Modèles mathématiques de la fusion nivale en un point

Charles OBLED
Ingénieur à l'Institut National Polytechnique de Grenoble

Bernard ROSSE *
Ingénieur à l'Institut de Mécanique de Grenoble

RÉSUMÉ

Cet article fait le point des travaux que nous avons entrepris dans le domaine de l'hydrologie nivale, en particulier la modélisation de la fusion de la neige.

Un premier modèle, relativement sophistiqué, a été mis au point en utilisant les connaissances récentes sur les processus mis en jeu par la fonte de la neige. Ce modèle a été ajusté puis testé sur les données lysimétriques et micro-météorologiques de deux sites expérimentaux, l'un en forêt, l'autre en zone boisée, situés au col de Porte (1350 m) près de Grenoble. On a envisagé de façon très détaillée les hypothèses requises pour la modélisation, et certaines ont fait l'objet ultérieurement d'une campagne de mesures.

En utilisant un pas de temps de 3 heures, ce modèle simule de façon très satisfaisante les écoulements du lysimètre et l'état thermique du manteau de neige tout au long de la période de fonte.

Ensuite, de façon à n'utiliser que des données couramment disponibles en région de montagne, la structure du modèle a été légèrement simplifiée, les données manquantes remplacées par diverses estimations. La sensibilité du modèle à ces simplifications et estimations, et la réduction correspondante des performances est brièvement commentée.

A ce niveau de simplification, il est apparu qu'un pas de temps de 12 heures était suffisamment précis et un sous-programme, compatible avec les exigences d'un modèle complet de bassin versant a été mis au point. On en donne des exemples sur les données du col de Porte et du site expérimental de Davos (2500 m, Suisse).

Enfin, on présente quelques remarques concernant les modèles de fonte de neige les plus courants, utilisant des index de température et un « facteur de fonte ». La variation de ce facteur avec les types de temps (clair, couvert ou pluvieux) a été mise en évidence et justifie quelques précautions lors de la mise en œuvre d'un tel modèle.

ABSTRACT

This paper is a review of different works dealing with snow hydrology and particularly the modelling of snowmelt. The first model is a detailed one, based on present knowledge on snowmelt processes. This model was calibrated and tested on the data of two lysimeter sites, located in the North French Alps, one in an open area and one in a forested area. The assymptions required are extensively discussed and have been sustained by further measurements.

Using a 3 hours time step, this model appears to be very satisfactory to simulate meltwater outflows and the thermal status of a snowpack at the end of the accumulation period and during the whole melt period.

Then in order to fit the data usually available in mountaineous regions, the model structure was then slightly simplified, and the lacking data have been replaced by various estimations. The sensivity of the model and the corresponding degradation of the results is shortly considered.

It appears that a subroutine with a time step of 12 hours is sufficiently accurate for the majority of watershed models requirements. Such a subroutine which can easily be integrated in a complete watershed model, is finally presented.

Finally, some remarks are presented concerning the usual snowmelt models using temperatures index and a « melt-factor ». The dependence of this factor on the types of weather situation (clear or overcast sky) has been specially pointed out and some conclusions are drawn for this particular type of models.

* Maintenant au Service Technique Central, Direction des ports et voies navigables, Compiègne.

NOTATIONS

Q, q_{RSWA}	rayonnement solaire absorbé.
Q, q_{RSWI}	rayonnement solaire incident effectif.
Q, q_{RSWP}	rayonnement solaire potentiel incident.
Q, q_{RLWA}	rayonnement de grande longueur d'onde, émis par l'atmosphère vers la surface du sol.
Q, q_{RLWS}	rayonnement de grande longueur d'onde, émis par la surface du sol.
Q, q_{LAT}	chaleur latente d'évapo-condensation.
Q, q_{SENS}	chaleur sensible
Q, q_{COND}	chaleur transmise par conduction.
Q, q_{PREC}	chaleur apportée par les précipitations.
Q, q_{FONT}	chaleur utilisée pour la fusion.
Q_I, q_I	chaleur incidente à l'interface neige atmosphère.
T_a	température de l'air en °C à 2 m sous abri.
T_s	température de la surface.
e_a	pression de vapeur de l'air en mb.
e_s	pression de vapeur de la surface.
RH_a	humidité relative de l'air à 2 m sous abri.
P_{atm}	pression atmosphérique de l'air à 2 m sous abri.
N	nébulosité en 1/10.
T_c	température à la base des nuages.
U	vitesse du vent à 2 ou 10 m au-dessus de neige.
E	lame d'eau évaporée ou condensée en mm.
L_F	chaleur latente de fusion de l'eau.
L_V	chaleur latente de vaporisation.
L_S	chaleur latente de sublimation.
γ	rapport de Bowen.
C_p	capacité calorifique de l'air à P_{atm} constante.
C_S	capacité calorifique de l'eau solide.
C_W	capacité calorifique de l'eau liquide.
K, α	conductibilité et diffusivité thermiques de la glace.
K_s, α_{eff}	conductibilité et diffusivité thermiques efficaces de la neige.
ρ_W	densité de l'eau.
ρ_I	densité de la glace.
ρ_s	densité superficielle du manteau.
ρ	densité moyenne du manteau.
δt	intervalle de temps pour la discrétisation.
δx	épaisseur de la couche superficielle.
X	profondeur à laquelle le manteau redevient isotherme.
lk	lame de fusion superficielle au pas de temps k.

Dans les notations, Q représente une quantité de chaleur (cal/cm²) et q un flux (cal/cm²/s).

1. INTRODUCTION

Les modèles hydrologiques de bassins versants, bien qu'assez variés dans leurs conceptions et dans leurs formes, sont généralement conçus comme des transformations pluies-débits. Ces pluies, même affectées de diverses corrections (altitude, hétérogénéité spatiale, effets du pluviomètre...) correspondent cependant à des lames d'eau mesurées, et sont utilisées comme entrées dans ces modèles.

Par contre, dans les bassins à régime nival dominant, il faut, à défaut de mesures, calculer préalablement la lame d'eau qui atteindra le sol, et ensuite la faire ruisseler ou infiltrer. Dans cet article, nous nous intéresserons à la simulation, à l'aide de modèles mathématiques, des lames d'eau fournies par un stock de neige saisonnier en période de fusion.

Parmi les différentes démarches possibles, la nôtre sera essentiellement déterministe, et cherchera à simuler l'essentiel des phénomènes physiques importants pour l'hydrologie de la neige. Un grand soin sera apporté à la justification des hypothèses retenues pour la modélisation et le modèle obtenu sera appliqué à la fois en zone découverte et en zone boisée pour différentes périodes de fusion. Ensuite, on cherchera, en le simplifiant et en réduisant le nombre de variables d'entrée, à mesurer les pertes de précision correspondantes.

1.1. Travaux antérieurs

Mises à part d'importantes synthèses [1, 2], les travaux antérieurs concernant le calcul des écoulements de fonte se partagent entre les méthodes à facteurs de fonte [4, 5, 6] degrés jours, et l'utilisation des bilans d'énergie [7, 8]. Parmi ces derniers, deux ont été réalisés en liaison étroite avec un modèle de bassin versant, dont celui de E. A. Anderson qui a véritablement servi de point de départ à notre étude.

Nous avons d'abord cherché à appliquer son modèle dans les conditions des Alpes du Nord, assez différentes de celles du Central Sierra Snow Laboratory, puis à l'améliorer en utilisant des pas de temps plus fins, et en justifiant de façon plus détaillée certaines hypothèses. Ensuite, nous l'avons complété en cherchant à reproduire les phénomènes thermiques au sein du manteau, qui peuvent être d'une grande importance hydrologique en cas de refroidissement prolongé.

Pour terminer, nous avons effectué différents essais de sensibilité pour voir ce qu'un tel modèle, ou des versions simplifiées, donnerait avec les données couramment disponibles en hydrologie.

1.2. Données utilisées

Les données utilisées initialement, proviennent d'un site de mesures situé à 1350 m d'altitude, au col de Porte à 15 km au nord de Grenoble. Les variables mesurées sont décrites dans l'annexe I. Signalons quand même, qu'il comporte deux bacs lysimétriques, l'un en clairière, l'autre en forêt, et que les variables météorologiques sont mesurées à proximité immédiate de ces bacs. Outre les données micrométéorologiques mesurées de façon continue tout au long de l'enneigement, un certain nombre d'autres variables ont fait l'objet de campagnes limitées, soit pour expérimenter de nouveaux appareillages, soit pour étalonner les formules empiriques utilisées.

A titre de vérification, nous avons ensuite utilisé les données d'un bac lysimétrique situé à Davos Weiss Fluhjoch (2540 m) en zone découverte. Celles-ci nous ont été aimablement transmises par le Dr J. Martinec, de même que les variables météorologiques décrites en annexe II. Malheureusement, celles-ci ne sont pas toujours mesurées à proximité du bac lysimétrique et certains ajustements se sont avérés nécessaires.

2. THERMODYNAMIQUE D'UNE COUCHE DE NEIGE

2.1. Différentes sources d'énergie

Les différentes sources d'énergie qui affectent une couche de neige ont déjà été décrites de façon détaillée par ailleurs [1, 2, 3, 8, 9]. Nous allons les examiner rapidement en insistant sur les aspects ou les hypothèses plus particulièrement critiques dans la construction du modèle.

2.1.1. *Rayonnement solaire :* q_{RSWA}

Il correspond à la quantité de rayonnement de courte longueur d'onde effectivement absorbée par le manteau, compte tenu de son albedo. *Une certaine épaisseur est nécessaire pour cette absorption :* Le coefficient d'extinction,

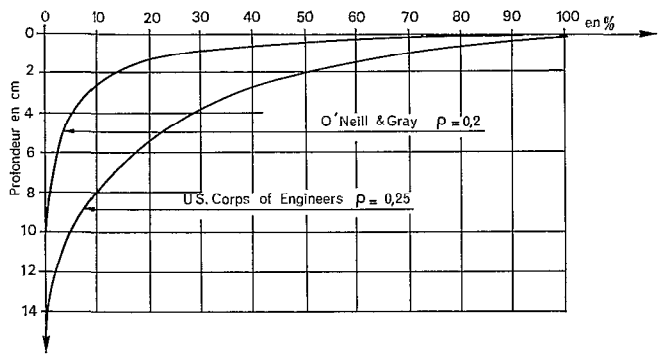

Fig. 1 a. — Pourcentage de rayonnement solaire pénétrant dans le manteau, en fonction de la profondeur

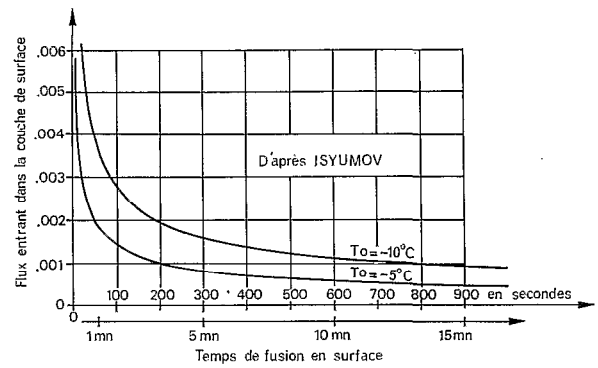

Fig. 1 b. — Temps nécessaire à l'apparition d'une température nulle à la surface d'une couche, initialement à T_0, et recevant un flux positif q_0

pratiquement indépendant de la longueur d'onde, peut être grossièrement lié à la densité de la couche traversée. Comme il s'agit de la couche supérieure, cette densité varie entre 0,05 — 0,15 immédiatement après une chute et 0,25 — 0,35 pendant la fusion. Elle ne devient supérieure à 0,4 qu'en fin de fusion. On peut alors considérer [1, 10] que 80% de ce rayonnement sera absorbé dans les 7 ou 8 premiers centimètres. Les valeurs fournies par O'Neill et Gray [10] pour des densités comparables sont encore plus faibles, de l'ordre de 2 cm (fig. 1 a).

