

## SIMULATION NUMÉRIQUE DU TRANSFERT VERTICAL DES SOLUTÉS ET DES ÉQUILIBRES D'ÉCHANGE ET DE PRÉCIPITATION DANS LES SOLS CALCAIRES ET GYPSEUX

Michel RIEU\*

**RÉSUMÉ** — Le modèle numérique présenté dans cette note permet de simuler le transfert monodimensionnel de l'eau et des solutés dans le sol saturé et non-saturé ainsi que de calculer la composition d'équilibre du système sol-eau-électrolytes. Sur un modèle déterministe, basé sur les différences finies, qui calcule le mouvement de l'eau et le transport des sels, sont greffés des sous-programmes qui simulent la précipitation du gypse et de la calcite ainsi que les échanges des cations  $Ca^{++}$ ,  $Mg^{++}$  et  $Na^+$ . Le programme en Fortran prévoit l'impression, à la fin de chaque journée simulée, du contenu en eau du profil et de la composition d'équilibre de strates de sol successives de 15 cm d'épaisseur.

Simulation numérique, Transfert de solutés, Equilibre sol-solution, Sols salés

### INTRODUCTION

La distribution de l'eau dans les pores du sol est sans cesse modifiée, au gré des échanges avec le sous-sol et l'atmosphère. Qu'il s'agisse d'absorber un afflux d'eau nouvelle ou de compenser un départ, il se produit des flux hydriques qui tendent à estomper les différences de potentiel de l'eau dans le sol. Mais, cette eau entraînant avec elle des éléments en solution, les conditions de l'équilibre entre les phases liquide, solide et gazeuse du sol sont continuellement renouvelées. Les effets de cette activité géochimique sont couramment observés, en particulier dans les zones semi-arides où les eaux sont fortement minéralisées : la salinisation du sol, l'invasion de certains de ses niveaux par la calcite ou le gypse, constituent des obstacles importants au développement agricole. Les modèles de simulation numérique sont fréquemment utilisés pour rendre compte de tels processus afin de mieux les maîtriser.

Le modèle SIMUL présenté dans cet article est conçu dans le but de fournir des prévisions détaillées sur l'évolution de la salinité du sol dans les périmètres irrigués des régions sub-arides. En raison du caractère appliqué et spécifique de cet objectif, on a cherché, autant que possible, à alléger l'instrument de calcul et à n'utiliser que des données de terrain ou de laboratoire assez courantes, réunies rapidement et dans des conditions standard. En ce qui concerne les prévisions, le modèle rend compte, au jour le jour, de la composition chimique de la solution du sol, de la quantité de sels cristallisés et de la distribution des cations sur le complexe adsorbant, ces prévisions étant établies pour 365 jours consécutifs. Cela revient à simuler le fonctionnement annuel des principaux sols rencontrés sur un périmètre en prenant en compte les conditions de pluie et d'évaporation de la région, ainsi que l'assolement et le calendrier d'irrigations propres au périmètre.

Appliqué dans son objectif, pragmatique dans sa conception mais précis et détaillé dans son développement, le modèle SIMUL ne peut être que le fruit d'un compromis, et les simplifications et approximations qu'il comporte sont autant de restrictions d'utilisation.

\* ORSTOM, 24 rue Bayard, 75008 Paris, France.

13. MAI 1986

O. R. S. T. O. M. Fonds Documentaire

N° : 21.028 155

Cote : B. 21.028

## I — LE MODÈLE DE SIMULATION

On a opté pour un modèle de type déterministe, élaboré selon l'enchaînement : analyse des flux hydriques et évaluation des quantités d'eau et de soluté transférées, puis calcul de l'équilibre thermodynamique.

