

La MEKROU à BAROU

Extension des débits mensuels et annuels

Touchebeuf de Lussigny Pierre. (1972).
Tananarive : ORSTOM, 6 p. multigr.

1. EXTENSION des DÉBITS MENSUELS

Etant donné que les observations hydrométriques ne portent que sur une période de onze ans, avec des lacunes notables, on a essayé de reconstituer les débits mensuels sur une période beaucoup plus étendue en s'appuyant sur des données pluviométriques. On possède, en effet, des relevés pluviométriques d'excellente qualité et remontant à l'année 1921 pour trois postes pluviométriques qui ne sont malheureusement pas situés à l'intérieur du bassin de la MÈKROU mais l'encadrent assez bien. Ces trois postes sont les suivants :

	latitude	longitude	altitude
NATITINGOU	10° 19' N	1° 23' E	460 m
BEMBEREKE	10° 12' N	2° 40' E	490 m
KANDI	11° 08' N	2° 56' E	290 m

Il a été jugé inutile de chercher à reconstituer les débits mensuels des mois de janvier à mai qui sont toujours très faibles ou absolument nuls. Pour chacun des autres mois de l'année compris entre juin et décembre, on a procédé par ordinateur à une analyse de régression linéaire multiple pour rechercher la meilleure relation stochastique liant les débits mensuels observés pour un mois M considéré aux pluviométries mensuelles observées simultanément ou dans les deux mois antérieurs. La sélection des pluviométries mensuelles expliquant au mieux les débits mensuels observés entre 1961 et 1970 a été faite selon la méthode "Stepwise" (1). Les résultats obtenus sont condensés dans le tableau I.

Moyennant certaines hypothèses restrictives (normalité de la distribution marginale de la variable dépendante et des variables explicatives) qui sont dans le cas présent satisfaites de façon approximative, les régressions linéaires auxquelles on aboutit peuvent s'écrire sous la forme générale :

$$Q = b_0 + b_1 P_1 + \dots + b_m P_m$$

Les valeurs des coefficients de régression $b_0, b_1 \dots b_m$, ainsi que les définitions des variables explicatives $P_1, \dots P_m$ sont données dans le tableau I. Par exemple, pour les débits mensuels de septembre on a l'équation de régression suivante :

$$Q_{\text{SEPT}} = - 422,85 + 1,903 P_{\substack{\text{JUIL} \\ \text{KANDI}}} + 0,669 P_{\substack{\text{SEPT} \\ \text{NATIT.}}} + 0,250 P_{\substack{\text{AOÛT} \\ \text{NATIT.}}}$$

(1) - NOTA - Voir "Régressions et corrélations multiples en hydrologie" de P. TOUCHEBEUF, dans Cahiers ORSTOM - Série Hydrologie - n° 4 - 1971 -

TABLEAU I

REGRESSIONS LINEAIRES MULTIPLIES

liant les débits mensuels aux pluviométries mensuelles de
NATITINGOU, BEMBEREKE, KANDI et leurs moyennes

Variable dépendante : Débit mensuel	Variables explicatives (Pluies mensuelles)	Variables explicatives (Pluies mensuelles)			Coef. de corrél.	Ecart-type	
		0	1	2	3	multiple	résiduel
JUIN	Variables explicatives	-	AVRIL KANDI	-	-		
	Coefficients de régression	0,6603	0,0884	-	-	0,839	2,03
JUILLET	Variables explicatives	-	JUIN MOYENNE	-	-		
	Coefficients de régression	- 9,9512	0,1764	-	-	0,816	5,50
AOÛT	Variables explicatives	-	JUILLET MOYENNE	-	-		
	Coefficients de régression	- 21,2089	0,4148	-	-	0,631	18,88
SEPTEMBRE	Variables explicatives	-	JUILLET KANDI	SEPTEMBRE NATITINGOU	AOÛT NATITINGOU		
	Coefficients de régression	- 422,8516	1,9028	0,6689	0,2498	0,984	17,34
OCTOBRE	Variables explicatives	-	SEPTEMBRE NATITINGOU	-	-		
	Coefficients de régression	- 7,5767	0,4742	-	-	0,669	38,90
NOVEMBRE	Variables explicatives	-	NOVEMBRE BEMBEREKE	OCTOBRE MOYENNE	-		
	Coefficients de régression	12,7940	1,0358	0,1556	-	0,956	5,56
DECEMBRE	Variables explicatives	-	OCTOBRE BEMBEREKE	NOVEMBRE BEMBEREKE	-		
	Coefficients de régression	2,0255	0,0671	0,2550	-	0,954	1,84

Le coefficient de corrélation multiple obtenu pour le mois de septembre est excellent ($R = 0,984$). Il est encore satisfaisant pour novembre ($0,956$) et pour décembre ($0,954$), il reste acceptable pour juin ($0,839$) et juillet ($0,816$) et ne devient franchement médiocre que pour le mois d'août ($0,631$).

