

CAHIERS O.R.S.T.O.M. Hydrologie

N°1 — 1964

O.R.S.T.O.M.  
PARIS  
1964

# nouvelle méthode graphique pour le calcul de l'amortissement des crues dans un réservoir

par Marcel ROCHE \*

\*Ingénieur à l'Electricité de France. Chargé de la direction des études au Bureau Central d'Hydrologie de l'O.R.S.T.O.M. - Maître de Conférences à l'Ecole Nationale du Génie Rural.

## ENGLISH ABSTRACT

The problem of the reservoir-storage effect on flood routing is important whenever this effect is to be taken into account in view of reducing the discharge, then the cost of the spillway, or in order to study how the reservoir is filled during a flood in working the dam.

Writing the basical equation representing the phenomenon is easy, but solving it by means of numerical methods may be long and tedious. Therefore several graphical methods have been established, the most known one being the so-called «Blackmore method». This paper proposes another graphical method, more simple and perhaps more accurate than that Blackmore's one.

\* This new method is based upon-using an alternative series identically equal to the second limb of the basical equation.

# Position du problème

Parmi les problèmes que posent le stockage et le déstockage de l'eau dans un bief au passage des crues, il en est un particulièrement important : c'est celui qui concerne le remplissage et la vidange d'un réservoir artificiel muni d'un évacuateur de crues. C'est le problème général du laminage des crues dans les retenues de barrage, si important lorsqu'on veut tenir compte de cet effet de laminage pour réduire les dimensions et, partant, le prix des ouvrages évacuateurs.

Dans le cours de cet exposé, nous désignerons sous le vocable « évacuateur » l'ensemble des dispositifs qui sont considérés par le projeteur comme aptes à soutirer de l'eau au barrage pendant toute la durée de la crue, suivant un processus voulu et un mode de fonctionnement fixé à l'avance. En particulier, s'il s'agit d'un barrage hydro-électrique et que le projeteur a décidé que les turbines peuvent fonctionner à coup sûr durant toute la crue, on peut ajouter leur débit à celui des ouvrages évacuateurs proprement dits, c'est-à-dire ceux dont la seule vocation est de servir de trop-plein. Notons seulement que cette dernière hypothèse est généralement rejetée comme peu sûre.

Dans un réservoir de barrage, surtout s'il s'agit d'une retenue importante, les vitesses sont extrêmement faibles, pratiquement indécélables si l'on s'éloigne suffisamment des points d'alimentation. Il s'ensuit qu'en première approximation la surface du plan d'eau peut être considérée comme horizontale et les pertes de charge nulles. En fait cette hypothèse n'est pas absolument remplie, puisqu'on peut avoir des effets de houle ou des oscillations en masse (seiches) ; il s'agit là toutefois de phénomènes secondaires qui sont rarement d'une importance telle qu'il faille s'en préoccuper. Notons seulement que, dans l'établissement de la revanche, on tient plus ou moins compte de l'effet de houle ; le problème se trouve donc séparé de l'effet de remplissage.

Avec ces hypothèses, l'équation de remplissage est extrêmement simple puisqu'il suffit d'écrire que, pendant une période donnée, la quantité d'eau stockée dans la retenue est égale au volume d'eau entré, moins le volume d'eau sorti. En particulier, si l'on considère un intervalle de temps infiniment petit, on peut écrire :

$$A(Z) dZ = Q(t) dt - q(Z) dt \quad (1)$$

On désigne par  $A$  la surface de la retenue pour la cote  $Z$ , par  $Q(t)$  le débit entrant à l'instant  $t$  et par  $q(Z)$  le débit de l'évacuateur pour la cote  $Z$ . On suppose en effet que le débit de l'évacuateur est entièrement conditionné par  $Z$ , soit qu'il s'agisse d'ouvrages sans contrôle mécanique, soit que ce contrôle soit assuré par des vannes asservies, soit que le vannage soit manœuvré suivant des consignes fixes dépendant de la hauteur du plan d'eau dans la retenue.

Il est clair, d'après l'équation (1), que l'on aura stockage pour  $Q(t) > q(Z)$ ,  $Z$  étant pris à l'instant  $t$ , et déstockage pour  $Q(t) < q(Z)$ .

Dans le cas général, l'équation (1) ne peut être résolue que par différences finies, quelle que soit la méthode numérique ou graphique utilisée. On suppose alors que, durant l'intervalle de temps  $\Delta t$  choisi, les variations de  $Q(t)$ , de  $q(Z)$  et de  $A(Z)$  sont linéaires. On peut alors écrire :

$$A \Delta Z = Q_{n+1/2} \Delta t - \frac{q_n + q_{n+1}}{2} \Delta t \quad (2)$$

entre l'instant  $t=n$  et l'instant  $t=n+1$ ,  $\Delta t$  étant pris comme unité de temps.

L'équation (2) peut également s'écrire :

$$\Delta V = V_{n+1/2} - \frac{v_n + v_{n+1}}{2} \quad (3)$$

avec  $\Delta V$  : accroissement du volume stocké ( $\Delta V$  positif) ou diminution de ce volume ( $\Delta V$  négatif).

$V_{n+1/2}$  : volume entré dans la retenue pendant l'intervalle  $\Delta t$  considéré (entre le temps  $n$  et le temps  $n+1$ ).

$v_n$  : volume débité par l'évacuateur pendant  $\Delta t$  sous la charge  $Z_n$  correspondant à la cote de la retenue au temps  $n$ .

$v_{n+1}$  : volume débité par l'évacuateur pendant  $\Delta t$  sous la charge  $Z_{n+1}$  correspondant à la cote de la retenue au temps  $n+1$ .

$V$ , volume de la retenue (écrit sans indice), est une fonction de  $Z$ , la fonction  $V(Z)$  étant souvent représentée par une courbe appelée « courbe de remplissage ».

