

# Deux paramètres pour caractériser le réseau hydrographique

F. MONIOD  
Directeur de Recherches à l'ORSTOM

## RÉSUMÉ

*En utilisant le procédé de la discrétisation spatiale, l'auteur propose de déterminer deux paramètres adimensionnels liés seulement à la disposition du réseau hydrographique et à la répartition de la pente des cours d'eau. En introduisant les dimensions du bassin versant, on exprime ces paramètres par deux grandeurs assimilables à un temps de réponse et à un débit spécifique de pointe de crue. Il ne s'agit pas d'une méthode de prédétermination de la forme de l'hydrogramme à partir des données topographiques. Mais comparer lesdites grandeurs aux caractéristiques hydrodynamiques réelles d'un grand nombre de bassins versants permettrait de juger de l'aptitude de ces paramètres à rendre compte de l'influence du réseau hydrographique sur la forme de l'hydrogramme de ruissellement.*

**ABSTRACT :** *Two parameters for drainage pattern characterization*

*Using the grid-cell process, the author propounds two adimensional parameters which depend on the lay of the drainage pattern and the river slope assessment only. The size of the catchment included, those parameters are given as two physical quantities that are assimilated to a lag-time and a specific peak discharge. It is not a method of forecasting the hydrograph shape from the topographic data. But the proceeded quantities, compared with the actual hydrodynamic characteristics of numerous catchments, should show the parameters ability to convey the drainage pattern influence on the runoff hydrograph shape.*

La diversification du réseau hydrographique, en multipliant les cheminements possibles de l'eau, facilite probablement l'écoulement en favorisant l'évacuation des eaux de ruissellement. La pente des cours d'eau agit dans le même sens.

Des paramètres existent déjà, en assez grand nombre, qui ont été définis dans le but de caractériser la pente et la disposition du réseau hydrographique, pour analyser l'influence de ces facteurs physiques sur la forme de l'hydrogramme de ruissellement. Ils présentent l'avantage de s'établir commodément, mais l'emploi qu'on en fait tourne court, le plus souvent. Plusieurs d'entre eux sont ambigus, comme la longueur de drainage ou le périmètre stylisé du bassin ; de certains autres, pourtant numérisés, comme la pente, on ne tire qu'une indication qualitative. Cette ambiguïté est souvent liée à l'échelle de réduction et à la qualité des documents cartographiques qui ont servi à établir de tels paramètres ; elle réside aussi dans l'hypothèse implicite que l'organisation qu'on observe du thalweg principal et de ses principaux affluents se répète immuablement jusqu'à la ramification la plus élémentaire.

Pour tenter d'aborder l'étude de l'influence de la pente et de la disposition du réseau hydrographique sur la forme de l'hydrogramme de ruissellement, il paraît nécessaire de lever de telles ambiguïtés. Cela devrait être possible en discrétisant le bassin versant et son réseau. Dans le cas parfaitement théorique où l'on se place, d'un bassin strictement imperméable dont la production d'eau de surface est homogène dans le temps et l'espace, la pente et la disposition du réseau façonnent l'hydrogramme, mais elles interviennent toutes deux conjointement ; elles sont peut-être même dépendantes l'une de l'autre, imposées qu'elles sont par le relief et la structure géologique.

## 1. DISCRÉTISATION DU BASSIN

N'importe quel élément de surface  $ds$  du bassin est susceptible de ruisseler pour donner naissance à un écoulement qui se propage dans ce qu'il est convenu d'appeler le réseau hydrographique. On assimile cet élément de surface à un carré qui :

- produit un volume d'eau élémentaire,
- reçoit un autre volume d'eau provenant de l'amont,
- transfère cette eau vers l'aval par un seul chemin qui est l'élément de thalweg exutoire du carreau.

Etendu à toute la superficie du bassin, ce procédé schématise et stylise tout le réseau hydrographique, sans ambiguïté. Le degré de schématisation est inversement proportionnel à l'échelle de discrétisation : plus fine est la maille élémentaire du carroyage, moins grossière est la schématisation. A la limite, lorsqu'on fait tendre vers zéro les dimensions de la maille, le réseau hydrographique est intégralement pris en compte dans sa disposition horizontale (1).

En outre, à chaque élément de surface  $ds$  on associe l'altitude correspondante (celle du centre de l'élément, par exemple). En discrétisant le bassin on peut donc reproduire aussi fidèlement qu'on le désire le champ des altitudes.

Ainsi la discrétisation permet de prendre en compte toute la topographie du bassin, dans ses trois dimensions, en la schématisant sans ambiguïté et de façon aussi précise qu'on le souhaite.

Le thalweg exutoire élémentaire conduit du centre du carreau amont au centre du carreau aval. Que sa direction dans le carroyage soit orthogonale ou diagonale, sa longueur peut conventionnellement être assimilée à la racine carrée de la superficie de la maille élémentaire. Sa pente est exprimée par le rapport de la dénivelée à cette longueur. On convient que cette pente moyenne est celle du thalweg à la sortie du carreau.

## 2. HYPOTHÈSE SUR L'EXISTENCE D'UNE LOI DE PENTE DU BASSIN

Dans un bassin versant réel, chaque élément de surface a sa pente, à propos de laquelle il est superflu d'émettre a priori une hypothèse, puisque la pente est partout mesurable. Mais, pour chercher à analyser dans un cas théorique les rôles spécifiques et conjoints de la pente et de la disposition horizontale du réseau hydrographique, en faisant varier l'une sans modifier l'autre, on est amené à les rendre indépendantes en acceptant l'hypothèse d'une loi de pente du bassin. Cette hypothèse sous-tend celle de l'homogénéité du relief, car il est bien évident que si l'amont et l'aval du bassin étaient modelés par deux types différents de relief (ce qui est souvent le cas) aucune loi ne saurait les caractériser convenablement l'un et l'autre en même temps.