## 1. Simulation des mouvements de l'eau

D'une façon très générale, on définit pour les milieux poreux une « vitesse de filtration »\* ou densité de flux volumique :  $q$  [ $L^3 \cdot L^{-2} \cdot T^{-1}$ ] dont l'expression mathématique est donnée par la loi de Buckingham-Darcy (SWARTZENDRUBER, 1969) :

$$\vec{q} = -K(\theta) \cdot \text{grad } H \quad (1)$$

où  $K(\theta)$  [ $L \cdot T^{-1}$ ] est le tenseur de conductivité hydraulique et  $H$  [ $L$ ] le potentiel total de l'eau dans le milieu poreux. La variation instantanée de la teneur en eau  $\theta$  [ $L^3 \cdot L^{-3}$ ] dans un volume poreux élémentaire traversé par des flux hydriques est décrite par l'équation de continuité :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\text{div} \cdot \vec{q} \quad (2)$$

Cette équation traduit le bilan instantané de l'eau dans le volume élémentaire.

L'application de cette théorie au problème particulier traité dans ce travail comporte des possibilités de simplification :

— Les périmètres irrigués sont le plus souvent situés dans des zones planes où les mouvements de l'eau, infiltration et remontées capillaires, sont essentiellement verticaux. On peut envisager de restreindre la modélisation à la seule dimension verticale. Dans ce cas l'équation (2) devient :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left( -K(\theta) \cdot \frac{\partial H}{\partial z} \right) \quad (3)$$

—  $H$  est la résultante des potentiels matriciel ( $h$ ), gravitaire ( $Z$ ) et osmotique ( $\Omega$ ).

Etant donné l'objectif du modèle, on peut considérer que le champ « efficace » du potentiel matriciel s'étend de 0 à  $1,6 \cdot 10^4$  cm d'eau (point de flétrissement). Au-delà de cette dernière valeur, la circulation de l'eau liquide est extrêmement réduite ( $K(\theta) < 10^{-3}$  cm/jour). On notera que les gradients de potentiel matriciel sont couramment de l'ordre de  $10^3$  à  $10^4$  dans la majeure partie du domaine non-saturé.

La conductivité électrique (EC) de la solution du sol dans les périmètres irrigués est généralement de l'ordre de 2 à 6 mmhos/cm et ne dépasse qu'exceptionnellement 8 mmhos/cm. A ces salinités correspondent respectivement des potentiels osmotiques de  $1,04 \cdot 10^3$ ,  $3,4 \cdot 10^3$  et  $4,6 \cdot 10^3$  cm d'eau. En fait, on observe rarement un gradient de salinité dans un sol de teneur en eau uniforme : le plus souvent, les concentrations localisées de la solution du sol sont liées à une perte d'eau pure par évaporation ou prélèvement racinaire. On a alors  $\partial h / \partial z \gg \partial \Omega / \partial z$  ; VACHAUD *et al.* (1978) indiquent une différence d'un ordre de grandeur et nous avons constaté, pour la gamme de EC évoquée ici, des gradients de potentiel matriciel jusqu'à 400 fois plus élevés que les gradients correspondants de potentiel osmotique. Dans ces conditions, il nous a paru possible de négliger les gradients de potentiel osmotique devant ceux de potentiel matriciel, premiers responsables du mouvement de l'eau dans le domaine non-saturé.

Quant au potentiel gravitaire, si l'on repère les profondeurs par rapport à un axe  $\vec{oz}$  orienté vers le bas et si l'on fixe l'origine à la surface du sol, on a :  $\partial Z / \partial z = -1$ .

\* Cette vitesse de filtration ou vitesse de Darcy est la « vitesse moyenne fictive d'un fluide homogène qui occuperait l'ensemble du milieu » (De MARSIY, 1978). La vitesse réelle est égale à  $\vec{q}/\epsilon$ ,  $\epsilon$  étant la porosité occupée par le fluide.

En vertu des remarques précédentes, on peut écrire :

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial z} = \frac{\partial \vec{h}}{\partial z} - 1$$

Enfin, en introduisant le tenseur de diffusivité  $D(\theta)$ , [ $L^2 \cdot T^{-1}$ ] défini par :

$$D(\theta) = K(\theta) \cdot \frac{\partial h}{\partial \theta}$$

l'équation (3) prend la forme :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ D(\theta) \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} - K(\theta) \right] \quad (4)$$

