

Ecom

ENQUETE COMMERCIALE 1968

ORSTOM - BDPI - INSRE

NOTE n° 2 - Mars 1969

--:--:--:--:--

ETUDE DE LA STRUCTURE DE L'OFFRE, EN FONCTION
DES CARACTERISTIQUES DES ETABLISSEMENTS
EXPOSE DE METHODE
-----oöo-----

TREUIL (J.P.)

1969

B 14206

20 JUL. 1970

O. R. S. T. O. M.
Collection de Référence
n° 14206

La présente note constitue l'application de la méthode générale décrite dans la note n° 1 à la solution de différentes questions qui s'ordonnent autour des points suivants :

- a) - Peut-on établir des hiérarchies entre articles ou catégories d'articles ayant :
 - . - à leur base des articles courants, présents dans les boutiques modestes et s'adressant à une clientèle de faibles revenus.
 - . - à leur sommet des articles chers, offerts à une clientèle urbaine par quelques magasins spécialisés.
- b) - Peut-on mettre en évidence des différences régionales, tel article étant plus fréquemment rencontré dans une région que dans une autre.

Ces questions toutefois ne sont que des points de départ, et il nous a semblé nécessaire de poser le problème sous une forme plus générale. Pour ce faire, nous allons d'abord définir deux notions importantes.

a) - La notion d'offre relative

L'offre d'un établissement commercial est ici envisagée comme l'importance comparée des différents articles ou catégories d'articles offerts dans cet établissement les uns par rapport aux autres. C'est pourquoi, nous parlons d'offre relative, les quantités offertes des différents articles n'y sont pas prises pour leur valeur absolue, mais rapportées au nombre total d'unités offertes de l'établissement. La notion est plus complète que celle d'éventail des articles offerts, qui ne prend en compte que la présence de ces articles.

b) - La notion de produit

On sait que le nombre des articles rencontrés dans l'enquête est de l'ordre de 10.000. Ce nombre est trop important pour les possibilités du calcul manuel, et une étude d'ensemble paraît exiger un regroupement des articles en catégories moins nombreuses.

La définition de l'offre donnée plus haut laisse le choix du niveau de regroupement qui peut être ainsi la marque, le nom du produit, le prix, le caractère artisanal ou industriel, local ou importé, etc...

Nous nous sommes placés ici dans une optique de comptabilité nationale et avons retenu le niveau de regroupement correspondant à la notion de produit, tel qu'elle est définie dans la note 3.

On retient, rappelons-le, l'usage (utilisation faite de l'article) et le procédé de fabrication (origine industrielle). Un bol en tôle émaillée se distinguera d'une assiette en porcelaine selon ces deux dimensions.

Bol en tôle émaillée :

- Usage : consommation malgache
- Origine industrielle : article en tôle émaillée importé.

Assiette en porcelaine :

- Usage : consommation de milieux aisés
- Origine industrielle : article en porcelaine importé.

Ce regroupement en produits coïncide à quelques modifications près (indiquées en annexe dans la liste des produits retenus) avec le regroupement correspondant à la position "N" du code des articles, ce qui limite le nombre des catégories élémentaires à quelques deux cent environ. Des calculs manuels sont alors concevables.

Ceci dit, on conçoit que l'offre relative d'un établissement, donc ici les quantités relatives offertes des différents produits, varie lorsque l'on passe d'un établissement à un autre, en même temps d'ailleurs que le chiffre d'achat, la localisation, éventuellement l'activité, etc... de cet établissement.

Le problème de cette note est précisément d'analyser les relations \hookleftarrow la "corrélation" - entre cette variation de l'offre relative envisagée au niveau des produits, et la variation de certaines caractéristiques de l'établissement.

En conséquence, nous allons examiner successivement :

- 1 - choix et codification des critères d'analyse caractérisant les établissements
- 2 - constitution des tableaux de base regroupant les données de l'enquête, dans l'optique d'une analyse des corrélations entre produits et établissements.
- 3 - élaboration d'une typologie des produits.

2.1. - CHOIX ET CODIFICATION DES CRITERES D'ANALYSE CARACTERISANT LES ETABLISSEMENTS

Ces critères sont issus d'un certain nombre d'hypothèses concernant la corrélation entre l'offre relative d'un établissement et certaines de ses caractéristiques.

Il apparaît utile pour l'analyse de cette corrélation de distinguer - cf note n° 3 - l'offre de détail et l'offre de gros, ces deux composantes n'étant pas en relation avec les mêmes caractéristiques.

L'offre de détail correspond aux stocks (1) constitués pour répondre à la demande émanant des consommateurs. L'offre de gros correspond aux stocks (1) constitués pour répondre à la demande émanant d'autres commerçants. Les hypothèses faites sont alors les suivantes :

- a) - Existence pour l'offre de détail d'une relation

(1) - rappelons que les stocks envisagés sont constitués uniquement par les marchandises présentes dans "la boutique" et destinées à être vendues. Se reporter pour toutes ces questions, à la note n° 3.

...

entre l'offre relative d'une part, et d'autre part le revenu par tête moyen (effet de revenu) et l'importance (effet de volume) de la clientèle de l'établissement.