2.1.2. *Rayonnements de grande longueur d'onde* q_{RLWA} (incident) et q_{RLWS} (émis)

La neige rayonne dans l'infrarouge comme un corps noir selon la loi de Stefan :

$$\sigma \cdot (T_s + 273)^4 = q_{RLWS}$$

où T_s est la température superficielle en °C (il s'agit théoriquement de la température « de peau » des quelques microns supérieurs).

En ce qui concerne le rayonnement incident, on considère, à défaut de mesures, que l'atmosphère rayonne vers la neige comme un corps gris selon une loi empirique [1] de la forme :

$$\sigma \cdot (T_a + 273)^4 \cdot (a + b\sqrt{ea}) \cdot f(N)$$

où :

T_a, ea sont la température et la tension de vapeur dans l'air
a, b des constantes
f (N) une fonction empirique de la nébulosité.

On trouvera chez Kuzmin [2] un exposé complet sur le rayonnement infrarouge atmosphérique et sur la validité d'une telle formule.

Signalons que Anderson [11] a proposé une formule où l'index N est remplacé par :

$$\frac{R_{SWI}}{R_{SWIP}} = \frac{\text{rayonnement solaire global observé le jour j}}{\text{rayonnement solaire global potentiel du jour j}}$$

et qui fournit des résultats comparables [22].

Par temps pluvieux, on a considéré que ce rayonnement pouvait s'écrire :

$$q_{RLWA} = \sigma \cdot (T_c + 273)^4$$

où T_c est la température à la base des nuages, soit pour le site considéré : $T_c \not\approx T_a$ (gradient atténué en période de précipitations).

2.1.3. *Transferts turbulents* q_{LAT}, q_{SENS}

Bien qu'englobant des phénomènes extrêmement complexes, on peut les ramener, sous certaines hypothèses [3, 8, 12], à des expressions de la forme :

$$E = f(U) \cdot (e_a - e_s) \not\approx k \cdot U (e_a - e_s) \Rightarrow q_{LAT} = L_s \cdot E$$

où :

E, q_{LAT} correspondent aux transferts de masse, exprimés en lame d'eau ou en quantité de chaleur

U est le parcours du vent mesuré à 10 m et $k \# 2.10^{-6}$ pour E en mm, U en m, c_a et e_s en mb, et dans l'hypothèse d'un profil de vent logarithmique.

Cette expression se vérifie assez bien par les mesures compte tenu de leur précision [8, 13].

Le flux de chaleur sensible s'écrit de la même manière :

$$q_{SENS} = \gamma \cdot f(U) \cdot (T_a - T_s) \# \gamma \cdot k \cdot U \cdot (T_a - T_s)$$

où $\gamma = \frac{Cp \cdot Patm}{0.622\ L}$ est le rapport de BOWEN qui suppose l'égalité des coefficients de transfert turbulents pour la chaleur latente et la chaleur sensible.

2.1.4. *Transferts par conduction vers le manteau.* q_{COND}

La propagation de la chaleur dans une couche de neige a fait l'objet d'un assez grand nombre d'études par suite des changements de structure qu'elle entraîne (métamorphose des cristaux, givre de profondeur, etc.). Elle met en jeu divers processus :

— conduction solide par ponts de glace ;
— convection de l'air humide sous l'effet du gradient de température ;
— distillation des grains chauds vers les grains froids ;
— rayonnement entre grains.

En général cependant, seuls sont retenus la conduction solide et les transferts de vapeur (qui peuvent représenter jusqu'à 30% des échanges [14, 15]).

L'équation de diffusion s'écrit alors :

$$\rho \cdot C_s \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(K \frac{\partial T}{\partial x}\right) + L_s \left(D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \frac{\partial c}{\partial x}\right)$$

avec :

c concentration de vapeur
D coefficient de diffusion de vapeur (0.2 cm^2/s)
K conductibilité thermique de la glace.

La concentration de vapeur c est liée à la pression de vapeur saturante par $C = \frac{e_{SAT}}{R \cdot T}$ avec pour la neige :

$$e_{SAT} = A \cdot \exp(T - T_0) \cdot B \text{ (d'après YEN, cité dans [15])}$$

L'équation prend alors la forme :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \cdot \left[1 + \frac{D}{\alpha} \cdot \frac{L_s \cdot (B \cdot T - 1)}{\rho \cdot C_\rho \cdot R} \cdot \frac{A \cdot \exp[B(T - T_0)]}{T^2}\right] \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{D}{\rho \cdot C_\rho} \cdot \frac{L_s}{R} \cdot \left[\frac{(B^2 T^2 - 2 \cdot BT + 2)\, A \exp[B(T - T_0)]}{T^3}\right] \left(\frac{\partial T^2}{\partial x}\right)$$

avec :

$$\alpha = \frac{K}{\rho \cdot C_p} \text{ diffusivité thermique (Yen, Yosida).}$$

Des études numériques ont permis de définir l'importance relative des termes en $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ et $\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2$, essentiellement en fonction de la densité moyenne du manteau :

— pour une neige fraîche ($\rho = 0{,}1$ g/cm^3) la diffusivité thermique réelle est trois fois plus importante qu'en l'absence de diffusion de vapeur et le terme en $\frac{\partial T}{\partial x}$ représente environ 15% des échanges ;

— pour une neige ancienne ($\rho = 0{,}45$ g/cm^3) l'influence de la diffusion de vapeur diminue, et on se trouve pratiquement ramené à l'équation classique de la diffusion de chaleur.

On peut donc négliger le second terme de l'équation et l'écrire :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_{eff.} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

où α efficace est égal à $\alpha \left[1 + \frac{D\ L^2\ c}{\alpha\ C_p\ \rho\ ART_0} \right]$

Si on appelle α le coefficient correspondant à la conduction seule de la matrice de glace, on a :

α eff. $\not\approx 2{,}8\ \alpha$ pour $\rho = 0{,}1$ g/cm³,

α eff. $\not\approx 2{,}1\ \alpha$ pour $\rho = 0{,}2$ g/cm² etc.

Dans la pratique, on calcule α_{eff} à partir d'une conductibilité K_S déduite de formules empiriques [16] $K_S = k \cdot \rho^2$

Ces formules sont elles-mêmes ajustées sur d'assez nombreuses mesures «in-situ», qui englobent donc les phénomènes secondaires que nous avons décrits.

2.1.5. *Quantité de chaleur apportée par la pluie.* q_{PREC}

On peut supposer qu'une pluie d'intensité P, à une température $T_p \approx T_a$, amène une quantité de chaleur :

$$q_{PREC} = \rho_W \cdot C_W \cdot P \cdot T_p$$

Celle-ci se transmet à la neige dans les premiers centimètres de la couche, puis regèle éventuellement au sein du manteau.

En cas de chute de neige à la température T_p, sur une surface à température T_S :

$$q_{PREC} = \rho_i \cdot C_S \cdot P \cdot (T_p - T_S)$$

2.1.6. *Fusion au niveau du sol.* $q_{FØNT}$

On constate que la base du manteau atteint assez rapidement, après le début de l'enneigement, la température de 0 °C et donne lieu à un écoulement pratiquement constant et continu de 0,8 mm/jour environ. Cette valeur relativement élevée peut être due à une circulation d'air entre la base du lysimètre et la fosse de mesures, mais elle reste faible devant les lames d'eau obtenues en période de fusion (10 à quelques dizaines de mm/jour).

2.1.7. *Fusion superficielle.* $q_{FØNT}$

Dans le cas où le manteau est à 0 °C et où le flux entrant dans la couche de surface est supérieur au flux émis par celle-ci, l'équilibre se traduit non pas par une accumulation de calories dans celle-ci, car T_S ne peut excéder 0 °C, mais par un changement d'état et l'apparition d'une lame d'eau : $\frac{q_{FØNT}}{L_F}$

Dans le cas où le manteau sous-jacent n'est pas isotherme, on peut considérer :

— qu'il y a transfert de chaleur vers le manteau

— et fusion superficielle.

Par exemple, dans un manteau initialement isotherme à $T_M < 0$ °C, on impose, pendant δt, un flux entrant q_I important : $T^o{}_S \rightarrow 0$ °C et l'équation de conduction permet de transmettre vers le manteau :

$$Q_{COND} = 2 \cdot C_S \cdot \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}} \cdot (0^o - T_M) \cdot \sqrt{\delta t}$$

et si $Q_I = q_I \cdot \delta t$ lui est supérieure, il y aura de plus, fusion superficielle d'une quantité :

$$I\ \delta t = \frac{Q_I - Q_{COND}}{L_F}$$

qui percolera et ira regeler dans le manteau, assurant un transfert de chaleur plus rapide que la seule conduction.

Or, cette situation est assez fréquente car, on le verra dans le paragraphe suivant, la surface répond très rapidement à un flux positif (fig. 1 b).

Compte tenu des pas de temps employés et des valeurs respectives que peuvent prendre Q_{COND} et Q_I, on peut considérer qu'en général ce transfert est assuré essentiellement par la percolation et le regel.

Rappelons cependant que ces hypothèses correspondent à des conditions de moyenne montagne (manteau saisonnier assez épais, sol non gelé, températures de l'air de l'ordre de — 20 à + 15 °C) et sont plutôt caractéristiques de la seconde moitié de l'enneigement (densité moyenne assez forte et conduction thermique dominante au sein du manteau).

2.2. Notion de bilan superficiel

A l'exception de la fusion au sol (2.1.6), tous les autres termes d'échange sont superficiels (2.1.2 et 3), ou quasi-superficiels (2.1.1.5 et 7). Nous les supposerons de plus unidirectionnels et verticaux, en négligeant les apports parasites, thermiques ou liquides, pouvant arriver latéralement (fig. 2 a).

La variable clé de ces échanges est la température «superficielle» que nous définirons progressivement ci-dessous. Par analogie avec des problèmes thermiques classiques [18], nous allons décomposer le système en deux parties :

— le manteau neigeux proprement dit, qui est soit isotherme à 0 °C, soit fonctionne en accumulateur de frigories selon la loi de la conduction ;

— une couche superficielle δx, constituée par les trois à cinq premiers centimètres, où s'effectuent les transferts d'énergie.

