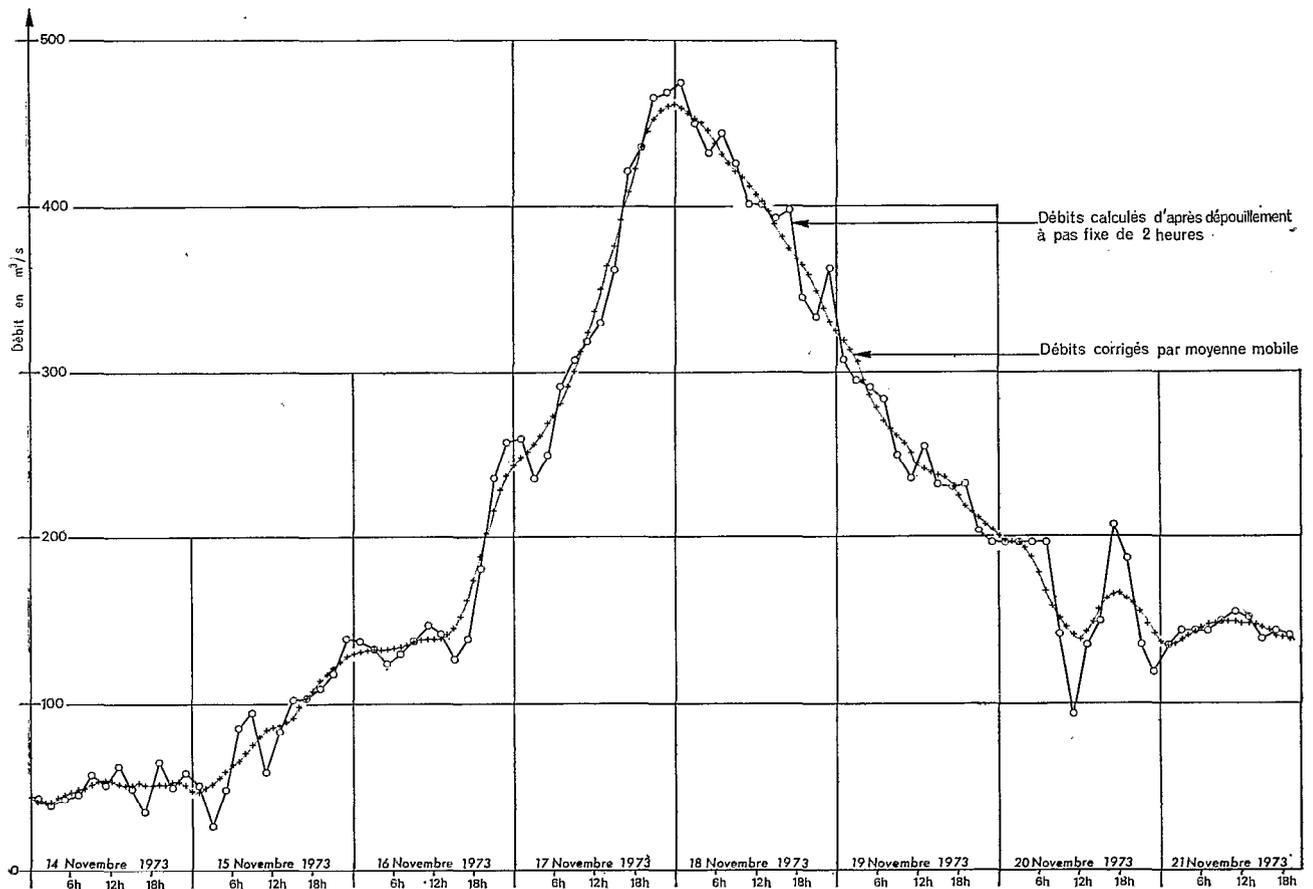


Fig. 2. — Utilisation d'une moyenne mobile sur 9 heures. La Moselle à Hauconcourt

s'est fait sentir en particulier lorsque l'on a voulu tester automatiquement par ordinateur si nous étions en crue ou décrue, ou s'il s'agissait seulement d'un mouvement artificiel.

Pour ce faire, et compte tenu des observations faites sur les limnigrammes ainsi que lors de nos visites sur le terrain, nous avons établi des moyennes mobiles sur 9 heures pour l'ensemble des stations aval, et sur 5 heures pour les stations en amont d'Epinal et de Saint-Dié compris. Les calculs faits par ordinateur sont les suivants :

$$Q \text{ à l'heure } H = \text{somme des } Q \text{ horaires de } H - 4 \text{ à } H + 4 / 9$$

$$Q \text{ à l'heure } H = \text{somme des } Q \text{ horaires de } H - 2 \text{ à } H + 2 / 5$$

La figure 2 représente le lissage des débits instantanés obtenu par ce procédé. On y note, ce qui est général, que l'hydrogramme est peu modifié et en particulier la perte en débit de pointe est relativement faible.

3.2. INFLUENCE DES TRAVAUX

Compte tenu des modèles mis en œuvre, à savoir des modèles stochastiques établis sur des événements antérieurs, simultanés ou postérieurs aux travaux, un point important à vérifier est de déterminer si les relations établies peuvent être influencées notablement ou non par ces travaux.

Dans le cas des crues, un point intéressant à signaler est l'escamotage des vannes mobiles aux barrages lors des fortes crues ; ces vannes couvrent en largeur la quasi-totalité du lit de la rivière (à Jouy, Pont-à-Mousson et Uckange, que nous avons visités), si bien qu'en crue on est ramené à l'équivalent d'un lit non barré et débitant à plein.

Ce point étant précisé, nous avons tenté de quantifier les modifications apparentes avant et après travaux, ceci afin soit de supprimer les observations antérieures aux travaux, soit de définir une évolution prévisible pour les zones où les travaux étaient prévus ou en cours lors de la réalisation de la présente étude. En fait, le problème n'est pas simple à résoudre, car un certain nombre de stations de jaugeage ont été déplacées précisément pour tenter d'échapper à l'évolution des travaux, c'est le cas en particulier des stations de Toul 1, 2 et 3 et de Pont-à-Mousson, puis Blénod, puis Custines.

Néanmoins, quelques essais détaillés, d'une représentativité que l'on pourra certes critiquer, ont montré :

- a) que le temps de parcours des pointes de crue entre Pont-à-Mousson et Hauconcourt (fig. 3) et entre Toul et Hauconcourt (fig. 4) ne semblent pas différents avant travaux (avant 1963), pendant et après travaux (à partir de 1972 pour Custines) ;
- b) que la relation hauteur-hauteur, établie point par point lors des crues, entre Metz et Hauconcourt (fig. 5 et 6) est restée identique à elle-même avant ou pendant travaux (symboles 0 et 1 à 4) et après travaux (nos 5, 6 et lettres).

Une autre méthode d'investigation, pour appréhender une modification éventuelle du fait des travaux, consisterait à comparer les relations d'écoulement (modèle de propagation) avant et après travaux. Nous nous heurtons, là encore, au déplacement de la station centrale (Pont-à-Mousson, puis Blénod, puis Custines). Il semble, du reste, que les incertitudes sur les courbes de tarage avant travaux soient du même ordre, sinon plus importantes, que les modifications éventuelles que l'on tenterait de mettre en évidence.

Au total, nous avons donc considéré que les conditions d'écoulement n'ont pas été profondément affectées par les travaux de canalisation, tout au moins lors des crues (à partir des cotes d'annonces pour fixer les idées). Ceci nous a amené à utiliser toutes les données disponibles depuis 1962 et même antérieurement, depuis la crue historique de 1947 comprise.

4. DEUX EXEMPLES DE MODÉLISATION SIMPLE

Lorsque l'ingénieur chargé des prévisions constate que la cote d'annonce est atteinte et qu'une crue arrive, il doit répondre aux deux questions suivantes :

- a) Jusqu'à quand la crue va-t-elle monter ?
- b) Jusqu'à quelle hauteur (ou débit) ? en précisant en outre l'horaire de chaque hauteur (ou débit) prévue.

La réponse à la première question est donnée dans le paragraphe 4.1.

La réponse à la deuxième question est apportée par le paragraphe 4.2., tout au moins en ce qui concerne la prévision des hauteurs aux échelles de crue.

4.1. DÉTERMINATION DES TEMPS DE PARCOURS — UTILISATION POUR LA PRÉVISION

A la suite des auteurs américains [6], nous distinguons :

- *Le temps de parcours* (time of travel) = temps écoulé entre les deux pointes de crue à l'amont et à l'aval.
- *Le temps de réponse* (lag time) = temps séparant le centre de la masse de l'hydrogramme d'entrée, du centre de la masse de l'hydrogramme de sortie du bief.

Compte tenu des données disponibles et en particulier des seules données de hauteur sur les échelles de crue, c'est bien évidemment le temps de parcours des pointes de crue qui est le plus aisé à déterminer.

Sa connaissance peut être utilisée directement ou en complément des modèles proposés pour prévoir quelle sera la tendance à venir à une station, en particulier lorsque l'on a fourni un modèle de prévision de débit applicable en montée différent de celui de la décrue (cf. partie 6 ci-dessous).

Nous avons reproduit sur la carte (fig. 1) les temps de parcours moyens déterminés entre les différentes stations se succédant sur la Moselle et la Meurthe. Grâce à ces valeurs, on peut par exemple estimer la tendance à Hauconcourt avec les antériorités suivantes :

- 12 heures à partir de l'hydrogramme de Custines
- 15 heures (12 + 3) » » Malzéville
- 19 heures (12 + 7) » » Toul
- 28 heures (19 + 9) » » Saint-Mard
- éventuellement — 42 heures (28 + 14) » » Epinal

Nous ne cachons pas qu'il existe une dispersion des temps de parcours autour de la valeur moyenne ; par exemple entre Toul et Hauconcourt (fig. 4), pour une moyenne choisie de 19 heures, le temps varie entre 8 et 32 heures si l'on ne tient pas compte de la valeur du débit comme cela est fait ci-dessous. Pour chacune des stations de prévision, la dispersion des temps de parcours autour de la moyenne peut être estimée sur des graphiques (comparables aux figures 3 et 4) donnés dans les rapports contractuels.

Il a été fructueux parfois de corréler la valeur du temps de parcours avec celle du débit de pointe à la station amont. Ainsi, sur la figure 4, on voit nettement une augmentation du temps de parcours entre Toul et Hauconcourt parallèlement à l'augmentation du débit de pointe de crue, puisqu'on passe de 14 à 24 heures entre 230 et 500 m³/s mesurés à Toul.

Ce cas de croissance du temps avec le débit serait assez généralisé d'après les auteurs américains [6] ; en fait, pour les autres stations étudiées sur la Moselle, le schéma n'est pas toujours aussi net et nous trouvons même peut-être une décroissance du temps de parcours entre Epinal et Saint-Mard au-dessus de 400 m³/s. Ce type de décroissance avait déjà été figuré dans les réglottes de Bachet, par exemple sur la Loire entre Gien et Orléans [1].

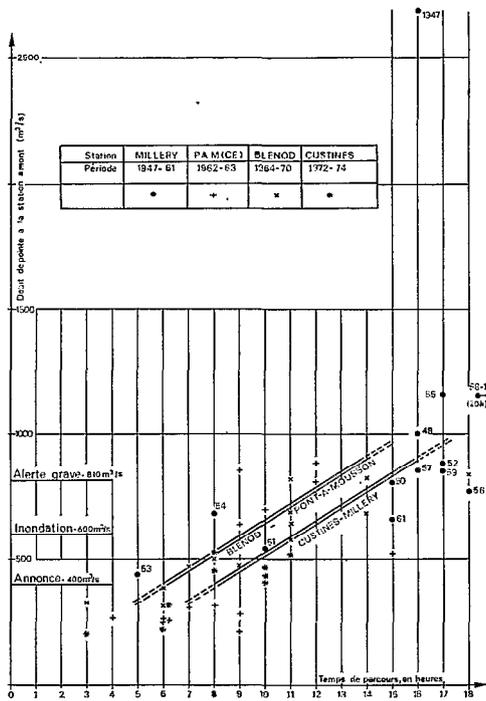


Fig. 3. — Temps de parcours des pointes de crue entre Custines - Millery - Pont-à-Mousson - Blenod et Hauconcourt

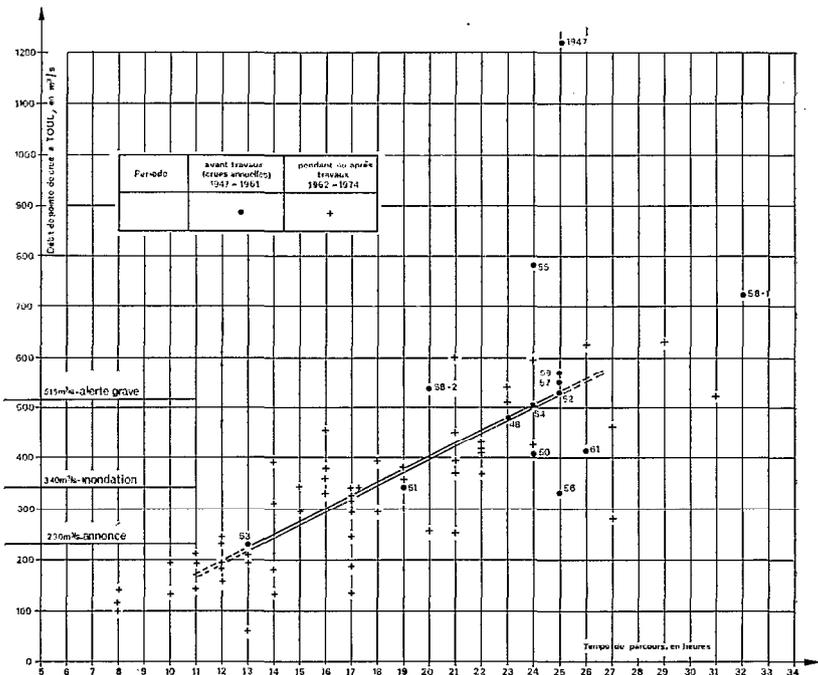


Fig. 4. — Temps de parcours des pointes de crue entre Toul et Hauconcourt

4.2. RÉGRESSIONS SIMPLES POUR CERTAINES PRÉVISIONS DE HAUTEURS

Bien que les prévisions que doit émettre le Service de la Navigation soient faites en hauteurs, nous avons choisi d'établir le plus souvent possible des régressions sur les débits, et ceci pour éviter les inconvénients inhérents à l'utilisation de hauteurs :

- détarage possible des stations (du fait des travaux en particulier),
- déplacement des stations dans le temps, donc du calage des échelles successives.

Enfin, nous avons constaté que les régressions multiples établies avec les débits sont sensiblement linéaires et continues sur une large plage (anamorphose obtenue par la courbe de tarage), ce qui n'est pas le cas avec les hauteurs, compte tenu de l'existence de zones de débordement en particulier.

Pour un certain nombre d'échelles de crue il n'a cependant pas été possible d'établir une courbe de tarage satisfaisante, par exemple pour les échelles aval de Metz, Thionville, Koenigsmacker et Apach. Pour ces quatre échelles, nous avons proposé au maître d'œuvre d'extrapoler la prévision faite sur les débits (transformés en hauteurs par le tarage) au limnigraphe d'Hauconcourt, où l'antériorité peut aller jusqu'à 20 heures à partir de Toul et Malzéville. La hauteur prévue à Hauconcourt permet de fournir une prévision aux quatre échelles avec un décalage de temps correct, grâce à des graphiques de régression simple obtenus par pointé des cotes des crues anciennes. On arrive ainsi aux antériorités maximales suivantes :

Metz	$20 - 3 = 17$ heures
Thionville	$20 + 3 = 23$ heures
Koenigsmacker	$20 + 6 = 26$ heures
Apach	$20 + 9 = 29$ heures

Les figures 5 à 8 donnent les relations établies entre Hauconcourt, d'une part, Metz et Apach, d'autre part. Sur ces graphiques on peut faire les quatre remarques ci-dessous :

- a) A Metz et à Apach, et cela est assez général dans notre étude sur la Moselle, la régression établie en montée est applicable en décrue, ce qui n'était pas évident a priori.
- b) Pour l'établissement de ces régressions, on a utilisé non seulement les mesures faites en pointes de crue mais aussi les lectures correspondant entre elles, tant en montée qu'en décrue (avec un décalage horaire fixe égal au temps de parcours). Les points représentatifs de la montée (et de la décrue) s'inscrivent assez bien autour des pointes de crue ; ainsi une relation établie avec les seules pointes aurait pu être appliquée directement pour les montées (et les décrues).