L'effet de revenu agit sur l'offre relative en augmentant la demande de certains produits chers. Il est en relation très étroite avec l'importance de l'agglomération : un établissement situé dans un village aura une clientèle essentiellement rurale, de faible niveau de revenu. Un commerce urbain peut au contraire avoir en face de lui une clientèle dont les revenus sont plus élevés en moyenne.

L'effet de volume agit sur l'offre relative en augmentant la demande de certains produits à rotation lente. Si en effet on peut concevoir une relation linéaire et indépendante du produit entre la demande d'un produit et l'importance de la clientèle, (la distribution des revenus étant supposée constante), il n'en est pas de même pour la relation entre l'offre et la demande (voir note n° 3). Les différences dans l'encombrement des produits, le mode d'approvisionnement, amènent l'idée que cette relation varie en effet beaucoup selon les produits.

L'effet de volume est en relation étroite avec l'importance de l'établissement, mesurée par son chiffre d'affaires ou son chiffre d'achat, sans cependant coïncider complètement puisque ces paramètres dépendent aussi des revenus de la clientèle.

b) - Existence toujours pour l'offre de détail d'une relation entre l'offre relative et la région.

On a pu d'abord constaté pendant l'enquête une différence importante entre l'offre des établissements des hauts-plateaux et ceux de la côte. Cette différence frappe en particulier dès que l'on franchit la falaise en descendant vers la côté Est. Elle tient à la présence, dans les établissements de la côte, d'articles à rotation lente (articles de ménage, outils agricoles) qui, sur les hauts-plateaux - du moins est-ce ici notre hypothèse - sont vendus essentiellement sur les marchés. On peut d'ailleurs penser que l'absence de marchés réguliers importants augmente le chiffre d'achat moyen

par établissement, qui semble sur la côte effectivement plus élevé.

L'offre relative de certains établissements peut également varier d'une région à une autre par suite de différences entre revenus monétaires ruraux moyens (régions pauvres et régions riches) ou simplement entre habitudes de consommation.

Il faut noter ici une cause importante de variation inter-régionale de l'offre relative. Dans certaines régions, l'enquête tombe dans une période creuse de l'année agricole. Les transactions monétaires sont alors très réduites et les boutiques presque vides (région d'Amboasary pour le sisal). Dans d'autres régions au contraire, la récolte est en cours ou vient de se terminer, l'activité commerciale est très intense, les boutiques sont remplies de monde et de produits (région de Farafangana et de Vohipeno).

Ce phénomène vient naturellement perturber les analyses, sans qu'il soit possible d'y remédier très efficacement. Dans le cas de variations saisonnières de la demande importante (cf. note n° 3), la notion d'offre à une date donnée perd beaucoup de son intérêt. Il faudrait, en fait, considérer l'offre à différentes dates et envisager pour cela au moins deux passages par région, en tenant compte du calendrier agricole.

- c) - Existence - pour l'offre de gros cette fois-ci - d'une relation entre l'offre relative et la position de l'établissement à l'intérieur du réseau commercial auquel il appartient.

L'offre de gros varie avec l'importance de la clientèle de l'établissement constituée par d'autres commerçants. L'augmentation de la demande qui en résulte vient en effet agir sur les stocks de façon différente pour chaque produit, en favorisant les produits à rotation lente, par le phénomène dont on a également parlé à propos de l'offre de détail.

Cependant, un autre phénomène intervient, lié à la définition particulière que nous avons donnée à l'offre, en la limitant volontairement aux stocks "en boutique". Ces stocks, à partir d'une

certaine taille, ou d'une certaine position dans le réseau commercial, vont plafonner, voire s'annuler. C'est ce qui se passe avec certains grossistes "purs" (1), pour lesquels les marchandises passent directement de leurs magasins aux mains des clients, sans passer par une phase d'exposition publique.

"L'offre relative" de l'établissement, si elle existe encore, se réduit à quelques articles présentés surtout à titre d'échantillons et perd évidemment beaucoup de sa signification.

- d) - Existence pour les zones urbaines ou pour l'offre de gros, d'une relation entre l'offre relative et "l'activité" (code INSRE).

L'activité de l'établissement ne semble pas avoir en zone rurale grande signification quant à sa spécialisation réelle. Il n'en est pas de même dans les grandes agglomérations, ou au niveau du commerce de demi-gros ou de gros, où les établissements spécialisés se sont en général vu attribuer de façon correcte l'activité qui leur correspond.

- e) - Absence de relation entre l'offre relative du moins envisagée un niveau du produit et le réseau commercial de l'établissement.

Le réseau commercial auquel l'établissement appartient doit intervenir davantage nous semble-t-il au niveau de l'article qu'au niveau du produit. Certains importateurs apparaissent ainsi spécialisés dans certaines marques ou certains types d'articles. C'est le cas par exemple du savon "en barre" sur la côte Sud Est au-dessous de Mananjary, qu'on ne retrouve que rarement ailleurs.

- f) - Absence de relation entre l'offre relative et la nationalité du commerçant.

Dans certains grands centres où coexistent, au même niveau commercial, plusieurs nationalités, celles-ci peuvent déterminer une spécialisation qui évite une concurrence trop grande. Par ailleurs, la nationalité a pu initialement orienter l'offre relative en favorisant telle ou telle catégorie de produits, pour tenir compte des habitudes de consommation des commerçants eux-mêmes.