Si nous écrivons le bilan de cette couche d'épaisseur δx, dans le cas le plus complexe d'un flux incident négatif et pendant l'intervalle de temps δt :

$$\int_0^{\delta x} \rho_S \,.\, C_S \,.\, T\,(x, t + \delta t) \,.\, dx - \int_0^{\delta x} \rho_S \,.\, C_S \,.\, T\,(x, t) \,.\, dx$$

$$= \int_t^{t+\delta t} q_I\,[T\,(\delta x, \tau), \tau] \,.\, d\tau - \int_t^{t+\delta t} \rho \,.\, Cs \,.\, K \,.\, \frac{\partial T\,(O, \tau)}{\partial x} \,.\, d\tau$$

où $q_I\,[T(\delta x, t), t]$ exprime que ce flux comprend des termes fonction du temps et d'autres, fonction de la température de surface, elle-même fonction du temps.

Une première approximation va consister à considérer que cette couche est isotherme à la température T_S, c'est-à-dire, en supposant que ρ_S est constant :

$$T_S\,(t) = \frac{1}{\delta x} \int_0^{\delta x} T\,(x, t) \,.\, dx$$

Un exemple de profil de températures (fig. 3 b) montre qu'en général, il n'en est rien.

Si maintenant on écrit l'équation sous la forme :

$$\rho_S \,.\, C_S \,.\, \int_t^{t+\delta t} \frac{d\,T_S\,(\tau)}{d\tau} \,.\, d\tau = \int_t^{t+\delta t} q_I\,[T_S\,(\tau), \tau] \,.\, d\tau - \rho_S \,.\, C_S \,.\, \int_t^{t+dt} K \,.\, \frac{\partial\,T_S\,(\tau)}{\partial\,x}\, d\tau \qquad (8)$$

avec :

$$T_S\,(\tau) = T\,(\delta x, \tau) + \varepsilon_1 = T\,(O, \tau) + \varepsilon_2$$

on commet sur le second membre une erreur du premier ordre en ε_1 et ε_2. Celle-ci pourra être forte quand ε_1 et ε_2 sont grands par rapport à T_S — c'est le cas de la figure 2 b — par contre, elle sera faible en cas de refroidissement marqué ou de fusion.

Une deuxième approximation consiste à écrire ce bilan pour un intervalle δt qui ne soit pas petit, et à écrire que l'intégrale des flux sur δt, ou encore le flux moyen, est égal au flux des valeurs moyennes sur δt.

En effet :

$$q\,(t) = q\,(T_S\,(t), T_a\,(t), q_{RSWA}\,(t), \ldots)$$

et le flux moyen :

$$\int_t^{t+\delta t} q\,(\tau) \,.\, d\tau$$

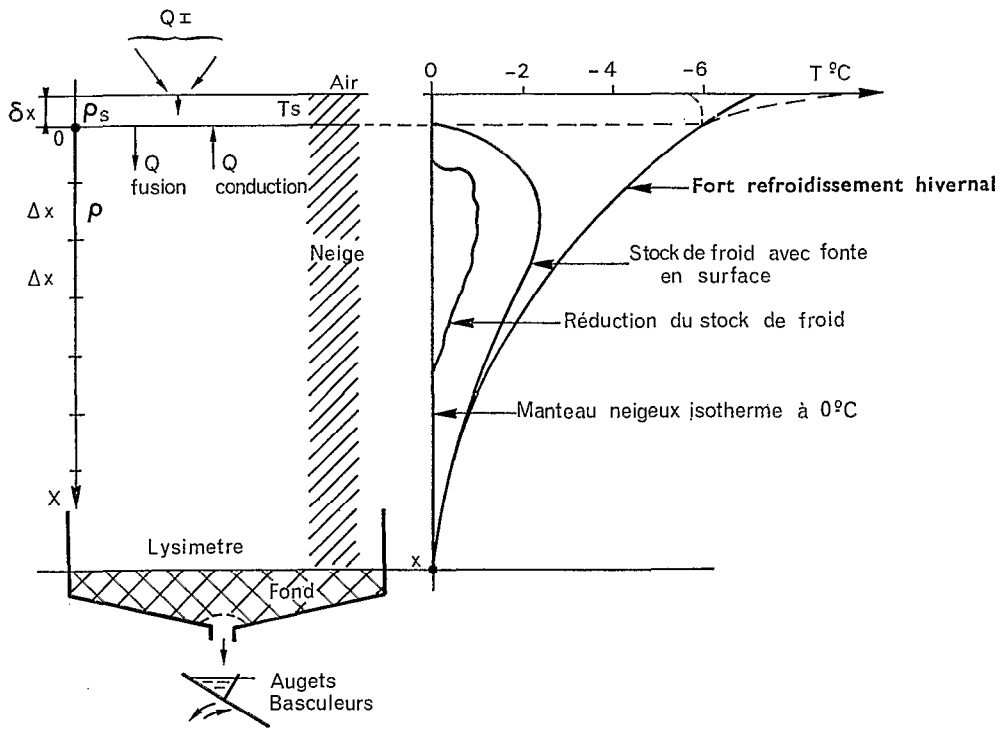

Fig. 2 a

Fig. 2 b

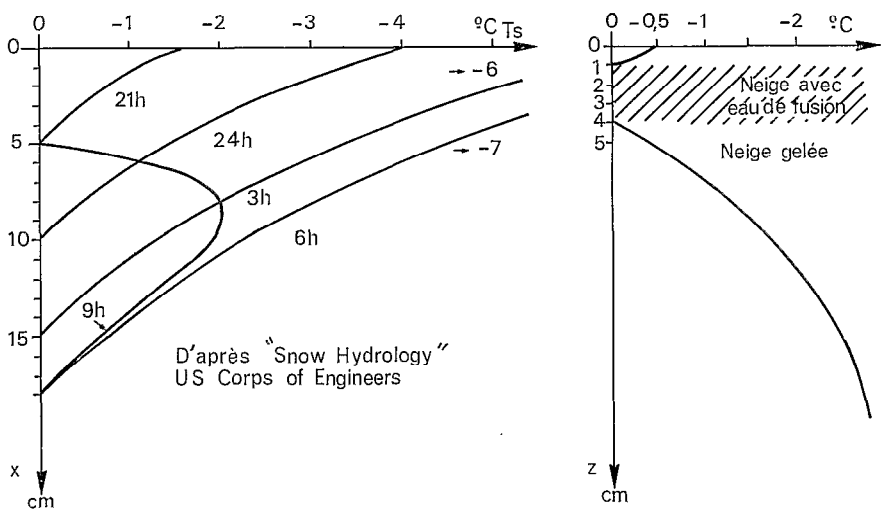

Fig. 3 a

Fig. 3 b

Fig. 2 a. — Schéma de la colonne de neige à modéliser

Fig. 2. b. — Exemples de profils de températures dans le manteau neigeux

Fig. 3 a. — Profils de température caractéristiques du refroidissement nocturne d'un manteau initialement à 0 °C

Fig. 3 b. — Exemple de profil diurne avec croûte de glace en surface et fusion superficielle

diffère de :

$$q\,(\overline{T}_s, \overline{T}_a, \overline{q_{RSWA}}, \ldots)\,.\,\delta t$$

où $\overline{T}_s$, ... sont les valeurs moyennes sur $(t, t + \delta t)$.

On peut le vérifier assez simplement dans certains cas particuliers. Supposons par exemple, une période de fusion établie, où $T_s(t) =$ constante $= 0$ °C. Supposons de plus, sur un intervalle de temps δt, toutes les variables météorologiques constantes (vitesse du vent, humidité relative, rayonnement solaire, nébulosité, pression atmosphérique...) à l'exception de la température de l'air qui varierait de $T_a + \frac{\varepsilon}{2}$ à $T_a - \frac{\varepsilon}{2}$ entre t et $t + \delta t$.

Si on prend le développement de Taylor au voisinage de T_a de l'équation (8), si on l'intègre entre t et $t + \delta t$, et si on le compare au résultat obtenu en prenant T_a constant sur δt, on trouve un écart en :

$$\varepsilon^2\,[.\,g\,(T_a^2) + h\,(U)]$$

Exemple : pour une nébulosité nulle, un vent moyen de 0,4 m/s, et $\delta t = 3$ h, on trouve une différence de $0{,}5\,.\,10^{-3}$ mm de fusion pour $\varepsilon = 1$ °C et $T_a = 10$ °C.

Une troisième et dernière approximation consiste à négliger la variation du contenu calorifique de la couche superficielle.

$$\Delta\,q = \rho_s\,.\,C_s\,.\,\delta x\,.\,[T_s\,(t + \delta t) - T_s\,(t)\,] \neq 0$$

Cette quantité est surtout importante en cas de refroidissement marqué pendant l'intervalle de temps. On suppose qu'elle reste faible devant les autres termes du bilan, en particulier q_{COND}.

Exemple : si on prend $T_s\,(t) = 0$ °C, $T_s\,(t + 3\text{ h}) = -10$ °C.

$$\left.\begin{array}{l} \rho_s = 0{,}1\ \text{g/cm}^3 \\ C_s = 0{,}5\ \text{cal/g/°C} \\ \delta x = 5\ \text{cm} \end{array}\right\} \quad \Delta\,q = 2{,}5\ \text{cal/cm}^2$$

Or, pendant le même temps, si l'on part d'un manteau isotherme, avec :

$$\left.\begin{array}{l} \rho\ = 0{,}3\ \text{g/cm}^3 \\ K_S = 5{,}10^{-4}\ \text{cal/an/s/°C} \\ \delta t\ = 3\ \text{h} \end{array}\right\} \quad q_{COND} = -11\ \text{cal/cm}^2$$

On voit qu'en fait, la validité de cette approximation dépend de la profondeur affectée à δx, et que le fait de négliger ce terme conduit, dans (8), à calculer des T_s plus froids en cas de refroidissement, et inversement en cas de réchauffement.

Le bilan superficiel s'écrira donc désormais pour un pas de temps Δt quelconque :

$$Q_{RSWA} + Q_{RLWA} + Q_{RLWS}\,.\,(T_s + Q_{LAT}\,(T_s) + Q_{SENS}\,(T_s) + Q_{PREC} + \left\{\begin{array}{ll} Q_{COND}\,(T_s) & \text{si } T_s < 0\ °C \\ Q_{FØNT} & \text{si } T\ = 0\ °C \end{array}\right. = 0 \qquad (9)$$

Conclusions pour la conception d'un modèle

On voit donc que l'équation que l'on utilise généralement n'est absolument rigoureuse qu'en cas de fusion pour un pas de temps petit. En dehors de ce cas, on commet des erreurs, qui peuvent être importantes dans certaines situations particulières.

Cela nous a conduit à utiliser des pas de temps relativement faibles. On peut distinguer quatre phases dans la fusion journalière :

1 — Fusion caractérisée (après-midi)
2 — Ressuyage et regel (soir)
3 — Gel caractérisé (nuit)
4 — Dégel et fusion superficielle (matin)

Un pas de temps de 3 h permet de tenir compte de l'évolution saisonnière de leurs importances respectives et des heures auxquelles elles débutent. De plus, les phases où les approximations sont le plus mal vérifiées (2 et 4) ne représentent plus que 2 pas de temps sur 8.