$V_{n+1/2}$  est connu lorsque, pour l'intervalle de temps  $(n, n+1)$  on connaît l'hydrogramme de crue à l'entrée dans la retenue. Cet hydrogramme sera soit un hydrogramme réel, ou tout au moins reconstitué à partir de données pluviométriques ou météorologiques, s'il s'agit d'un problème de prévision d'exploitation à court terme, soit un hydrogramme imaginaire, dit hydrogramme de crue de projet et déterminé par une des méthodes en usage en hydrologie, s'il s'agit de contrôler le dimensionnement des ouvrages évacuateurs et leur mode de fonctionnement pour l'établissement d'un projet.

$v$  est fonction de  $Z$  par la courbe de fonctionnement de l'évacuateur  $q(Z)$ .

On part d'un instant  $n$  auquel on connaît l'état de la retenue (cote  $Z_n$ ) pour arriver à une cote  $Z_{n+1}$ , qui définit à la fois le volume de la retenue et le volume  $v_{n+1}$  à l'instant  $n+1$ .  $Z_{n+1}$  est donc la seule inconnue contenue implicitement dans l'équation (3), comme dans l'équation (2) ; l'une ou l'autre de ces équations est donc suffisante pour représenter le problème du laminage qui peut finalement s'énoncer :

« Connaissant la cote de la retenue à l'instant  $n$  et l'hydrogramme à l'entrée de la retenue, déterminer la cote  $Z_{n+1}$  de la retenue à l'instant  $n+1$  séparé de l'instant  $n$  par un intervalle de temps  $\Delta t$  ».

C'est ce but que se proposent les différentes méthodes élaborées pour résoudre le problème du laminage.

Nous passerons en revue successivement une méthode de résolution numérique, puis la méthode de Blackmore, la plus utilisée actuellement, avant d'exposer notre propre méthode.

# Méthode de résolution numérique

Les équations (2) et (3) se prêtent directement à une résolution par approximations successives.

Considérons par exemple l'équation (2). On a, au départ de l'intervalle de temps considéré,

- une surface  $A(Z_n)$ ,
- un débit d'évacuation  $q(Z_n)$  ou  $q_n$ .

Nous rappelons que  $Q_{n+1/2} \Delta t$  est donné par l'hydrogramme.

On se fixe arbitrairement une variation  $\Delta Z'$ , c'est-à-dire une cote  $Z'_{n+1}$ . On prendra  $\Delta Z'$  positif si  $q_n < Q_{n+1/2}$  et  $\Delta Z'$  négatif si  $q_n > Q_{n+1/2}$ .

On prendra pour  $A$  la valeur  $A\left(\frac{Z_n + Z'_{n+1}}{2}\right)$  et pour  $q_{n+1}$  la valeur  $q(Z'_{n+1})$ . Ces valeurs sont données respectivement par la courbe expérimentale de variation de la surface en fonction de la cote et la courbe de fonctionnement de l'évacuateur.

L'application des valeurs trouvées à l'équation

$$\Delta Z = \frac{1}{A} \left[ Q_{n+1/2} \Delta t - \frac{q_n + q_{n+1}}{2} \Delta t \right]$$

donne une valeur  $\Delta Z''$  de  $\Delta Z$ , d'où une nouvelle valeur  $Z''_{n+1}$  de  $Z_{n+1}$ . On applique à nouveau l'équation (2) en calculant  $A$  et  $q_{n+1}$  à partir de cette nouvelle valeur, etc.

On arrive ainsi à un résultat aussi précis que l'on veut, la précision résidant du reste beaucoup plus dans l'établissement des courbes  $q(Z)$  et surtout  $A(Z)$ , que dans l'approximation retenue au cours de l'application de la méthode.

Néanmoins, cette méthode conduit à des calculs fort longs et fastidieux. C'est pourquoi on lui préfère généralement des méthodes graphiques.

# Epure de Blackmore

La méthode de Blackmore est basée sur la résolution graphique de l'équation (2). On devrait dire en réalité « semi-graphique » car, ainsi que nous le verrons, elle ne dispense pas de calculs numériques intermédiaires.

Reprenons donc l'équation (2) :

$$A \Delta Z = Q_{n+1/2} \Delta t - \frac{q_n + q_{n+1}}{2} \Delta t$$

A est la surface dans la retenue pour la cote  $\frac{Z_n + Z_{n+1}}{2}$  la variation de A(Z) étant supposée linéaire dans l'intervalle  $\Delta t$ .

On porte sur un graphique la courbe Q(t) représentant l'hydrogramme de crue et la courbe q(Z) représentant la loi de débit de l'évacuateur (graphique 1).

L'abscisse commune est graduée en débits (pour Q et q). Un axe d'ordonnées est gradué en cotes pour la courbe q(Z), un autre est gradué en temps pour la courbe Q(t). Les échelles peuvent être absolument quelconques.

Supposons maintenant que l'on se place à un instant n auquel la cote est Z<sub>n</sub> et le débit des apports Q<sub>n</sub>. La courbe q(Z) donne pour la hauteur Z<sub>n</sub> un certain débit q<sub>n</sub> de l'évacuateur. Le point de fonctionnement correspondant est situé en a sur la courbe q(Z).

On repère par ailleurs, sur l'échelle des temps, l'instant n+1/2, compris entre n et n+1, qui donne d'après la courbe Q(t) un débit Q<sub>n+1/2</sub> figuré par le point k sur la courbe Q(t). Menons par k une parallèle à l'axe des Z, que nous appellerons « droite Q<sub>n+1/2</sub> », et par a une parallèle à l'axe des Q, que nous appellerons « droite Z<sub>n</sub> ». La droite Z<sub>n</sub> coupe la droite Q<sub>n+1/2</sub> au point b.