Les écarts-types résiduels S , qui figurent dans la dernière colonne du tableau I, permettent d'évaluer la précision avec laquelle tel débit mensuel peut être calculé pour une année donnée. Soit Q' la valeur calculée du débit mensuel et Q sa valeur vraie, il y a 90 chances sur 100 pour que Q soit compris entre les limites :

$$Q' - 1,64 S \quad \text{et} \quad Q' + 1,64 S$$

qui définissent "l'intervalle de confiance à 90 %" de Q .

L'ensemble des débits mensuels qui ont pu être reconstitués par des régressions multiples pour la période 1921 - 1960, a été porté dans le tableau II. Les débits de janvier à mai de cette même période ont été déterminés à partir des débits du mois de décembre précédent, en utilisant les relations suivantes qui ont pu être déduites approximativement des étiages réellement observés :

$$Q_{\text{JANV}} = 0,3 (Q_{\text{DEC}} - 1)$$

$$Q_{\text{FEV}} = 0,125 (Q_{\text{DEC}} - 3,5)$$

$$Q_{\text{MARS}} = 0,035 (Q_{\text{DEC}} - 7)$$

$$Q_{\text{AVRIL}} = 0$$

$$Q_{\text{MAI}} = 0$$

Dans le tableau II on a également porté les débits mensuels de la période d'observation (1961 - 1971), après avoir eu soin de compléter les lacunes par les mêmes méthodes que pour la période reconstituée.

On dispose ainsi des débits mensuels sur une période continue de 51 ans. Bien entendu, les débits reconstitués n'ont pas la même précision que les débits observés. Mais la valeur exacte du débit de tel mois de telle année n'a pas dans le cas présent un intérêt capital. Ce qui importe essentiellement pour l'étude du projet de barrage, c'est de disposer d'une série statistique de débits qui soit bien représentative du régime de la MEKROU sur une période aussi longue que possible. C'est dans cette perspective que les données du tableau II trouvent tout leur intérêt.

Il faut noter toutefois que les débits reconstitués par l'application d'une équation de régression multiple tendent à avoir une variance plus faible que les débits vrais. Les valeurs extrêmes reconstituées pour un mois donné tendent notamment à être un peu plus rapprochées de la valeur moyenne que les valeurs extrêmes vraies.

TABLEAU II

MEKROU à BAROU

DEBITS MENSUELS RECONSTITUES ou OBSERVES (en m³/s)