Bien que pour les régressions établies avec Thionville et Koenigsmacker, la dispersion autour des pointes ne soit pas aussi bien répartie, cette identité des résultats en montée et en pointes de crues seules méritait d'être mise en évidence.

- c) La dispersion des points autour du tracé moyen retenu fournit l'équivalent d'une « précision graphique » de ± 25 cm à Metz et de ± 40 cm à Apach, pour une prévision obtenue à partir d'un débit estimé à Hauconcourt.
- d) Dans le cas des régressions entre Hauconcourt et Metz, la répartition des points représentatifs des crues avant travaux (nos 0 à 4) et celle des crues pendant et après travaux (nos 5, 6 et lettres) ne permettent pas de distinguer nettement une influence des travaux de canalisation sur les régressions établies (cf. ci-dessus, § 3.2.).

5. LE MODÈLE DE PRÉVISION PAR RÉGRESSIONS MULTIPLES

5.1. EQUATION DE RÉGRESSION — MÉTHODE DES CORRÉLATIONS MULTIPLES

Si l'on considère une population finie de n observations portant sur k variables $X_1, X_2, X_3 \dots X_k$, l'approximation de X_1 en fonction des autres variables s'appelle la *régression* de X_1 en $X_2, X_3 \dots X_k$. Elle peut s'envisager sous la forme de la relation stochastique suivante :

$$X_1 = f(X_2, X_3, \dots, X_k) + \varepsilon \quad (1)$$

X_1 étant la variable dépendante, ou variable à expliquer

$X_2, X_3 \dots X_k$, les variables indépendantes ou explicatives

ε le résidu, qui est une variable aléatoire de moyenne nulle.

La relation (1) peut s'écrire sous la forme de l'expression linéaire :

$$X_1 = a_2 X_2 + a_3 X_3 + \dots + a_k X_k + \varepsilon \quad (2)$$

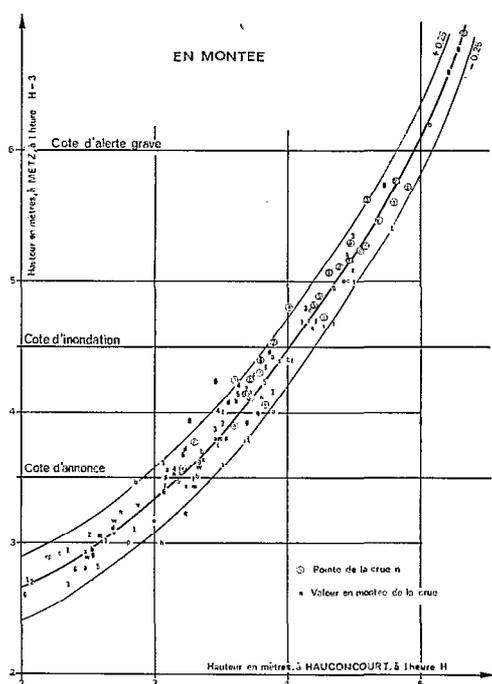


Fig. 5. — Relation hauteur - hauteur entre Hauconcourt et Metz, en montée (décalage de 3 heures)

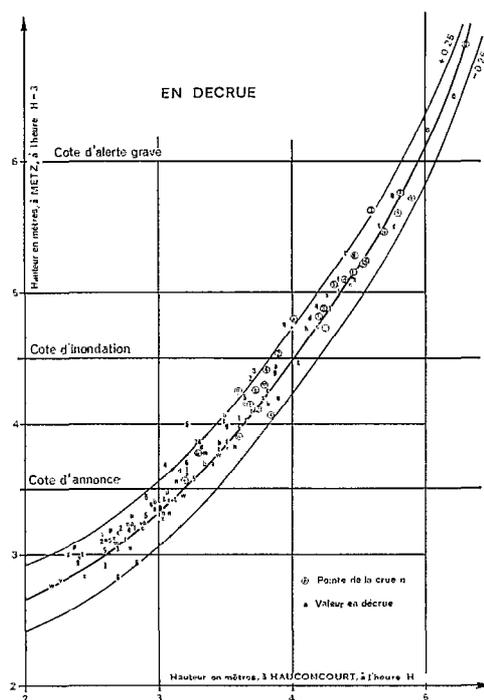


Fig. 6. — Relation hauteur - hauteur entre Hauconcourt et Metz, en décrue (décalage de 3 heures)

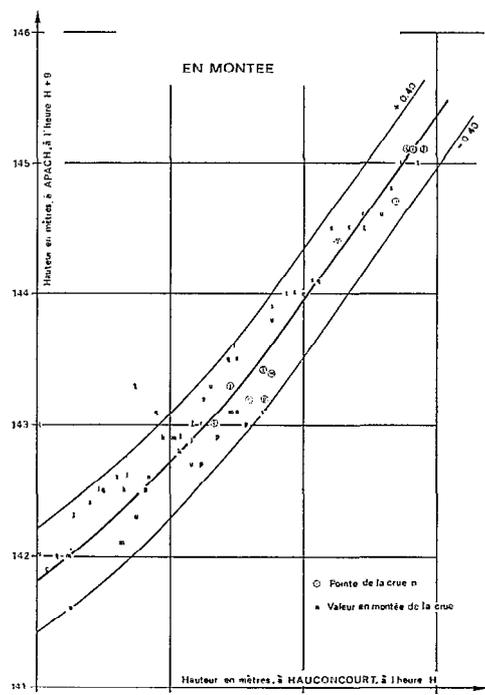


Fig. 7. — Relation hauteur - hauteur entre Hauconcourt et Apach, en montée (décalage de 9 heures)

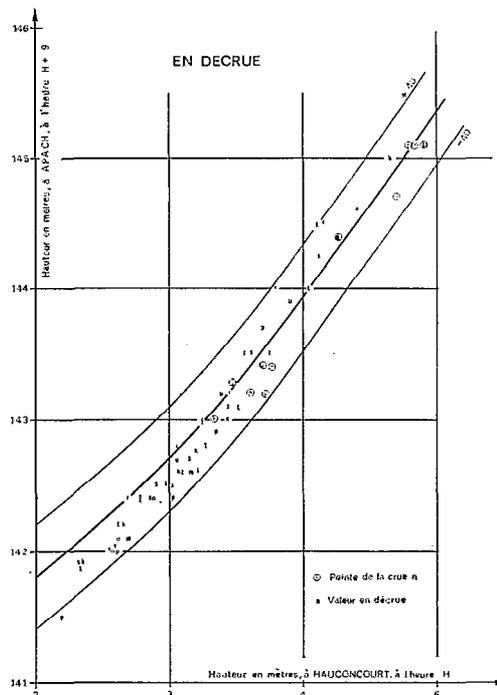


Fig. 8. — Relation hauteur - hauteur entre Hauconcourt et Apach, en décrue (décalage de 9 heures)

où

$a_2, a_3 \dots a_k$ sont des paramètres d'ajustement calculés d'après l'échantillon disponible.

Dans le cas des prévisions nous intéressant, on a considéré l'expression (2) en prenant :

- pour variable dépendante le débit à prévoir dans N heures à la station X_1 ,
- pour variables explicatives les débits ou accroissements de débits N heures (au moins) avant l'heure prévue, à la station X_1 et à différentes autres stations $X_2, X_3 \dots X_k$ choisies judicieusement en amont de X_1 .

Le choix des variables ayant été fait, il fallait s'assurer qu'elles répondent bien aux hypothèses de l'analyse de corrélation multiple, en particulier, nous avons vérifié que les conditions suivantes étaient réunies :

- Les erreurs de mesure sont négligeables par rapport à la variabilité des débits.
- La non auto-corrélation des débits observés successifs a été obtenue par un espacement suffisant des points sélectionnés sur les hydrogrammes.
- Il y a homoscedasticité de la distribution des résidus. Cette condition a été vérifiée avec des dessins automatiques faits à la table traçante, sur lesquels nous avons corrélé des débits successifs en montée ou en décrue à deux stations (fig. 9). On voit que quelles que soient la position et la dimension d'un intervalle de débit

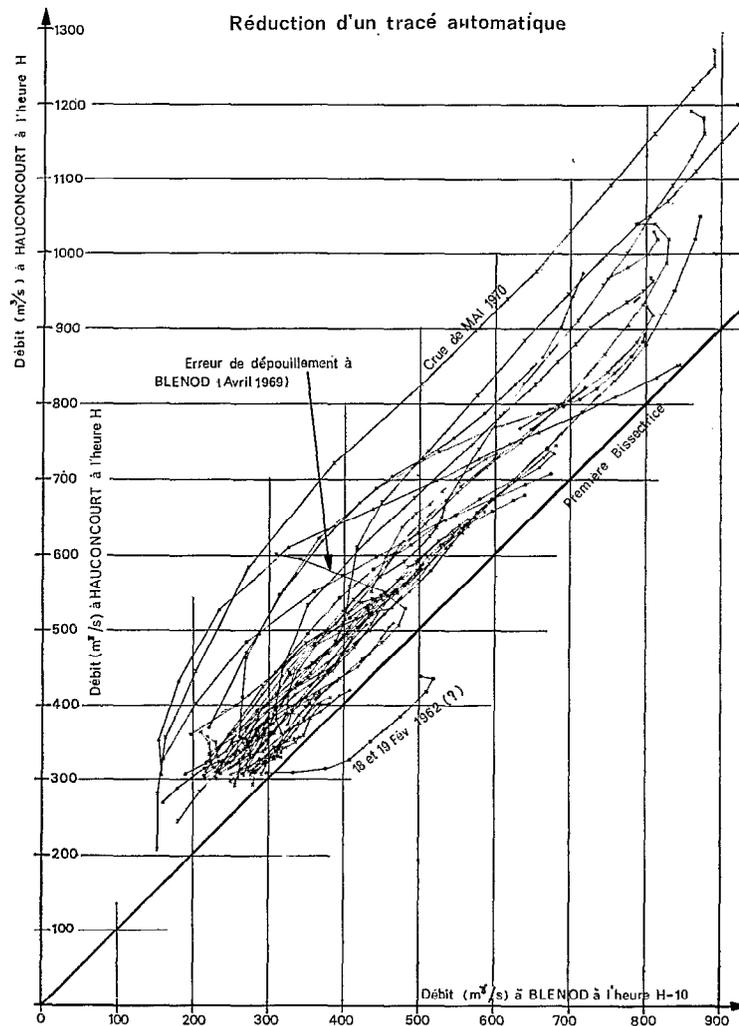


Fig. 9. — Relation débit - débit entre Hauconcourt et Blenod en montées)

à une station, les débits correspondants sur l'autre station sont distribués avec une variance indépendante de l'intervalle choisi sur toute la plage étudiée (300 à 1 300 m³/s) ; on obtient en effet des faisceaux de tracés sensiblement parallèles entre eux, sans formation d'un éventail, par exemple.

5.2. PROGRAMMATION FORTRAN

Le programme utilisé a été écrit dans sa partie principale par P. TOUCHEBEUF DE LUSSIGNY qui en a donné une description dans l'article [10], dont nous extrayons les points essentiels :

La sélection des variables explicatives *significatives* est effectuée par la méthode « Stepwise » (ou méthode par paliers successifs) qui comprend :

- Le calcul des moyennes et écarts-types des valeurs observées de la variable dépendante et de toutes les variables soumises à la sélection (cf. partie E du tableau n° 2) ;
- Le calcul des coefficients de corrélation simple de toutes les variables prises deux à deux (cf. partie F du tableau n° 2) ;
- Les calculs de sélection des variables explicatives commencent alors avec le choix successif d'abord d'une première variable explicative (le coefficient de corrélation simple le plus élevé) puis des différentes variables permettant d'expliquer la plus grande part de la variance résiduelle. Ces variables sont retenues ou rejetées d'après les résultats du test global d'ajustement F de FISCHER-SNEDECOR en se basant sur un seuil de signification fixé à l'avance par l'opérateur et désigné FIN. Chaque fois qu'une nouvelle variable a subi favorablement le test F partiel (avec seuil FIN) et a été introduite dans la régression, toutes les autres variables explicatives introduites précédemment sont à nouveau testées (avec seuil FOUT) comme si elles avaient été ajoutées en dernière position. Suivant le résultat de ce test, elles sont conservées ou éliminées de la régression.

La partie G du tableau n° 2 donne un exemple de sortie d'un tel calcul au cours duquel les deux variables explicatives n° 3 et 1 ont été retenues successivement.

De diverses remarques limitatives d'utilisation de ce programme, on retiendra qu'il faut se méfier de l'extrapolation de l'équation de régression en dehors du champ d'observations sur lequel elle a été établie. Dans la présente étude de prévision des crues de la Moselle, nous avons limité le choix des points à corrélérer entre un débit de moyennes eaux (en général légèrement inférieur à celui de la cote d'annonce) et le débit maximal observé. En pratique, les modèles établis ne devraient être utilisés qu'entre ces deux valeurs.

En dehors du programme principal (MAIN), nous avons décrit une dizaine de sous-routines (environ 1 500 instructions FORTRAN) permettant la recherche ou le calcul des variables à tester suivantes :

- Débit à la station X₁, variable dépendante.
- Débit à la station X₂, variable explicative, avec décalage horaire.
- Somme des débits à deux stations X₃ et X₄, avec ou non décalage horaire entre elles.
- Accroissement de débit (d'ordre 1), entre les horaires H-T et H pour une station X₅, ou pour la somme des débits à deux stations X₆ et X₇.
- Accroissement de débit d'ordre 2 obtenu par différence des accroissements entre les périodes (H ; H — $\frac{1}{2}$ T) et (H — $\frac{1}{2}$ T ; H — T). C'est l'équivalent simplifié de la dérivée de l'accroissement d'ordre 1 ci-dessus.

Les possibilités suivantes ont été introduites dans la programmation :

- Choix manuel des points à corrélérer ou choix automatique avec un écart de temps minimal entre deux points (variable JECARJ).
- Possibilité d'étudier la corrélation sur les seuls points en montée ou en décroue, ou sur l'ensemble des données.
- Par tirage dans une matrice générale des valeurs sélectionnées (partie C du tableau n° 1), possibilité d'effectuer, en un seul passage à l'ordinateur, N calculs de corrélation pour N antériorités choisies. Par exemple : avec deux stations ayant un temps de parcours de 12 heures entre elles, quatre calculs de corrélations sont effectués pour 6, 8, 10 et 12 heures d'antériorité de prévision.

5.3. EXEMPLE DE SORTIE D'IMPRIMANTE D'ORDINATEUR

Les tableaux 1, 2 et 3 sont des reproductions partielles d'une sortie d'ordinateur. On les lit comme suit :

Tableau 1

— Partie A :

Il s'agit du titre « Essais de régressions pour la prévision des débits à Saint-Mard (SMAR) à partir des débits observés à Saint-Mard et à Epinal (EPIN) ». Le temps de propagation retenu est de 12 heures ; on va étudier dans ce seul passage les quatre antériorités de prévision suivantes : 6, 8, 10 et 12 heures.