(1) - Tels que souvent les agences C.L.M., C.M.M. et S.I.C.E.

Un tel phénomène fournirait une explication aux différences présentées par l'offre relative entre la côte Est, où l'on rencontre surtout des commerçants de nationalité chinoise, et la côte Ouest, où l'on rencontre des commerçants de nationalité indienne ou pakistanaise. Cependant, l'optique de comptabilité nationale adoptée ici nous conduit à choisir une analyse régionale de ces différences. Dans d'autres cas, les variations de l'offre relative qui peuvent apparaître liées aux différences de nationalité doivent, de toute évidence, être expliquées par d'autres facteurs. On constate par exemple que la grande majorité des commerçants de nationalité malgache se rencontre au niveau du petit commerce de détail. C'est bien entendu l'importance de l'établissement et non la nationalité du commerçant qui détermine l'offre relative observée.

Nous n'inscrivons donc pas ici la nationalité comme une des caractéristiques de l'établissement. La place de chaque nationalité dans la distribution mérite d'ailleurs d'être étudiée pour elle-même et nous pensons le faire dans une note ultérieure.

Toutes ces hypothèses amènent à conserver quatre caractéristiques (ou "critères") qui sont :

- l'importance de l'agglomération
- le chiffre d'achat
- la région
- l'activité.

La codification adoptée pour chacune d'elles est la suivante :

a) - Importance de l'agglomération

L'importance de l'agglomération a été codée par la classe de patente correspondant à l'établissement. Ces classes, au nombre de 6, se répartissent ainsi :

Agglomération de :	classe	Code
moins de 500 hab.	6ème	6
de 500 à 1.999 hab.	5ème	5
de 2000 à 6.999 hab.	4ème	4
de 7000 à 19.999 hab.	3ème	3
de 20.000 à 49.999 hab.	2ème	2
plus de 50.000 hab.	1ère	1

L'attribution à chaque établissement de l'échantillon de la classe qui lui correspond se fait à partir d'une liste annuelle disponible à l'INSRE.

b) - Le chiffre d'achat

La prise en compte de la valeur exacte du chiffre d'achat annuel de chaque établissement enquêté entraîne évidemment des calculs assez lourds. Aussi, nous a-t-il paru préférable de grouper les établissements par tranches successives de chiffre d'achat.

Pour déterminer ces tranches, plusieurs méthodes peuvent être proposées. La difficulté tient aux qualités auxquelles chaque tranche doit satisfaire :

- comprendre un nombre minimum d'établissements enquêtés de telle façon qu'ils assurent une certaine représentativité de la tranche.
- correspondre à des établissements homogènes.

Ces deux qualités sont difficilement conciliables dans le cas des établissements à chiffre d'achat élevé (rappelons que 25 % seulement des Etablissements font un chiffre d'achat annuel supérieur à 1.500.000 FMG). Pour cette catégorie d'établissements, leur nombre restreint pour l'échantillon oblige en effet, pour satisfaire au critère de représentativité, à prendre des tranches très étendues, alors que des tranches très étendues ne peuvent correspondre à des établissements du même type (second point à satisfaire), si du moins l'offre relative est en corrélation étroite avec le chiffre d'achat. A l'inverse, pour des chiffres d'achat voisins (tranches restreintes), nous n'avons pas suffisamment d'établissements enquêtés et la représentativité n'est pas assurée.

La solution nous paraît être, dans la définition des tranches, de tenir compte non pas seulement de la distribution générale de l'ensemble des établissements, telle qu'elle figure sur la base de sondage mais, plus empiriquement, de celle des établissements effectivement enquêtés.

Ces considérations nous ont amenés alors à définir les tranches suivantes :

Tranches (Millions de FMG)	Code
100 à 189	01
190 à 359	02

360	à	699	03
700	à	1.299	04
1.300	à	2.499	05
2.500	à	4.499	06
4.500	à	7.999	07
8.000	à	14.999	08
15.000	à	30.000	09
30.000	à	100.000	10

Les cinq premières tranches correspondent chacune à environ 10 % de l'effectif total des établissements. Ce pourcentage décroît ensuite régulièrement.

c) - La région

Le territoire a été divisé en vingt régions élémentaires.

On a d'abord cherché à délimiter les zones d'influence des principaux centres commerciaux ; à savoir certains ports disposant d'un bureau douanier et les trois agglomérations de Tananarive, Antsirabe (1), Fianarantsoa. Certaines considérations de géographie économique nous ont ensuite fait distinguer plusieurs régions à l'intérieur de ces zones d'influence. Pour Tananarive (voir notre 1 en bas de page) par exemple, on a séparé :

- la région d'Ambatondrazaka et de Moramanga
- la région de Tananarive et d'Antsirabe
- le "pourtour" Nord et Ouest constitué par les sous-préfectures d'Anjozorobe, d'Ankazobe et celles du moyen-ouest.