Le modèle hydrodynamique consiste à étendre à l'ensemble d'un profil de sol, décomposé en une série continue de volumes élémentaires, et pour une succession d'intervalles de temps, le principe du bilan local et instantané. Cela revient à discrétiser l'équation (4) en l'appliquant à chaque volume élémentaire :

$$\frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{\Delta}{\Delta z} \left[ D(\theta) \cdot \frac{\Delta \theta}{\Delta z} - K(\theta) \right] \quad (5)$$

Le schéma de discrétisation adopté est un schéma implicite du type Crank et Nicholson (CRANK, 1956). On distingue dans le profil une série de surfaces imaginaires espacées de  $\Delta z$ , la première étant confondue avec la surface du sol et la dernière avec sa base. La variation de  $\theta$  est calculée au niveau de chaque surface, en fonction des flux hydriques en direction ou provenance des surfaces voisines. Chaque nouvelle teneur en eau calculée est étendue à l'épaisseur  $\Delta z/2$  de part et d'autre de la surface correspondante ; à la limite supérieure du sol, on considère seulement  $\Delta z/2$  au-dessous de la première surface et à la base  $\Delta z/2$  au-dessus de la dernière surface. Ce procédé revient à diviser le profil simulé en  $Q$  strates d'épaisseur  $\Delta z$ , les strates extrêmes ayant une épaisseur  $\Delta z/2$  (fig. 1).

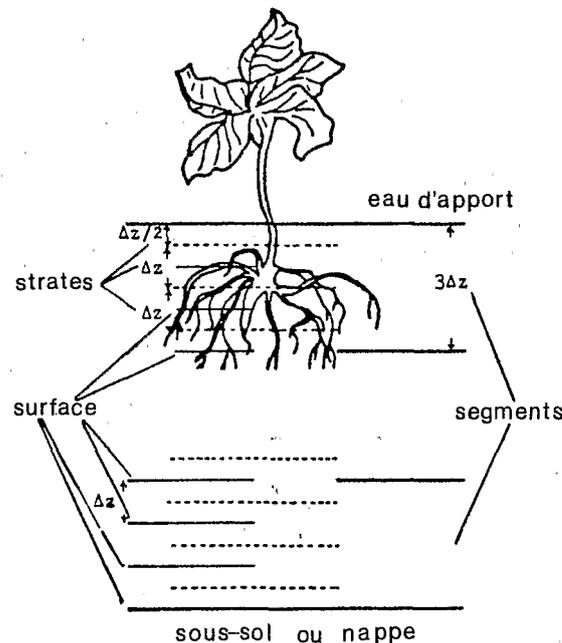


Fig. 1 — Discrétisation du profil.

La valeur  $\Delta z = 5$  cm adoptée dans ce travail représente un compromis entre la précision souhaitée pour les profils hydriques simulés et le souci de ne pas alourdir les calculs. Quant à la valeur de  $\Delta t$ , elle doit être telle que le flux le plus élevé pendant l'intervalle de temps soit inférieur à  $\Delta z / \Delta t$ . La valeur convenable est calculée par le modèle.

L'évaporation ou la consommation d'eau par la végétation sont simulées par une perte d'eau globale, sans qu'aucun flux d'évaporation ne soit calculé. L'évapo-transpiration réelle de chaque journée simulée est distribuée entre chaque strate au prorata de la densité du système racinaire ; il peut s'agir d'une distribution réelle, mesurée *in situ*, ou de racines fictives permettant de simuler l'évaporation d'un sol nu. La teneur en eau de chaque strate est ainsi affectée d'une fonction puits ; la correction n'est plus effectuée dès que la teneur en eau a atteint le point de flétrissement. On considère que les 2,5 premiers centimètres de sol sont exempts de racines mais qu'ils alimentent en eau la strate immédiatement inférieure où la densité de racines est toujours élevée.

On établit ainsi un système de  $Q$  équations de la forme (5) affectées de la fonction puits, sauf la première. Les relations fonctionnelles  $K = f(\theta)$  et  $h = f(\theta)$  sont établies à partir de mesures *in situ* effectuées avec une sonde à neutrons pour la teneur en eau et des tensiomètres pour le potentiel matriciel. Ces appareils ne permettent pas de mesures assez localisées et précises pour l'établissement de relations propres à chaque strate de 5 cm.