— Partie B :

La limite inférieure du débit (à Epinal) est de 150 m³/s, le débit supérieur est illimité (le maximum maximum estimé à la frontière franco-allemande se trouve bien en dessous de 9 998 m³/s). Avec les neuf années communes (1962, 63...), on a fait un tirage automatique des points uniquement en *montée* de crue, l'écart minimal entre deux points étant de 8 heures.

— Partie C :

C'est la matrice générale des valeurs sélectionnées permettant une vérification éventuelle ultérieure :

- Les quatre dernières colonnes (n^{os} 10 à 13) correspondent aux débits à prévoir à Saint-Mard avec des antériorités (ligne : Temps prévis.) de 6, 8, 10 et 12 heures. Ce seront les variables dépendantes pour chacun des quatre calculs de régression qui seront effectués.
- La colonne 9 est le débit à Saint-Mard à l'heure d'émission de la prévision ; il s'agit d'une variable explicative testée dans chacun des quatre calculs.
- Les colonnes 1 à 4 donnent les accroissements d'ordre 1 (ACQ1) du débit à Epinal pour chacun des temps de prévisions 6, 8, 10, 12. Cet accroissement est calculé sur l'intervalle de temps (— 12, — 6) (— 12, — 4), etc. avant l'heure H = 0 d'émission de la prévision (cf. les deux dernières lignes).
- Les colonnes 5 à 8 donnent les accroissements d'ordre 2 (ACQ2) à Epinal sur les périodes mentionnées.

Tableau 2

Il est sorti en fait quatre tableaux de ce type, un pour chaque antériorité (6, 8, 10 et 12 h). Nous reproduisons ici celui correspondant à l'antériorité de 10 heures (cf. le bas de la partie D).

— Partie D :

Les variables explicatives et dépendantes sont rappelées et numérotées.

— Partie E :

Calcul des moyennes et écarts-types de chacune des variables.

— Partie F :

Calculs des coefficients de corrélation simple de toutes les variables prises deux à deux.

— Partie G :

Il s'agit des résultats des calculs par la méthode Stepwise donnant pour chaque palier le choix de la variable introduite. Par exemple : au palier n^o 2 c'est la variable 1 (accroissement d'ordre 1 à Epinal) qui est sélectionnée et conservée comme expliquant la plus grande part de la variance résiduelle. On voit que :

- L'écart-type résiduel a été fortement diminué du premier au deuxième palier : de 52,4 à 30,8 m³/s.
- Conjointement, le coefficient de corrélation multiple qui permet d'apprécier la validité de la régression retenue (par comparaison à la valeur 1,000 pour une relation fonctionnelle) est amélioré de 0,877 à 0,960.

Le tableau donne en outre les valeurs du test d'ajustement F, ainsi que celles des coefficients à appliquer si l'on juge la régression suffisamment bien établie, ce qui a été le cas. La régression retenue pour la prévision dans dix heures à Saint-Mard, en montée de crue, s'écrit donc :

$$Q \cdot \text{SMAR}_{H+10} = 1,135 Q \cdot \text{SMAR}_H + 0,734 \text{ ACQ1} \cdot \text{EPIN}_{(-12-2)}$$

BASSIN DE LA MOSELLE

REGRESSIONS MULTIPLES ENTRE LE DEBIT (OU HAUTEUR OU ACCROISSEMENT) A PREVOIR DANS T HEURES (VARIABLE DEPENDANTE) LE DEBIT (OU HAUTEUR) A LA STATION DE PREVISION (VARIABLE EXPLICATIVE) ET LES DEBITS (OU HAUT. OU ACCR. OU SOMME DE DEBITS) A DES STATIONS AMONT (VARIABLES EXPL.)

ENTRE LES STATIONS SUIVANTES: EPIN SMAR
STATION DE PREVISION (VAR. DEPENDANTE): SMAR

TEMPS DE PROPAGATION CONNES:
DE EPIN A SMAR 12 HEURES

NOMMRE D'ANTERIORITES CHOISIES: 4 A SAVOIR (EN HEURES): 6 8 10 12

L'ETUDE A ETE LIMITEE DE LA MANIERE SUIVANTE A LA STATION A PREVOIR:

LE DEBIT (A L'HEURE DE PREVISION) DOIT ETRE COMPRENS ENTRE: 150. ET 999. M3/S
SEULES LES MONTRES SONT ETUDIEES

NOMMRE D'ANNEES CHOISIES: 9 A SAVOIR: 62 63 64 65 66 67 70 72 73

METHODE RETENUE POUR DEFINIR LES POINTS A CONFLUENT:
CHOIX AUTOMATIQUE AVEC UN ESPACEMENT MINIMUM ENTRE LES POINTS DE: 6 HEURES

MATRICE GENERALE DES VALEURS SELECTIONNEES

LES 4 DERNIERES COLONNES REPRESENTENT LES VALEURS A PREVOIR (VARIABLES DEPENDANTES)
LA COLONNE PRECEDENTE EST LE DEBIT (OU HAUT.) A L'HEURE DE PREVISION (VAR. EXPLICATIVE)
LES COLONNES PRECEDENTES PAR GROUPE DE 4 SONT LES AUTRES VARIABLES EXPLICATIVES

Colonnes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
NATURE CONNEE:	ACQ1	ACQ1	ACQ1	ACQ1	ACQ2	ACQ2	ACQ2	ALOP	DEBI	DEBI	DEBI	DEBI	DEBI
NOM STATION:	EPIN	EPIN	EPIN	EPIN	EPIN	EPIN	EPIN	EPIN	SMAR	SMAR	SMAR	SMAR	SMAR
TEMPS PROPAG:	-12	-12	-12	-12	-12	-12	-12	-12	0	0	0	0	0
TEMPS PREVIS:	6	8	10	12	6	8	10	12	0	6	8	10	12
HORAIRE=PHO+PHE (OU FIN ACCROIS) (DEBUT ACCROIS) (EVENTUELLEMENT)	-6	-4	-2	0	-6	-4	-2	0	0	6	8	10	12
HORAIRES DE PREVISION:													
NO AN MC JO HE													
1 62 1 13 1	8.8	18.7	35.7	58.7	15.1	29.5	48.8	70.6	162.0	191.0	213.0	240.0	273.0
2 62 1 13 9	70.0	104.0	136.0	161.0	52.0	85.3	118.6	145.3	213.0	308.0	341.0	373.0	400.0
3 62 3 31 1	68.0	86.0	109.0	136.0	33.0	48.0	53.0	69.1	203.0	299.0	331.0	358.0	392.0
4 62 3 31 9	80.0	115.0	149.0	180.0	14.0	29.0	44.0	62.0	331.0	430.0	472.0	518.0	564.0
5 62 3 31 17	95.0	127.0	161.0	199.0	3.0	12.0	28.0	41.0	472.0	602.0	634.0	658.0	674.0
6 62 4 4 17	14.0	17.0	20.0	20.0	8.2	11.8	16.7	18.6	153.0	165.0	169.0	172.0	176.0
7 62 4 5 1	2.0	2.0	4.0	7.0	-9.0	-15.0	-16.1	-15.2	169.0	179.0	182.0	187.0	193.0
8 62 4 5 9	12.0	21.0	32.0	42.0	13.0	19.0	27.0	33.0	182.0	202.0	213.0	227.0	242.0
9 62 4 5 17	30.0	35.0	39.0	40.0	11.0	14.0	18.0	20.0	213.0	246.0	269.0	278.0	286.0
10 63 11 20 17	84.0	107.0	125.0	136.0	20.0	29.0	37.0	42.8	216.0	319.0	356.0	389.0	415.0
11 64 11 18 1	74.0	71.0	58.0	42.0	-34.0	-59.0	-86.7	-116.9	223.0	340.0	362.0	372.0	371.0
12 65 3 22 1	89.0	107.0	114.0	111.0	31.0	39.6	41.1	35.1	229.0	325.0	348.0	363.0	368.0
13 65 3 24 1	18.0	19.0	18.0	16.0	14.0	16.0	20.0	23.0	247.0	279.0	285.0	289.0	289.0
14 65 3 24 17	17.0	24.0	29.0	32.0	22.0	30.0	34.0	31.0	285.0	295.0	301.0	306.0	311.0
15 65 3 25 1	10.0	13.0	15.0	17.0	-11.0	-11.0	-8.0	-4.0	301.0	316.0	320.0	324.0	325.0
16 65 3 26 17	1.0	9.0	23.0	40.0	21.0	33.0	48.0	63.0	229.0	245.0	260.0	278.0	297.0
17 65 3 27 1	47.0	62.0	72.0	72.0	33.0	53.0	70.0	77.0	240.0	314.0	329.0	337.0	337.0
18 65 5 6 1	14.0	17.0	19.0	21.0	1.0	4.0	6.0	6.0	158.0	170.0	174.0	177.0	180.0
19 65 12 4 1	22.0	24.0	23.0	21.0	-12.0	-19.7	-27.7	-34.8	163.0	186.0	192.0	197.0	201.0
20 65 12 4 9	-5.0	-7.0	-9.0	-9.0	-18.0	-31.0	-45.0	-56.0	162.0	203.0	205.0	205.0	204.0
21 65 12 5 17	6.0	14.0	25.0	42.0	18.0	32.0	48.0	68.0	170.0	180.0	186.0	194.0	207.0
22 65 12 6 1	50.0	74.0	107.0	138.0	36.0	64.0	95.0	131.0	186.0	226.0	252.0	284.0	320.0
23 65 12 6 9	96.0	129.0	154.0	164.0	29.0	51.0	68.0	73.0	252.0	357.0	394.0	430.0	460.0
24 65 12 13 9	21.0	35.0	51.0	69.0	15.6	29.5	46.3	65.8	156.0	179.0	190.0	204.0	219.0
25 65 12 13 17	52.0	67.0	78.0	85.0	21.0	32.0	40.2	45.7	190.0	235.0	250.0	263.0	272.0
26 65 12 18 17	22.0	28.0	33.0	35.0	3.0	2.0	1.1	-0.4	161.0	174.0	176.0	178.0	179.0
27 65 12 25 17	29.0	40.0	50.0	57.0	10.7	17.7	24.9	30.5	171.0	197.0	207.0	219.0	229.0
28 65 12 26 1	24.0	29.0	34.0	39.0	-8.0	-11.0	-13.0	-14.4	207.0	240.0	249.0	258.0	265.0
29 65 12 26 9	15.0	19.0	26.0	33.0	-4.0	-10.0	-14.0	-18.0	249.0	271.0	275.0	278.0	280.0
30 66 1 3 1	25.0	37.0	46.0	49.0	40.0	57.0	64.0	57.0	280.0	300.0	311.0	322.0	329.0
31 66 1 23 9	55.6	69.6	80.6	86.6	25.1	35.9	44.8	49.8	164.0	211.0	223.0	232.0	237.0
32 66 1 23 17	20.0	21.0	26.0	33.0	-32.5	-48.6	-58.3	-62.3	223.0	241.0	244.0	247.0	250.0
33 66 2 9 9	66.9	97.9	129.9	158.9	46.9	76.8	109.5	139.3	155.0	217.0	245.0	277.0	307.0

REGRESSION MULTIPLE NO: 3

VARIABLE EXPLICATIVE NO: 1 ALG1 A EPIN
 Nbre C HEURES AVANT HEURE DE PREVISION: -2 -12

VARIABLE EXPLICATIVE NO: 2 ACQ2 A EPIN
 Nbre L HEURES AVANT HEURE DE PREVISION: -2 -22

VARIABLE EXPLICATIVE NO: 3 DEBI A LA STATION DE PREVISION: SPAR
 A L HEURE D EMISSION DE CETTE PREVISION

VARIABLE NO: 4.VARIABLE DEPENDANTE A PREVOIR: DEBI A SPAR
 POUR UNE PREVISION DANS: 10 HEURES

I MOYENNE ECART-TYPE
 1 73.97 61.21
 2 39.91 52.04
 3 221.15 60.95
 4 305.06 102.07

COEFFICIENTS DE CORRELATION SIMPLE
 1.00
 0.70 1.00
 0.34 0.05 1.00
 0.67 0.29 0.44 1.00

PALIER NOMBRE 1 VARIABLE INTRODUITE 3
 ECART-TYPE RESIDUEL: 52.401
 COEFF. DE CORRELATION MULTIPLE: 0.877
 TEST GLOBAL D AJUSTEMENT.F(1. 65)= 215.73
 TERME CONSTANT= 5.7088

VAR COEFF ECART-TYPE T STUDENT BETA
 3 1.3546 0.0922 14.6877 0.8766

PALIER NOMBRE 2 VARIABLE INTRODUITE 1
 ECART-TYPE RESIDUEL: 30.769
 COEFF. DE CORRELATION MULTIPLE: 0.960
 TEST GLOBAL D AJUSTEMENT.F(2. 64)= 375.10
 TERME CONSTANT= -0.2813

VAR COEFF ECART-TYPE T STUDENT BETA
 1 0.7343 0.0658 11.1590 0.4159
 3 1.1351 0.0575 19.7236 0.7351

Obs	MESURÉE	ESTIMÉE	DIFFERENCE	ECART RELATIF
1	240.00	209.82	30.18	0.13
2	373.00	341.36	31.64	0.08
3	358.00	310.18	47.82	0.13
4	518.00	484.85	33.15	0.06
5	658.00	653.70	4.30	0.01
6	172.00	188.07	-16.07	-0.09
7	187.00	194.49	-7.49	-0.04
8	227.00	229.80	-2.80	-0.01
9	278.00	270.13	7.87	0.03
10	389.00	376.69	12.31	0.03
11	372.00	295.43	76.57	0.21
12	363.00	343.37	19.63	0.05
13	289.00	293.30	-4.30	-0.01
14	306.00	344.51	-38.51	-0.13
15	324.00	352.39	-28.39	-0.09
16	278.00	276.54	1.46	0.01
17	337.00	347.71	-10.71	-0.03
18	177.00	193.01	-16.01	-0.09
19	197.00	201.63	-4.63	-0.02
20	205.00	211.05	-6.05	-0.03
21	194.00	211.04	-17.04	-0.09
22	284.00	289.42	-5.42	-0.02
23	430.00	398.85	31.15	0.07
24	204.00	214.24	-10.24	-0.05
25	263.00	272.66	-9.66	-0.04
26	178.00	206.70	-28.70	-0.16
27	219.00	230.53	-11.53	-0.05
28	258.00	259.65	-1.65	-0.01
29	278.00	301.45	-23.45	-0.08
30	322.00	351.32	-29.32	-0.09
31	232.00	245.06	-13.06	-0.06
32	247.00	271.93	-24.93	-0.10
33	277.00	271.05	5.95	0.02

65 296.00 311.07 -35.07 -0.12
 66 179.00 199.32 -20.32 -0.11
 67 186.00 259.01 -73.01 -0.39

ECART QUADRATIQUE MOYEN 1. 30.07426

Tableau 2

où

- $Q \cdot \text{SMAR}_{H+10}$ est le débit prévu à Saint-Mard dans 10 heures ;
- $Q \cdot \text{SMAR}_H$ est le débit à Saint-Mard à l'heure d'émission H ;
- $\text{ACQ1} \cdot \text{EPIN}_{(-12-2)}$ est l'accroissement de débit d'ordre 1 entre les horaires H - 12 et H - 2.

Le facteur constant — 0,281 a été négligé dans la relation proposée au Maître d'œuvre.

L'écart-type résiduel de 30,8 m³/s permet, par un calcul simple, d'exprimer les intervalles de confiance à appliquer en toute rigueur au débit moyen prévu de l'échantillon, soit 305 m³/s ici. On a par exemple :

- Intervalle de confiance à 80% (intervalle dans lequel il y a 80 chances sur 100 que se situe la valeur vraie de la variable estimée) :
Valeur vraie = Valeur estimée $\pm 1,28 \cdot \text{écart-type résiduel}$, soit 39 m³/s.
- Intervalle de confiance à 95% :
Valeur vraie = Valeur estimée $\pm 1,96 \cdot \text{écart-type résiduel}$, soit 60 m³/s.