Enfin, certaines régions ont été isolées en tant que zones frontières soumises à l'influence de deux ou plusieurs centres commerciaux ; telles sont les régions de Fort Carnot et Ifanadiana, entre Fianarantsoa d'une part et les ports de Mananjary et Manakara d'autre part, ou encore la région d'Ambositra entre Fianarantsoa et Tananarive.

(1) - Le cas de Tananarive et d'Antsirabe est particulier. Leur importance commerciale au niveau national oblige à distinguer deux zones :

- une zone étendue comprenant pratiquement l'ensemble du territoire ou ces deux centres entrent en concurrence avec d'autres centres régionaux.

- une zone restreinte dont ils sont quasi entièrement maîtres et qui s'étend sur la province de Tananarive, sur la préfecture d'Ambatondrazaka à l'Est et la sous-préfecture de Miandrivazo à l'Ouest. C'est bien entendu cette dernière zone dont tient compte le découpage.

Pour toutes ces questions, on se reportera aux notes sur les circuits commerciaux.

Le résultat est donné ci-dessous. Ont été inscrites en majuscules les sous-préfectures correspondant aux pôles commerciaux utilisés dans la définition des zones d'influence.

<u>Code</u>	<u>Sous-préfectures correspondantes</u>
01	DIEGO-SUAREZ, AMBILOBE, Ambanja, NOSSI-BE.
02	Analalava, Antsohihy, Bealanana, Befandriana Nord, Mandritsara.
03	Port-Bergé, Mampikony, Tsaratanana, Marovoay, Ambatoboeni, Maevatanana, MAJUNGA, Mitsinjo, Soalala, Besalampy.
04	Maintirano, Morafenobe, Antsahalova, Belo sur Tsiribihina.
05	Mahabo, MORONDAVA, Manja.
06	MOROMBE, TULEAR, Ankazoabo, Beroroha, Sakaraha, Betioky, Ampanihy.
07	Betroka, Bekily.
08	Ambovombe, Amboasary, FORT-DAUPHIN.
09	Vangaindrano, Vondrozo, Farafangana, Vohipeno, MANAKARA.
10	MANANJARY, Nosy Varika.
11	Mahanoro, Marolambo, Vatomandry.
12	Brickaville, TAMATAVE, Fénériver, Vavatenina, Soanierana Ivongo.
13	Mananara, MAROANTSETRA.
14	ANTALAHA, SAMBAVA, Andapa, VOHEMAR.

<u>Code</u>	<u>Sous-préfectures correspondantes</u>
15	Ifanadiana, Fort Carnot.
16	Andilamena, Ambatondrazaka, Moramanga, Anosibe.
17	Ambohidratrimo, Arivonimamo, Faratsiho, ANTSIRABE, Antanifotsy, Ambatolampy, Andramasina.
18	Betafo, Soavinandriana, Tsironomandidy, Miarinarivo, Ankazobe, Anjozorobe, Miandrivazo.
19	Ambatofinandrahana, Ambositra, Fandriana.
20	Ambohimahasoa, FIANARANTSOA, Ambalavao, Ihosy, Ivohibe.

d) - L'activité

L'activité des établissements est codée de la même façon que dans la définition des strates de sondage.

<u>Code</u>	<u>Code INSRE</u>	<u>Nature</u>
1	697	Alimentation Epicerie
2	705 et 800	Marchandises générales
3	754	Tissus et vêtements
4	734	Quincaillerie
	735	
	741	
	743 - 3	Fers
	743 - 4	Matériaux de construction
	763	
	767 - 4	Divers

2.2. - CONSTITUTION DES TABLEAUX DE BASE

Il s'agit ici d'extraire des cahiers et de transcrire, dans un certain nombre de tableaux, l'information nécessaire pour l'analyse de la corrélation entre "l'offre relative" des établissements et certaines de leurs caractéristiques (voir paragraphe précédent).

La simple lecture de ces tableaux, une fois établis, peut déjà conduire à certaines conclusions. Les opérations ultérieures - consignées dans le paragraphe 2.3 (à entreprendre dans la mesure du temps disponible) - viendront vérifier et affiner ces conclusions et donner une mesure chiffrée de leur validité.

Rappelons les quatre critères "J" qui caractérisent les établissements et qui peuvent prendre chacun un certain nombre d'états repérés par l'indice K :

Classe de patente	⋮	j = 1	k = 6,5, 4, 3, 2, 1.
Chiffre d'achat	⋮	j = 2	k = 01, 02, 03, 04, 05, 06, 07, 08, 09, 10.
Région élémentaire (1)	⋮	j = 3	k = 01, 02, 03, 04, 05, 06, 07, 08, 09, 10, 11, 12, 13, 14, 15, <u>16, 17, 18, 19, 20.</u>
Activité	⋮	j = 4	k = 1, 2, 3, 4.

Nous proposons donc 4 séries de tableaux qui donnent les quantités offertes de chaque produit (mesurées par le nombre d'unités), selon les établissements, regroupés :

- Tableau T1 - par classe de patente
- Tableau T2 - par tranche de chiffres d'achat
- Tableau T3 - par région
- Tableau T4 - par activité.