Menons par a une droite de pente  $\Delta t / 2A$  qui coupe la droite Q<sub>n+1/2</sub> en c. Pour ceci, il faut faire un choix sur la valeur de  $\Delta t$  ; ce sera l'intervalle de base de l'épure. On notera toutefois que la constance de cet intervalle, dans le calcul des points successifs, est pratique mais non indispensable. On mène par c la réfléchie par rapport à la droite Q<sub>n+1/2</sub> de ac, qui coupe la courbe q(Z) en e. De e, traçons la parallèle à Q qui coupe la droite Q<sub>n+1/2</sub> en d. On a évidemment angle (dec) = angle (cab). D'où :

$$\frac{dc}{ed} = \frac{cb}{ab} = \frac{\Delta t}{2A} = \frac{dc + cb}{ed + ab}$$

Signalons au passage que, si le choix des échelles de  $Q$  ou  $q$ ,  $Z$  et  $t$  est arbitraire, l'échelle de  $A$  doit être choisie de telle manière qu'il y ait conservation des volumes. Par exemple, si on a choisi :

$$\begin{aligned} \text{pour } t & \quad 1 \text{ cm} = 1 \text{ h} = 3\,600 \text{ secondes,} \\ \text{pour } Q \text{ ou } q, & \quad 1 \text{ cm} = 100 \text{ m}^2/\text{s,} \\ \text{pour } Z & \quad 1 \text{ cm} = 1 \text{ m,} \end{aligned}$$

le volume unitaire  $ZA$  représenté par  $1 \text{ cm}^2$  devra être égal au volume unitaire  $Qt$ , représenté également par  $1 \text{ cm}^2$ . Donc  $1 \text{ cm}$  correspondra pour  $A$  à :

$$\frac{1 \text{ cm } [Q] \times 1 \text{ cm } [t]}{1 \text{ cm } [Z]} = \frac{100 \times 3\,600}{1} = 360\,000 \text{ m}^2$$

On peut également écrire, sans choisir d'unité pour  $A$ ,

$$cb \text{ (en mètres)} = ab \text{ (m}^2/\text{s)} \frac{\Delta t \text{ (s)}}{2 A \text{ (m}^2)}$$

et reporter sur le graphique la valeur trouvée pour  $cb$  à l'échelle choisie pour  $Z$ .

On a d'autre part (graphique 1) :

$$\begin{aligned} ab &= Q_{n+1/2} - q_n \\ ed &= Q_{n+1/2} - q_{n+1} \\ dc + cb &= Z_{n+1} - Z_n = \Delta Z \end{aligned}$$

et, d'après la relation écrite pour les triangles semblables :

$$\Delta Z = \frac{\Delta t}{2 A} (Q_{n+1/2} - q_n + Q_{n+1/2} - q_{n+1})$$

ou

$$A \Delta Z = Q_{n+1/2} \Delta t - \frac{q_n + q_{n+1}}{2} \Delta t$$

Nous retrouvons les termes de l'équation fondamentale écrite au début de l'exposé. Comme  $q_{n+1}$  est défini de façon univoque à partir de la courbe de débit de l'évacuateur, le point  $e$  est bien le point de fonctionnement à l'issue de l'intervalle de temps  $\Delta t$ , et  $Z_{n+1}$  la nouvelle cote obtenue.

La méthode présente cependant quelques inconvénients. D'abord le tracé d'une droite de pente donnée est toujours une opération assez délicate qui doit être menée avec grand soin, surtout si l'angle est petit, ce qui est souvent le cas. Ensuite, il faut se donner une valeur de  $A$  que l'on ne connaît pas a priori puisqu'on est censé ignorer au départ la cote  $Z_{n+1}$ . Il faudrait donc, en toute rigueur, procéder par approximations successives, ce qui alourdirait considérablement le tracé de l'épure. Enfin, la méthode n'est pas entièrement graphique puisque l'on doit, pour chaque point, calculer numériquement la pente de la droite de construction ou la longueur du segment  $cb$ .

## Méthode proposée

C'est une méthode basée sur l'utilisation d'une série alternée dont le terme est constamment décroissant. Le problème était de trouver une construction graphique qui donnât très rapidement à ce terme une valeur négligeable.

Reprenons l'équation (3) :

$$\Delta V = V_{n+1/2} - \frac{v_n + v_{n+1}}{2}$$

que nous écrirons

$$\Delta V = V_{DF} - \frac{v_D + v_F}{2} \quad (4)$$

les lettres D et F désignant respectivement le début et la fin de l'intervalle considéré  $\Delta t$ .

Rien n'empêche d'écrire l'équation (4) sous forme d'une série alternée :

$$\Delta V = V_{DF} - \frac{v_D + v_1}{2} + \frac{v_1 - v_2}{2} - \frac{v_2 - v_3}{2} + \dots - \frac{v_p - v_n}{2} + \frac{v_p - v_F}{2} \quad (5)$$

On vérifiera aisément que le second membre de l'équation (5) est identiquement égal au second membre de l'équation (4), puisque tous les termes autres que  $V_{DF}$ ,  $v_D$  et  $v_F$  s'annulent deux à deux. Il s'ensuit que toute construction géométrique qui sera conforme à cette relation sera représentative de l'équation (4) et par conséquent de l'évolution de la retenue. Si, de plus, on peut conduire l'opération de telle manière que le terme  $\frac{v_p - v_F}{2}$

tende vers zéro, le dernier point obtenu sera confondu avec le point représentatif de l'état de la retenue à la fin de l'intervalle  $\Delta t$  avec toute la précision que l'on voudra. En fait, la méthode préconisée converge très rapidement.

Pour montrer le mécanisme de l'opération, nous choisirons une loi  $V(Z)$  linéaire et une loi  $q(Z)$  également linéaire. Il est bien entendu que la forme de ces deux lois peut être absolument quelconque sans rien changer à l'application de la méthode. De plus, contrairement à la méthode de Blackmore, l'hypothèse de la linéarité de la variation de  $A$  durant l'intervalle de temps  $\Delta t$  n'est pas nécessaire.