3. FONCTIONNEMENT DU MODÈLE COMPLET

Nous allons maintenant décrire les algorithmes utilisés et le déroulement complet des calculs pour un pas de temps Δt, dans le cas d'un manteau à température négative. On trouvera l'organigramme complet en figure 4.

3.1. Recherche d'une première estimation de T_s soit T_s (°)

Le bilan de la couche superficielle (9) s'écrit désormais, en l'absence de fusion :

$$Q_{RSWA} + Q_{RLWA} + \sigma \cdot (T_s + 273)^4 + L \cdot f(U) \cdot [e_s - e_s(T_s)] + \gamma \cdot L f \cdot (U) \cdot (T_a - T_s) + Q_{PREC} + Q_{COND}(T_s) = 0 \quad (10)$$

Nous supposerons dans un premier temps que le manteau est isotherme à une température T_M, telle que :

$$\rho \cdot C_s \cdot T_M \cdot X = \int_0^x \rho \cdot C_s \cdot T(x)\, dx$$

Le fait de prendre T_M plutôt que 0 °C améliore le premier pas et accélère donc le calcul.

Dans cette hypothèse, $Q_{COND}^{(0)}(T_s)$ peut s'écrire :

$$Q_{COND}^{(0)}(T_s^0) = C_{st} \cdot (T_s^0 - T_M) \text{ avec } C_{st} = 2\, \rho\, C_s \sqrt{\alpha \frac{\delta t}{\pi}}$$

Si on le reporte dans l'équation (10), on obtient une équation non linéaire de la forme $F(T_s^0) = 0$. Si l'on remplace $e_s(T_s)$ par une approximation du second degré :

$$e_s(T_s) \# 6{,}02 + 0{,}42\, T_s + 0{,}008\, T_s^2$$

cette équation devient polynômiale.

Compte tenu des valeurs des coefficients, sa dérivée :

$$\frac{dF}{dT_s} = -4 \cdot \sigma (T_s + 273)^3 - 0{,}016\, L \cdot f(U) \cdot T_s - L f(U)(\gamma + 0{,}42) - C_{st}$$

reste négative sur un intervalle assez large (0°, — 25 °C) et la fonction $F(T_s)$, monotone décroissante, aura un seul zéro, s'il existe.

Comme nous ne cherchons qu'une première estimation, nous utilisons simplement une méthode de dichotomie pour laquelle nous tolérons 3 ou 4 itérations, d'où T_s(°).

3.2. Calcul de $Q_{COND}^{(1)}$ a l'aide de T_s (°)

On considère alors que la couche superficielle T_s a été maintenue à la température T_s (°) pendant δt.

Connaissant le profil de température au temps précédent en tous points m . Δx soit T (t, m . Δx) on en déduit le profil au temps t + δt.

$$T^{(0)}(t + \delta t, m) = T(t, m) + \alpha \frac{\delta t}{\Delta x^2} [T(t, m-1) - 2\, T(t, m) + T(t, m+1)]$$

On sait que la condition de stabilité de cette méthode explicite est :

$$\alpha \frac{\delta t}{\Delta x^2} < \frac{1}{2}$$

Avec α de l'ordre de 0,004 cm²/s et $\Delta x \# 10$ cm, on doit avoir $\delta t < 12\,500$ s, ce qui est compatible avec $\delta t = 3$ h (si on veut travailler avec $\delta t = 12$ h, il suffit d'augmenter Δx, par exemple $\Delta x \# 20$ cm).

A l'aide du nouveau profil obtenu, $T^0(t + \delta t, m)$ on calcule la variation Q_{COND} de la quantité de chaleur accumulée dans le manteau.

$$Q_{COND}^{(1)} = \rho \cdot C_s \cdot \sum_{m=0}^{M} [T^0(t + \delta t, m) - T(t, m)]$$

et on vérifie qu'elle satisfait l'équation (10) pour $T_s = T_s^0$, avec un écart ε (1).

Si le manteau était isotherme à 0 °C au début du pas de temps, on s'arrêterait évidemment au calcul de $Q_{COND}^{(0)}$.

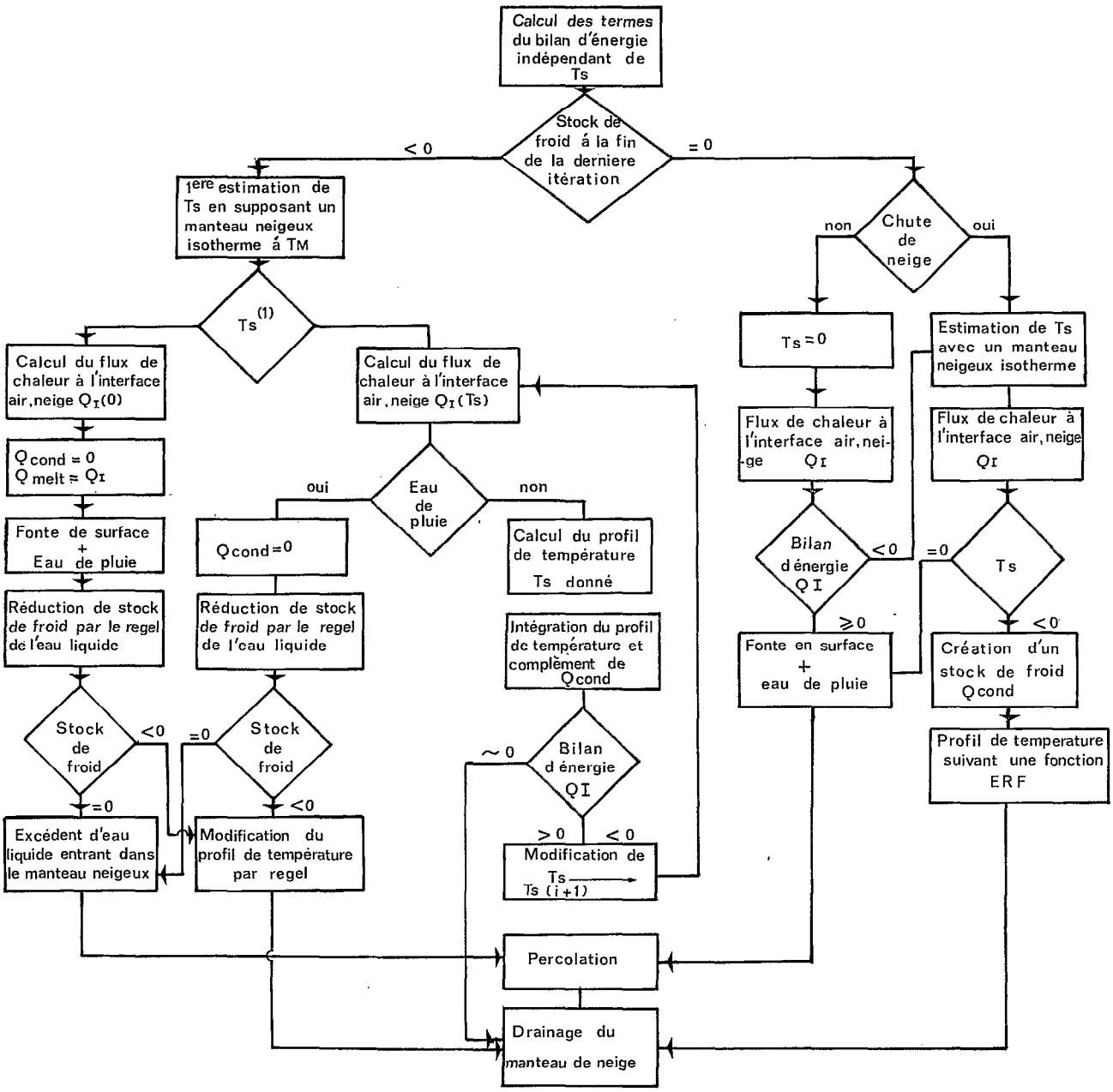

Fig. 4. — Organigramme de la partie du modèle concernant le bilan d'énergie

3.3. Itération sur T_s

Ayant calculé $T_s^{(i-1)}$ et $T_s^{(i)}$, d'où $Q_{COND}^{(i-1)}$ et $Q_{COND}^{(i)}$ qui satisfont l'équation (10) avec les écarts $\varepsilon^{(i-1)}$ et $\varepsilon^{(i)}$, on prend pour $T_s^{(i+1)}$:

$$T_s^{(i+1)} = T_s^{(i)} - \varepsilon^{(i)} \frac{T_s^{(i-1)} - T_s^{(i)}}{\varepsilon^{(i-1)} - \varepsilon^{(i)}}$$

En fait, on se contente de 3 ou 4 itérations. Un petit problème se pose, en cas de refroidissement prolongé sur plusieurs jours, pour tenir compte de la variation de hauteur due au tassement mécanique du manteau.

3.4. Calcul de la fusion superficielle et percolation

Le démarrage de l'algorithme sur le pas de temps se fait en tenant compte du pas précédent. S'il y avait refroidissement ou existence d'un stock de froid, on commence en supposant que $T_s < 0$ °C. A l'inverse, s'il y avait fusion et un manteau isotherme, on commence avec $T_s = 0$ °C.

Dans ce cas, si la somme des termes de l'équation (10) est positive, on l'affecte à Q_{FONT} d'où une lame d'eau pour le pas de temps k : $l_k = \frac{Q_{FONT}}{L_F}$

Nous faisons percoler cette lame d'eau à travers le manteau de neige en utilisant la méthode proposée par Anderson [8], qui correspond à un hydrogramme unitaire dont les paramètres varient avec l'épaisseur du manteau. Ces résultats ont d'ailleurs été vérifiés par De Walle et Meiman [19] et donnent des valeurs satisfaisantes surtout en fin de la période de fusion. Cela tient au fait que, quelle que soit l'hétérogénéité initiale du manteau et sa stratification, le métamorphisme et la percolation de l'eau de fonte conduisent pratiquement à un manteau assez homogène (forte densité, grains ronds assez gros). Les développements récents dus à Colbeck [20] nous ont semblé très intéressants sur le plan théorique, mais lourds à mettre en œuvre dans notre cas.

Nous traitons par une méthode analogue la percolation dans le bac lysimétrique dont les paramètres ont été calculés sur des fins de période de fusion et des pluies d'automne.

3.5. Initialisation

Le modèle est initialisé en donnant la hauteur, la valeur en eau, la densité superficielle et le profil de température en fin de période d'accumulation.

A défaut d'une loi de tassement satisfaisante, nous réinitialisons chaque jour la hauteur de neige. Par contre, la valeur en eau du manteau est simulée de façon continue sans modification, de même que les profils de températures.

La densité superficielle ρ_s évolue en tenant compte de l'albedo. Elle est réinitialisée après chaque nouvelle chute de neige.