Afin de mieux faire ressortir les différences existant entre les hauts-plateaux et les régions côtières, chacun de ces tableaux est dédoublé et présente séparément les données concernant chacun des deux ensembles régionaux. Nous donnons ci-après les cadres-modèles des tableaux relatifs aux hauts-plateaux, étant bien entendu que les mêmes cadres sont valables pour les régions côtières.

(1) - Les numéros soulignés correspondent aux régions des Hauts-Plateaux.

Tableau T₁ Hauts-Plateaux : Répartition des quantités offertes de chaque produit selon les établissements regroupés par classe de patente.

Produits	Classe de patente ; k =						Ensemble
i =	6	5	4	3	2	1	
101							
<p>Inscrire dans chaque case i k le nombre N_{ik} d'unités du produit i offertes par l'ensemble des établissements des hauts-plateaux dont la classe de patente est k.</p>							
Ensemble							

Tableau T₂ - Hauts-Plateaux : Répartition des quantités offertes de chaque produit selon les établissements regroupés par tranche de chiffre d'achat.

Produits:	Tranches de chiffres d'achat ; k =										
i =	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	Ens.
101											
Inscrire dans chaque case ik le nombre N _{ik} d'unités du produit i offertes par l'ensemble des établissements des hauts-plateaux dont le chiffre d'achat se situe dans la tranche k.											
Ensemble:											

Tableau T₃ - Hauts-Plateaux : Répartition des quantités offertes de chaque produit selon les établissements regroupés par région élémentaire.

Produits	Régions élémentaires ; k = (1)					
i =	16	17	18	19	20	Ensemble
101						
<p>Inscrire dans chaque case ik le nombre N_{ik} d'unités du produit i offertes par l'ensemble des établissements de la région élémentaire k.</p>						
Ensemble						

(1) - Pour les régions côtières, il faudra prendre le code 0 à 15.

Tableau T₄ - Hauts-Plateaux : Répartition des quantités offertes de chaque produit selon les établissements regroupés par activité.

Activités ; k =					
	1	2	3	4	Ensemble
101					
Inscrire dans chaque case ik le nombre N _{ik} d'unités du produit i offertes par l'ensemble des établissements des hauts-plateaux dont l'activité est k.					
Ensemble					

2.3. - ELABORATION DE LA TYPOLOGIE DES PRODUITS

Si nous sommes amenés à proposer la constitution d'une typologie des produits suivant la méthode indiquée dans la note 1, c'est pour une exploitation plus rigoureuse et plus complète des données figurant sur les tableaux de base.

En effet, rappelons qu'il existe environ 200 produits et que chaque tableau comporte, en conséquence, 200 lignes. Dans ce cas, il est bien évident qu'une simple lecture ne permet pas de faire ressortir, de façon sûre, la liaison existant entre l'offre et les caractéristiques de l'établissement.

Nous rappelons brièvement le principe de la méthode pour décrire ensuite l'organisation pratique des calculs.

Cette 2ème partie, très technique, est destinée à consigner les différentes phases de la démarche et à servir d'exemple à ceux qui voudraient utiliser la méthode dans d'autres circonstances.

2.31. - Rappel du principe

Il s'agit de départager les produits offerts, en fonction des 4 critères caractérisant les établissements (exposés précédemment).

Dans une première étape, nous essayons de définir deux grandes catégories de produits seulement; en fonction de celui des 4 critères - à déterminer - qui permet ce meilleur partage.

Dans les étapes ultérieures, nous affinons cette partition pour obtenir des sous groupes, selon le même procédé appliqué à chacune des catégories successivement obtenues (schéma page 6 de la note 1).

Pour effectuer ces choix successifs, la méthode proposée est celle de la recherche de la valeur maximale d'une fonction de séparation (suivant le principe défini - pages 6 et 7 de la note 1).

...

Soit =

P_1 = la catégorie de produits déjà obtenue

j = un des 4 critères

f = une partition quelconque divisant P_1 en 2 groupes distincts :
 P_a et P_b

s = une dichotomie⁽¹⁾ effectuée sur les états du critère J et le regroupant en 2 positions K_a et K_b .

Le nombre des partitions possibles sur P_1 est élevé, à cause de la diversité des produits. Le nombre des dichotomies possibles sur les états des quatre critères est faible, soit que le nombre des états soit lui-même restreint (classe de patente, activité), soit que le critère soit ordonné (classe de patente, chiffre d'achat), soit enfin que des hypothèses viennent limiter à priori les dichotomies à envisager (critère régional).

En application de la note 1, pages 11 et 12, il est alors pratique de prendre pour fonction de séparation l'expression 3 bis :

$$\frac{2 \cdot D_{aa}}{\sqrt{N.a \cdot N.b}}$$

Signification des grandeurs intervenant dans la
fonction de séparation

Les grandeurs intervenant dans la fonction proposée sont celles qui apparaissent dans le tableau donné page 8 de la note 1. Elles se définissent ici de la façon suivante :

- $N.a$ est le nombre d'unités de chaque produit de la catégorie P_1 offertes par l'ensemble des établissements K_a

...

(1) - Dichotomie et partition en deux ont évidemment le même sens. Nous employons les 2 termes pour éviter toute confusion entre ce qui concerne les produits (partition) et ce qui concerne les états du critère (dichotomie).