Traçons donc (graphique 2), sur un diagramme comportant les cotes  $Z$  dans la retenue en abscisses et les volumes en ordonnées, la courbe de remplissage  $V(Z)$  qui donne le volume  $V$  de la retenue pour la cote  $Z$ . En fait, il est commode de compter ce volume à partir de la cote pour laquelle les ouvrages d'évacuation commencent à fonctionner. En effet, il est généralement d'usage de considérer le barrage plein au démarrage de la crue, sauf bien entendu s'il s'agit de prévisions d'exploitation.

On trace ensuite, sur le même graphique, la courbe  $1/2 v(Z) = 1/2 q(Z) \Delta t$ , après s'être fixé arbitrairement une valeur de  $\Delta t$ . Mais si, dans la méthode de Blackmore, on peut théoriquement utiliser des  $\Delta t$  variables, dans notre méthode cette faculté est exclue pour des raisons évidentes. Il est commode, dans l'application pratique, de rapporter la courbe  $1/2 v(Z)$  à la courbe  $V(Z)$ , dans le sens des  $V$  négatifs, c'est-à-dire en fait de tracer sur le graphique 2 la courbe  $V(Z) - 1/2 v(Z)$ .

Supposons maintenant que nous soyons arrivés, par des constructions antérieures, à trouver le point de fonctionnement correspondant à l'instant  $n$  caractérisé par l'indice  $D$  dans les équations précédentes. Soit  $a$  le point figuratif sur la courbe  $V(Z)$ .

$V_{DF}$  se calcule à partir de l'hydrogramme à l'entrée dans la retenue. Il est égal, en tenant compte de l'hypothèse de linéarité, à 
$$\frac{Q_D + Q_F}{2} \Delta t$$

Portons, sur une horizontale à l'axe des volumes,  $aa'' = +V_{DF}$ . Il est clair que  $a''$  est figuratif du premier terme du second membre de l'équation écrite sous forme de suite et que  $aa''$  serait égal à  $\Delta V$  si l'évacuateur ne fonctionnait pas. Soit  $a'$  le point où la droite recoupe la courbe  $V(Z) - 1/2 v(Z)$ .

Rappelons  $a''$  en  $b$  sur  $V(Z)$  suivant une parallèle à l'axe des  $Z$ . Puis de  $b$ , menons la parallèle à l'axe des  $V$  qui recoupe la courbe  $V(Z) - 1/2 v(Z)$  en  $b'$ , et portons sur cette droite  $b'b'' = aa'$ , dans le prolongement de  $bb'$ . Si on adopte  $b'$  comme représentation du point 1 de la suite alternée, il est clair que la construction ainsi effectuée depuis  $a''$  pour aboutir à  $b''$  est représentative de l'opération  $-1/2 (v_D + v_1)$ . Le point de fonctionnement de la retenue correspondant à l'équation de base limitée à ce terme est le rappel  $c$  de  $b''$  sur  $V(Z)$  parallèlement à l'axe des  $Z$ .

Une parallèle à l'axe des  $V$  menée par  $c$  coupe la courbe  $V(Z) - 1/2 v(Z)$  en  $c'$ . On porte  $b'b'' = c'c$  sur le segment  $b'b$ , puis  $cc'' = b''b$  dans le prolongement de  $c'c$ . Si on convient d'attribuer au point  $c'$  le numéro 2, on a ainsi réalisé l'opération désignée dans l'équation développée par le terme  $+1/2 (v_1 - v_2)$ . Le rappel de  $c''$  sur  $V(Z)$  suivant une parallèle à l'axe des  $Z$  donne le nouveau point de fonctionnement  $d$ .

Soit  $d'$  le rappel de  $d$  sur la courbe  $V(Z) - 1/2 v(Z)$  parallèlement à l'axe des  $V$ . On porte  $d'd'' = c'c$ . Il est clair que cette construction représente le terme  $-1/2 (v_2 - v_3)$ , pour peu que l'on veuille attribuer le numéro 3 au point  $d'$ . Le rappel de  $d''$  sur  $V(Z)$  parallèlement à l'axe des  $Z$  fournit le nouveau point de fonctionnement  $e$ .

Avec l'exemple choisi, on ne peut aller plus loin puisque la différence  $v_2 - v_3$  est pratiquement nulle. On est donc parvenu à la limite cherchée, et le point  $e$  se confond avec le point de fonctionnement en fin de période  $\Delta t$ , l'écart d'approximation étant indécélable sur le graphique.

Pour calculer le point suivant de la courbe de variation des hauteurs dans la retenue, il suffit de prendre la tranche suivante de l'hydrogramme (de durée  $\Delta t$ ), de calculer le volume  $V_{n+1/2}$  et de reprendre la construction précédente en partant du point  $e$ .

Dans ce premier exemple de construction, la cote volumétrique de  $b'$  est supérieure à celle de  $a$ . Si elle lui était inférieure, la construction se déroulerait exactement de la même manière, mais alors le point final de fonctionnement pourrait être soit au-dessus de  $a$ , soit au dessous, alors qu'avec  $V_{b'} > V_a$ , le point de fonctionnement final est nécessairement en dessous, tout au moins avec les modes de fonctionnement courants des évacuateurs. Notons que s'il y a égalité ( $b'b' = a'a$ ), le point final sera au-dessus de  $a$ .

Pour que les points  $a$  et  $e$  soient confondus, l'équation de base montre que l'on doit avoir :

$$V_{DF} = \frac{v_D + v_F}{2}$$

Il est évident que l'on doit avoir aussi  $v_D = v_F$ , puisque la loi de débit de l'évacuateur est supposée univoque et que la cote  $Z$  doit rester inchangée au début et à la fin de l'intervalle  $\Delta t$ . En d'autres termes, les points  $a$  et  $e$  seront confondus lorsque le débit évacué pendant l'intervalle de temps  $\Delta t$  sera égal au débit d'apport pendant le même temps. On s'en doutait un peu... La construction graphique confirme évidemment ce point de vue.