— Partie H :

Y figurent, pour chaque point sélectionné numéroté 1, 2 ... 67, la valeur du débit mesuré réellement, la valeur estimée avec la régression obtenue et la différence entre ces débits en valeurs absolues et relatives. Est fourni enfin, l'écart quadratique moyen, somme des carrés des écarts divisée par la taille de l'échantillon.

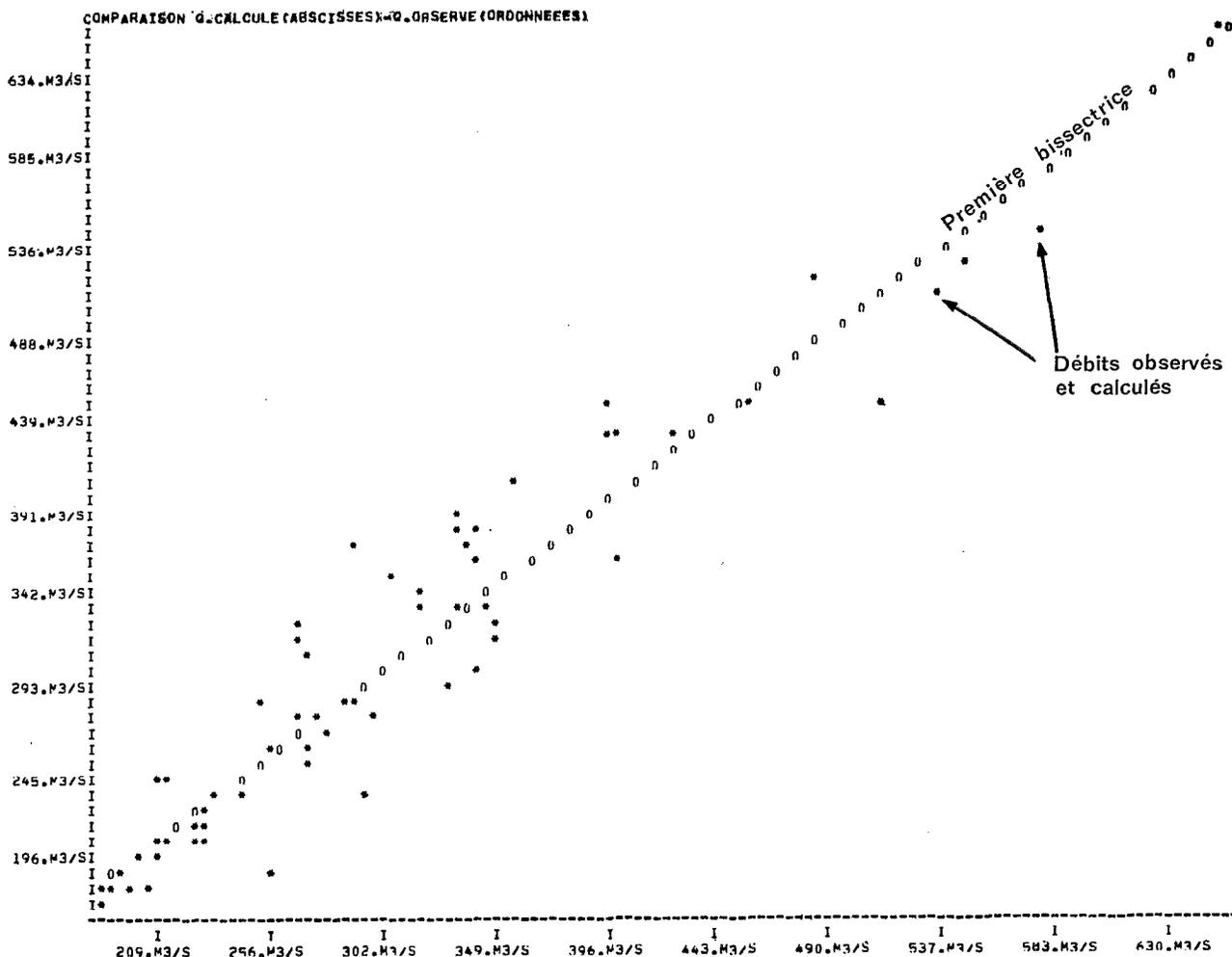


Tableau 3

Tableau 3

C'est un graphique sur listing des valeurs mesurées et estimées figurant dans la partie H ci-dessus. Il permet de visualiser globalement l'efficacité de la régression obtenue.

6. DEUX EXEMPLES DE MODÈLES PAR RÉGRESSIONS MULTIPLES

D'une manière générale, les différents essais nous ont montré que les corrélations étaient beaucoup plus serrées en traitant séparément les échantillons observés en montée des échantillons de décrue, plutôt qu'en traitant l'ensemble des données groupées ; aussi pour chaque station donnons-nous des équations de régression distinctes pour la prévision en montée de celles à utiliser en décrue.

Devant l'inutilité de reproduire ici l'ensemble des prévisions retenues, ce qui serait fastidieux et redondant, nous donnons les deux exemples suivants correspondant à des bassins versants de superficies situées aux deux extrêmes de la gamme prospectée par cette méthode :

La Moselle à Hauconcourt : 9 387 km² et la Moselle à Epinal : 1 219 km².

En fait, dans les rapports, nous fournissons des équations de régression pour la prévision sur le bassin beaucoup plus petit de la Meurthe à Saint-Dié (369 km²), en prenant en compte notamment l'accroissement de débit à Fraize (69 km²), avec une antériorité maximale de 4 heures. Les résultats de simulation assez médiocres et la faible valeur de l'antériorité nous amènent à penser que nous avons travaillé là en dessous de la limite d'efficacité de cette méthode.

6.1. PRÉVISION DES CRUES A HAUCONCOURT

Compte tenu du temps de parcours variable avec le débit, entre cette station et les stations situées en amont (cf. fig. 3 et 4), nous avons introduit dans le programme une sous-routine de lecture des débits avec temps de parcours non fixe, déterminé en fonction du débit à la station amont à l'heure d'émission de la prévision. Les essais ont montré qu'un tel raffinement est illusoire et n'apporte pas de résultats sensiblement meilleurs qu'en prenant un temps moyen, d'autant plus que ce procédé réduit considérablement la taille des différents échantillons étudiés.

Ainsi, pour le temps de parcours de Custines à Hauconcourt, par exemple, nous avons retenu la valeur moyenne de 12 heures.

6.1.1. Prévisions avec des antériorités de 6 à 12 heures

Comme stations-amont, nous avons testé Custines (6 829 km², temps de parcours de 12 h) et Nomeny sur la Seille (923 km², 12 h). Les différents essais nous ont montré que bien qu'il s'agisse d'un affluent important, l'introduction de la crue de la Seille n'apporte pas de gain substantiel dans les régressions retenues. Cette constatation — qu'on peut mettre en relation avec le pourcentage relativement faible de bassin à Nomeny (10% du bassin total à Hauconcourt) — est une particularité intéressante de la méthode de régressions mise en œuvre, puisqu'elle permet de réduire le nombre des stations à équiper ultérieurement de télé-transmetteurs.

D'autre part, nous avons été particulièrement gênés pour effectuer les différents essais avec la station amont puisqu'elle a été déplacée entre Pont-à-Mousson (1962-63), Blénod (1964-70) et Custines (1973-74).

Nous avons choisi, a priori, de proposer au Maître d'œuvre des régressions se rapportant systématiquement à la station de Custines puisque c'est la seule actuellement disponible. Cependant, pour ne pas perdre les données anciennes comprenant de fortes crues à Pont-à-Mousson et à Blénod, et compte tenu du temps de parcours non négligeable entre ces deux stations et Custines (2 à 3 heures), nous avons effectué deux séries de passages à l'ordinateur :

- l'une avec Custines et un temps de parcours moyen de 12 heures ;
- l'autre avec Pont-à-Mousson ou Blénod, et 10 heures de temps de parcours.

La deuxième série de régressions que nous avons voulu retenir, car elle correspondait aux plus forts débits observés, a été appliquée à Custines, avec un décalage de temps de 2 heures.

Pour compliquer l'affaire, il se trouve que les deux années disponibles à Custines (1973-74) ne comprennent pas de crue supérieure à 500 m³/s, or nous voulions retenir les régressions établies avec cette station, du fait de leur qualité ; nous en sommes donc arrivés à proposer en prévision de montée de crue deux séries de régressions applicables dans les limites suivantes :

Limite inférieure : débit à Hauconcourt à l'heure de prévision	Limite supérieure : débit à Hauconcourt à l'heure prévue	Stations ayant été testées
250 m ³ /s	environ 650 m ³ /s (cf. colonne 2 du tableau 4)	Custines
400 m ³ /s	environ 1 250 m ³ /s (colonne 2 du tableau 5)	Blénod et Pont-à-Mousson

Les tableaux 4, 5 et 6 rapportés à la station de Custines sont ceux qui ont été proposés au Service de la Navigation pour les prévisions en montée et en décrue. Ils se lisent comme suit, par exemple, pour la prévision en montée avec 12 heures d'antériorité, débit à Hauconcourt à l'heure d'émission compris entre 250 et 400 m³/s, utiliser la relation suivante (tableau 4) :

$$Q \cdot \text{HAUC}_{H+12} = 1,020 Q \cdot \text{HAUC}_H + 0,987 \text{ACQ1} \cdot \text{CUST}_{(-12,0)} + 1,09 \text{D2QM} \cdot \text{CUST}_{(-12,-6,0)} + 10$$

— où ACQ1 · CUST est l'accroissement de débit à Custines entre H — 12 et H,

— et D2QM · CUST, la valeur relative du calcul suivant sur les débits à Custines :

$$(Q_H - Q_{H-6}) - (Q_{H-6} - Q_{H-12}), \text{ qu'on peut obtenir plus simplement par : } Q_H + Q_{H-12} - 2 Q_{H-6}.$$

Le coefficient de corrélation multiple de la régression retenue est de 0,975. L'écart-type résiduel permet de calculer des intervalles de confiance de ± 28 m³/s (à 80%) et ± 43 m³/s (à 95%), pour un débit moyen prévu de 425 m³/s ; soit des erreurs sur les hauteurs de respectivement ± 9 et ± 14 cm pour une prévision de 3 m à l'échelle.

On notera que pour la prévision en décrue (tableau 6), il n'a pas été nécessaire de retenir deux séries de régressions, en fonction du débit à prévoir.

A souligner enfin que les échantillons qui ont été utilisés sont assez importants en nombre :

- Tableau 4 (utilisation de 2 années à Custines) : 50 points, espacés de 6 heures au minimum ;
- Tableau 5 (8 années à Blénod et Pont-à-Mousson) : 83 et 108 points, espacement de 12 heures ;
- Tableau 6 (8 années à Blénod et Pont-à-Mousson) : 301 et 197 points, espacements de 8 et 12 heures.

TABLEAU 4

PRÉVISION DES CRUES A HAUCONCOURT, EN MONTÉE]

Limite supérieure de prévision : 650 m³/sLimite inférieure (à Hauconcourt à l'heure de prévision) : 250 m³/s

Antériorité de la prévision (en h)	Limite supérieure du modèle (en m ³ /s)	Variables explicatives				Terme constant	Coefficient de corrélation multiple	Ecart-type résiduel (m ³ /s)	
		Q. Hauc. heure H (coef.)	ACQ 1. Custines		D 2 QM. Custines				
			période	coefficient	période				coefficient
6	637	1,039	— 12	0,859	— 12	1,55	— 2	0,989	13,9
			— 6		— 9				
8	658	1,036	— 12	0,925	— 12	1,30	+ 2	0,984	17,0
			— 4		— 8				
10	672	1,032	— 12	0,957	— 12	1,29	+ 5	0,980	19,2
			— 2		— 7				
12	682	1,020	— 12	0,987	— 12	1,09	+ 10	0,975	21,8
			0		— 6				

TABLEAU 5
PRÉVISION DES CRUES A HAUONCOURT EN MONTÉE
Limite supérieure de prévision : 1 250 m³/s
limite inférieure (à Hauconcourt à l'heure de prévision) : 400 m³/s

Antériorité de la prévision (en h)	Limite supérieure du modèle (en m ³ /s)	Variables explicatives				Terme constant	Coefficient de corrélacion multiple	Ecart-type résiduel (m ³ /s)	
		Q. Hauc. heure H (coef.)	ACQ 1. Custines		D 2 QM. Custines				
			période	coefficient	période				coefficient
6	1 260	1,015	— 12 — 6	0,640	—	—	+ 7	0,994	21,1
8	1 270	1,022	— 12 — 4	0,631	—	—	+ 8	0,991	26,4
10	1 260	1,028	— 12 — 2	0,642	—	—	+ 8	0,987	31,8
12	1 190	1,030	— 12 0	0,667	— 12 — 6 0	0,910	+ 19	0,987	33,9

TABLEAU 6
PRÉVISION DES CRUES A HAUONCOURT, EN DÉCRUE

Antériorité de la prévision (en h)	Limite supérieure du modèle (en m ³ /s)	Variables explicatives				Terme constant	Coefficient de corrélacion multiple	Ecart-type résiduel (m ³ /s)	
		Q. Hauc. heure H (coef.)	ACQ 1. Custines		D 2 QM. Custines				
			période	coefficient	période				coefficient
6	1 190	0,991	— 12 — 6	1,00	—	—	+ 2	0,993	22,8
8	1 200	0,986	— 12 — 4	1,00	—	—	+ 3	0,989	28,8
10	1 200	0,981	— 12 — 2	1,00	—	—	+ 4	0,985	34,6
12	1 190	0,967	— 12 0	0,972	— 12 — 6 0	0,410	+ 10	0,979	41,7

6.1.2. Prévisions avec antériorités de 14 à 20 heures

Bien que les temps de parcours ne soient pas égaux entre Toul-Hauconcourt (18 à 20 h) et Malzéville-Hauconcourt (15 à 16 h), les essais de corrélations entre Hauconcourt et la somme des accroissements de débit à Toul + Malzéville (temps de parcours de 20 h) ont donné des résultats satisfaisants que nous avons conservés pour la prévision jusqu'à 20 heures d'échéance.

Par contre, les essais à partir de Saint-Mard et Damelevières (antériorités maximales espérées de 23 à 28 h) ont fourni des résultats médiocres qui n'ont pas été retenus.

Les tableaux 7 et 8 donnent les équations de régression à utiliser pour la prévision en montée et en décrue, avec 14, 16, 18 et 20 heures d'antériorité :

SDQM représente l'accroissement de débit d'ordre 2 (cf. § 5.2) sur le total des débits à Toul + Malzéville aux heures données.