Dans un relief montagneux homogène, l'érosion fluviale dégrade les sommets, transporte les matériaux, puis les dépose en alluvions, donnant finalement au profil en long du cours d'eau son allure pseudo-exponentielle. D'aval vers l'amont, la pente du lit s'accroît. En général elle s'accroît moins vite dans le thalweg principal que dans les grands affluents, et moins vite dans les grands affluents que dans les petits. Aussi la pente du cours d'eau semble devoir être liée moins à l'altitude du lit qu'à sa capacité de transport, c'est-à-dire son débit, qu'on peut traduire en définitive par l'étendue du bassin versant que draine le cours d'eau au point considéré.

On propose donc d'associer la pente  $i$  du lit en un point considéré du réseau hydrographique, à la superficie  $S$  du bassin versant dont ce point est l'exutoire, en écrivant :

$$i = a^2 S^{-2b} \quad (1)$$

En chaque point du réseau il existe un bassin versant amont. Par discrétisation on peut différencier ce réseau autant qu'on le veut. A la limite, en chaque point du bassin il existe un bassin versant amont qui se réduit à zéro le long des lignes de partage des eaux de ruissellement. Là, la pente  $y$  atteindrait une valeur infinie si  $b$  est positif, mais cela est sans incidence puisque sans bassin versant à l'amont, il n'y a pas d'écoulement, quelle que soit la pente.

Dans l'expression (1),  $a^2$  correspond à la pente qu'on observerait à l'exutoire d'un bassin versant ayant pour superficie l'unité de surface (en pratique  $S$  est exprimé en  $\text{km}^2$ ). Le terme  $b$  reflète la concavité du profil en long du cours d'eau.

$b < 0$  : le profil est convexe, la pente est nulle aux sommets et s'accroît vers l'aval. Ce serait le cas de très petits bassins dans un relief mou.

$b = 0$  : la pente est constante et égale à  $a^2$ . On aurait affaire à un relief de plateau incliné.

$b > 0$  : la pente est raide à l'amont et s'apaise à l'aval, comme dans le cas d'un relief montagneux jeune.

(1) Le cas est exclu où l'on serait en présence d'étendues d'eau dont la superficie ne serait pas négligeable devant celle de la maille élémentaire.

## CALCUL DES VALEURS DE a ET b

Dans le bassin versant discrétisé, on connaît la pente  $i$  et la superficie amont  $S$  ( $\text{km}^2$ ) à la sortie de chaque carreau. On calcule  $\text{Log } i$  et  $\text{Log } S$ , et on ajuste à l'ensemble des couples ( $\text{Log } i$ ,  $\text{Log } S$ ) la droite des moindres carrés :

$$\text{Log } i = -2 b \text{ Log } S + \text{Log } a^2$$

pour en déduire les valeurs de  $a$  et de  $b$ .

Mais comme le réseau hydrographique converge vers l'exutoire, on va disposer pour cette opération d'un grand nombre de couples correspondant aux faibles valeurs de  $S$  et d'un petit nombre de couples correspondant aux valeurs les plus fortes de  $S$ . Il est donc préférable de former des classes de superficies, de choisir dans chacune d'elles un seul couple ( $\text{Log } i$ ,  $\text{Log } S$ ) et de n'ajuster qu'à cet échantillon réduit la droite des moindres carrés.

Il convient de noter que  $a$  et  $b$  ne doivent plus dépendre de l'échelle de discrétisation dès que celle-ci est assez fine, et de ne pas oublier que la loi de pente s'applique à tout le bassin. Par conséquent, le calcul de  $a$  et  $b$  pour un sous-bassin conduirait probablement à des valeurs sensiblement différentes, comme d'ailleurs si on intégrait le bassin versant dans un plus vaste ensemble. A tel point qu'on pourrait songer à associer l'« homogénéité » régionale du relief à la stabilité des valeurs de  $a$  et de  $b$  d'un bassin à un autre de la région.

## 3. HYPOTHÈSE SUR LE TRANSFERT DE L'EAU

Dans un écoulement permanent, on lie la vitesse du courant à la rugosité du lit, à la puissance  $2/3$  du rayon hydraulique et à la racine carrée de la pente de la ligne d'eau. Le rayon hydraulique dépend de la forme transversale du lit et de la hauteur d'eau.

Dans un écoulement transitoire, la célérité d'une onde de crue n'est pas la vitesse du courant. Il n'est donc pas question de « calculer » la vitesse de propagation de l'écoulement. Mais on peut définir une grandeur  $V$  qu'on associe à la notion de vitesse, qui aura la dimension  $[\text{LT}^{-1}]$ , et se comportera de façon assez semblable à la vitesse réelle de propagation.  $V$  sera lié à la racine carrée de la pente et à la superficie du bassin versant amont, grandeur qu'on associe aux dimensions transversales du lit.

$$V = K S^c i^{1/2} \quad (2)$$

$c$  est positif et  $K$  dépend de la section droite, de la rugosité et de l'encombrement du lit. En conjugant (1) et (2) on écrit :

$$V_{m/s} = K_a S_{\text{km}^2}^{c-b}$$

On a admis avec la loi de pente, que  $a$  et  $b$  prenaient les mêmes valeurs en tout point du bassin. On admettra qu'il en est de même pour  $K$  et  $c$  ; mais, comme on le verra plus loin, on ne sait pas calculer ces deux paramètres.

A la grandeur  $V$ , indice de la vitesse de transfert de l'eau d'un carreau à un autre, on fait correspondre un temps élémentaire  $t_{\text{sec}} = \frac{L \text{ mètre}}{V_{m/s}}$  où  $L$  est le côté du carreau, longueur du thalweg élémentaire.