En ce qui concerne  $K(\theta)$ , la mesure peut être effectuée pour les principaux horizons du profil définis selon des critères morphologiques (structure, mode d'assemblage, type de porosité), texturaux (composition granulométrique, densité apparente) et hydrodynamiques ( $\theta$  et  $K(\theta)$  à saturation). Le modèle admet trois horizons au plus, et par conséquent trois relations de la forme :

$$K(\theta) = A \cdot \theta^B \quad \text{soit :} \quad K(\theta) = K_{\text{sat.}} \cdot (\theta / \theta_{\text{sat.}})^B$$

où  $A$  et  $B$  sont des paramètres d'ajustement caractéristiques de l'horizon, et  $K_{\text{sat.}}$  et  $\theta_{\text{sat.}}$  sont respectivement la perméabilité et la teneur en eau de l'horizon saturé. La relation  $K = f(\theta)$  d'un horizon est affectée aux strates contenues dans celui-ci. A la limite entre deux horizons, on utilise la moyenne géométrique des conductivités de chacun.

La faible précision de la mesure de  $\theta$  (5 % dans le meilleur des cas, BRUCKLER, 1983) entraîne une grande dispersion des résultats expérimentaux concernant la relation  $h = f(\theta)$  au point que l'hystérésis qui caractérise cette relation peut difficilement être mise en évidence. Dans ces conditions, il a paru préférable d'établir une relation moyenne et unique pour l'ensemble du profil. On utilise une relation de la forme :

$$h = h_x \cdot (\theta / \theta_x)^b$$

où  $h_x$  et  $\theta_x$  sont la « pression d'entrée d'air » et la teneur en eau correspondante (« Air entry value », BROOKS et COREY, 1964) moyennes pour le profil.

La mesure de  $K_{\text{sat.}}$  sur des échantillons de sol mis en équilibre avec des solutions de concentrations croissantes en  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  permet d'établir une relation entre l'abaissement de la perméabilité et la dispersion des argiles liée à la teneur en Na échangeable (alcalinisation du sol). On a :

$$K_{\text{sat.}} = \zeta \cdot p_{\text{Na}}^\xi$$

où  $p_{\text{Na}}$  est un paramètre caractérisant le taux de sodium échangeable, et  $\zeta$  et  $\xi$  des coefficients d'ajustement (RIEU, 1978, 1983). L'introduction de cette relation dans les expressions générales de  $K(\theta)$  permet de repercuter sur la conductivité hydraulique les variations d'alcalinisation du sol.

Le système d'équations (5) est résolu par l'algorithme de Thomas (GAUDET, 1978). Les conditions aux limites suivantes ont été adoptées :

- En surface du sol,  $\theta$  est considéré constant, égal à la teneur en eau moyenne du sous-sol ou à  $\theta_{\text{sat.}}$  s'il y a une nappe phréatique ; le niveau de cette nappe peut varier dans le temps et le nombre de strates est corrigé en conséquence par le modèle (cette condition de teneur en eau constante n'exclut pas la possibilité de flux de drainage ou de remontées capillaires).

— En surface du sol, s'il y a apport d'eau (pluie ou irrigation), la totalité de l'apport est considérée instantanément disponible sous la forme d'une lame d'eau en surface du sol, au début du jour d'apport. On a :  $\theta_1 = \theta_{\text{sat}}$ , et  $K_1 = K_{\text{sat}}$ , tant qu'il y a de l'eau à infiltrer. En l'absence d'apport d'eau, aucun flux n'est calculé à travers la surface 1. La première strate ( $\Delta z/2$ ) n'étant pas affectée par la fonction puits, on estime la teneur en eau au voisinage de la surface en posant :  $\theta_1^i = \theta_2^{i-1}$ ,  $i$  et  $i-1$  indiquant deux intervalles de temps successifs. Cela revient à faire participer le contenu en eau de la première strate à l'évolution du stock de la strate immédiatement inférieure avec un décalage d'un intervalle de temps. La valeur de  $\theta_1^i$  est ensuite corrigée en fonction de la valeur des flux échangés de façon que la règle du bilan local soit respectée.