On a tracé sur le graphique 3 le diagramme (1) se rapportant au cas de la vidange ( $V_{DF} < \frac{v_D + v_F}{2}$ ) et le diagramme (2) se rapportant au cas de l'égalité des apports.

Avant de passer à l'examen d'un cas concret, nous allons examiner sur des données imaginaires simples le fonctionnement théorique d'une retenue.

Un hydrogramme de crue, transcrit en volumes pour un intervalle de base  $\Delta t$  choisi arbitrairement, est tracé sur le graphique 4. On a pris la même courbe de remplissage et la même loi de débit des évacuateurs que pour les graphiques précédents. Comme il a déjà été dit, on suppose qu'à l'arrivée de la crue l'évacuateur est sur le point de fonctionner. Les constructions se déroulent donc suivant la méthode indiquée plus haut à partir de l'origine des axes. Le report des points de fonctionnement, c'est-à-dire des cotes atteintes dans la retenue après chaque intervalle  $\Delta t$ , en fonction du temps, est effectué sous la représentation de l'hydrogramme, avec la même échelle des temps. On peut observer, phénomène bien connu par ailleurs, qu'il existe un certain retard de la cote maximale dans la retenue sur le débit maximal de la crue. Ce retard est d'autant plus marqué que le laminage est plus efficace.

Nous pouvons résumer en quelques points les avantages de notre méthode sur celle de Blackmore :

- pas d'approximation sur la valeur de la surface pour le calcul de chaque point,
- rapidité et simplicité du tracé. La méthode ne comporte que le tracé de parallèles aux deux axes de coordonnées, tracé qui se fait sans constructions particulières si on utilise du papier millimétré du commerce. Tous les reports se font très rapidement avec un compas à pointes sèches. Le fait que l'épure de Blackmore exige le tracé d'angles souvent très aigus, conduit à la nécessité d'une très grande précision de ce tracé qui doit être effectué par un opérateur habile si on ne veut pas aboutir à des résultats aberrants.
- convergence très rapide vers le résultat final, qui n'exige qu'un nombre très faible d'opérations,
- grande précision des résultats, pourvu que la linéarité de  $Q$  et de  $q$  soit grossièrement respectée dans l'intervalle  $\Delta t$ . Il faut remarquer à ce sujet que, pour atteindre la même précision avec l'épure de Blackmore, il faudrait procéder, pour chaque point, par approximations successives afin de déterminer la meilleure valeur à donner à  $A$ ; une telle opération alourdirait encore l'épure, déjà assez compliquée en elle-même,
- tout calcul numérique est éliminé au cours du tracé de l'épure.

On notera enfin que la méthode proposée peut être adaptée à l'étude de n'importe quelle variation de stock pour laquelle on connaîtrait la loi d'entrée et la loi de sortie, sous réserve que le volume de stock et la loi de sortie soient fonction d'un même paramètre.



## Exemple d'application

Nous opérerons sur un exemple concret tiré de l'étude d'un projet pour le Nahr Beyrouth (Liban). Pour ce projet, une crue considérée comme catastrophique a été établie par l'étude hydrologique. En réalité, plusieurs hydrogrammes de crues ont été proposés, correspondant à différentes hypothèses ; la crue la plus grave devait être retenue après étude du laminage dans le réservoir. Nous traiterons ici une de ces hypothèses. De plus, afin de ne pas trop surcharger les épures, seule la partie la plus importante de cette crue sera examinée.

L'hydrogramme entrant dans la retenue est défini par les chiffres du tableau I, les débits étant donnés toutes les heures. À côté des débits instantanés, sont calculés les volumes correspondant à chaque intervalle de temps  $\Delta t$  (ici 1 heure ou 3 600 secondes). Comme il a déjà été dit, on fait l'hypothèse que la variation du débit est linéaire durant chaque intervalle  $\Delta t$ , c'est-à-dire que le volume  $V_i$  ( $i$  : numéro d'intervalle) est égal à :

$$\frac{1}{2} (Q_{i-1} + Q_i) \Delta t$$

Cet hydrogramme traduit en volumes est représenté sur le graphique 5. On a tracé, sur ce même graphique, la courbe  $V(Z)$  donnant le volume dans la retenue en fonction de la cote du plan d'eau. Pour des raisons de commodité, ce volume est compté à partir du moment où l'évacuateur est juste en début de fonctionnement.

Dans le projet considéré, l'évacuateur est un peu particulier. Il s'agit d'une batterie de siphons dont les seuils sont décalés de telle manière que les éléments commencent à débiter suivant quatre paliers successifs. Ceci se traduit sur la courbe de fonctionnement par des augmentations de débit presque instantanées au moment de chaque amorçage, séparées par des courbes à augmentation de débit régulière et relativement faible. Pour chaque point de la courbe de fonctionnement, on a déterminé le volume correspondant à l'intervalle de temps de 1 h. Autrement dit, on a transformé la courbe  $q(Z)$ , établie en  $m^3/s$  en une courbe  $v(Z)$  établie en  $m^3/heure$ . C'est la variation de  $1/2 v(Z)$  qui figure sur le graphique 5, rapportée en déduction à la courbe  $V(Z)$ . Autrement dit, par rapport aux axes de coordonnées, on a tracé une courbe  $V(Z) - 1/2 v(Z)$ .

À partir du moment où les deux courbes sont tracées et où l'hydrogramme d'entrée est traduit en graphique des volumes, ou même en tableau à côté de l'opérateur, aucun calcul numérique n'est plus nécessaire pour poursuivre la construction. La courbe  $Z(t)$  obtenue est tracée sur le graphique 5, sous l'hydrogramme d'entrée. L'hydrogramme de

sortie pourrait être déduit directement de la courbe  $Z(t)$ , si besoin était, par l'intermédiaire de la courbe  $q(Z)$ .