En appelant  $A$  la superficie totale et  $N$  le nombre total de carreaux du bassin on a :

$$L = (AN^{-1})^{1/2} \quad \text{ou} \quad L_m = (A_{\text{km}^2} N^{-1})^{1/2} \times 1000$$

et

$$t_{\text{sec}} = \frac{1000}{K_a} N^{-1/2} A_{\text{km}^2}^{1/2} S_{\text{km}^2}^{b-c}$$

Si  $M$  est le nombre de carreaux contenus dans  $S$  on a :

$$S = \frac{M}{N} A \text{ et le temps élémentaire devient :}$$

$$t_{\text{sec}} = \frac{1000}{K_a} A_{\text{km}^2}^{1/2 + b - c} N^{-1/2} \left( \frac{M}{N} \right)^{b-c}$$

Au trajet suivi par l'eau depuis un carreau (J) jusqu'à l'exutoire (O) du bassin, correspond un temps T égal à la somme des temps élémentaires t le long de cet itinéraire.

$$T = \sum_J^O t = \frac{1\ 000}{ka} A^{1/2 + b - c} \sum_J^O N^{-1/2} \left(\frac{M}{N}\right)^{b - c} \quad (3)$$

Au point J, le rapport  $\frac{M}{N}$  est indépendant de l'échelle de discrétisation. Le nombre de pas de temps élémentaires entre ce point J et l'exutoire O est justement proportionnel à  $N^{1/2}$  (car si on multiplie par 4 le nombre de carreaux, on multiplie par  $\sqrt{4}$  le nombre de pas). Par conséquent T a une valeur absolue finie vers laquelle tend l'expression (3) dès que la discrétisation du bassin est assez fine. A chaque élément de surface  $ds$  du bassin on peut associer une quantité T, calculable, assimilée au temps de parcours de l'eau depuis l'élément de surface  $ds$  jusqu'à l'exutoire.

t et T sont dimensionnés. Le facteur dimensionnel est :

$$\frac{1\ 000}{Ka} A^{1/2 + b - c}$$

La quantité

$$t_* = N^{-1/2} \left(\frac{M}{N}\right)^{b - c}$$

est sans dimension ; indépendante par conséquent des dimensions du bassin.

Dans la pratique, on va devoir affecter à chacun des carreaux la quantité  $t_*$ , puis sommer ces valeurs élémentaires depuis chaque carreau jusqu'à l'exutoire afin d'obtenir la quantité  $T_*$ , attachée à chaque carreau, facteur adimensionnel de T, qui ne dépend plus ni de l'échelle de discrétisation, ni des dimensions du bassin. Le résultat en est un échantillon de N valeurs de  $T_*$  qui représente la population infinie des temps de parcours jusqu'à l'exutoire, aux réserves près formulées plus haut.

Il n'est pas possible de mener les calculs sans attribuer une valeur à c. Dans l'expression (2), K est relatif à la rugosité du lit et c à la forme de la section droite. En appelant R le rayon hydraulique, et en procédant par analogie avec la formule de Strickler, on pourrait dire que  $S^c$  est proportionnel à  $R^{2/3}$ . Dans une section droite triangulaire R est proportionnel à la profondeur d'eau et la surface mouillée est proportionnelle au carré de cette profondeur, donc à  $R^2$ . Le débit, produit de la vitesse par la section mouillée, est donc proportionnel à  $R^2 + 2/3$  soit  $R^{8/3}$ ; on l'a aussi choisi proportionnel à S; ce qui permet d'écrire :

$$S^c = k_1 R^{2/3} \quad \text{et} \quad S = k_2 R^{8/3}$$

d'où l'on tire  $c = 0,25$ , et ce n'est là qu'une évaluation. Avec un profil en travers rectangulaire on a été conduit à une valeur de c voisine de 0,16; avec un profil en travers semi-circulaire dont la surface mouillée serait proportionnelle à la superficie du bassin, on a obtenu une valeur de c voisine de 0,33.

En définitive, ces diverses estimations permettent de penser qu'en attribuant conventionnellement à c la valeur 0,2 on respecte l'ordre de grandeur de ce paramètre. Le caractère conventionnel de cette définition,  $c = 0,2$ , nous semble préférable au fait de laisser l'ambiguïté prendre place dans la détermination des paramètres qui vont suivre.

#### 4. HYPOTHÈSE SUR LA DISTRIBUTION STATISTIQUE DES VALEURS DE $T_*$

Les bornes de l'échantillon des N valeurs de  $T_*$  tendent respectivement vers zéro et l'infini lorsque la dimension de la maille élémentaire tend vers zéro, c'est-à-dire lorsque le nombre N de carreaux tend vers l'infini.

On classe en ordre décroissant les N valeurs de l'échantillon et on affecte à chacune d'elles la fréquence F correspondant à son rang n

$$F = \frac{n - 1/2}{N}$$

On pose, par hypothèse, qu'à F et  $T_*$  sont liés par l'expression :

$$F = e^{-kT_*^m} \quad (4)$$

ou

$$\text{Log} (-\text{Log } F) = m \text{Log } T_* + \text{Log } k$$

L'ajustement de cette loi, par la méthode des moindres carrés, aux N valeurs de l'échantillon, conduit à la détermination de deux paramètres d'ajustement, m et k, sans dimension, qui ne dépendent strictement que de la disposition horizontale du réseau hydrographique et de l'exposant (b) de la loi de pente, avec la convention  $c = 0,2$ .

Sous réserve que  $T_*$  soit pris pour l'homologue d'un temps de parcours, la distribution spatiale des valeurs de  $T_*$  dans le bassin serait représentée par le réseau des courbes isochrones. On est donc amené à utiliser les deux paramètres m et k ainsi définis pour connaître la valeur P de la plus forte densité de probabilité de  $T_*$ , et la valeur D de  $T_*$  à laquelle elle correspond.