- N.b est le nombre d'unités de chaque produit de la catégorie P_1 offertes par l'ensemble des établissements K_b .
- D_{aa} est la différence entre l'observation et la théorie, à savoir la différence entre :
 - le nombre observé d'unités de chaque produit du groupe P_a offertes par l'ensemble des établissements K_a ,
 - et le nombre théorique de ces unités que l'on observerait si effectivement il n'y avait pas de relation entre l'offre pour les produits de la catégorie P_1 et les états du critère j

Soit, pour illustrer par un exemple la nature de la différence D_{aa} , le tableau suivant qui exprime les observations effectuées.

Groupes de Produits	Positions des états du critère caractérisant l'états.		
	K_a	k_b	Ensemble
P_a	20	10	30
P_b	60	10	70
Ensemble	80	20	100

Il existe évidemment une relation entre l'offre et les états du critère, la présence des produits P_a étant proportionnellement, par rapport à l'offre totale, plus importante chez les établissements K_b ($\frac{10}{20} = 50\%$) que chez les établissements K_a ($\frac{20}{80} = 25\%$).

Le nombre observé d'unités offertes de chaque produit du groupe P_a , par les établissements K_a est 20, le nombre théorique de ces unités répond à l'équation suivante :

$$\frac{x}{80} = \frac{30}{100}$$

En effet, dans le cas de l'absence de relation, les proportions par rapport à l'offre totale des produits P_a chez les établissements K_a , les établissements K_b et l'ensemble devraient être les mêmes.

La valeur de x dans l'ensemble est donc la suivante :

$$x = \frac{80 \times 30}{100} = 27$$

La différence négative $20 - 27 = -7$ exprime bien la faible représentation des produits P_a chez les établissements K_a .

Calcul des grandeurs en fonction des données figurant sur les tableaux de base

Les grandeurs de la fonction de séparation doivent être évidemment calculées à partir des données inscrites dans les "tableaux de base" du § 2.2.

Nous préférons indiquer de façon concrète la manière dont on doit procéder ; c'est pourquoi on se reportera à l'exemple traité un paragraphe suivant.

2.3.2. - Organisation pratique des calculs :

Afin de rendre plus concrète l'organisation des calculs proposée, nous allons traiter un exemple simplifié.

Dans cet exemple, le seul critère caractérisant les établissements est la classe de patente $j = 1$.

Les produits sont au nombre de 21, et la répartition des unités offertes de chaque produit par classe de patente est donnée dans le tableau T_1 figurant à la fin de ce paragraphe et auquel on se reportera.

Les dichotomies envisageables sur les classes de patentes, numérotées $s = 6, 5, 4, 3$ et 2 ; sont les suivantes :

Numéro s de la dichotomie	classes de patentes entrant dans la position K_a ; la position K_b	
6	6	5,4,3,2,1
5	6,5	4,3,2,1
4	6,5,4	3,2,1
3	6,5,4,3	2,1
2	6,5,4,3,2	1

Toutes les dichotomies possibles de ce critère ordonné sont donc ici envisagés. En réalité, surtout si les calculs sont longs, on peut considérer seulement certaines d'entre elles, voire même une seule (1).

La première opération consiste à établir à partir du tableau T 1 le tableau T'1. Ce tableau indique pour tout produit i, et pour toutes les dichotomies s (Ka/Kb) que l'on envisage d'utiliser au cours des partages successifs, le nombre $\sum_k N_{ik}$ d'unités offertes par les établissements Ka. Soit ainsi le produit O1.

Pour s = 6 la position Ka s'identifie à la 6e classe et le nombre d'unités du produit O1 offertes par les établissements se réduit à 24.

Pour s = 5 la position Ka regroupe la 6e et la 5e classes. Le nombre d'unités du produit O1 offertes par les établissements est donc égal à :

$$24 + 618 = 642$$

et ainsi de suite.

Le tableau T'1 comme le tableau T 1 est établi une fois pour toute. C'est lui qui est directement utilisé dans les calculs qui vont suivre.

La seconde opération consiste à remplir la première ligne du tableau U₁. Chaque ligne de ce tableau indique, pour l'ensemble des produits d'une catégorie P₁ à partager, et pour toutes les dichotomies s (Ka/Kb) envisagées pour le partage de cette catégorie,

- les nombres N_{.a} d'unités offertes par les établissements Ka
- les nombres N_{.b} d'unités offertes par les établissements Kb
- les nombres N_{..} d'unités offertes par l'ensemble des établissements
- les quotients $\frac{N_{.a}}{N_{..}}$

Ici, nous avons à partager l'ensemble Po des 21 produits. Nous obtenons donc les N_{.a} relatifs à chacune des dichotomies en calculant le total de la colonne de T'1 cor-

(1) Lorsqu'on se limite à une seule dichotomie, il est avantageux (plus sûr) de choisir celle qui regroupe les états du critère en deux positions sensiblement de même importance (c'est-à-dire telle que N.a et N.b soient aussi proche l'un de l'autre que possible).

respondante :

Pour s = 6

$$24 + 0 + 0 + \dots = 547$$

Pour s = 5

$$642 + 158 + 127 + \dots = 3.905$$

et ainsi de suite.