A titre de comparaison, nous avons tracé sur le graphique 6 l'épure de Blackmore correspondant aux 21 premières heures de la crue. Pour ce tracé, après le report des courbes  $Q(t)$  et  $q(Z)$ , on est obligé, à chaque point, d'exécuter un calcul numérique et de se reporter pour cela à la courbe  $A(Z)$  qui ne peut être facilement traduite en tableau, puisque les valeurs de  $Z$  ne sont pas fixées à l'avance comme les valeurs de  $Q$ . Et puis, il y a l'incertitude sur le choix de  $A$  puisque, si  $Z_n$  est connu,  $Z_{n+1}$  ne l'est pas.

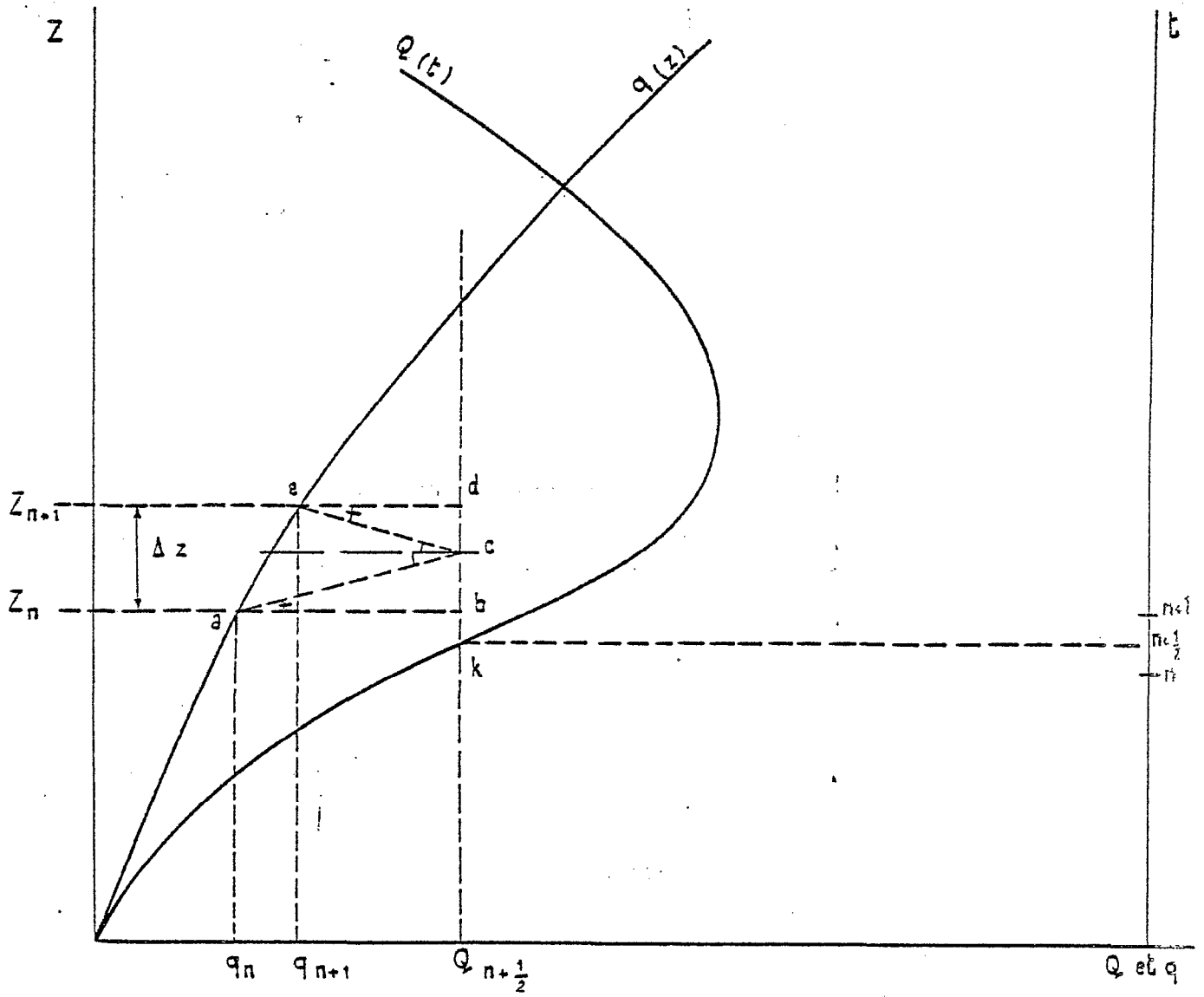
Outre la précision moindre du tracé, à attention et à échelles égales, la méthode de Blackmore est au moins deux fois plus lente que la nôtre, du fait des calculs numériques intermédiaires et du report plus compliqué des éléments de construction, même si, comme nous l'avons fait, on ramène le tracé des pentes au simple report de longueurs.

La courbe  $Z(t)$  obtenue par le procédé de Blackmore a été tracée sur le graphique 5. Elle correspond très sensiblement à celle que nous avons obtenue par notre méthode.