## 5. CALCUL DES VALEURS DE P ET DE D

La densité de probabilité est donnée par  $\left| \frac{dF}{dT_*} \right|$

soit

$$d = mkT_*^{m-1} e^{-kT_*^m}$$

Son maximum est obtenu pour

$$\frac{d(d)}{dT_*} = \frac{d^2 F}{dT_*^2} = 0$$

$$\frac{d^2 F}{dT_*^2} = m k T_*^{m-2} e^{-kT_*^m} [m-1 - m k T_*^m]$$

qui s'annule par  $T_* = 0$  et pour  $T_* = D$  avec

$$D = \left[ \frac{m-1}{m k} \right]^{1/m} \quad (5)$$

Lorsque la variable  $T_*$  prend cette valeur D, la densité de probabilité prend la valeur :

$$P = m k \left[ \frac{m-1}{e m k} \right]^{\frac{m-1}{m}} \quad (6)$$

D et P sont des grandeurs adimensionnelles qui ne dépendent que de m et de k.

## 6. CALCUL DES HOMOLOGUES DU TEMPS DE RÉPONSE DU BASSIN ET DU DÉBIT SPÉCIFIQUE DE POINTE DE CRUE

On a vu au paragraphe 3 que pour donner à D la dimension d'un temps, exprimé en secondes, il fallait en multiplier la valeur par  $\frac{1000}{K a} A^{1/2 + b - c}$  où la superficie A du bassin versant est exprimée en  $\text{km}^2$ .

Pour un volume ruisselé unitaire, la quantité P deviendra l'homologue du débit de pointe de crue si on en multiplie la valeur par l'inverse de la quantité précédente :

$$P \frac{K a}{1\ 000} A_{\text{km}^2}^{-(1/2 + b - c)} = \frac{Q \max (m^3/s)}{W (m^3)}$$

W, volume de la crue peut s'écrire :  $A_{\text{km}^2} \times 1\ 000 \times h_{\text{mm}}$  où h est la hauteur en mm de la lame d'eau ruisselée. Il vient :

$$P \frac{K a}{1\ 000} A_{\text{km}^2}^{-(1/2 + b - c)} = \frac{Q \max (m^3/s)}{A_{\text{km}^2}} \frac{1}{1\ 000 h_{\text{mm}}} = \frac{q \max (m^3/s \cdot \text{km}^2)}{1\ 000 h_{\text{mm}}}$$

Si bien que pour une lame d'eau ruisselée h de 1 mm on a :

$$q^* \max (m^3/s \cdot \text{km}^2) = P \cdot K a A_{\text{km}^2}^{-(1/2 + b - c)}$$

qui est l'homologue d'un débit spécifique de pointe de crue, exprimé en  $m^3$  par seconde par  $\text{km}^2$ , pour une lame d'eau ruisselée de 1 mm.

Le paramètre K n'est pas plus accessible que c. Il semble qu'on obtienne pour les homologues du débit spécifique de pointe et du temps de réponse des résultats plausibles en choisissant pour K une valeur le plus souvent comprise entre 3 et 5. Comme on l'a fait pour c, on propose de fixer conventionnellement à 4 la valeur de K.

En somme, pour étudier l'influence de la topographie et de la forme du réseau sur les caractéristiques hydrodynamiques, on se place dans des conditions standard de forme de section droite et de rugosité du lit, homogènes dans tout le réseau, et définies par :

$$c = 0,2 \quad \text{et} \quad K = 4$$

En appelant Tr l'homologue du temps de réponse, il vient :

$$\text{Tr}_{\text{sec}} = \frac{1\ 000}{4 a} A_{\text{km}^2}^{0,3 + b} \times D$$

$$\text{Tr}_{\text{sec}} = \frac{250}{a} A_{\text{km}^2}^{0,3 + b} \left[ \frac{m - 1}{m k} \right]^{1/m} \quad (7)$$

et

$$q_{\text{max}}^* = 4 a A_{\text{km}^2}^{-(0,3 + b)} \times P$$

$$q_{\text{max}}^* = 4 a A_{\text{km}^2}^{-(0,3 + b)} m k \left[ \frac{m - 1}{m k} \right]^{m-1} \quad (8)$$

$m^3/s \cdot \text{km}^2$  par mm ruisselé.

Dans ces expressions a et b sont les paramètres de la loi de pente et m et k dépendent de b et de la configuration du réseau hydrographique.

## 7. EXEMPLES THÉORIQUES

### 7.1. INCIDENCE DE LA DISPOSITION DU RÉSEAU HYDROGRAPHIQUE

Deux bassins versants, A et B, discrétisés en 178 carreaux ont exactement le même contour et le même exutoire. La forme du réseau hydrographique diffère (fig. 1) :

— *Forme A* : le réseau s'organise de façon assez équilibrée autour d'un thalweg principal de longueur moyenne.

— *Forme B* : le réseau s'organise de façon également assez équilibrée, mais autour d'un long thalweg principal replié sur lui-même. En adoptant la même loi de pente pour les deux bassins (a = 0,695 et b = 0,428 choisis a priori), les calculs conduisent aux résultats suivants, pour une superficie qu'on a choisie égale à 100  $\text{km}^2$ .