TABLEAU 7
PRÉVISION DES CRUES A HAUCONCOURT, EN MONTÉE

Antériorité de la prévision (en h)	Limite supérieure du modèle (en m ³ /s)	Variables explicatives				Terme constant	Coefficient de corrélation multiple	Ecart-type résiduel (m ³ /s)	
		Q. Hauc. heure H (coef.)	ACQ 1. Toul + Malzé		SDQM. Toul + Malzé				
			période	coefficient	période				coefficient
14	1 170	0,972	— 20	0,473	— 20	0,734	+ 61	0,978	42,2
			— 6		— 13				
16	1 180	0,976	— 20	0,488	— 20	0,614	+ 65	0,971	48,9
			— 4		— 12				
18	1 190	0,982	— 20	0,516	— 20	0,536	+ 65	0,964	55,8
			— 2		— 11				
20	1 190	0,992	— 20	0,551	— 20	0,475	+ 61	0,957	61,7
			0		— 10				

TABLEAU 8
PRÉVISIONS DES CRUES A HAUCONCOURT, EN DÉCRUE

Antériorité de la prévision (en h)	Limite supérieure du modèle (en m ³ /s)	Variables explicatives				Terme constant	Coefficient de corrélation multiple	Ecart-type résiduel (m ³ /s)	
		Q. Hauc. heure H (coef.)	ACQ 1. Toul + Malzé		SDQM. Toul + Malzé				
			période	coefficient	période				coefficient
14	1 190	0,961	— 20	0,858	—	—	0	0,961	55,6
			— 6		—				
16	1 180	0,956	— 20	0,866	—	—	— 2	0,957	59,3
			— 4		—				
18	1 190	0,976	— 20	0,885	— 20	0,370	— 12	0,960	58,7
			— 2		— 11				
20	1 190	0,974	— 20	0,904	— 20	0,371	— 12	0,960	59,3
			0		— 10				

Pour en terminer avec l'exemple des prévisions à Hauconcourt, on doit signaler que les 20 équations proposées ci-dessus (dans les tableaux 4 à 8) ont été retenues après non seulement la prise en compte des tests de bonne adéquation (coefficients de corrélation multiple, tests globaux d'ajustement F, graphiques de comparaison des valeurs observées et calculées), mais encore après différentes simulations sur les principales crues observées.

6.2. PRÉVISION DES CRUES A EPINAL

Tout d'abord, en dehors de l'étude de régression multiple décrite ci-dessous et portant sur des débits, nous avons proposé une prévision des hauteurs à l'échelle de crue d'Epinal-Navigation en fonction des hauteurs lues à l'échelle de Remiremont, avec une antériorité de 4 heures. Les graphiques non reproduits ici ont montré une modification de la régression simple avant et après 1972 ; c'est bien évidemment la relation après 1972 qui doit être utilisée en espérant, toutefois, qu'une modification ne se reproduira pas d'ici la mise en œuvre opérationnelle du modèle portant sur les prévisions de débits, ce qui devra être vérifié périodiquement.

D'une série de six stations limnigraphiques disponibles en amont d'Epinal C.E. (1 219 km²), et après des essais ou simulations non acceptables avec les variables explicatives suivantes :

- débits ou accroissements de débits à la station de Fresse (69 km², temps de parcours de 10 h) ;
- débits ou accroissements de débits à l'une des deux stations de Rupt-sur-Moselle (153 km², parcours de 6 à 8 h) ou Zainvillers (183 km², 7 à 9 h) ;

c'est en définitive avec l'accroissement sur la somme des débits aux deux stations de Rupt et Zainvillers qu'ont été établies les équations de régression retenues pour les antériorités de 4, 6 et 8 heures.

Les premiers essais nous ont montré qu'il y avait intérêt à séparer les prévisions en dessous et au-dessus d'un débit (à Epinal à l'heure d'émission) de 125 m³/s. On notera que cette valeur de 125 m³/s entraîne une prévision moyenne (avec antériorité de 8 h) d'environ 180 m³/s, correspondant au débit à la cote d'annonce d'Epinal.

Par ailleurs, avec cette station étudiée dans une deuxième tranche de la convention (rapport [8]), compte tenu des marges d'erreur importantes détectées par simulation après quelques essais, nous avons introduit un certain nombre d'améliorations au programme FORTRAN. La plus intéressante de celles-ci a été de vérifier a posteriori la stabilité des coefficients de régression obtenus, en multipliant le nombre d'échantillons présentés au programme. Pour cela, nous avons combiné deux méthodes :

— Tout d'abord, nous avons fait plusieurs passages à l'ordinateur, en modifiant la valeur de la variable JECARJ qui représente l'écart minimum entre les points sélectionnés successifs ; soit un passage avec JECARJ = 6 heures, puis avec 7 heures, etc. Naturellement, cette méthode diminue rapidement la taille des échantillons au fur et à mesure qu'on augmente la valeur de JECARJ, ce qui en limite les possibilités.

— D'autre part, nous avons prévu dans le programme la possibilité d'initialiser au hasard le point de départ de l'itération permettant la sélection des points retenus. Ce dernier procédé est limité, lui aussi, puisqu'il y a autant d'échantillons possibles que le permet la valeur de JECARJ (6 échantillons pour JECARJ = 6, etc.).

Les tableaux 9 et 10, qui donnent les relations à appliquer pour la prévision à Epinal, donnent en outre les résultats des cinq (tableau 9) et six (tableau 10) régressions qui ont été obtenues avec des échantillons différents, à partir de la même population mère de débits horaires. Sur ces tableaux, on peut apprécier la stabilité des coefficients de régression a , b et c , par l'examen des valeurs de leurs coefficients de variation calculés pour chacun comme si les résultats des 5 et 6 tirages automatiques étaient distribués normalement.

On constate que ces coefficients de variation sont relativement faibles, donc que les régressions établies sont stables quel que soit l'échantillon. La seule valeur discordante de 109% porte sur un terme constant c , dont la moyenne arithmétique de 1,9 m³/s est faible comparativement aux valeurs de débits prévus.

Pour l'application à la prévision, il était logique de proposer les moyennes arithmétiques des coefficients a , b et c à porter dans les équations de régression des tableaux 9 et 10. Cependant, différentes simulations nous ont montré que ces moyennes pouvaient donner des résultats déficitaires lors des montées des fortes crues, en particulier (fig. 11 et 12), si bien qu'en définitive nous avons proposé « des valeurs de sécurité » à 80% et 95%. Ces valeurs sont calculées comme étant les limites supérieures de a , b et c aux intervalles de confiance à 80 et 95%, compte tenu de la « distribution » des 5 et 6 valeurs, suivant une loi normale.

Les figures 10 à 13 donnent les simulations de quatre crues (utilisées pour le calage du modèle) avec prise en compte des moyennes arithmétiques de a , b et c , d'une part, et de leurs valeurs de sécurité à 80 et 95% par ailleurs.

Au total, ces différents essais et ajouts dans le programme, plus ou moins fastidieux (et réussis, avouons-le), nous ont montré que l'emploi de la méthode des régressions multiples est difficile à mettre en œuvre pour des stations drainant des bassins de faibles superficies, en dessous de 1 200 km² environ dans le cas de la Moselle.

TABLEAU 9

PRÉVISION DES CRUES A ÉPINAL, EN MONTÉE, ANTÉRIORITÉ DE 8 HEURES
pour des débits de 75 à 125 m³/s
(à Épinal, à l'heure H de la prévision)

$$\text{Formule : } Q \cdot \text{EPIN}_{H+8} = a \cdot Q \cdot \text{EPIN}_H + b \cdot \text{ACQ1 RUPT}_{H-8,H} + b \cdot \text{ACQ1 ZAIN}_{H-8,H} + c$$

Référence du tirage : Premier point de l'itération (écart entre les points)	Nombre de points	Variables explicatives		Terme constant c	Coefficient de corrélation multiple	Ecart-type résiduel
		coefficient a	coefficient b			
24-2-69 à 16 heures (6 h)	147	1,03	1,05	+ 1,6	0,941	10,8
24-2-69 à 19 heures (6 h)	141	1,02	0,895	+ 3,9	0,914	10,7
24-2-69 à 21 heures (6 h)	143	1,05	1,07	+ 0,0	0,943	10,7
24-2-69 à 17 heures (7 h)	123	1,02	0,998	+ 4,1	0,915	10,4
24-2-69 à 19 heures (8 h)	107	1,07	0,925	- 0,2	0,917	11,0
Moyenne arithmétique des 5 tirages		1,04	0,988	+ 1,9	0,926	10,7
« Écart-type »		0,022	0,076	2,058	0,015	0,217
« Coefficient de variation » (écart-type/moyenne)		2,1%	7,7%	109%	1,6%	2,0%
« Sécurité » à 80%		1,07	1,09	+ 4,5		
« Sécurité » à 95%		1,08	1,14	+ 5,9		

TABLEAU 10

PRÉVISION DES CRUES A ÉPINAL, EN MONTÉE, ANTÉRIORITÉ DE 8 HEURES
pour des débits supérieurs à 125 m³/s
(à Épinal, à l'heure H de la prévision)

$$\text{Formule : } Q \cdot \text{EPIN}_{H+8} = a \cdot Q \cdot \text{EPIN}_H + b \cdot \text{ACQ1 RUPT}_{H-8,H} + b \cdot \text{ACQ1 ZAIN}_{H-8,H} + c$$

Référence du tirage : Premier point de l'itération (écart entre les points)	Nombre de points	Variables explicatives		Terme constant c	Coefficient de corrélation multiple	Ecart-type résiduel
		coefficient a	coefficient b			
13-3-69 à 13 heures (6 h)	65	1,32	1,34	- 46	0,965	21,5
13-3-69 à 14 heures (6 h)	61	1,32	1,39	- 46	0,969	22,2
13-3-69 à 15 heures (7 h)	53	1,36	1,35	- 51	0,967	19,5
13-3-69 à 15 heures (8 h)	43	1,41	1,24	- 58	0,964	20,3
13-3-69 à 16 heures (7 h)	56	1,34	1,43	- 48	0,973	19,2
13-3-69 à 19 heures (9 h)	51	1,33	1,42	- 48	0,976	20,2
Moyenne arithmétique des 6 tirages		1,35	1,36	- 49	0,969	20,5
« Écart-type »		0,034	0,070	4,55	0,0047	1,158
« Coefficient de variation »		2,6%	5,1%	9,2%	0,5%	5,6%
« Sécurité » à 80%		1,39	1,45	- 43		
« Sécurité » à 95%		1,42	1,50	- 40		

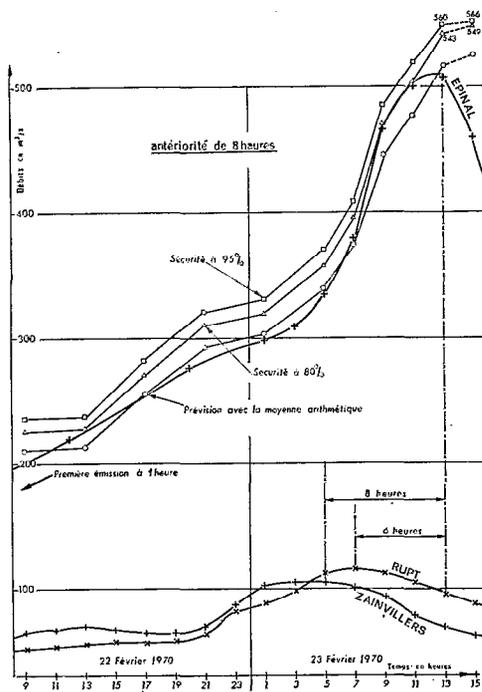


Fig. 10. — Simulation de la crue du 23-2-1970, à Épinal

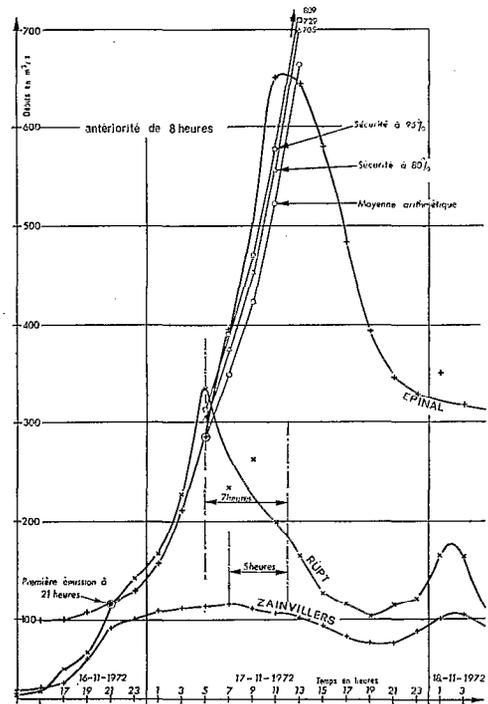


Fig. 11. — Simulation de la crue du 17-11-1972, à Épinal

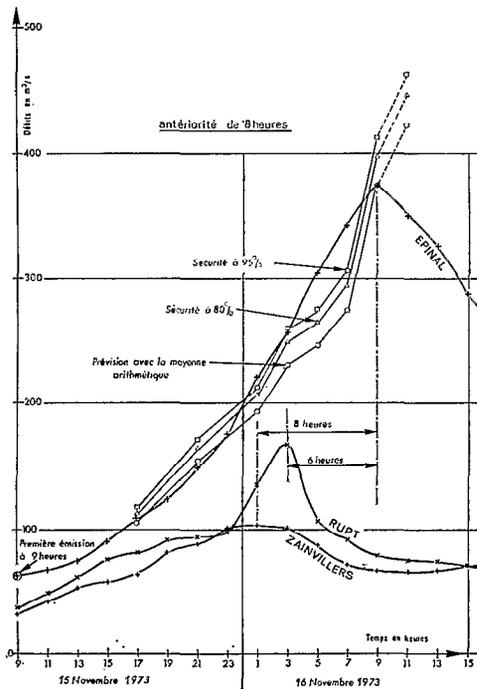


Fig. 12. — Simulation de la crue du 16-11-1973, à Épinal

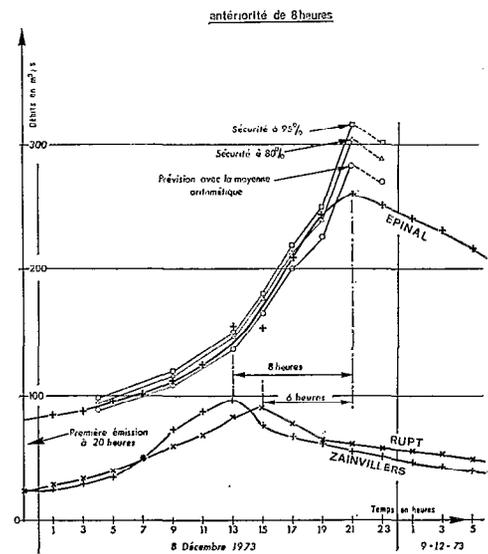


Fig. 13. — Simulation de la crue du 8-12-1973, à Épinal

7. SYNTHÈSE DES RÉSULTATS

7.1. TABLEAU DE SYNTHÈSE — GÉNÉRALITÉS SUR L'UTILISATION DU MODÈLE PAR RÉGRESSIONS MULTIPLES

Dans le tableau 11, nous avons repris un certain nombre d'éléments sur les modèles proposés aux quatorze stations à prévoir, classées par bassins et par superficies drainées croissantes.

Les nombreux essais et les résultats obtenus nous permettent de faire un certain nombre de remarques sur l'application de la méthode des régressions multiples à la prévision des crues de la Moselle ; ces remarques, sans doute assez généralisables à des cas semblables, sont relatives aux variables explicatives retenues, d'une part, et aux précisions obtenues, par ailleurs.

7.1.1. Variables explicatives retenues

A ce sujet, on peut faire les cinq observations suivantes :

- a) Dans tous les cas, il a été suffisant de retenir un nombre réduit de variables explicatives, à savoir, sur les dix groupements de régressions multiples du tableau 11 (Custines et Pont-à-Mousson formant un groupe unique) :
- 6 cas avec 2 variables explicatives ;
 - 4 cas avec 3 variables explicatives.

- b) Dans tous les cas (en crue comme en décrue), la variable explicative la plus significative a toujours été le débit à la station à prévoir à l'heure d'émission de la prévision.

Cette variable est donc celle qui est introduite au premier palier de la méthode Stepwise.

- c) Pour les deuxièmes paliers, bien que les débits aux stations en amont aient été testés, le choix s'est systématiquement porté sur des accroissements de débit.