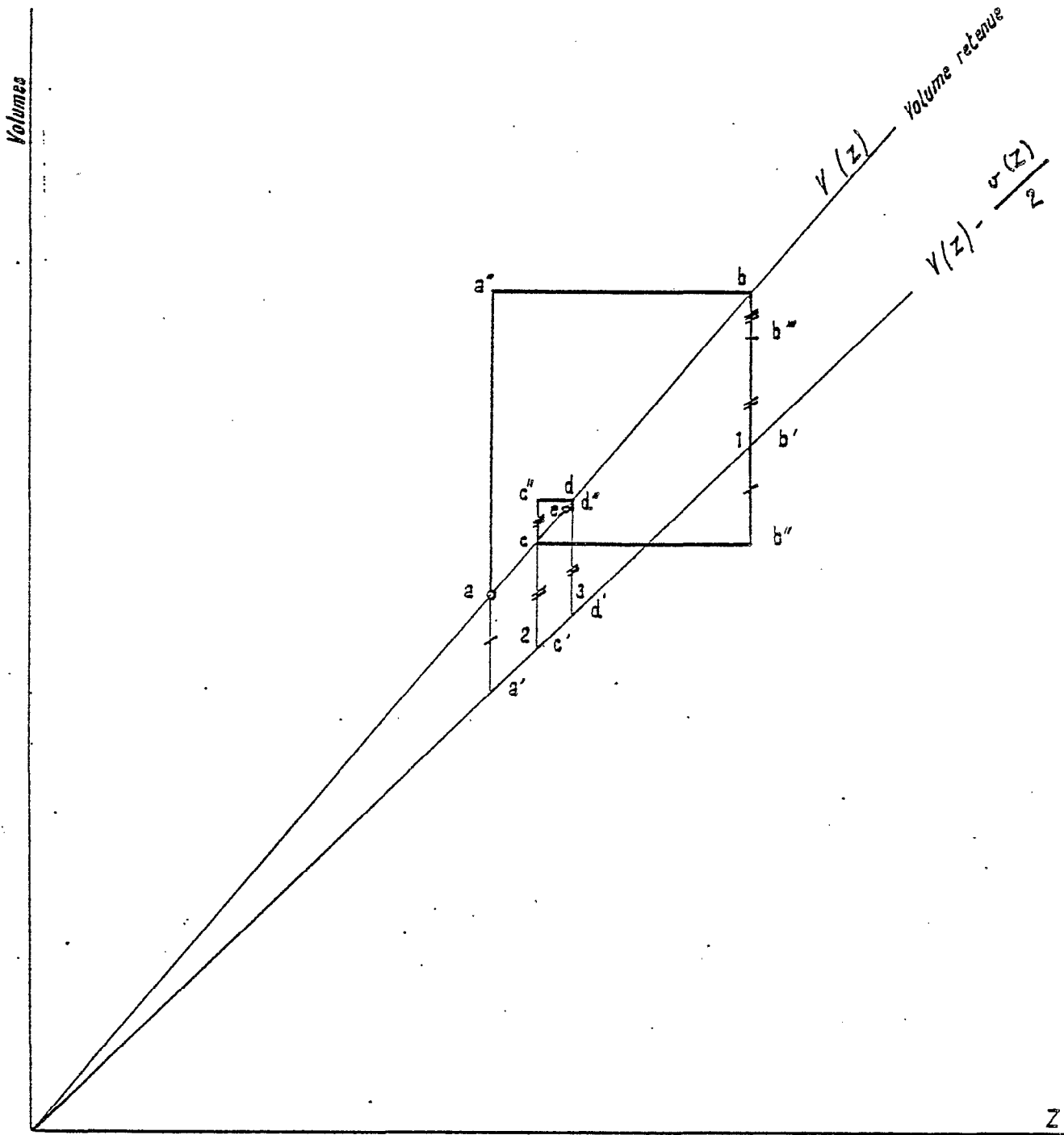
Paris - Juin 1964

TABLEAU I  
Hydrogramme

Temps n heures	$Q_n + u_s$ $m^3/s$	$V_{DF}$ $10^6 m^3$	Temps n heures	$Q_n + u_s$ $m^3/s$	$V_{DF}$ $10^6 m^3$
0	43		21	172	
1	82	0,22	22	143	0,57
2	226	0,55	23	142	0,51
3	438	1,20	24	151	0,53
4	556	1,79	25	194	0,62
5	405	1,73	26	388	1,05
6	372	1,40	27	683	1,93
7	385	1,36	28	844	2,75
8	593	1,76	29	614	2,62
9	927	2,74	30	476	1,96
10	1104	3,65	31	386	1,55
11	926	3,47	32	323	1,28
12	657	2,67	33	269	1,07
13	545	2,16	34	237	0,91
14	464	1,82	35	209	0,80
15	399	1,55	36	185	0,71
16	348	1,35	37	163	0,63
17	305	1,18	38	141	0,55
18	268	1,03	39	122	0,48
19	234	0,90	40	103	0,41
20	201	0,78	41	90	0,35
		0,67			