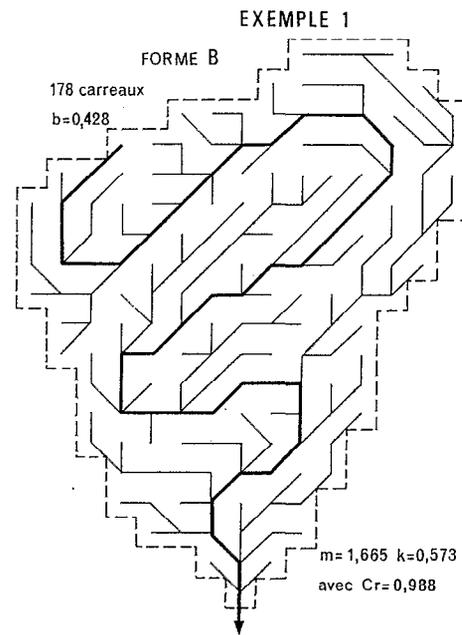
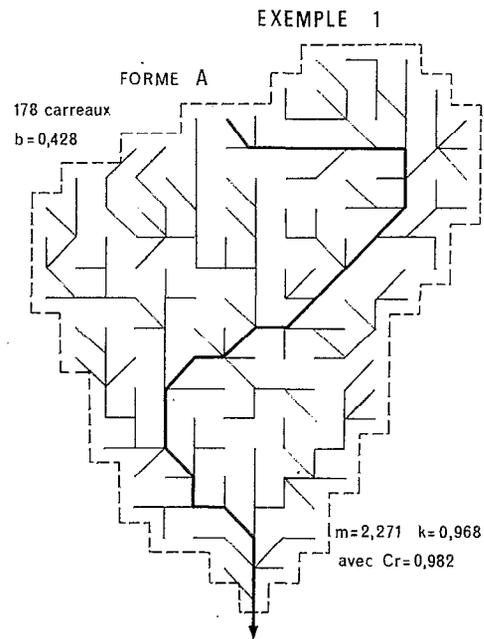


Fig. 1

	Forme A	Forme B
<i>Avec <math>b = 0,428</math></i>		
Nombre de points	178	178
m	2,271	1,665
k	0,968	0,573
Coefficient de corrélation linéaire [Log (- Log F), Log T*]	0,982	0,988
D	0,786	0,806
P	0,924	0,554
<i>Avec <math>a = 0,695</math> et <math>A = 100 \text{ km}^2</math></i>		
$q^*_{\text{max}}$ (l/s . km <sup>2</sup> ) par millimètre ruisselé	89,9	53,9
T <sub>r</sub> (h, mn, s)	2 h 14 mn 39 s	2 h 18 mn 5 s

On constate que  $m$  (A) et  $k$  (A) sont nettement supérieurs à  $m$  (B) et  $k$  (B), que  $D$  (A) et  $D$  (B) ont des valeurs très voisines, et que  $P$  (A) est nettement supérieur à  $P$  (B). Cela signifie que les deux bassins ont à peu près le même temps de réponse ( $D$ ) mais que le débit de pointe du bassin B est bien inférieur à celui du bassin A. Autrement dit l'hydrogramme du bassin A (compact) serait beaucoup plus pointu que celui du bassin B (allongé). On fait la même constatation en passant aux paramètres dimensionnés.

## EXEMPLE 2

20 carreaux

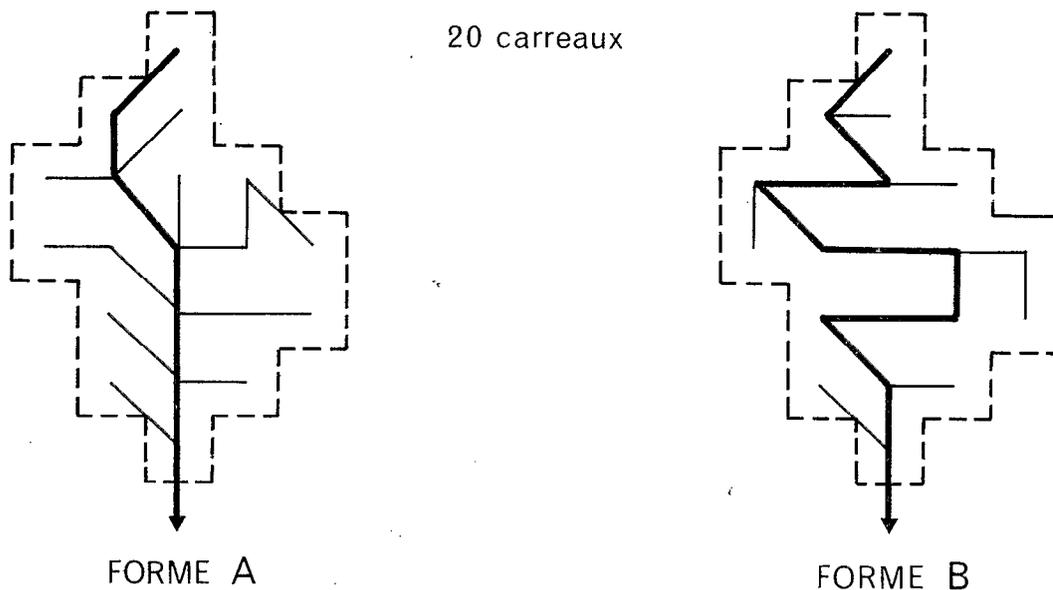


Fig. 2

## 7.2. INCIDENCE DE L'EXPOSANT DE LA LOI DE PENTE

Sur deux bassins versants de mêmes contours, discrétisés en 20 carreaux, dont la forme du réseau hydrographique diffère (fig. 2) on a fait progressivement varier la valeur de  $b$  et obtenu les résultats suivants :