Ce choix s'explique par le fait que les débits aux stations en amont sont relativement bien corrélés avec le débit à la station à prévoir (déjà pris en compte au premier palier), ce qui n'est pas le cas pour les accroissements.

- d) Les accroissements de débit d'ordre 2 (dont les valeurs en m^3/s sont souvent faibles face aux autres variables) ne sont apparus qu'avec les stations à bassins les plus étendus : Custines (6 829 km^2) et Hauconcourt (9 387 km^2).

- e) Lorsque deux stations amont testées ont des superficies sensiblement du même ordre de grandeur, le choix se porte indifféremment sur l'une ou l'autre selon les aléas des échantillons, la deuxième station étant souvent ignorée par la suite. Cette particularité, là aussi, peut être expliquée par les corrélations assez fortes existant entre les deux stations en amont.

Ne retenir qu'une des deux pour émettre la prévision présentait un risque important d'erreurs graves, comme l'ont montré les différentes simulations que nous avons faites. Pour réduire ce risque en conservant les deux stations en amont (qui souvent sont utiles toutes les deux par ailleurs), nous avons travaillé avec des sommes de débits ou des accroissements sur la somme des débits aux deux stations, avec des décalages horaires, si nécessaire.

Ce choix a été retenu dans les quatre cas suivants :

- | | | | |
|---------------|------------------------|----------------|----------------------------|
| — Epinal | à partir de Rupt | + Zainvillers | (antériorité de 4 à 8 h) ; |
| — Custines | à partir de Toul | + Malzéville | (6 à 8 h) ; |
| — Custines | à partir de Saint-Mard | + Damelevières | (10 à 14 h) ; |
| — Hauconcourt | à partir de Toul | + Malzéville | (14 à 20 h). |

Par contre, il n'a pas été nécessaire d'utiliser des accroissements sur une somme de débits, dans un cas où les stations en amont ont des superficies assez différentes, à savoir : la prévision à Toul à partir de Saint-Mard (1 947 km^2) et de Pulligny sur le Madon (941 km^2).

TABLEAU 11
SYNTHÈSE DES MODÈLES PROPOSÉS POUR LES PRÉVISIONS DES CRUES (EN MONTÉE)
(H représente des hauteurs, Q des débits)

Rivière-station (surface du bassin versant)	Prévisions données en	Type de régression	Antériorités de prévision (en h)	Variables explicatives retenues (éventuellement limites de validité)	Précision graphique pour les hauteurs ou intervalle de confiance à 80% **
La Meurthe à Saint-Dié (369 km ²)	Q	Multiple	2 et 4	— Q à Saint-Dié à l'heure h — acc. de Q (1)* à Fraize (69 km ²)	2 h : ± 2,6 m ³ /s sur 27 m ³ /s 4 h : ± 5,0 m ³ /s sur 28 m ³ /s
La Meurthe à Lunéville (1 104 km ²)	H	Simple	18	— H à Raon l'Étape (727 km ²) (entre cotes d'annonce et d'inondation)	± 15 cm entre 1,00 et 2,00 m
	H	Simple	12 à 20	— H à Saint-Dié (au-dessus de la cote d'inondation)	± 30 cm entre 2,00 et 3,50 m
La Meurthe à Malzeville (2 914 km ²)	Q	Multiple	6 et 8	— Q à Malzeville à l'heure h — acc. de Q (1) à Damelevières (2 289 km ²) (valable jusqu'à la cote d'alerte grave)	6 h : ± 7 m ³ /s sur 196 m ³ /s 8 h : ± 9 m ³ /s sur 190 m ³ /s
	H	Simple	8	— H à Lunéville (au-dessus de la cote d'alerte grave)	± 30 cm entre 3,00 et 5,00 m
La Moselle à Épinal (1 219 km ²)	H	Simple	4	— H à Remiremont	± 25 cm entre 1,00 et 3,30 m
	Q	Multiple	4,6 et 8	— Q à Épinal à l'heure h — acc. de Q (1) à Rupt + Zainvillers (153 km ²) (183 km ²)	4 h : ± 20 m ³ /s sur 195 m ³ /s 8 h : ± 28 m ³ /s sur 215 m ³ /s
La Moselle à Saint-Mard (1 947 km ²)	Q	Multiple	6, 8, 10 et 12	— Q à Saint-Mard à l'heure h — acc. de Q (1) à Épinal	6 h : ± 26 m ³ /s sur 300 m ³ /s 12 h : ± 47 m ³ /s sur 305 m ³ /s
La Moselle à Toul (3 337 km ²)	Q	Multiple	6, 8, 10 et 12	— Q à Toul à l'heure h — acc. de Q (1) à Saint-Mard — acc. de Q (1) à Pulligny (941 km ²)	6 h : ± 18 m ³ /s sur 295 m ³ /s 12 h : ± 32 m ³ /s sur 319 m ³ /s
	Q	Multiple	14, 16 et 18	— Q à Toul à l'heure h — acc. de Q (1) à Épinal	14 h : ± 45 m ³ /s sur 299 m ³ /s 18 h : ± 51 m ³ /s sur 316 m ³ /s
La Moselle à Custines (6 829 km ²)	Q	Multiple	6 et 8	— Q à Custines à l'heure h — acc. de Q (1) à Toul + Malzeville	6 h : ± 22 m ³ /s sur 458 m ³ /s 8 h : ± 28 m ³ /s sur 470 m ³ /s
	Q	Multiple	10, 12 et 14	— Q à Custines à l'heure h — acc. de Q (1) à Saint-Mard + Damelevières — acc. de Q (2) à Saint-Mard + Damelevières	10 h : ± 49 m ³ /s sur 389 m ³ /s 14 h : ± 53 m ³ /s sur 405 m ³ /s
La Moselle à Millery (6 832 km ²)	Q	Translation de la prévision à Custines (établissement de la courbe de tarage à Millery)			
La Moselle à Pont-à-Mousson (7 250 km ²)	Q	Multiple	6, 8 et 10	— Q à Pont-à-Mousson à l'heure h — acc. de Q (1) à Toul + Malzeville	6 h : ± 22 m ³ /s sur 458 m ³ /s 10 h : ± 34 m ³ /s sur 480 m ³ /s
	Q	Multiple	12, 14 et 16	— Q à Pont-à-Mousson à l'heure h — acc. de Q (1) à Saint-Mard + Damelevières — acc. de Q (2) à Saint-Mard + Damelevières	12 h : ± 50 m ³ /s sur 398 m ³ /s 16 h : ± 54 m ³ /s sur 412 m ³ /s
La Moselle à Metz (7 879 km ²)	H	Simple	3 à 17	— Q prévu à Hauconcourt, traduit en H (décalage de — 3 h)	± 25 cm entre 3,00 et 7,00 m

TABLEAU 11 (suite)

Rivière-station (surface du bassin versant)	Prévi- sions données en	Type de régression	Antériorités de prévision (en h)	Variables explicatives retenues (éventuellement limites de validité)	Précision graphiques pour les hauteurs ou intervalle de confiance à 80% **
La Moselle à Hauconcourt (9 387 km ²)	Q	Multiple	6, 8, 10 et 12	— Q à Hauconcourt à l'heure h — acc. de Q (1) à Custines — acc. de Q (2) à Custines	6 h : ± 27 m ³ /s sur 696 m ³ /s 12 h : ± 44 m ³ /s sur 606 m ³ /s
	Q	Multiple	14, 16, 18 et 20	— Q à Hauconcourt à l'heure h — acc. de Q (1) à Tou + Malzeville — acc. de Q (2) à Toul + Malzeville	14 h : ± 54 m ³ /s sur 604 m ³ /s 20 h : ± 79 m ³ /s sur 641 m ³ /s
La Moselle à Thionville (10 890 km ²)	H	Simple	9 à 23	— Q prévu à Hauconcourt, traduit en H (décalage de + 3 h)	± 30 cm entre 3,60 et 7,00 m
La Moselle à Koenigsmacker (11 053 km ²)	H	Simple	12 à 26	— Q prévu à Hauconcourt, traduit en H (décalage de + 6 h)	± 35 cm entre les cotes 146,00 et 149,50
La Moselle à Apach (11 477 km ²)	H	Simple	15 à 29	— Q prévu à Hauconcourt, traduit en H (décalage de + 9 h)	± 40 cm entre les cotes 141,80 et 145,40

* Acc. de Q (1) pour accroissement de débit d'ordre 1, et acc. de Q (2) pour accroissement d'ordre 2 (cf. § 5.2.).

** Intervalle de confiance à 80% rapporté au débit moyen prévu, calculé sur l'échantillon testé.

7.1.2. Précisions obtenues

Les intervalles de confiance à 80% donnés dans le tableau 11 permettent de calculer d'autres intervalles de confiance plus sévères (cf. § 5.3.).

En comparant les précisions obtenues à une même station (pour différentes antériorités) ou à plusieurs stations successives (même antériorité), on peut faire les trois observations suivantes :

- A une même station la précision est d'autant meilleure (intervalle de confiance d'autant plus faible), que l'antériorité est faible, (cf. tableau 11 à Toul, les intervalles de confiance à 80% pour 6, 12, 14 et 18 h).*
- Si l'on compare des bassins de superficies différentes, on voit que la précision est d'autant meilleure que la prévision est donnée pour un bassin de superficie plus grande.*
Ainsi, sur la figure 14, pour la même antériorité de prévision de 8 heures, il existe une relation intéressante entre la surface du bassin prévu et le pourcentage d'erreur commis sur la prévision (rapport de l'intervalle de confiance à 80 ou 95% à la moyenne des débits prévus de l'échantillon). Le cas de Malzeville est discordant ici, car l'équation de régression retenue s'applique à des valeurs de débits faibles (donc précision améliorée) comparativement aux autres stations.
- Nous avons remarqué que le simple calcul du rapport des superficies des bassins entre la station à prévoir et les (ou la) stations explicatives en amont est un assez bon critère pour la mise en œuvre de la méthode de régressions multiples. Des différents essais, on pense pouvoir dire que ce rapport ne doit pas descendre en dessous de 30 à 35%.*

Ainsi pour les douze stations les plus en aval traitées dans l'article [7], on a des rapports de surface compris entre 37 et 91%, et la méthode des régressions multiples s'applique sans grande difficulté. Par contre, pour les deux stations d'Epinal et Saint-Dié, article [8], on a dû se contenter d'une prévision de qualité médiocre correspondant aux rapports de surfaces suivants :

Station à prévoir (antériorité maximale)	Stations explicatives en amont	Rapports des surfaces de B. V.	Choix de la prévision
Saint-Dié (4 h)	Fraize	19%	retenue avec aménagements, faute de mieux
Épinal (10 h)	Fresse + Zainvillers	21%	non retenue
Épinal (8 h)	Rupt + Zainvillers	28%	retenue avec aménagements

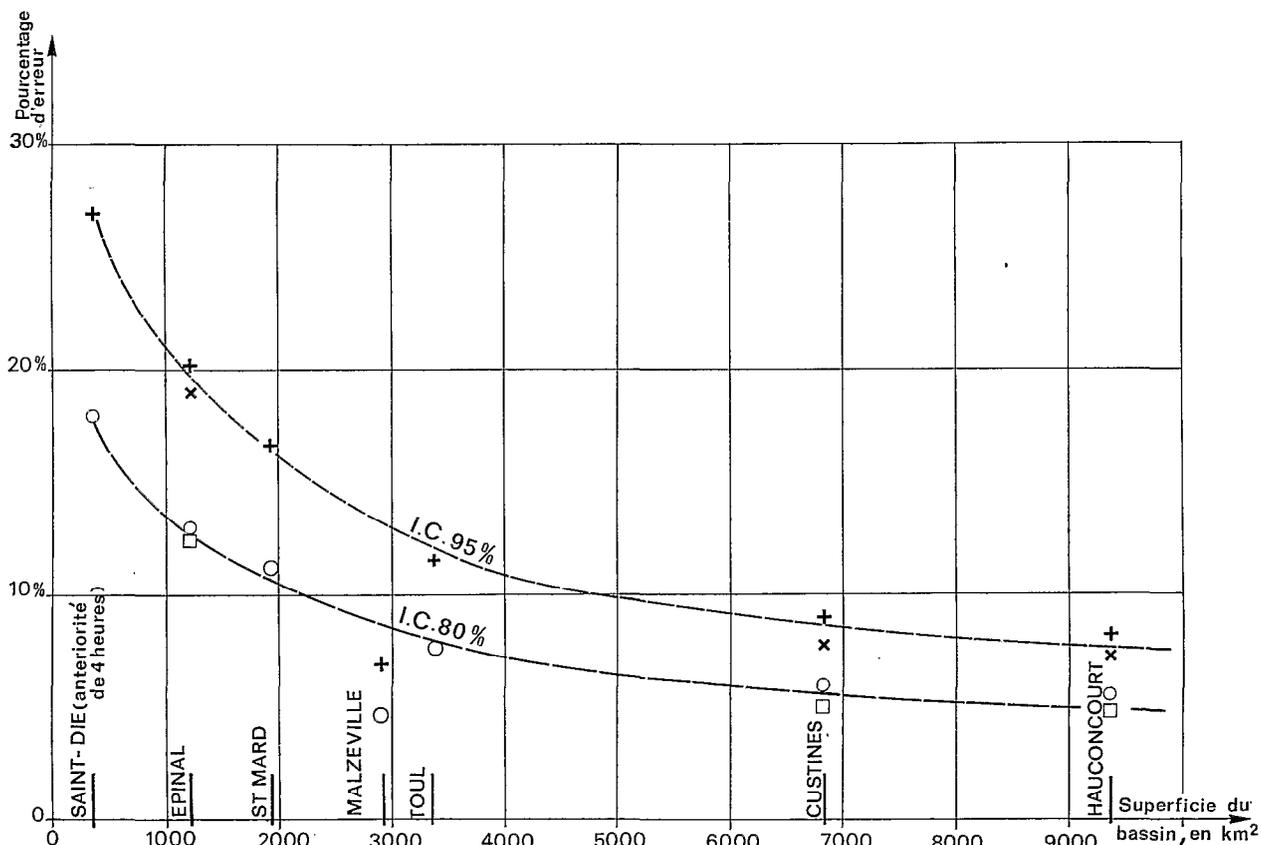


Fig. 14. — Relation entre le pourcentage d'erreur sur le débit moyen prévu de l'échantillon et la surface du bassin versant (8 heures d'antériorité)

7.2. DIRECTIVES POUR LA MISE EN ŒUVRE EFFECTIVE DES MODÈLES DE PRÉVISION

La mise en œuvre des modèles proposés pour la prévision des débits et (ou) hauteurs à quatorze stations nécessite la connaissance du débit instantané à l'heure d'émission de la prévision (et à des heures antérieures) à quatorze stations seulement, parmi lesquelles les stations prévues ; nous bénéficions en effet de l'utilisation de simples graphiques pour la prévision des hauteurs aux quatre échelles aval de Metz, Thionville, Koenigsmacker et Apach. Si l'on ne se satisfait pas des antériorités et des modèles à Saint-Dié et à Épinal, ce nombre peut être réduit à onze stations.

On peut très bien concevoir l'installation d'appareils télétransmetteurs à ces différents sites, compte tenu de l'existence des trois stations déjà équipées.

Rappelons que dans la phase de recherche des équations de régression, et dans le but de s'affranchir au mieux des variations artificielles dues aux vannes, écluses, etc. nous avons utilisé systématiquement des moyennes mobiles de débits sur neuf et cinq heures (cf. paragraphe 3.1.). En prévision, nous proposons d'adjoindre un traceur automatique de courbes (limnigrammes ou hydrogrammes) au procédé de réception des données brutes (hauteurs ou débits) qui sera retenu. Sans autoriser le calcul d'une moyenne mobile comparable à celle utilisée dans la phase de recherche (puisque'on ne connaît pas les débits postérieurs à l'heure de réception), ces graphiques devraient permettre de détecter une intervention humaine sur le cours d'eau, compte tenu du dessin typique d'un lâcher de vannes.