$N_{..}$ s'obtient en calculant le total de la dernière colonne :

$$12.057 + 2.700 + 3.118 + \dots = 105.614$$

$N_{.b}$ s'obtient par différence $N_{..} - N_{.a}$

La troisième opération consiste à remplir le tableau V_1 relatif à l'ensemble P_0 des 21 produits. Chaque tableau V_1 indique pour chaque produit i d'une catégorie P_1 à partager, et pour toutes les dichotomies s (K_a/k_b) envisagées pour le partage de cette catégorie, la différence

$$\sum_k N_{ik} - \frac{N_{.a}}{N_{..}} \times N_i$$

entre

- le nombre observé $\sum_k N_{ik}$ d'unités du produit i offertes par les établissements k_a .
- le nombre théorique de ces unités, obtenu en multipliant le quotient $\frac{N_{.a}}{N_{..}}$ par le nombre total N_i d'unités offertes du produit i .

soit ainsi le produit O_1 ;

Pour s = 6 le nombre d'unités du produit O_1 offertes par les établissements K_a est, après lecture du tableau T'_1 , égal à 24.

Le nombre total d'unités du produit O_1 est toujours après lecture du tableau T'_1 , égal à 12.057.

Le quotient $\frac{N_{.a}}{N_{..}}$ est après lecture du tableau U_1 égal à 5,2 millièmes.

La différence cherchée s'écrit donc :

$$24 - \frac{5,2}{1.000} \times 12.057$$

soit

Pour $s = 5$ le nombre d'unités du produit 01 offertes par les établissements Ka est 642.

Le quotient $\frac{N.a}{N..}$ est égal à 37,0 millième.

La différence cherchée s'écrit donc :

$$642 - \frac{37,0}{1000} \times 12057$$

soit + 196

Le terme D_{aa} du paragraphe précédent, correspondant à une partition quelconque r (P_a/P_b) de P_o est, on peut le montrer facilement, la somme des différences ainsi calculées pour les produits du groupe P_a .

Sa valeur sera évidemment la plus grande possible si l'on regroupe dans P_a tous les produits ayant des différences positives, à l'exclusion des produits présentant des différences négatives.

Aussi, la partition de P_o à retenir pour chaque dichotomie s'obtient en regroupant :
- dans le premier groupe, tous les produits pour lesquels les différences calculées ci-dessus sont positives.
- dans le second groupe, tous les produits pour lesquels les différences calculées ci-dessus sont négatives.

Ainsi,

pour $s = 6$, figurent seulement dans le premier groupe, les produits 10 et 19.

pour $s = 5$ par contre, figurent les 11 produits 01, 02, 03, 05, 06, 09, 10, 13, 15, 18 et 19.

Pour choisir la dichotomie la plus valable, celle qui déterminera le partage de P_o à retenir définitivement, il faut calculer pour chacune d'elles la valeur de la fonction de sépa-

...

ration (expression 3bis du paragraphe précédent). Ce calcul est très simple puisque D_{aa} est la somme des différences positives, alors que $N_{.a}$ et $N_{.b}$ se lisent directement sur le tableau U_1 .

Ainsi, pour $s = 6$

$$D_{aa} = 266 + 82 = 348$$

$$N_{.a} = 547$$

$$N_{.b} = 105.067$$

On trouve alors comme valeur de la fonction de séparation 0,093.

pour $s = 5$

$$D_{aa} = 196 + 58 + 12 + 7 + \dots = 896$$

$$N_{.a} = 3905$$

$$N_{.b} = 101.709$$

On trouve comme valeur 0,090.

D'après les résultats transcrits dans la dernière ligne du tableau V_1 , il faut ainsi choisir la dernière dichotomie (1) $s = 2$. Le partage de P_0 correspondant peut se lire dans la dernière colonne du même tableau.

On notera les deux remarques suivantes, valables évidemment pour cet exemple seulement :

- la dichotomie définitivement choisie est celle qui regroupe les états du critère dans les deux positions dont les importances respectives sont les plus rapprochées ($N_{.a} = 62.521$ contre $N_{.b} = 43.093$).
- les différences entre les résultats obtenus sur les dernières dichotomies sont faibles : la plupart des produits retenus pour le premier groupe dans la dichotomie $s = 2$ figurent déjà dans le premier groupe correspondant à $s = 6$.

(1) C'est en effet pour cette dernière dichotomie que la valeur de la fonction de séparation est la plus grande.

- les valeurs de la fonction de séparation sont faibles (par rapport à 1) ; on peut en conclure que les différences entre produits sont peu significatives et il ne semble pas bien nécessaire de poursuivre le partage.

Si toutefois, on désire affiner la typologie, il faut recommencer la deuxième et la troisième opérations sur chacune des catégories P_1 et P_2 , et ainsi de suite.

Temps nécessaire

Les calculs ont pris environ 2 heures pour aboutir à la partition définitive, à partir de la seule donnée du tableau T_1 .

On a pu établir que pour les 200 produits et les quatre critères, avec des tableaux de base T_j dédoublés pour conduire séparément l'analyse sur les Hauts-Plateaux et les régions côtières, le travail de deux calculateurs pendant deux semaines permettrait de définir huit catégories de produits pour chacun des deux ensembles régionaux.