3.6. Mise en œuvre

Ce programme a été écrit en Algol 60 sur IBM 360/67. Il requiert environ 0,5 s d'exécution par journée simulée (avec $\delta t = 3$ h), soit en gros 30 s pour deux mois de période de fusion. Ce temps, qui pourrait être amélioré, est compatible avec son intégration dans un modèle de bassin versant.

4. UTILISATION DU MODÈLE ET PERFORMANCES

4.1. Utilisation sur les données du bac «Prairie»

Le modèle a été ajusté sur les périodes de fusion de 1968. Les valeurs des coefficients trouvées dans la littérature n'ont été que légèrement modifiées pour reproduire les écoulements journaliers. La plupart des résultats apparaissent dans les figures 5 à 8.

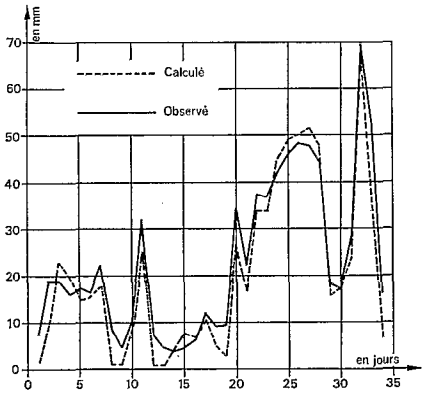

Fig. 5. — Période de fusion 1968
Zone découverte — Col de Porte

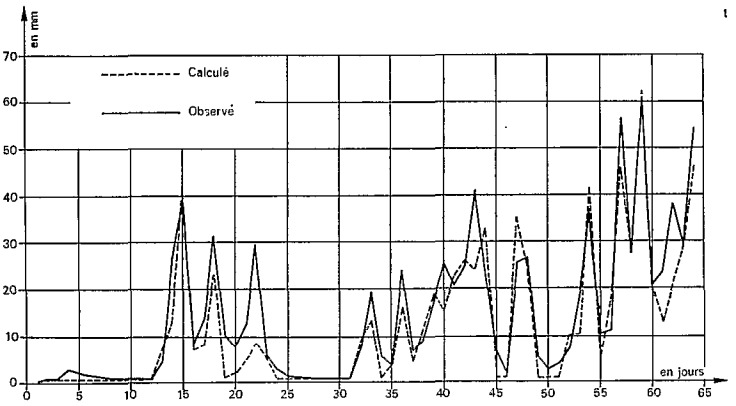

Fig. 6. — Période de fusion 1969 — Zone découverte — Col de Porte

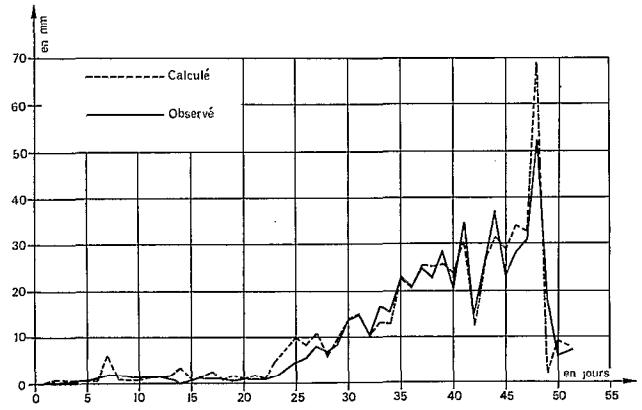

Fig. 7. — Période de fusion 1971
Zone découverte — Col de Porte

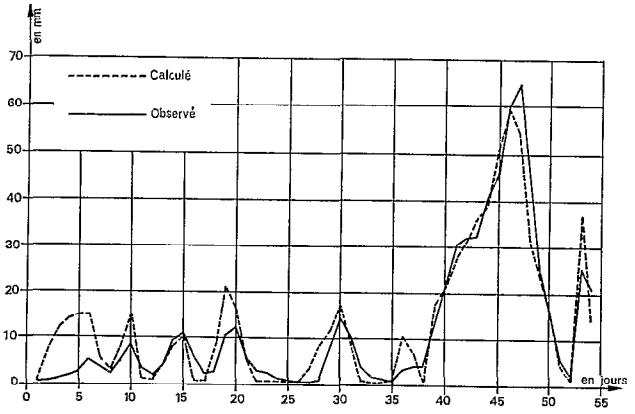

Fig. 8. — Période de fusion 1973
Zone découverte — Col de Porte

Hydrogrammes journaliers et tri-horaires

On donne les débits observés et calculés, recueillis dans le bac lysimétrique entre 13 h et 13 h. Ce choix s'explique aisément en regardant les hydrogrammes et évite de mélanger l_j et $l_j + 1$. Sur une échelle de temps plus fine, on constate qu'ils sont surtout satisfaisants en phase de fusion bien établie (fig. 9).

Les périodes de regel sont assez correctement représentées.

Températures dans le manteau (fig. 11)

On donne, pour les journées des 8 et 9 mars 1971, l'évolution des températures dans le manteau, observées et calculées. Signalons que ce calcul a été fait sans ajustement. On y reconnaît bien le réchauffement diurne, avec fusion superficielle et le refroidissement nocturne. Les légers écarts observés sont dus :

— à l'utilisation de caractéristiques moyennes pour le manteau ;
— au fait que l'on a comparé des valeurs moyennes calculées sur 3 h avec des valeurs instantanées mesurées au milieu du pas de temps.

Fig. 10. — Exemples de températures superficielles calculées et observées durant les heures nocturnes (Col de Porte, 1973)

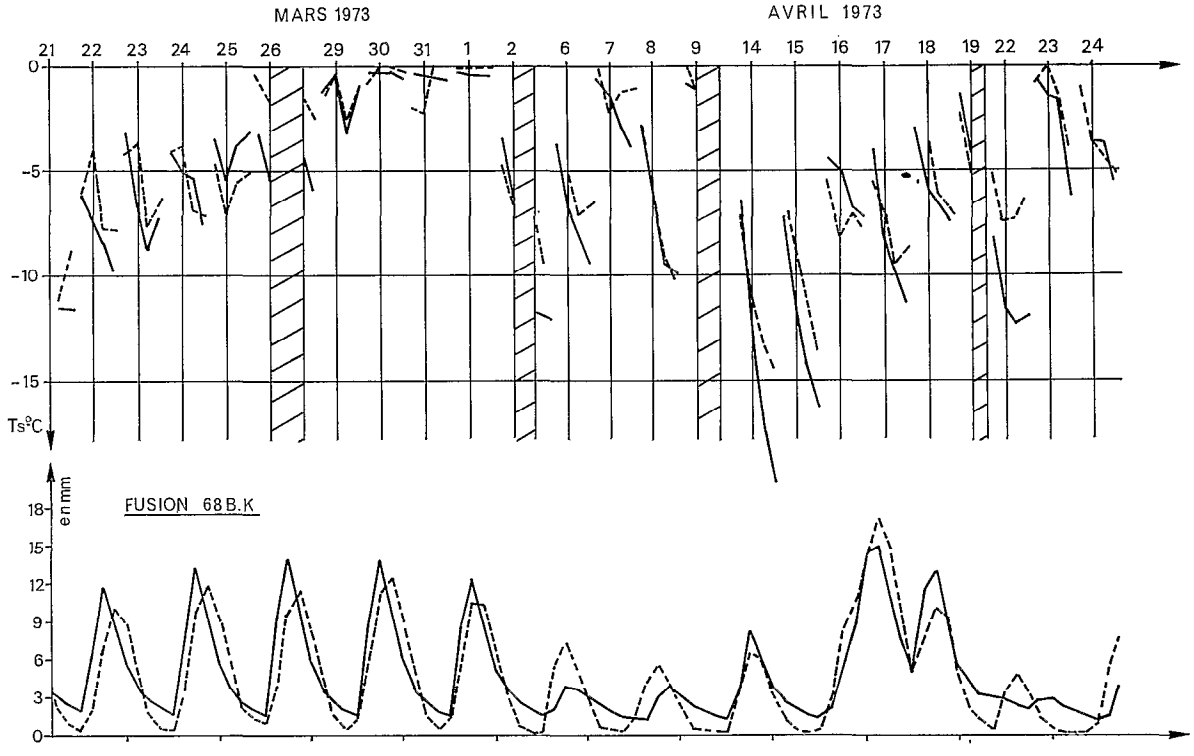

Fig. 9. — Ecoulements simulés et observés du lysimètre sur un pas de temps de 3 heures (Col de Porte, fin de la période de fusion 1968)

Températures de surface (fig. 10)

On a comparé les températures superficielles aux valeurs instantanées, mesurées sur 3 h, calculées pendant un mois de la campagne 1973. Comme il s'agit d'une température vraiment superficielle (mesurée par infrarouge, la nuit exclusivement à cause du rayonnement solaire parasite durant le jour), on comprend qu'elle soit systématiquement un peu plus basse que la valeur moyenne sur les premiers centimètres.

4.2. Utilisation sur les données du bac «Forêt»

Ce même modèle a été appliqué sous le couvert forestier voisin, en utilisant les données précédentes recueillies en prairie, et avec les corrections suivantes, déduites de mesures temporaires antérieures.

Sur les données :

— les précipitations ont été réduites pour tenir compte de l'interception;
— les températures sont plus faibles de 1 °C environ et l'amplitude diurne est réduite par 0,8 ;
— le vent est réduit de 0,8 à 0,5 et devient très faible.

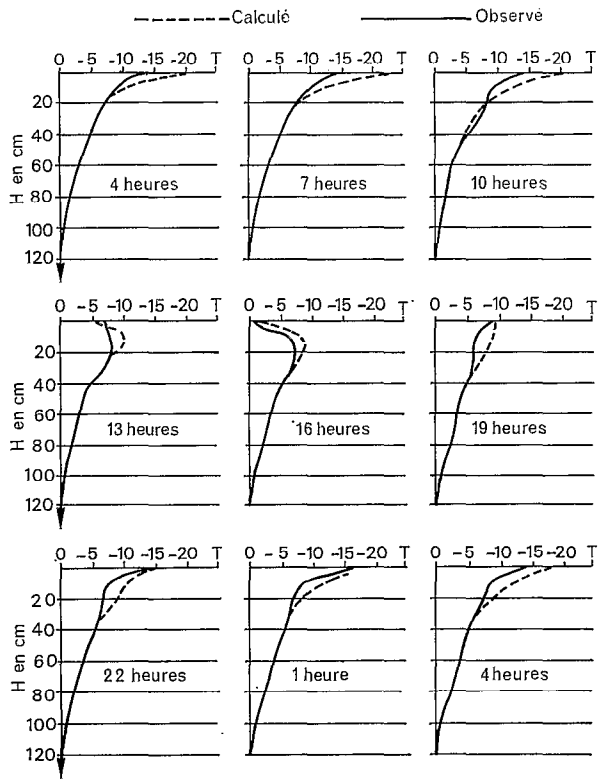

Fig. 11. — Evolution du profil de température au sein du manteau pendant un refroidissement prolongé (8/9 mars 1971)