Forme A						Forme B				
$b$	$m$	$k$	$Cr$	$D$	$P$	$m$	$k$	$Cr$	$D$	$P$
0,0	2,265	0,483	0,987	1,067	0,678	1,629	0,294	0,991	1,182	0,362
0,15	2,421	0,659	0,983	0,954	0,829	—	—	—	—	—
0,20	2,457	0,726	0,978	0,921	0,874	1,669	0,352	0,983	1,081	0,415
0,25	2,510	0,803	0,981	0,891	0,928	1,684	0,367	0,983	1,063	0,429
0,30	2,537	0,868	0,980	0,868	0,966	1,692	0,381	0,983	1,043	0,441
0,35	2,598	0,969	0,983	0,840	1,029	1,701	0,396	0,982	1,024	0,453
0,40	2,635	1,059	0,982	0,817	1,077	1,711	0,411	0,980	1,006	0,466
0,45	2,669	1,151	0,981	0,796	1,122	1,720	0,426	0,979	0,990	0,472

$Cr$  est la valeur du coefficient de corrélation linéaire ( $\text{Log}(-\text{Log } F), \text{Log } T_*$ ). Comme dans l'exemple précédent, on constate que les valeurs de  $m$  et de  $k$  sont nettement plus élevées pour le bassin A (compact) que pour le bassin B (allongé). Les valeurs de  $m$  et de  $k$  croissent en même temps que  $b$ , mais  $k$  est beaucoup plus sensible que  $m$  aux variations de  $b$ . Lorsque  $b$  croît,  $D$  décroît tandis que  $P$  croît : il faut rappeler que  $b$  ne définit pas à lui seul la pente mais représente la concavité du profil en long par rapport à une pente de référence ( $a^2$ ). Il ne faudrait donc pas conclure que  $q_{\max}^*$  varie comme  $P$ , ou que  $Tr$  varie comme  $D$ , car les rapports  $P/q_{\max}^*$  ou  $Tr/D$  ne sont pas indépendants de  $b$  mais varient bien comme  $A^b$ .

C'est ce qu'on constate en passant aux valeurs dimensionnées en choisissant, à titre d'exemple, pour  $a$  la valeur de 0,223, et pour  $A = 73 \text{ km}^2$ .

Ces résultats sont représentés graphiquement (fig. 3) pour montrer les covariations de  $q_{\max}^*$ , de  $Tr$  et de  $b$  pour chacune des deux formes étudiées, avec  $a = 0,223$  et  $A = 73 \text{ km}^2$ . Pour une forme donnée lorsque  $b$  augmente la pente ( $i = a^2 S^{-2b}$ ) diminue, le temps de réponse augmente, et le débit de pointe diminue. On peut encore remarquer que pour une forme donnée, le produit  $Tr \cdot q_{\max}^*$  n'est pas constant, mais est lié au seul paramètre  $m$ , lui-même lié à  $b$  :

$$Tr \cdot q_{\max}^* = 1\,000 (m - 1) e^{\frac{-m-1}{m}}$$

Forme A					Forme B			
$b$	$P$	$q_{\max}^*$ ( $l/s/km^2$ )	$D$	$Tr$ ( $h/mn/s$ )	$P$	$q_{\max}^*$ ( $l/s/km^2$ )	$D$	$Tr$ ( $h/mn/s$ )
$a = 0,223$								
$A = 73$								
0,0	0,678	167	1,067	01 12 13	0,362	89,1	1,182	01 20 00
0,15	0,829	107	0,954	02 02 54	—	—	—	—
0,20	0,874	91,2	0,921	02 27 02	0 415	43,3	1,081	02 52 34
0,25	0,928	78,2	0,891	02 56 16	0,429	36,1	1,063	03 30 18
0,30	0,966	65,7	0,868	03 32 19	0,441	30,0	1,043	04 15 43
0,35	1,029	56,4	0,840	04 15 13	0,453	24,8	1,024	05 11 08
0,40	1,077	47,7	0,817	05 07 38	0,466	20,6	1,006	06 18 48
0,45	1,122	40,1	0,796	06 11 26	0,472	16,9	0,990	07 41 58

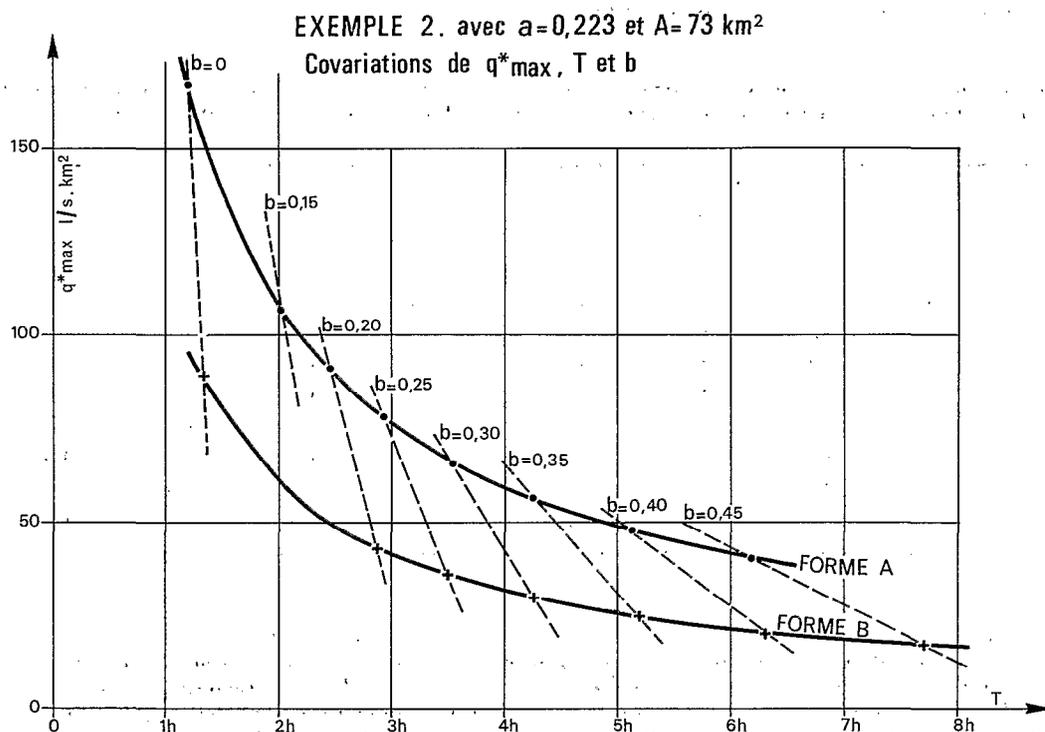


Fig. 3

### 7.3. DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES DANS UN CAS RÉEL (FIG. 4)

Pour illustrer complètement la démarche, on trouvera ici présentés en détail les calculs effectués pour le bassin versant de la Comba (BV 4) en République Populaire du Congo (1).