Année	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre	Module
1921	(2,7)	(0,8)	(0,1)	0,0	0,0	7,51	14,4	41,7	175	159	22,3	6,25	35,8
1922	1,6	0,35	0,0	0,0	0,0	3,15	17,2	47,9	193	96,8	26,9	8,23	32,9
1923	2,2	0,6	0,05	0,0	0,0	3,13	15,0	48,7	27,7	95,9	26,5	6,61	18,9
1924	1,7	0,4	0,0	0,0	0,0	7,20	36,1	70,1	304	157	22,8	7,59	50,6
1925	2,0	0,5	0,0	0,0	0,0	1,76	19,0	69,6	324	126	79,4	21,3	53,6
1926	6,0	2,2	0,5	0,0	0,0	0,66	16,9	60,9	200	103	22,6	6,24	34,9
1927	1,6	0,35	0,0	0,0	0,0	1,22	24,2	45,2	49,0	152	66,8	17,3	29,8
1928	4,9	1,8	0,35	0,0	0,0	3,22	18,6	79,1	141	79,1	26,9	7,78	30,2
1929	2,1	0,55	0,0	0,0	0,0	1,99	22,4	104	370	136	115	32,8	65,4
1930	9,5	3,6	0,9	0,0	0,0	5,41	7,72	74,7	198	72,7	25,1	8,82	33,9
1931	2,4	0,65	0,05	0,0	0,0	5,80	21,2	73,8	171	109	23,6	7,88	34,6
1932	2,1	0,55	0,0	0,0	0,0	1,10	15,2	33,2	2,30	159	32,0	10,4	21,3
1933	2,8	0,85	0,1	0,0	0,0	5,49	20,6	95,3	295	147	55,2	13,1	53,0
1934	3,6	1,2	0,15	0,0	0,0	4,33	19,0	64,2	112	145	32,3	9,28	32,6
1935	2,5	0,7	0,1	0,0	0,0	4,46	16,0	115	171	138	26,7	6,92	40,1
1936	1,8	0,4	0,0	0,0	0,0	4,98	7,79	81,6	320	109	19,8	3,30	45,7
1937	0,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,66	8,58	65,9	101	94,8	23,7	8,98	25,4
1938	2,4	0,7	0,05	0,0	0,0	1,74	15,2	57,3	272	85,2	76,9	21,1	44,4
1939	6,0	2,2	0,5	0,0	0,0	1,24	15,9	58,9	37,6	163	55,1	18,4	29,9
1940	5,2	1,85	0,4	0,0	0,0	2,34	18,5	52,7	35,1	107	33,8	13,3	22,5
1941	3,7	1,0	0,2	0,0	0,0	6,07	10,5	62,6	115	123	20,8	3,35	28,8
1942	0,7	0,0	0,0	0,0	0,0	2,96	5,59	30,0	129	108	24,4	7,07	25,6
1943	1,9	0,45	0,0	0,0	0,0	1,61	12,8	24,3	174	167	33,4	9,53	35,4
1944	2,6	0,75	0,1	0,0	0,0	6,90	23,0	59,9	177	93,7	26,1	7,10	33,1
1945	1,9	0,45	0,0	0,0	0,0	0,94	19,5	55,2	222	190	27,7	9,51	43,9
1946	2,5	0,75	0,1	0,0	0,0	0,90	14,1	46,4	198	167	39,7	15,5	40,4
1947	4,4	1,5	0,3	0,0	0,0	3,83	26,3	66,0	283	148	26,0	6,44	47,1
1948	1,6	0,35	0,0	0,0	0,0	4,77	27,7	88,3	345	122	15,6	3,47	50,4
1949	0,8	0,0	0,0	0,0	0,0	2,72	17,7	58,5	141	74,2	60,1	17,6	31,1
1950	5,0	1,75	0,35	0,0	0,0	2,92	13,9	79,2	152	90,3	22,5	5,43	31,1
1951	1,3	0,2	0,0	0,0	0,0	0,68	16,7	86,5	297	176	56,2	17,1	54,3
1952	4,8	1,7	0,35	0,0	0,0	4,37	17,6	52,6	278	228	30,1	8,44	52,2
1953	3,7	0,6	0,05	0,0	0,0	1,53	32,2	153	552	164	26,7	11,8	78,8
1954	3,2	1,05	0,15	0,0	0,0	2,73	19,7	43,5	103	123	44,0	11,8	29,3
1955	3,2	1,05	0,15	0,0	0,0	6,59	22,2	115	556	96,1	34,5	10,0	70,4
1956	2,7	0,8	0,1	0,0	0,0	0,71	19,1	60,8	360	142	23,1	6,34	51,3
1957	1,6	0,35	0,0	0,0	0,0	1,30	28,8	68,0	195	166	34,9	12,1	42,3
1958	3,3	1,1	0,15	0,0	0,0	7,19	16,1	10,6	0,0	164	32,2	8,86	20,3
1959	2,4	0,7	0,05	0,0	0,0	3,35	12,8	55,8	217	178	21,4	4,45	41,3
1960	1,0	0,1	0,0	0,0	0,0	3,21	17,5	65,8	363	221	27,7	10,2	59,1
1961	2,8	0,8	0,1	<u>0,0</u>	<u>0,0</u>	<u>1,69</u>	<u>21,7</u>	<u>57,5</u>	<u>124</u>	<u>57,7</u>	<u>8,32</u>	<u>0,89</u>	21,3
1962	<u>0,01</u>	<u>0,0</u>	<u>0,0</u>	<u>0,0</u>	<u>0,0</u>	<u>5,66</u>	<u>29,0</u>	<u>86,9</u>	<u>316</u>	<u>142</u>	<u>31,3</u>	<u>10,3</u>	<u>51,8</u>
1963	<u>2,27</u>	0,8	0,1	<u>0,0</u>	<u>0,0</u>	4,09	21,7	76,6	<u>180</u>	<u>130</u>	<u>35,6</u>	<u>9,4</u>	31,0
1964	2,5	0,7	0,1	<u>0,0</u>	<u>0,0</u>	<u>5,01</u>	22,6	<u>85,8</u>	<u>235</u>	<u>76,4</u>	<u>17,2</u>	<u>3,05</u>	37,4
1965	0,6	0,0	0,0	<u>0,0</u>	<u>0,0</u>	<u>2,52</u>	<u>6,66</u>	<u>36,5</u>	<u>147</u>	46,2	21,8	5,68	22,2
1966	1,4	0,25	0,0	<u>0,0</u>	<u>0,0</u>	5,0	21,0	53,0	<u>110</u>	<u>104</u>	<u>28,6</u>	<u>3,85</u>	27,3
1967	<u>0,65</u>	<u>0,03</u>	<u>0,0</u>	<u>0,0</u>	<u>0,0</u>	2,0	<u>5,88</u>	<u>67</u>	<u>233</u>	<u>173</u>	<u>27,0</u>	<u>6,91</u>	43,0
1968	<u>1,29</u>	0,3	<u>0,0</u>	<u>0,0</u>	<u>0,0</u>	<u>15,3</u>	<u>29,7</u>	<u>111</u>	<u>198</u>	<u>116</u>	<u>26,6</u>	<u>7,42</u>	<u>42,1</u>
1969	<u>2,33</u>	<u>0,60</u>	<u>0,02</u>	<u>0,0</u>	<u>0,0</u>	<u>5,77</u>	<u>28,3</u>	<u>93,8</u>	<u>356</u>	<u>188</u>	<u>71,7</u>	<u>20,5</u>	<u>63,9</u>
1970	<u>5,86</u>	<u>2,16</u>	<u>0,48</u>	<u>0,0</u>	<u>0,0</u>	<u>0,03</u>	<u>10,1</u>	<u>97,4</u>	<u>168</u>	<u>199</u>	<u>24,1</u>	<u>4,63</u>	<u>42,6</u>
1971	<u>1,36</u>	<u>0,23</u>	<u>0,0</u>	<u>0,0</u>	<u>0,13</u>	<u>1,03</u>	<u>17,9</u>	<u>71,7</u>	<u>115</u>	<u>41,8</u>	<u>7,03</u>	<u>1,08</u>	<u>21,4</u>
Moyenne	2,7	0,8	0,1	0,0	0,0	3,5	18,4	67,8	207	130	34,1	9,7	39,5