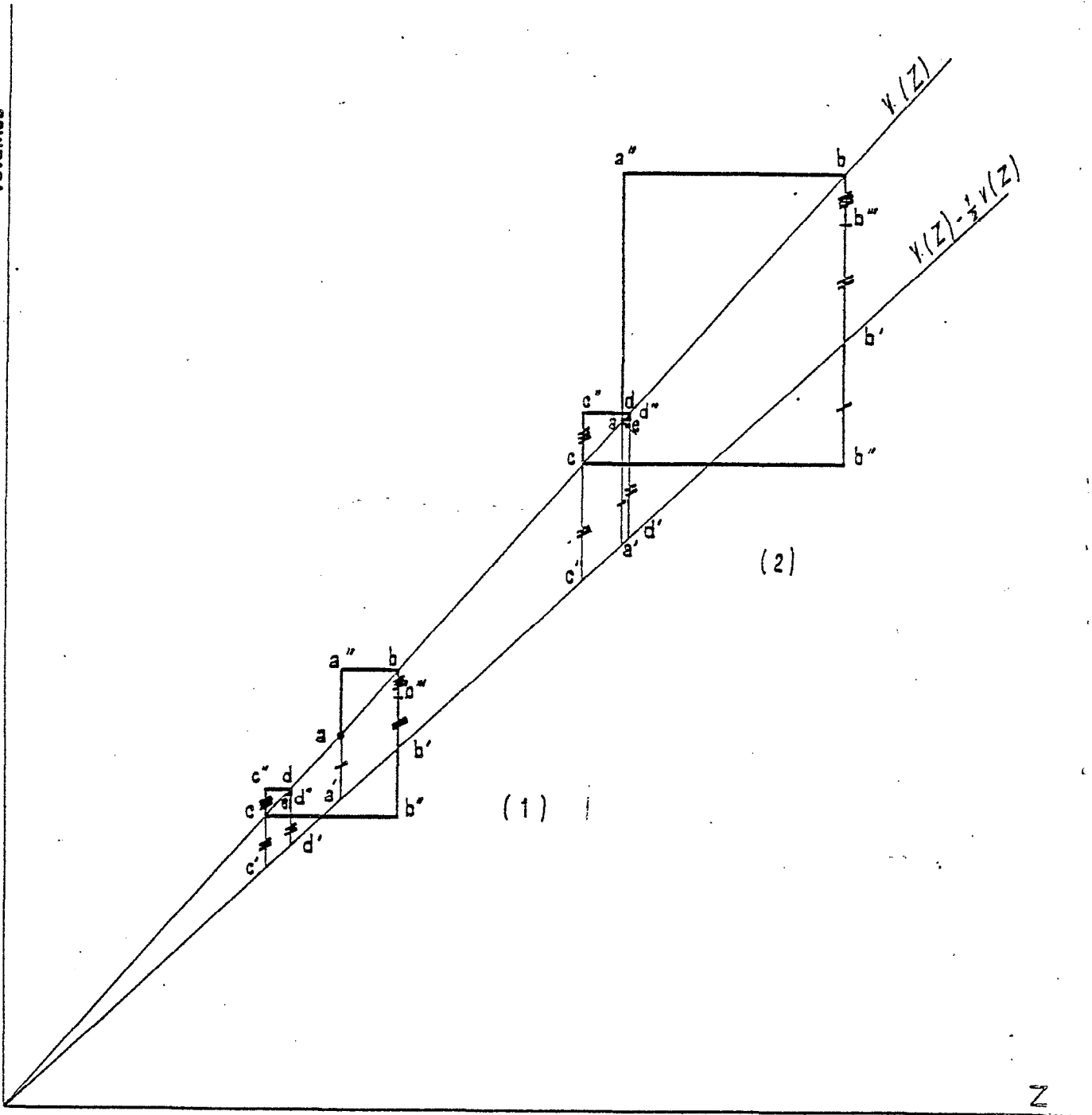


Graphique 1



Graphique 2

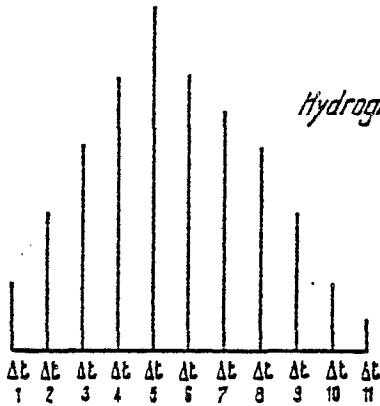
Volumes



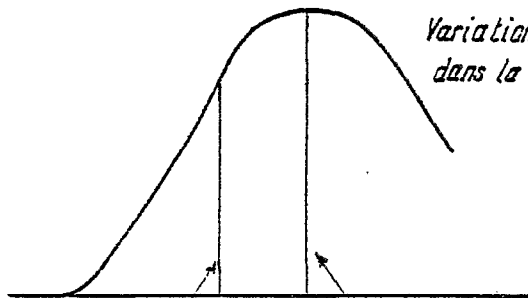
Graphique 3

Volumes

Hydrogramme transcrit en volumes



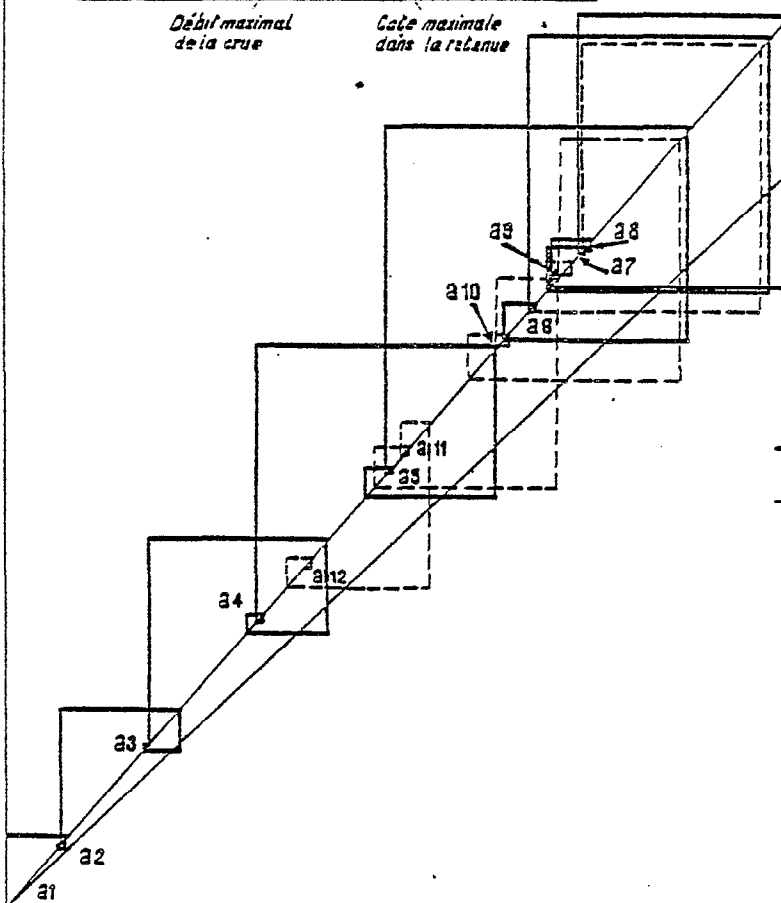
Variation de la cote dans la retenue



Débit maximal de la crue

Cote maximale dans la retenue

$$V(z)$$
$$V(z) - \frac{V(z)}{2}$$



Crue

Décru

Graphique 4