Le bassin versant de la Comba (BV 4) s'étend sur 17,5 km<sup>2</sup>. On a discrétisé ce bassin en 61 carreaux à chacun desquels on a affecté l'altitude moyenne, le sens de l'écoulement vers le carreau aval, et le nombre de carreaux du bassin versant amont. On a calculé la pente de chaque thalweg élémentaire, puis calculé la moyenne de cette pente dans chaque classe de superficie du bassin versant amont. On trouve :

$S/\text{km}^2$	$i$	$S/\text{km}^2$	$i$	$S/\text{km}^2$	$i$
0,287	0,068	2,008	0,028	7,172	0,009
0,574	0,065	2,295	0,012	8,323	0,009
0,861	0,091	2,582	0,009	8,607	0,028
1,148	0,042	2,869	0,033	14,918	0,019
1,434	0,056	4,303	0,009	16,639	0,009
1,721	0,007	4,877	0,009	17,500	0,006

(1) M. MOLINIER. — Etude hydrologique des bassins de la Comba. *Cahier ORSTOM, série Hydrologie*, vol. XVIII, n<sup>os</sup> 2-3, 1981.

### EXEMPLE 3. Altitude et superficie amont

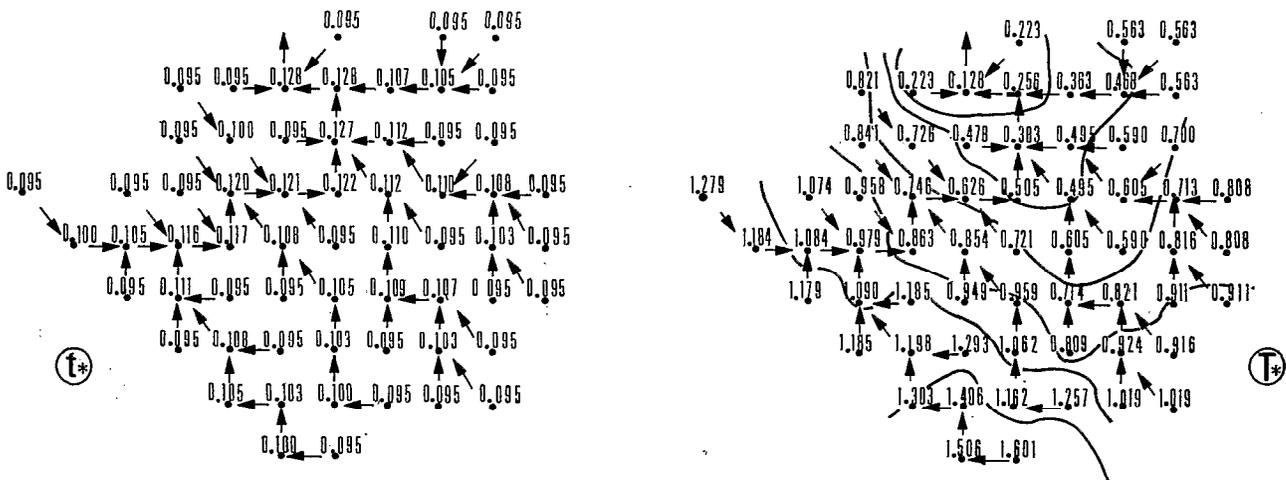
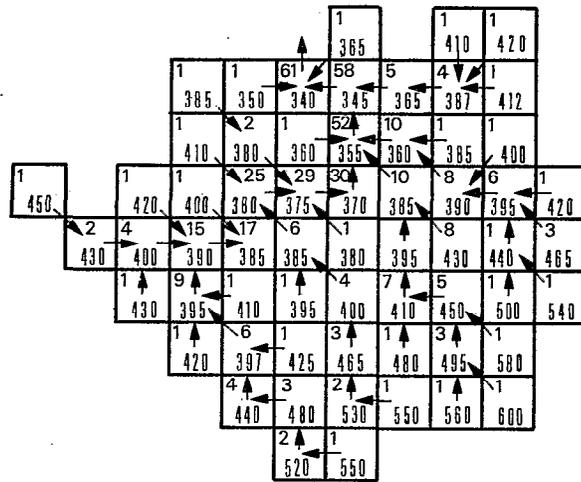


Fig. 4. — Bassins de la Comba (BV 4)

En ajustant à cet échantillon l'expression

$$\text{Log } i = -2 b \text{ Log } S + \text{Log } a^2$$

On trouve :  $a = 0,190$ ,  $b = 0,273$  avec un coefficient de corrélation de 0,721.

Pour chaque carreau on calcule :

$$t_* = N^{-1/2} (M/N)^{b-c} = (M/61)^{0,073} / \sqrt{61}$$

qui varie de 0,095 pour  $M = 1$ , à 0,128 pour  $M = 61$ .

Puis, en partant de l'exutoire, on additionne les valeurs de  $t_*$  en remontant le réseau hydrographique, et on obtient ainsi en chaque carreau la valeur de  $T_*$ , qui s'élève à 0,128 à l'exutoire du bassin et à 1,601 au point le plus éloigné de l'exutoire.