Cette durée doit être considérée comme un maximum (1).

(1) elle correspond au cas où l'on envisagerait effectivement toutes les dichotomies possibles sur les trois critères ordonnés.

Tableau T₁

Produits: i =	Classe de patente ; k =						Ens.
	6	5	4	3	2	1	
01	24	618	1 826	2 611	3 722	3 256	12 057
02	-	158	304	594	832	812	2 700
03	-	127	397	716	786	1 092	3 118
04	-	15	34	191	354	648	1 242
05	-	33	63	176	89	347	708
06	-	83	260	380	496	725	1 944
07	-	376	2 175	4 762	7 148	9 892	24 353
08	-	113	569	1 509	1 500	3 307	6 998
09	-	56	98	122	129	138	543
10	285	180	490	676	897	1 056	3 584
11	-	7	20	71	179	470	747
12	-	6	5	18	93	36	158
13	-	26	48	23	146	36	279
14	-	3	11	10	18	112	154
15	16	240	792	1 293	1 589	2 210	6 140
16	-	30	171	492	493	715	1 901
17	-	88	584	663	825	2 623	4 783
18	109	971	2 420	4 051	6 783	12 132	26 466
19	113	208	471	974	1 672	2 577	6 015
20	-	17	55	176	211	521	980
21	-	3	75	117	161	388	744
Ensemble	547	3 358	10 868	19 625	28 123	43 093	105 614

Tableau T₁

Produits : Dichotomies envisageables sur les classes de patente : s =							
i =	6	5	4	3	2	Ens	
01	24	642	2.468	5.079	8.801	12.057	
02	-	158	462	1.056	1.688	2.700	
03	-	127	524	1.240	2.026	3.118	
04	-	15	49	240	594	1.242	
05	-	33	96	272	361	708	
06	-	83	343	723	1.219	1.944	
07	-	376	2.551	7.313	14.461	24.353	
08	-	113	682	2.191	3.691	6.998	
09	-	56	154	276	405	543	
10	285	465	955	1.631	2.528	3.584	
11	-	7	27	98	277	747	
12	-	6	11	29	122	158	
13	-	26	74	97	243	279	
14	-	3	14	24	42	154	
15	16	256	1.048	2.341	3.930	6.140	
16	-	30	201	693	1.186	1.901	
17	-	88	672	1.335	2.160	4.783	
18	109	1.080	3.500	7.551	14.334	26.466	
19	113	321	792	1.766	3.438	6.015	
20	-	17	72	248	459	980	
21	-	3	78	195	356	744	

Tableau U₁

Catégorie		Dichotomies envisagées sur les classes de patente pour le partage de P ₁ ; s =					N _{..}
P ₁ : l =		6	5	4	3	2	
0	N _{.a}	547	3.905	14.773	34.398	62.521	
	$\frac{N_{.a}(1)}{N_{..}}$	5,2	37,0	139,0	325,7	592,1	105.614
	N _{.b}	105.067	101.709	90.841	71.216	43.093	
1	N _{.a}	325	2.225	8.791	20.478	36.809	
	$\frac{N_{.a}(1)}{N_{..}}$	5,7	39,1	154,8	360,6	648,2	56.777
	N _{.b}	56.452	54.552	47.986	36.299	19.968	
2	N _{.a}	222	1.680	5.982	13.920	25.712	
	$\frac{N_{.a}(1)}{N_{..}}$	4,5	34,3	122,2	284,4	525,3	48.837
	N _{.b}	48.615	47.157	42.855	34.917	23.125	

(1) - en millième/

Tableau V₁

Produits i =	Dichotomies envisagées sur les classes de patente pour le partage P ₀ ; s =					Partage de P ₀ retenu.
	6	5	4	3	2	
01	- 39	+ 196	+ 781	+ 1.152	+ 1.663	1
02	- 14	+ 58	+ 84	+ 177	+ 289	1
03	- 16	+ 12	+ 88	+ 225	+ 180	1
04	- 6	- 31	- 125	- 165	- 141	2
05	- 4	+ 7	- 3	+ 41	- 58	2
06	- 10	+ 11	+ 71	+ 90	+ 68	1
07	- 127	- 525	- 856	- 618	+ 42	1
08	- 36	- 146	- 297	- 88	- 452	2
09	- 3	+ 36	+ 78	+ 99	+ 84	1
10	+ 266	+ 332	+ 452	+ 464	+ 406	1
11	- 4	- 21	- 78	- 145	- 165	2
12	- 1		- 11	- 22	+ 28	1
13	- 1	+ 16	+ 35	+ 6	+ 78	1
14	- 1	- 3	- 7	- 26	- 49	2
15	- 16	+ 29	+ 189	+ 341	+ 295	1
16	- 10	- 40	- 65	+ 74	+ 61	1
17	- 25	- 89	+ 3	- 222	- 672	2
18	- 28	+ 101	- 203	- 1.068	- 1.336	2
19	+ 82	+ 98	- 49	- 193	- 123	2
20	- 5	- 19	- 65	- 71	- 121	2
21	- 4	- 25	- 26	- 47	- 84	2
Fonction de séparation	0,093	0,090	0,097	0,108	0,123	0,123