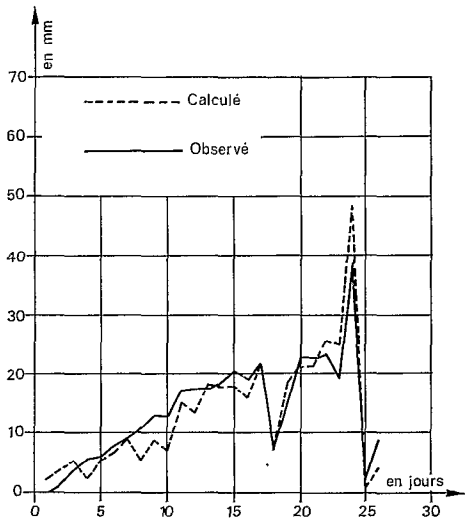

Fig. 12. — Période de fusion 1971
Zone boisée — Col de Porte

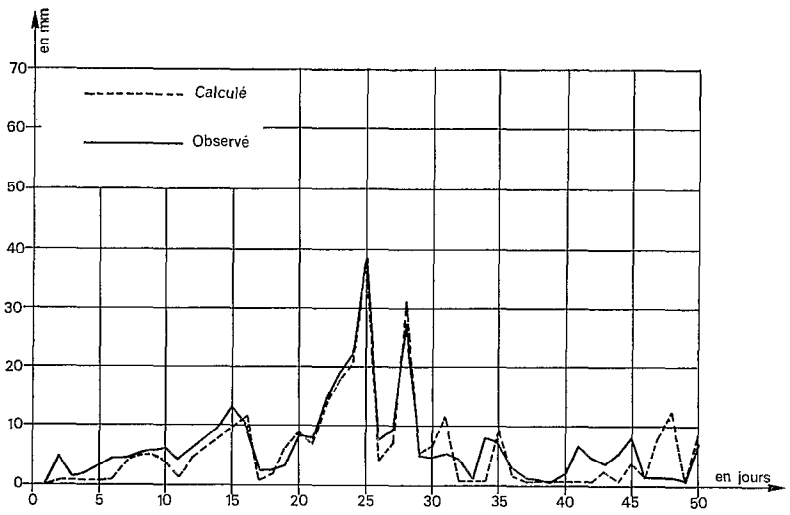

Fig. 13. — Période de fusion 1973 — Zone boisée — Col de Porte

Sur le modèle :

— on tient compte de la densité F du couvert forestier ($F \neq 90\%$) ;
— le rayonnement atmosphérique est dû essentiellement au couvert qui rayonne comme un corps noir en $\sigma \cdot (T_{af} + 273)^4$.

Cette dernière approximation semble meilleure que les formules empiriques utilisées en zone découverte et explique les bons résultats, obtenus après ajustement sur la seule année 1970 (fig. 12 et 13).

5. SIMPLIFICATION DU MODÈLE — ÉVOLUTION DES PERFORMANCES

On a vu que si l'on dispose des données météorologiques essentielles concernant les échanges thermiques air $\rightleftarrows$ neige, le calcul des lames de fusion pouvait être effectué avec une précision très satisfaisante, comparable à celle des mesures de pluies. Par contre, quand ces données ne sont pas disponibles dans leur totalité, on les remplace par des estimations plus ou moins bonnes. D'autre part, pour des raisons de temps de calcul ou pour éviter d'estimer certaines variables, on préfère utiliser des modèles simplifiés. Nous allons en voir quelques exemples pour tenter d'évaluer la dégradation des performances.

5.1. Modèle a manteau isotherme

Il s'agit du même modèle que précédemment où l'on supposerait toujours le manteau isotherme à 0 °C ou à $T_M < 0$ °C, d'où :

$$Q_{COND} = Cst \cdot (T_s - T_M)$$

De plus, en remplaçant toutes les fonctions de T_s par des approximations linéaires, on trouve directement T_s par un calcul assez simple. D'après ce que l'on peut déduire de son article [8], il s'agit là du modèle utilisé par Anderson sur un pas de 12 h. Dans un premier temps, nous gardons un pas de 3 h. Les résultats restent satisfaisants, sauf en cas de refroidissement prolongé. Par contre, ils représentent bien les refroidissements nocturnes simples (fig. 14).

5.2. Réduction des données d'entrée

Nous avons supposé qu'à part l'initialisation, les données nivométriques étaient indisponibles. Il a fallu introduire une loi de tassement :

$$\frac{\Delta H}{H^2} = k\,(\rho - 0{,}5)$$

et une loi donnant :

$$\rho_s = \rho_{so} + \frac{(T_p + 12)^2}{1\,000}$$

en cas de chute de neige. Par l'effet des cumuls, ces estimations peuvent conduire, au bout d'une période de simulation assez longue, à une représentation fallacieuse du manteau en hauteur et densité.

Si, quant aux variables météorologiques, on se limite aux :

— températures de l'air minimum et maximum $\left\{ \begin{array}{l} T_{a\,min} \\ T_{a\,max} \end{array} \right.$

— humidités relatives $\left\{ \begin{array}{l} RH_{min} \\ RH_{max} \end{array} \right.$

— pluviogrammes
— nébulosité journalière moyenne,

il nous faut estimer le rayonnement solaire incident à partir du potentiel, soit :

$$Q_{RSWI} = Q_{RSWP} \times RAP$$

avec :

$$RAP = f\,(N,\ T_{a_{max}} - T_{a_{min}},\ P)$$

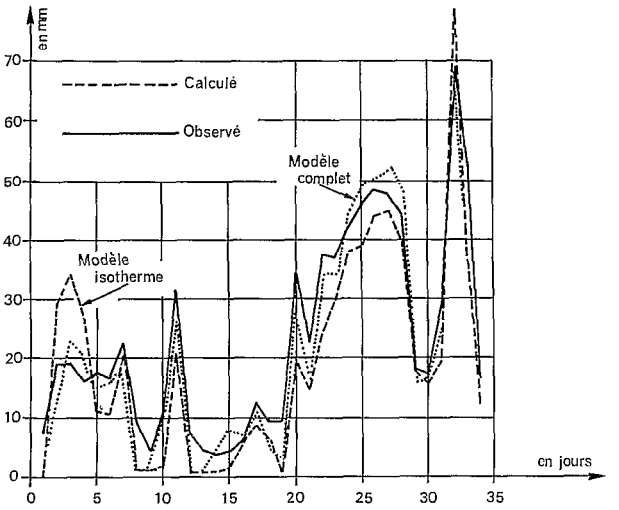

Fig. 14. — Comparaison entre les écoulements simulés par le modèle complet (points), le modèle isotherme (tirets) et les écoulements observés (traits pleins)

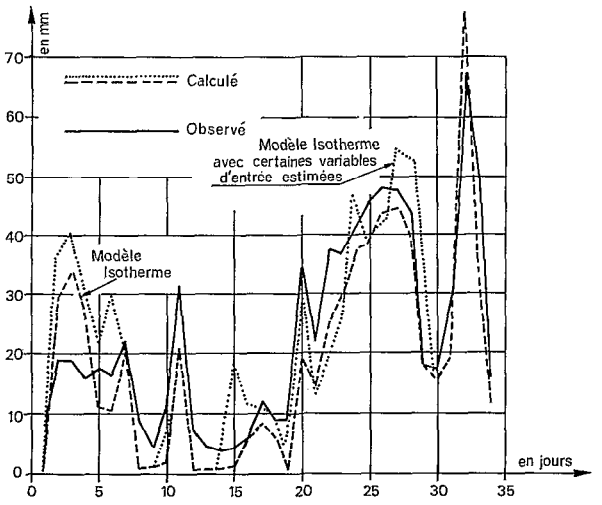

Fig. 15. — Comparaison du modèle isotherme (tirets) avec un modèle où certaines variables d'entrée sont estimées (points)

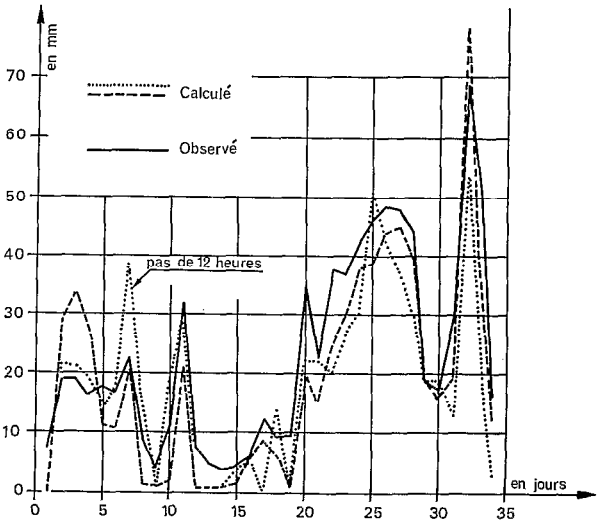

Fig. 16. — Comparaison du modèle isotherme (tirets) avec un modèle à pas de 12 heures

puis estimer l'albedo par :

$$A = A_0 \, e^{-k\sqrt{\Theta}}$$

où Θ est un cumul des $T_{a_{max}}$ depuis la dernière chute de neige, d'où finalement :

$$Q_{RSWA} = Q_{RSWI} \, (1 - A)$$

On a de plus pris le vent constant et égal au vent moyen sur le site. De même pour P_{atm}. Les résultats (fig. 15...) se dégradent sensiblement, mais remarquons que l'on pourrait tenter de les compenser partiellement en jouant sur les paramètres. Nous donnons, à titre indicatif, l'évolution des coefficients de corrélation calculés sur les lames d'eau journalières.

	1968	1969
Modèle complet	.965	.927
Modèle isotherme	.924	.925
Modèle isotherme avec variables simples	.832	.887

5.3. Utilisation du modèle simplifié ($\delta t = 12$ h) sur les données du Col de Porte et de Davos

Ce modèle simplifié, mais utilisant toujours un pas de temps de 3 h, a finalement été réécrit pour s'incorporer dans un modèle de bassin versant montagneux. Par souci d'économie, nous avons utilisé un pas de 12 h (8 h-20 h et 20 h-8 h) qui correspondait aux périodes diurnes et nocturnes. Afin de tester cette sous-routine directement (et non sur les débits de sortie d'un bassin versant complet) nous l'avons testé sur deux sites expérimentaux (comportant un bac lysimétrique (Davos, Institut S.L.F. et Col de Porte, Centre d'Etude de la neige).

Nous avons d'abord constaté que les débits étaient systématiquement plus faibles que ceux calculés précédemment. Cela est dû partiellement au changement de pas de temps. Par exemple, le rayonnement atmosphérique reçu par la neige est calculé par Ta^4 où Ta est la valeur moyenne de la température de l'air sur le pas de temps, par exemple 8 h-20 h. Or, si l'on suppose par exemple une variation sinusoïdale de Ta, on voit que :

$$\int_{08\ h}^{20\ h} \sigma \,.\, Ta\,(t)^4 \,.\, dt \text{ est toujours supérieure à } \sigma \,.\, \left[\int_{08\ h}^{20\ h} Ta\,(t) \,.\, dt\right]^4$$

La seule façon de compenser cette erreur systématique est de modifier a et b dans :

$$\sigma \,.\, Ta^4\,(a + b \,.\, \sqrt{e_a})$$

On voit donc que les paramètres d'un modèle peuvent être, entre autres choses, tributaires des pas de temps utilisés.