NOTA - Les débits observés sont soulignés -

Dans la mesure où les écarts des valeurs observées de la variable dépendante, par rapport à l'hyper-plan de régression sont distribués normalement et de façon homoscedastique, il est théoriquement possible d'apporter une correction aux valeurs calculées par l'équation de régression. Il suffit de leur ajouter un terme correctif tiré au hasard dans une distribution normale dont l'écart-type est égal à l'écart-type résiduel de la régression multiple. Dans le cas présent, la normalité et l'homoscedasticité des écarts ne peuvent être vérifiées sérieusement, faute de données d'observation en nombre suffisant. Il a donc été jugé préférable de ne pas compliquer les calculs en y ajoutant un terme correctif de valeur douteuse.

2. MODULES

Dans la dernière colonne du tableau II figurent les modules (ou débits moyens annuels) qui résultent directement des débits mensuels reconstitués ou observés.

La distribution statistique de cette série de 51 modules peut être étudiée en essayant de lui ajuster diverses lois théoriques (1). Les résultats obtenus par ordinateur sont les suivants :

a) Paramètres d'ajustement

Paramètres	Loi de GAUSS (normale)	Loi de GALTON (log - normale)	Loi de PEARSON III (Gamma ; n - complète)
Position	39,4 m ³ /s (moyenne)	4 m ³ /s	17 m ³ /s
Echelle	13,9 m ³ /s	32,35551	9,81643
Forme	(écart-type)	0,39828	2,30426

b) Modules correspondant à diverses fréquences

Fréquence de dépassement	Période de retour (année)	Loi de GAUSS	Loi de GALTON	Loi de PEARSON III
0,05	20	62,2 m ³ /s	66,8 m ³ /s	68 m ³ /s
0,10	10	57,1	58,4	59
0,20	5	51,1	49,8	50
0,50	2	39,4	36,8	36
0,80	5	27,7	27,7	27
0,90	10	21,6	23,9	24
0,95	20	16,5	21,2	22
0,98	50	11	18,7	20
0,99	100	7	17,3	19