Par ailleurs, lors des différents essais de simulation, nous avons constaté que les débits prévus en début de montée sont systématiquement sous-estimés (cf. fig. 15 à 18). Ceci vient du fait que l'on utilise comme variable explicative un accroissement de débit à une station-amont, accroissement qui souvent n'a pas été amorcé nettement en début de montée.

Cette observation nous a amené à formuler une règle simple d'utilisation, bien qu'elle soit importante, comme on le verra par la suite :

NE PRÉVOIR AVEC UNE ANTÉRIORITÉ DE N HEURES QU'À PARTIR DU MOMENT OU LA MONTÉE (OU LA DÉCRUE)
EST OBSERVABLE SUR N HEURES À LA (AUX) STATION(S)-AMONT EXPLICATIVE(S)

8. SIMULATIONS ET PRÉVISIONS RÉELLES EFFECTUÉES PAR LE SERVICE DE LA NAVIGATION

Dans un souci de vérifications, le Maître d'œuvre a effectué des simulations assez systématiques sur les crues non utilisées pour le calage des modèles de 1977-1978 et 1979 (premier trimestre). Ces simulations dont nous reproduisons un exemple sur la figure 15 — analysée ci-après — ont donné des résultats jugés satisfaisants puisque les débits auraient été prévus avec des erreurs inférieures à $\pm 15\%$ et exceptionnellement $\pm 20\%$.

Depuis octobre 1979, le Service de la Navigation a réorganisé son système d'annonce de crue en s'appuyant désormais sur les modèles proposés. Pour cela, il prend en compte, d'une part, les valeurs de débits reçues automatiquement au bureau pour les trois stations équipées à Damelevières, Toul et Hauconcourt et, d'autre part, les mesures de hauteurs (traduites en débits) transmises téléphoniquement par les observateurs d'échelles de crue. Les figures 16 à 18, établies par le Service de la Navigation, représentent les prévisions qui ont été émises pour partie lors des crues de février 1980 ; en réalité, un nombre plus restreint de points prévus ont été émis, compte-tenu des moyens relativement artisanaux mis en œuvre et de la disponibilité du personnel.

On voit que pour février 1980, les erreurs sur les débits prévus ont été inférieures à $\pm 15\%$ (exceptionnellement $+ 24\%$) si l'on s'en tient aux seules valeurs théoriquement prévisibles comme cela est rappelé dans les paragraphes ci-dessous, où nous analysons cas par cas les prévisions effectuées.

— Figures 15-1 et 15-2 — Prévisions à Hauconcourt (1979)

Ces résultats de simulation, lissés par le Maître d'œuvre, ont été surchargés par nos soins d'un certain nombre de lettres-codes qui mettent en évidence les limites dans le temps des prévisions possibles pour tenir compte de la règle d'utilisation énoncée ci-dessus (§ 7.2.), à savoir : *Ne prévoir avec une antériorité de n heures qu'à partir du moment où la montée (ou la décrue) est observable sur n heures à la (aux) station(s)-amont explicative(s).*

Ainsi, les points A figurent les débuts de montée aux stations-amont ; compte-tenu de la règle ci-dessus, la prévision ne peut être émise valablement qu'à partir des horaires correspondant aux points B pour des débits prévus C.

On notera que nous n'avons figuré que des lettres-codes correspondant aux prévisions en montée où cette règle a des conséquences défavorables sur les antériorités, mais qu'en réalité celle-ci doit être appliquée en début de décrue comme cela est représenté sur les figures 16 à 18, où les résultats n'ont pas été lissés.

En montée, l'application de cette règle entraîne les conséquences défavorables suivantes, du point de vue de l'antériorité de la prévision :

a) Le début de montée ne peut être prévu convenablement qu'à partir du point C. Nous avons représenté sur

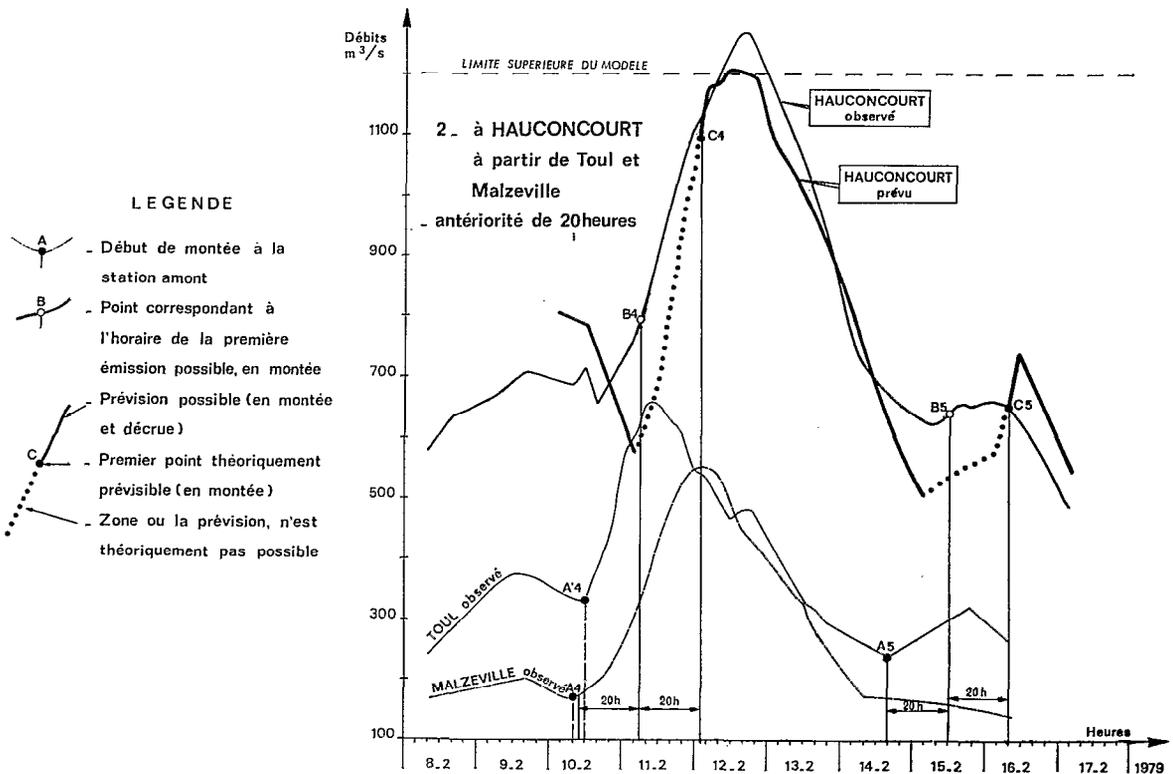
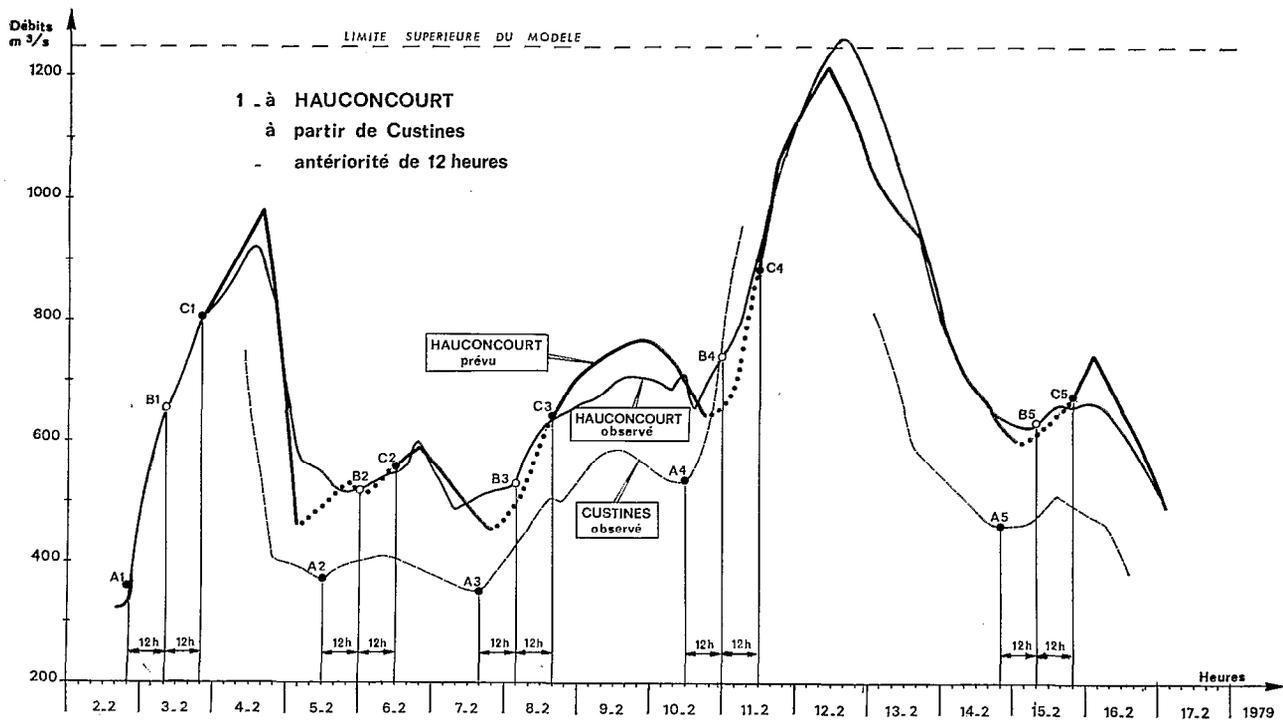


Fig. 15. — Prévision des crues de février 1979 (simulation)

les figures 15 à 18 les différentes prévisions qui auraient pu être faites en début de montée, sans tenir compte de cette règle ; on voit qu'elles auraient été assez largement déficitaires.

- b) L'horaire du premier point prévu C est d'autant plus repoussé dans le temps que l'antériorité de prévision est grande. Ainsi sur les figures 15, les premiers points prévus C4 correspondent aux horaires suivants :
- le 11 février à 12 heures pour une antériorité de 12 heures,
 - le 12 février à 2 heures pour une antériorité de 20 heures.

On voit que dans le dernier cas (antériorité de 20 h), seuls des débits voisins de la pointe de crue peuvent être estimés correctement en montée.

— *Figure 16-1. — Prévisions à Malzeville*

Ces prévisions avec 8 heures d'antériorité (qui ont été faites réellement en partie), sont très correctes dans l'ensemble.

On remarque sur ce dessin que les défauts de transmissions à Damelevières n'ont pas permis d'émettre de prévisions le 4 février et les 6 et 7, pour partie.

A partir de cette figure, on a différencié le graphisme des débits prévus selon qu'ils ont été calculés avec l'équation utilisable en montée ou l'équation en décrue.

— *Figure 16-2. — Prévisions à Toul*

Parmi les deux possibilités suivantes de prévisions à Toul :

— à partir de Saint-Mard et Pulligny (antériorités de 6 à 12 h, en montée),

— à partir d'Epinal seul (antériorités de 14 et 18 h, en montée),

le Maître d'œuvre n'a pu retenir que la deuxième solution puisque la station de Saint-Mard a été abandonnée dans le courant de l'année 1977.

Ce choix forcé, s'il présente a priori des antériorités plus intéressantes, correspond à des régressions moins précises comme nous l'avons signalé dans le rapport [7]. Ce manque de précision est dû pour partie au fait que nous n'avons pas pu, avec ces antériorités, prendre en considération l'influence du Madon dans la partie aval de son bassin, or la crue à Toul est très souvent alimentée par le Madon avant de recevoir le flot du bassin-amont de la Moselle observé à Epinal. Ainsi la crue du 4 au 6 février 1980 à Toul comprend trois pointes numérotées 1, 2 et 3 sur le graphique. Parmi ces trois pointes, seules les numéros 2 et 3 sont observées sur la Moselle-amont à Epinal ; la pointe 1 n'est observable que sur le Madon à Pulligny où elle est la conséquence (en général) d'une crue de la partie aval du bassin (Brénon). Dans ces conditions la prévision en montée peut être entachée d'erreurs par défaut, difficilement corrigeables du fait des antériorités choisies.

Un autre facteur vient aggraver l'erreur de prévision, il s'agit de la différence qui existe entre le temps de parcours de la pointe de crue qui est réellement 16 heures, alors que le temps théorique a été choisi de 18 heures. Il en résulte un retard des hydrogrammes prévus par rapport aux observés.

On notera que ce dernier point d'imprécision est général pour l'ensemble des prévisions émises à partir de temps de parcours moyens (cf. ci-dessous pour la fig. 18-1).

Pour revenir à la prévision à Toul avec 14 heures d'antériorité (et 18 h, non représentées ici), malgré les défauts analysés ci-dessus, l'erreur reste inférieure à 20%, si l'on s'en tient aux seules prévisions possibles, c'est-à-dire à partir des points C 1, C 2 et C 3, en montée.

De toute façon, avec la station nouvellement créée en juin 1980, à Tonnoy (6 km en aval de Saint-Mard), il nous paraît intéressant de tester les régressions de bien meilleures qualités établies jusqu'à 12 heures d'antériorité avec Saint-Mard et Pulligny, quitte à réduire cette antériorité (à 9 ou 10 h par exemple) pour tenir compte du déplacement du site de mesure vers l'aval.

— *Figure 17-1. — Prévisions à Custines*

La limite supérieure théorique du modèle (900 m³/s prévus) a été largement dépassée, sans inconvénient. Ceci avait été le cas aussi pour la prévision à Toul (fig. 16-2).