Précisons aussi que, contrairement à 5.2, nous avons utilisé le rayonnement solaire *incident* mesuré comme variable d'entrée.

Les résultats obtenus pour le Col de Porte sont présentés en figure 16. Dans le cas des données de Davos, les données d'entrées ont nécessité quelques corrections car elles n'étaient pas toutes mesurées à proximité du lysimètre.

Les courbes présentées (16, 17 et 18) correspondent de plus à des échantillons de calibration. Il faut s'attendre à des résultats moins satisfaisants sur des échantillons de test.

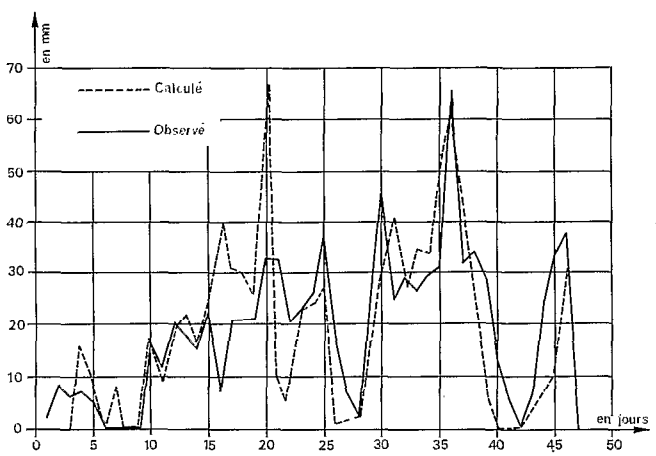

Fig. 17. — Application du modèle à pas de 12 heures aux données de Davos (1973) en utilisant les données d'un pyranomètre

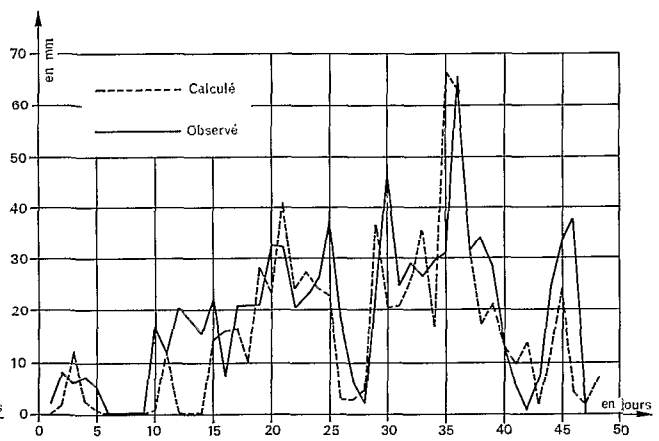

Fig. 18. — Application du modèle à pas de 12 heures aux données de Davos (1973) en utilisant les données d'un radiomètre Bellani

6. QUELQUES REMARQUES A PROPOS DES MODÈLES DE FONTE DE NEIGE UTILISANT DES FACTEURS DE FONTE

Nous envisageons ici les modèles de fonte où le seul index thermique disponible est la température de l'air sous abri. En dépit de leur sens statistique évident, ces modèles font souvent partie d'un modèle déterministe plus vaste, appliqué à l'ensemble d'un bassin versant.

Le nom de ces modèles provient de l'utilisation d'un facteur de fonte k qui relie la quantité d'eau de fonte apparue à la base du manteau à la température de l'air, en général pour un pas de temps journalier.

Ils peuvent se présenter sous différentes formes, soit simple :

$$F_j = k_0 \cdot (T_j - T_0) + P_j \qquad (1)$$

soit plus compliquée :

$$F_j = k_0 \cdot (T_j - T_0) + P_j + k_1 \cdot (T_p - T_1) \cdot P_j \qquad (2)$$

avec :

F_j = lame d'eau du jour j — k_0 = facteur de fonte
T_j = température de l'air — P_j = précipitation pluvieuse
T_p = température de la précipitation — T_0 = température de base
k_1 = facteur de fonte pour la pluie et T_1 = température de base pour la pluie.

Le problème consiste à déterminer k_0, et accessoirement T_0, k_1 et T_1. La température utilisée est soit la moyenne, soit le maximum journalier, soit encore une combinaison plus compliquée.

On considère que, en un point, k_0 varie au cours de la période de fusion, pour tenir compte :

— du mûrissement de la neige ;
— de la réduction de l'albedo ;
— de l'augmentation saisonnière de l'insolation ;
(encore que celle-ci soit bien représentée par l'augmentation saisonnière des températures).

Toutefois, la température est une variable qui intègre différentes influences, puisqu'elle est liée :

— au rayonnement solaire *incident*;
— au rayonnement atmosphérique ;
— aux transferts de chaleur latente et sensible.

Or, l'influence relative de ces différents termes varie selon les jours, et il peut sembler incorrect d'utiliser le même k_0 pour des conditions météorologiques différentes. Pourtant, nombre d'auteurs considèrent que ce facteur de fonte est valable pour toutes les conditions météorologiques, à condition d'introduire une correction mineure tenant compte de la chaleur transportée par la pluie.

Notre but est donc de vérifier une telle hypothèse et de donner un ordre de grandeur des fluctuations de k_0 selon les divers types de temps.

6.1. Sélection des données

Disposant des données météorologiques en un point, au Col de Porte, pour quatre périodes de fusion (1968 à 1970), et des écoulements journaliers correspondants dans le bac lysimétrique, nous en avons extrait deux échantillons :

PL : ensemble de 31 jours pluvieux (nébulosité totale) ;
BT : ensemble de 31 jours de ciel clair (rayonnement incident voisin du potentiel).

Le tableau donne les caractéristiques respectives des deux échantillons :

	Ecoulement moyen (mm)	*Ecart-type (mm)*	*Pluie moyenne (mm)*	*Ecart-type (mm)*	*Albedo*	*Date moyenne de l'échantillon*
Echantillon BT	20,2	15,7	—	—	0,48	7 avril
Echantillon PL	21,4	12,4	13,3	9,6	0,51	9 avril

Ces journées ont été extraites des périodes comprises entre le 15 mars et le 30 avril environ de chaque année.

La répartition des jours dans la période est très voisine pour les deux échantillons, ce qui nous permet d'éviter une correction saisonnière un peu arbitraire, qui serait la même sur les deux échantillons, de même pour les albedos.

6.2. Traitement statistique

Pour chaque échantillon, une première analyse en régression pas à pas a permis de sélectionner les variables les plus explicatives parmi l'ensemble des variables météorologiques disponibles, de façon à savoir quelles étaient ces variables, et la meilleure corrélation que l'on pouvait obtenir. Celles-ci nous servira de référence pour le deuxième traitement.

Celui-ci consistera à appliquer la même technique avec seulement deux variables : température de l'air et précipitation pluvieuse.

Les résultats sont les suivants :

6.2.1. *Sur l'échantillon BT*

Le traitement utilisant toutes les variables disponibles avait retenu parmi elles :

— rayonnement solaire *absorbé*,
— vent,
— vent × tension de vapeur de l'air,

d'où un coefficient de corrélation multiple $R^2 = 0{,}939$. En prenant seulement la température moyenne, on trouve :

$$F_j = 2{,}728\ T_j + 6{,}84$$

qui peut s'écrire :

$$F_j = 2{,}728\ (T_j + 2{,}5)$$

d'où :

$$k_o^{(0)} = 2{,}72 \text{ mm/°C/jour},\ T_o = -2{,}5 \text{ °C}, \text{ avec } R^2 = 0{,}776$$

6.2.2. *Sur l'échantillon PL*

Le traitement général avait retenu :

— température,
— pluie et pluie × température,
— vent × température,
— rayonnement atmosphérique calculé par la formule de Berlianda,

mais le coefficient de corrélation obtenu différait peu de celui fourni par les formules plus simples utilisant :

$$\left.\begin{matrix} T_j \\ P_j \\ P_j \,.\, T_j \end{matrix}\right\} R^2 = 0{,}662 \qquad\qquad \left.\begin{matrix} T_j \\ P_j \end{matrix}\right\} R^2 = 0{,}664$$

Les deux équations de régression, comparées avec (2) réécrite sous la forme :

$$F_j = k_o^{(2)} \,.\, T_j + P_j \,.\, (1 - k_1 \,.\, T_1) + k_1 \times P_j \,.\, T_j - k_o\, T_o \qquad (2')$$

et (1) mise sous la forme :

$$F_j = k_o^{(1)}\ T_j + P_j - k_o\, T_o \qquad (1')$$

fournissent :

— pour (2') :

$$k_o^{(2)} = 2{,}76 \text{ mm/°C/jour} \qquad k_1 = 0{,}08 \text{ mm/mm/°C}$$

$$T_o = -0{,}9 \text{ °C} \qquad T_1 = 6 \text{ °C}$$

— et pour (1') :

$$k_o^{(1)} = 3{,}93 \text{ mm/°C/jour}$$

$$T_o = +0{,}5 \text{ °C}$$

6.3. Formules proposées

1) Si l'on emploie la formule (2), on peut parfaitement utiliser la même valeur de k_0 par temps clair ou pluvieux. $k_o^{(2)} \approx k_o^{(0)}$.

Par contre, si l'on emploie la formule (1), $k_o^{(0)}$, significativement différent de la valeur $k_o^{(1)}$, doit être augmenté de 50% en moyenne.

2) De plus, les utilisateurs de la formule (2) imposent généralement la valeur de k_1, considérant que le terme $k_1 \times T_j \times P_j$ correspond à la fusion provoquée par les calories apportées par la pluie quand sa température excède 0 °C. Or, 1 mm de pluie à T_j °C peut faire fondre 0,0125 . T_j mm de valeur en eau (Roche [26] propose 0,007 mais en utilisant la température maximale journalière). Or, le coefficient que nous trouvons dans (2) pour P_j . T_j est 0,08, soit environ 5 à 10 fois supérieur. D'ailleurs, si dans (2) nous imposons $k_1 = 0{,}0125$, $k_o^{(2)}$ devient égal à 3,75, donc cette fois très différent de celui obtenu par ciel clair.

Il semblerait donc que cette variable, outre l'apport en calories de l'eau de fonte, représente d'autres apports : rayonnement infra-rouge et condensation par exemple, qui sont importants par temps couvert. Il importe donc de considérer son coefficient comme un paramètre à ajuster et non comme une constante physique.

6.4. Conclusions

Ces quelques remarques montrent que l'approche de la fusion par les facteurs de fonte est plus compliquée qu'elle ne paraît.

Bien que les constructeurs de modèles préfèrent l'usage d'une seule formule, il semble nécessaire de tenir compte en plus des corrections dues au bassin et à l'évolution saisonnière, du type de temps du jour j.