(1) NOTA - Voir Cahiers ORSTOM - Série Hydrologie - Vol. VI - n° 3 - 1969 -

Pour les fréquences extrêmes on note des écarts assez sensibles entre les valeurs données par les trois lois. Pour choisir les valeurs les plus adéquates on doit tenir compte des considérations suivantes :

a) la variance de notre série de 51 modules est un peu atténuée artificiellement du fait que ces modules résultent en grande partie des débits mensuels reconstitués par des équations de régressions linéaires multiples sans correction résiduelle. Les modules des années très humides sont donc plutôt sous-estimés tandis que ceux des années très sèches sont surestimés;

b) reportée graphiquement la distribution statistique des modules apparaît immédiatement comme assez nettement dissymétrique et hyper-gaussienne. La loi de GAUSS tend donc à donner des valeurs sous-estimées pour les fréquences extrêmes.

On en conclut que pour les fréquences de dépassement faibles, c'est-à-dire pour les années très humides, la loi de PEARSON III, qui donne les résultats les plus forts, doit être celle qui convient le mieux.

Pour les années très sèches, la loi de PEARSON ainsi que celle de GALTON donnent au contraire des résultats trop optimistes, tandis que ceux de la loi de GAUSS sont presque certainement trop pessimistes. Nous choisirons donc des valeurs intermédiaires qui paraissent les plus vraisemblables.

En définitive, nous proposons les valeurs approximatives suivantes :

- Module décennal humide	:	60	m ³ /s
- Module quinquennal humide	:	50	"
- Module médian	:	37	"
- Module quinquennal sec	:	26,5	"
- Module décennal sec	:	21,5	"
- Module vicennal sec	:	18	"
- Module cinquantiennal	:	15	"

TABLEAU III

MEKROU à BAROU

Classement des modules

Rang	Année	Module	Fréquence	Rang	Année	Module	Fréquence
1	1953	78,8	0,0098	26	1921	35,8	0,500
2	1955	70,4	0,0296	27	1943	35,4	0,520
3	1929	65,4	0,049	28	1926	34,9	0,540
4	1969	<u>63,9</u>	0,069	29	1931	34,6	0,559
5	1960	59,1	0,088	30	1930	33,9	0,579
6	1951	54,3	0,108	31	1944	33,1	0,598
7	1925	53,6	0,127	32	1922	32,9	0,617
8	1933	53,0	0,147	33	1934	32,6	0,636
9	1952	52,2	0,167	34	1949	31,1	0,656
10	1962	<u>51,8</u>	0,186	35	1950	31,1	0,676
11	1956	51,3	0,206	36	1963	<u>31,0</u>	0,696
12	1924	50,6	0,225	37	1928	30,2	0,715
13	1948	50,4	0,245	38	1939	29,9	0,735
14	1947	47,1	0,265	39	1927	29,8	0,756
15	1936	45,7	0,284	40	1954	29,3	0,775
16	1938	44,4	0,304	41	1941	28,8	0,794
17	1945	43,9	0,324	42	1966	<u>27,3</u>	0,814
18	1967	<u>43,0</u>	0,344	43	1942	25,6	0,833
19	1970	<u>42,6</u>	0,364	44	1937	25,4	0,853
20	1957	42,3	0,383	45	1940	22,5	0,873
21	1968	<u>42,1</u>	0,402	46	1965	<u>22,2</u>	0,892
22	1959	41,3	0,421	47	1971	<u>21,4</u>	0,912
23	1946	40,4	0,441	48	1961	<u>21,3</u>	0,931
24	1935	40,1	0,460	49	1932	21,3	0,951
25	1964	<u>37,4</u>	0,430	50	1958	20,3	0,970
				51	1923	18,9	0,9902

La MEKROU a BAROU

Distribution statistique des modules observés
et reconstitués

- ⊙ — module observe (1961-1971)
- — module reconstitue (1921-1960)

Ajustements de GAUSS et GALTON