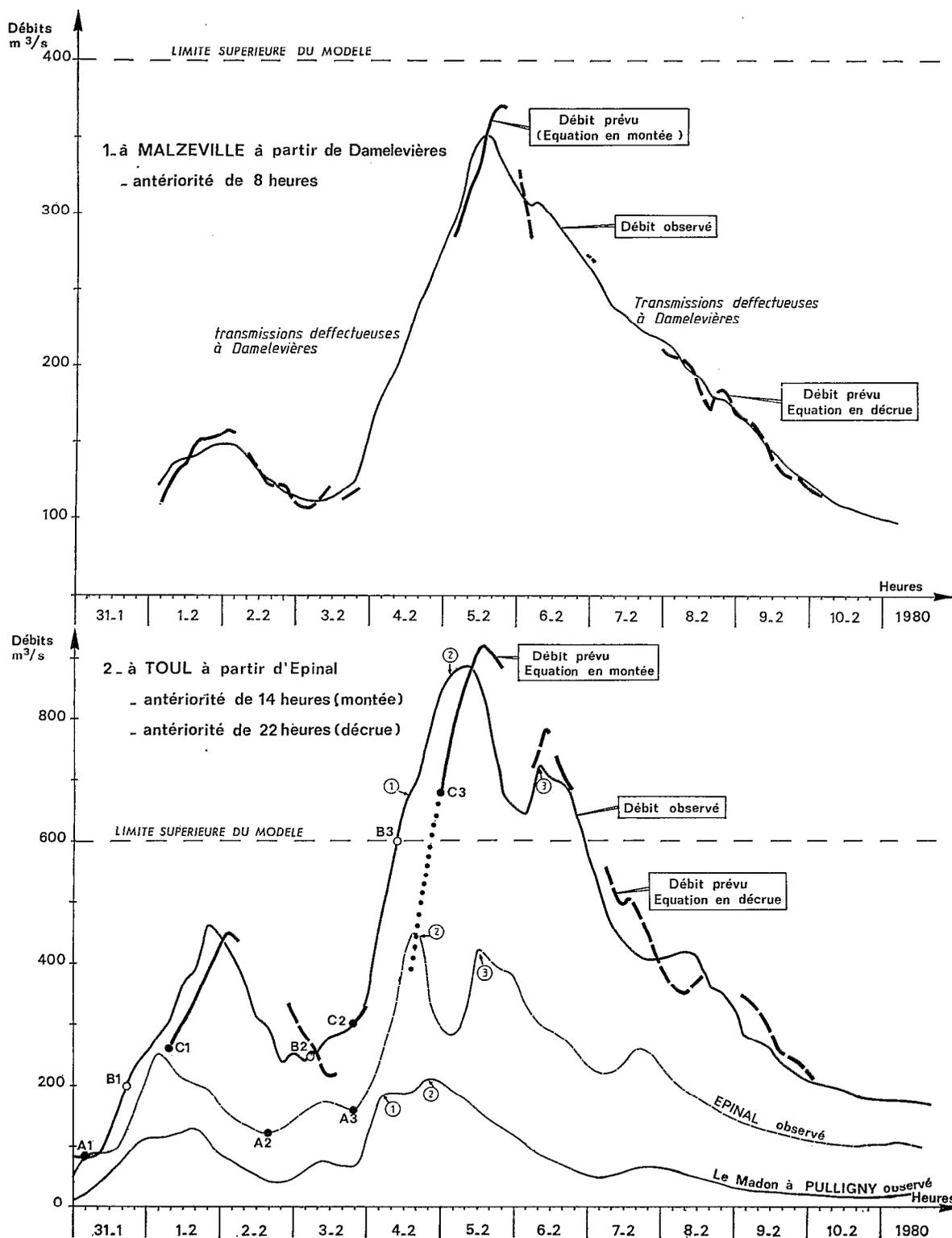


Fig. 16. — Prévision des crues en février 1980 (voir légende de la figure 15)

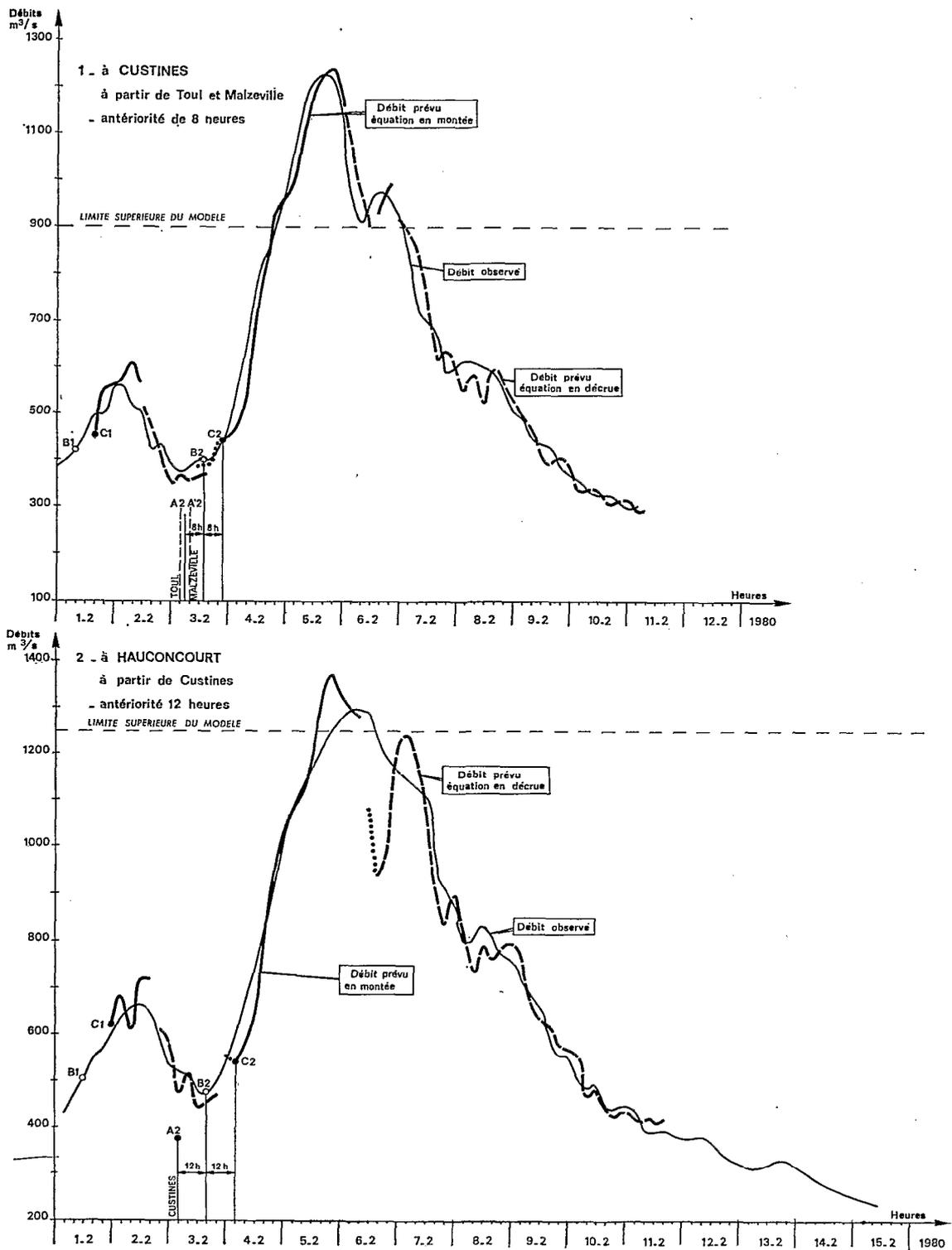


Fig. 17. — Prévission des crues, en février 1980 (voir légende de la figure 15)

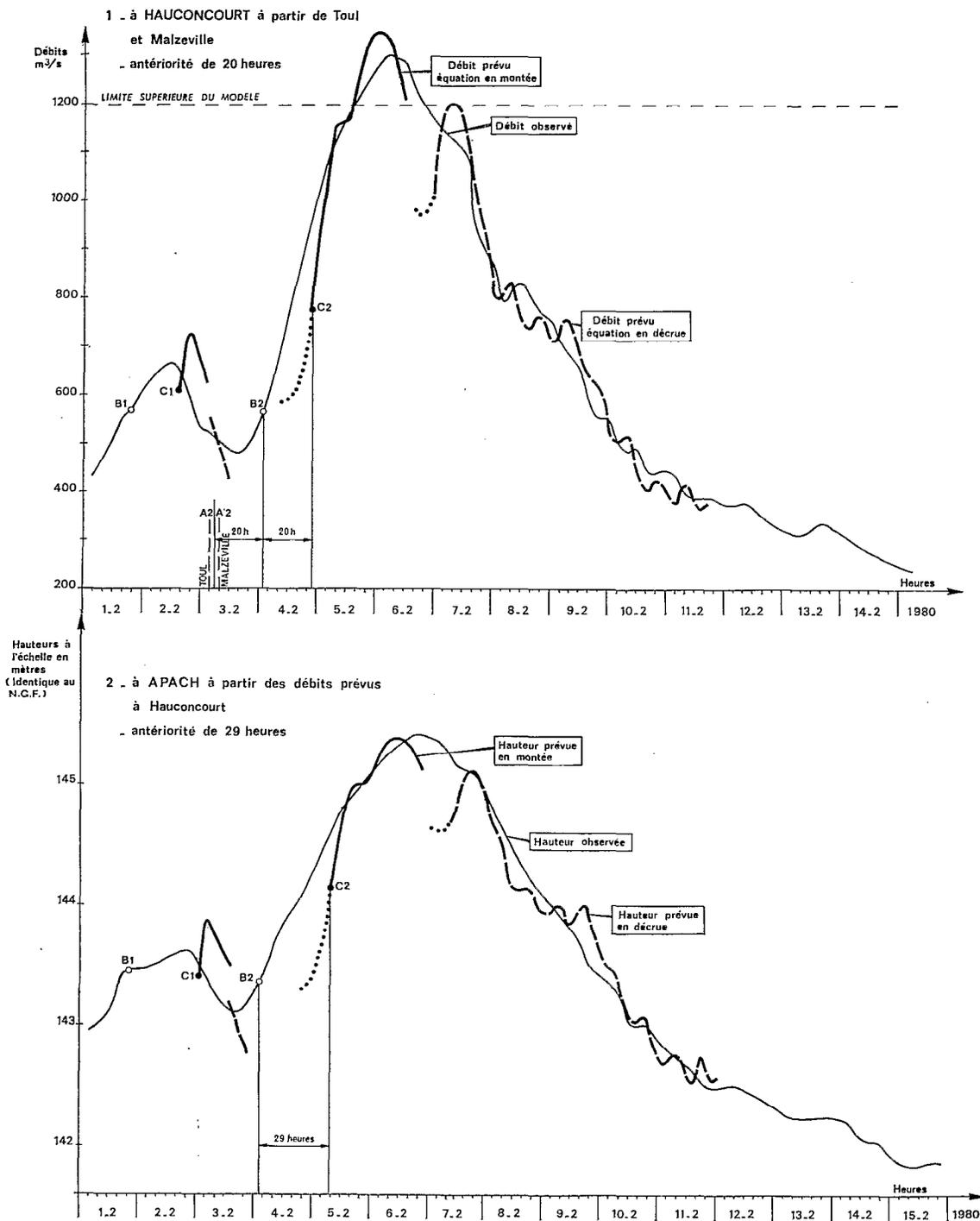


Fig. 18. — Prévision des crues, en février 1980 (voir légende de la figure 15)

— *Figure 17-2. — Prévisions à Hauconcourt (antériorité de 12 h)*

L'hydrogramme prévu est assez fortement dentelé, d'une part parce que l'on introduit des accroissements de débits, d'où une aggravation des pointes secondaires (décrue puis remontée exagérées le 7 février), mais aussi parce que ces accroissements représentent parfois des variations artificielles brusques du débit (coups de vannes à discerner sur l'hydrogramme de Custines les 1^{er} et 2 février).

— *Figure 18-1. — Prévisions à Hauconcourt (antériorité de 20 h)*

Ces prévisions fournissent deux exemples opposés de l'imprécision due à la différence existant entre le temps de parcours moyen appliqué (soit 20 h) et le temps réel observé :

- Pour la première crue des 1^{er} et 2 février (pointe à 665 m³/s), le temps de parcours réel a été de 16 heures entre Toul et Hauconcourt ; l'hydrogramme prévu présente un retard par rapport à celui qui a été observé.
- Pour la crue principale du 6 février (pointe à 1 300 m³/s), le temps de parcours a été réellement de 22 heures. La pointe de crue est prévue légèrement en avance sur la réalité.

Bien que les différences entre ces deux temps aillent dans le même sens que ce que nous avons constaté lors de la recherche des régressions (temps plus longs pour les forts débits, cf. fig. 4), il ne nous semble pas possible d'apporter une correction systématique efficace au niveau de la prévision. L'axe de recherche pour tenter d'éviter ce facteur d'erreur serait de pouvoir émettre une *prévision du temps de parcours* à attendre à l'arrivée de chaque crue, ce qui dépassait les moyens à mettre en œuvre dans la présente étude.

Malgré ces imperfections, les prévisions restent très correctes, avec les erreurs maximales suivantes :

- + 24% le 2 février à 20 heures (crue de moindre importance),
- 18% le 4 février à 22 heures (crue principale).

— *Figure 18-2. — Prévisions des hauteurs à Apach*

Nous avons ajouté cette figure pour compléter l'ensemble des prévisions qui ont été faites au cours de la forte crue de février 1980.

On voit que l'erreur commise (inférieure aux ± 40 cm proposés, cf. fig. 7) est due principalement à l'estimation des débits à Hauconcourt.

9. CONCLUSION

Les différentes simulations et prévisions réellement effectuées dans la phase de mise en œuvre ont montré que les modèles établis permettent une prévision assez précise des débits lors des crues.

Au cours de cette étude assez complète, les résultats intéressants suivants ont été dégagés :

— *Au sujets des régressions simples, établies sur des hauteurs*

- On notera tout d'abord qu'il y a lieu de leur préférer un modèle portant sur des débits pour éviter autant que possible les inconvénients d'un détarage.
- Les précisions graphiques obtenues sont acceptables.
- Sous réserve d'un certain soin apporté dans leur tracé, les relations établies sur la Moselle avec les seules pointes de crues peuvent être utilisables tant en montée qu'en décrue.

— *Au sujet des régressions multiples, établies sur des débits*

- La méthode s'applique d'autant mieux que le bassin étudié est plus grand. Sur la Moselle, nous avons noté que la limite inférieure serait de l'ordre de 1 200 km² (bassin d'Epinal).
- Le rapport des superficies des bassins de la station prévue à la (aux) station(s) explicative(s) en amont

est un assez bon critère pour la mise en œuvre de cette méthode. On a estimé que ce rapport ne devait pas être inférieur à 30 à 35% sur la Moselle.

- Les limites supérieures de débit retenues pour les modèles (maximums observés lors de la recherche des régressions) ne semblent pas impératives, si l'on s'en tient toutefois à des dépassements pas trop exagérés : 30 et 50% pour les deux cas expérimentés en février 1980.
- La prévision en début de montée (et de décrue) n'est pas acceptable tant que l'accroissement de débit à la station explicative en amont n'a pas été observé sur un temps au moins égal à l'antériorité de prévision choisie.
- Une des causes principales de l'imprécision de la méthode est due à la différence entre le temps de parcours moyen appliqué et le temps réel de la crue à venir.

10. BIBLIOGRAPHIE

- [1] BACHET (N.) – Note sur la propagation et l'annonce des crues. *Annales des Ponts-et-Chaussées. Mémoires et documents*, 1934, III, pp. 409 à 465.
- [2] BACHET (N.) – Méthode graphique d'annonce des crues. Dans *Publication n° 45 de l'Association Internationale d'Hydrologie Scientifique (A.I.H.S.)*. Assemblée générale de Toronto, septembre 1957, t. III, pp. 219 à 233.
- [3] FRECAUT (R.) – *La Moselle et son bassin*, Thèse de doctorat d'Etat. Brest, 1971.
- [4] GRARD (R.) – La prévision des débits du Rhône à l'aval de Lyon (Pierre Bénite). Société hydrotechnique de France. Réunion du 21 octobre 1969.
- [5] CUILLOT (R.) – Quelques remarques sur l'utilisation des modèles mathématiques pour la prévision en hydrologie et météorologie. *La Houille Blanche*, n° 3, 1971, pp. 209 à 215.
- [6] LINSLEY-KOHLER-PAULHUS – *Applied hydrology*, Chapter 19 : Streamflow routing, Chapter 22 : River forecasting. Mc Graw-Hill Book Company, New-York, Toronto, London, 1949 et 1958.
- [7] L'HÔTE (Y.) et CHEVALLIER (P.) – Prévision des crues et des étiages de la Moselle et la Meurthe. Service de la Navigation de Nancy. *ORSTOM*, Paris, juin 1978.
- [8] L'HÔTE (Y.) et PIEYNS (S.) – Prévisions des débits de la Moselle à Epinal et de la Meurthe à Saint-Dié. Service de la Navigation de Nancy. *ORSTOM*, Paris, février 1979.
- [9] ROCHE (M.) – *Hydrologie de surface*, paragraphe : Prévision des crues. Gauthier-Villars, Paris 1963, pp. 309 à 318.
- [10] TOUCHEBEUF DE LUSSIGNY (P.) – Régressions et corrélations multiples en hydrologie. *Cah. ORSTOM, sér. Hydrol.*, vol. VIII, n° 4, 1971, pp. 33 à 58.
- [11] VEN TE CHOW – *Handbook of applied hydrology* — Section Flood routing. Mc Graw-Hill Book Company, New-York, San Francisco, Toronto, London, 1964, pp. 25-34 à 25-52.