Les 61 valeurs de  $T_*$ , classées en ordre décroissant sont les suivantes :

$n^{os}$	1	2	3	4	5	6	7	8
T	1,601	1,506	1,406	1,303	1,293	1,279	1,257	1,198
$n^{os}$	9	10	11	12	13	14	15	16
T	1,185	1,185	1,184	1,179	1,162	1,090	1,084	1,074
$n^{os}$	17	18	19	20	21	22	23	24
T	1,062	1,019	1,019	0,979	0,959	0,958	0,949	0,924
$n^{os}$	25	26	27	28	29	30	31	32
T	0,916	0,911	0,911	0,863	0,854	0,841	0,821	0,821
$n^{os}$	33	34	35	36	37	38	39	40
T	0,816	0,809	0,808	0,808	0,746	0,726	0,721	0,714
$n^{os}$	41	42	43	44	45	46	47	48
T	0,713	0,700	0,626	0,605	0,605	0,590	0,590	0,563
$n^{os}$	49	50	51	52	53	54	55	56
T	0,563	0,563	0,505	0,495	0,495	0,478	0,468	0,383
$n^{os}$	57	58	59	60	61			
T	0,363	0,256	0,223	0,223	0,128			

Au numéro  $n$  on fait correspondre  $F = (n - 0,5)/61$  et on ajuste à cet échantillon l'expression :

$$\text{Log} (-\text{Log } F) = m \text{Log } T_* + \text{Log } k$$

On trouve  $m = 2,539$  et  $k = 1,139$  avec un coefficient de corrélation linéaire de 0,992.

Remplacer dans les formules (7) et (8) A, a et b, m et k par leurs valeurs respectives, à savoir :

$$A = 17,5, \quad a = 0,190, \quad b = 0,273, \quad m = 2,539, \quad k = 1,139$$

conduit à :

$$T_r = 5\,291 \text{ sec soit } 1 \text{ h } 28 \text{ mn } 11 \text{ sec}$$

$$q^*_{\text{max}} = 0,159 \text{ soit } 159 \text{ l/s} \cdot \text{km}^2 \text{ pour } 1 \text{ mm ruisselé.}$$

L'étude hydrologique des bassins de la Comba a conclu que le BV 4 avait « un temps de réponse compris entre 50 et 80 minutes avec une moyenne de 70 minutes », et que « pour les fortes averses homogènes... l'hydrogramme de crue est l'hydrogramme élémentaire n° 1 » caractérisé par un débit de pointe de  $3,60 \text{ m}^3/\text{s}$  soit de  $206 \text{ l/s} \cdot \text{km}^2$  pour  $1 \text{ mm}$  ruisselé.

On constate donc que, dans ce cas, les valeurs  $T_r$  et  $q^*_{\text{max}}$  sont du même ordre de grandeur que le temps de réponse et le débit spécifique de pointe de crue.

## 8. CONCLUSIONS

En se plaçant dans des conditions absolument théoriques, et en schématisant considérablement la réalité à l'aide d'hypothèses et d'ajustements de lois analytiques simples, on a été conduit à définir deux paramètres qui, indépendants des dimensions du bassin versant, reflètent à la fois la disposition horizontale du réseau hydrographique et la répartition de la pente dans ce réseau.

En introduisant les dimensions topographiques du bassin, on a traduit ces deux paramètres adimensionnels ( $m$  et  $k$ ) par deux grandeurs dimensionnelles ( $T_r$  et  $q^*_{\text{max}}$ ) qu'on a exprimées sous la forme d'un temps de réponse d'une part, et d'un débit spécifique de pointe de crue unitaire d'autre part. Il est bien évident que ces grandeurs ne constituent même pas des estimations des caractéristiques hydrodynamiques réelles sous la forme desquelles on les exprime, car de telles caractéristiques sont également sous la dépendance de bien d'autres facteurs physiques qui n'ont pas même été évoqués ici.

Si la disposition du réseau hydrographique et la répartition de la pente contribuent à façonner l'hydrogramme de ruissellement, et si cette influence n'est pas fortement marquée par les contributions des autres facteurs intervenant (hétérogénéité spatiale des précipitations, des perméabilités, de la végétation, de la géométrie des biefs, etc.), une corrélation pourrait apparaître entre ces paramètres et les caractéristiques hydrodynamiques réelles déterminées par les observations, mesures et méthodes hydrologiques.

C'est dans le seul but d'offrir cette possibilité de confrontation avec la réalité qu'on a combiné  $m$  et  $k$  de manière à obtenir l'expression de grandeurs dimensionnelles, et non pas dans celui de développer une méthode d'estimation des caractéristiques hydrodynamiques à partir des seules caractéristiques topographiques.

Pour avoir des chances de conduire à des résultats concluants, cette confrontation devrait se faire sur plusieurs dizaines de bassins versants, aux caractéristiques hydrodynamiques bien connues, réputés pour l'homogénéité et l'abondance du ruissellement. Pour ces nombreux bassins, la détermination des paramètres passe par la discrétisation spatiale : c'est un travail considérable que cette démarche ne saurait justifier à elle seule. Il y aurait donc plutôt lieu de saisir l'occasion de la discrétisation d'un bassin versant pour effectuer accessoirement le calcul des paramètres, et constituer de la sorte, petit à petit, un échantillon de valeurs ayant la taille et la composition désirées.

Enfin, avant de s'engager dans cette voie, il faudrait s'assurer que les paramètres classiques caractérisant le réseau hydrographique, qui ont le mérite de la simplicité, sont vraiment inaptes à rendre compte de l'influence de la disposition du réseau hydrographique sur les caractéristiques hydrodynamiques.