En effet, la température de l'air n'indexe pas les mêmes phénomènes selon le type de temps, et il importe d'en tenir compte soit dans k_0, soit dans k_1.

Ceci explique les mauvaises performances de certains modèles déterministes en cas de pluie forte [27] ou des méthodes statistiques quand l'échantillon comporte trop peu de journées pluvieuses et met en doute les délicates justifications qui étaient fournies en pareil cas.

Pour terminer, insistons sur le fait que ces remarques ont une grande importance en zone découverte mais sont beaucoup moins critiques en zone boisée. En effet, les phénomènes très différents que sont le rayonnement solaire et les rayonnements atmosphériques par temps clair sont alors complètement absorbés par le feuillage qui ensuite réagit, vis-à-vis de la couverture de neige, de la même façon quel que soit le temps. Ces modèles peuvent donc fonctionner en forêt quel que soit le type de temps.

Cette nécessaire distinction entre facteur de fonte en zone boisée et en zone découverte apparaît d'ailleurs dans les modèles de ce type publiés récemment [28].

CONCLUSIONS

Nous pouvons en conclure que le problème de la fusion de la neige est suffisamment bien connu pour être correctement modélisé, même sur des périodes relativement longues (un à plusieurs mois), et les hypothèses couramment admises semblent satisfaisantes dans les conditions normales. En effet, les données utilisées couvrent un éventail assez large de situations météorologiques, avec de fréquents épisodes de pluie sur la neige (jusqu'à 50 mm de pluie journalière). Par contre, nous n'avons pas rencontré des stratifications vraiment exceptionnelles du manteau (couche de glace importante, etc.).

La simulation de l'état thermique du manteau s'est révélée d'un certain intérêt hydrologique (début de fusion ou reprise après une vague de froid prolongée).

Les résultats des simulations, non seulement pour les écoulements, mais aussi pour les températures superficielles ou internes du manteau sont très encourageants. Nous remarquons d'ailleurs une certaine «consistance» entre les hypothèses faites, les pas de temps et d'espace utilisés, et les données couramment disponibles en hydrologie de montagne. Nous espérons d'ailleurs l'appliquer en d'autres points où existent des données équivalentes à celles du Col de Porte ou de Davos et où les différents termes du bilan ont des importances relatives différentes.

Pour le moment, nous avons accordé relativement peu d'attention à la percolation de l'eau de fonte, mais cette partie devra être développée à l'avenir, de même que les interactions entre cette eau de fonte et le sol sous-jacent.

Le problème essentiel pour le moment consiste à étendre ce modèle ponctuel à un bassin versant raisonnablement équipé, mais non expérimental. Un grand nombre de données doivent alors être estimées, de même que leur distribution spatiale. Or, nous avons pu voir combien les résultats se dégradent quand, à la place de données locales mesurées, on extrapole des mesures effectuées en des sites plus ou moins éloignés, ou des estimations. Ce travail est en cours sur un bassin de 2 600 km^2 [23], mais beaucoup reste à faire pour obtenir un modèle satisfaisant, au moins pour la simulation des lames de fusion (le reste du modèle étant analogue à celui de STANFORD par exemple).

Enfin ce travail a porté surtout sur une simulation déterministe de la fusion de la neige, c'est-à-dire la plus proche possible des phénomènes physiques. Cette approche nous a cependant permis de mieux comprendre et, éventuellement, de prévenir les inconvénients d'une approche plus traditionnelle, mais beaucoup plus utilisable opérationnellement, la méthode des facteurs de fonte.

REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé dans le cadre du contrat 069-02-094 de la DGRST.

Nous remercions tout particulièrement MM. GUILLOT de l'Electricité de France et DE CRECY du ministère de l'Agriculture pour avoir initialisé et continuellement suivi cette recherche, ainsi que le Personnel du C.E.N. Météorologie Nationale pour son soutien technique et sa collaboration.

Annexe I

Les mesures effectuées au Col de Porte comprennent :

Températures-Humidité relative : les températures sont mesurées,
— dans le sol à : — 100, — 50, — 25, — 10 et 0 cm,
— dans la neige : tous les 12,5 cm,
— dans l'air à : + 50, 100, 200, 400, 800 cm,
— sous abri à : 2 m.

L'humidité relative est mesurée par un hygromètre à cheveux et un psychromètre.

Vents : mesurés à + 1,25, 2,50, 5 et 10 m par des anémomètres chauffants. Type Lambrecht.

Précipitations : divers pluviographes chauffants ou non.

Valeurs en eau-Hauteurs de neige : mesurées par nivomètre à rayonnement Γ (modèle E.D.F. NEYRPIC). Vérifications par perches et carottages.

Rayonnement : solaire global incident et réfléchi mesuré par l'albédomètre Kipp et Zonen.

Fusion : 2 bacs en matière plastique Afcodur de 5 m^2 débitant dans un système d'augets basculeurs de 500 cm^3.

Ces données sont rassemblées de façon horaire sur une centrale de mesures. Elles existent de façon continue et complète depuis 1967 environ.

D'autres mesures ont fait l'objet de campagnes limitées dans le temps. Signalons surtout la température superficielle de la neige, mesurée avec un thermomètre infrarouge durant la fusion 1973. Les résultats corroborent ceux obtenus avec une thermistance posée à la surface de la neige, au moins pour les valeurs nocturnes.

Parallèlement, on a installé un bilanmètre donnant la radiation nette. Connaissant T_S, on a pu en déduire Q_{RLWA} et tester les formules empiriques de Berlianda et d'Anderson. Ce bilanmètre est maintenant remplacé par des radiomètres Eppley donnant les deux composantes de l'infrarouge.

Annexe II

Parmi les mesures de l'Institut S.L.F. de Davos, nous avons utilisé :

Températures-Humidité relative : mesurées sous abri à 7 h 30, 13 h 30 et 19 h 30 sur le champ de mesures (2 540 m).

Vent : mesuré sur le toit de l'Institut, soit environ 150 m plus haut, avec un effet de crête notable (2 680 m), en valeur moyenne journalière.

Précipitations : mesurées par pluviographe.

Rayonnement : solaire global, incident seulement. Total journalier mesuré par un appareil du type « Davos observatorium ».

Valeur en eau : mesurée par carottage.

Fusion : bac rectangulaire rempli de gravier (5 m^2).

Il faut surtout noter la fréquence essentiellement journalière ou tri-journalière de ces mesures, qui nous interdit pratiquement de descendre en dessous d'un pas de temps de 12 h, et l'absence de mesures d'une variable importante : l'albedo. D'autre part on se trouve, vu l'altitude, en zone parfaitement découverte.

BIBLIOGRAPHIE

[1] U.S. Corps of Engineers – 1956 – Snow Hydrology, North Pacific Division - Portland Oregon.

[2] Kuzmin (P. P.) – 1961 – Melting of Snow Cover, Israel Program for Scientific Translation, 1972.

[3] Lliboutry (L.) – 1964 – Traité de Glaciologie, tome I, Masson Ed.

[4] Davar (K. S.), Pyskleyweg (D. N.), Bray (D. I.) – 1968 – Snowmelt at an index plot, Wat. Res. Res., Vol. 4.

[5] Rockwood (D. M.), Anderson (J. A.) – 1970 – Simulation of runoff from rain-snow basin, Proc. Western Snow Conference, Victoria BC.

[6] Santeford (H. S.), Alger (G. R.), Meier (J. G.) – 1971 – Snowmelt energy exchange in Lake Superior Region, Wat. Res. Res., Vol. 2.

[7] Riley (J. P.), Israelsen (E. K.), Eggleston (K. O.) – 1972 – Some approaches to snowmelt prediction, Proceedings of the Banff Symposia. IAHS-WMO, Banff.

[8] Anderson (E. A.) – 1968 – Development and testing of snowpack energy balance equations, Wat. Res. Res., Vol. 4.

[9] Kraus (H.) – 1972 – Energy Exchange at air-ice interface : Banff, *op. cit.*

[10] O'Neill (A. D. J.), Gray (D. M.) – 1972 – Solar radiation penetration through snow, Banff, *op. cit.*

[11] Anderson (E. A.), Baker (R. D.) – 1967 – Estimating incident terrestrial radiation under all atmospheric conditions, Wat. Res. Res., Vol. 3.

[12] Isyumov (N.) – 1971 – An approach to the prediction of snow loads. Ph. D. Thesis, University of Western, Ontario, London, Canada.

[13] Lemmela (R.), Kunsisto (E.) – 1974 – Evaporation-Condensation and Snowmelt Measurements in Finland. Nordic Hydrology, Vol. 5, n° 1.

[14] De Quervain (M.) – 1972 – Snow Structure, Heat and Mass flux through snow, Banff, *op. cit.*

[15] Navarre (J. P.) – 1972 – Propriétés thermiques et mécaniques du manteau neigeux. Analyse bibliographique. Note EERM 297. Météorologie Nationale, Paris. (Diffusion interne.)

[16] Mellor – 1964 – Properties of Snow. CRREL monographs, Hanover N. H.

[17] Gray (D. M.), O'Neill (A. D. J.) – 1973 – Application of the energy budget for predicting snowmelt runoff. Interdisciplinary Symposium on advanced concept and techniques in the study of Snow and Ice. Monterey.

[18] Mac Adams – 1964 – Heat Transmission. Mac Graw Hill French Translation. Dunod, Paris.

[19] De Walle, Meiman (J.) – 1971 – Energy exchange Late Season Snowmelt in a small opening in Colorado Subalpine Forest, Water Res. Res., Vol. 7.

[20] Colbeck (S. C.), Davidson (G.) – 1972 – Water percolation through homogeneous snow, Banff, *op. cit.*

[21] Obled (Ch.) – 1971 – Modèles mathématiques de la Fusion nivale. Thèse de docteur-ingénieur, Grenoble.

[22] Rosse (B.), Obled (Ch.) – 1973 – Amélioration d'un modèle de fusion nivale par la prise en compte des refroidissements prolongés. Rapport interne. Labo de mécanique des Fluides, Grenoble.

[23] Charbonneau (R.) – 1974 – Modèle mathématique d'un bassin nivopluvial : la Durance à Serre-Ponçon, Thèse de docteur-ingénieur, Grenoble.

[24] Poggi (A.) – 1965 – Evolution de la neige à moyenne altitude, Thèse de docteur-ingénieur, Grenoble.

[25] Poggi (A.) – 1968 – Le laboratoire pour l'étude de la neige, Col de Porte. EERM. Météorologie Nationale, Paris.

[26] Roche (M.), Slivitski (M.) – 1966 – Modèle mathématique pour une crue de fonte de neige, *ORSTOM* et Ministère des Richesses Naturelles, Québec.

[27] Girard (G.) – 1970 – Modèle mathématique pour les crues de fonte de neige et son application au Québec. *Cah. ORSTOM, sér. Hydrol.*, vol. VI, n° 1.

[28] Popov (E. G.), Zhidikov (A. P.) et al. – 1971 – Mathematical model of spring run off formation. Symposium sur les modèles mathématiques en hydrologie, Varsovie. Publication A.I.H.S.