Au cours de cette première étape de la simulation, à partir d'un profil hydrique initial, le modèle, prenant en compte les apports et consommations d'eau, établit à chaque intervalle de temps un nouveau profil hydrique et détermine le sens et la valeur des flux échangés pendant l'intervalle.

## 2. Simulation du transfert des solutés

La simulation du transfert des espèces solubles repose sur le postulat que tout soluté migre librement avec les flux hydriques pendant un intervalle de temps et que les mélanges entre solutions de provenance différente ne s'effectuent qu'à l'issue de l'intervalle de temps. Cette approximation est d'autant moins grossière que l'intervalle de temps est bref.

Le découpage initial du profil est ramené à un empilement de « segments » de sol de composition chimique supposée homogène et de 15 cm d'épaisseur, cette dimension étant plus proche de la réalité physique des horizons pédologiques. Les strates de sol étant indicées  $j$  et les segments  $J$ , le stock d'eau d'un segment  $J$  est calculé par l'expression :

$$\text{STOCK}(J) = 2,5 \theta_j + 5 \theta_{j+1} + 5 \theta_{j+2} + 2,5 \theta_{j+3} \quad (J = 3j - 2)$$

Aux segments correspondant au sol proprement dit, on ajoute un segment au-dessus de la surface et un autre au-dessous de la limite inférieure. Le segment superficiel contient l'eau d'apport ou est vide et les concentrations correspondantes sont soit constantes soit nulles. Le segment inférieur, de contenu en eau  $15 \theta_Q$ , correspond soit au sous-sol, soit à la nappe phréatique et les concentrations  $y$  sont les mêmes que dans le dernier segment de sol.

Le modèle peut prendre en compte huit espèces solubles dont cinq doivent être impérativement :  $\text{Na}^+$ ,  $\text{Ca}^{++}$ ,  $\text{Mg}^{++}$ ,  $\text{Cl}^-$  et  $\text{SO}_4^{--}$ , ces dernières étant nécessaires au calcul de l'équilibre. Les données initiales sont établies à partir d'extraits des segments successifs de 15 cm, les résultats du laboratoire étant ramenés à la proportion sol/eau correspondant au profil hydrique initial\*. On considère que  $\text{K}^+$ , en général peu abondant, est peu échangeable et qu'il ne forme ni paires d'ions ni sels. Cet élément est en conséquence traité comme une espèce neutre et non réactive, ou même ignoré. Il est cependant dosé dans les extraits et la concentration en  $\text{Cl}^-$  est corrigée d'autant afin de respecter le bilan électrique.

Après avoir calculé la masse de chaque espèce soluble que contient un segment de sol, on évalue les masses de soluté perdues en fonction du volume d'eau ayant migré vers les éléments adjacents. Les masses de soluté gagnées aux dépens des éléments de sol voisins sont évaluées de manière identique, en fonction de l'état initial de ces derniers et des volumes d'eau ayant pénétré dans l'élément de sol étudié. Le bilan de masse est alors établi pour chaque espèce et de nouvelles concentrations sont calculées en fonction du nouveau contenu en eau du segment de sol.

## 3. Simulation de l'équilibre thermodynamique

À l'issue de la seconde étape du calcul sont ainsi fixées, à la fin de chaque intervalle de temps, le volume d'eau et les quantités globales des différents solutés dans chaque segment de sol. Des données complémentaires sont alors prises en considération : la  $\text{P}_{\text{CO}_2}$ , les stocks de calcite et de gypse ainsi que la distribution des cations échangeables.

\* Une telle transformation correspond à une concentration arbitraire et peu réaliste (sursaturations éventuelles). Un calcul progressif tenant compte de l'équilibre sol-solution serait plus rigoureux. Il n'est cependant pas indispensable : l'équilibre est rétabli par le modèle très rapidement.

- La  $P_{CO_2}$  de chaque segment de sol est mesurée *in situ* avec un dispositif du type Dräger (RIEU, 1978). Le sol est considéré comme un système ouvert pour le  $CO_2$  et on fait l'approximation que  $P_{CO_2}$  est constante (ALLEGRE et MICHARD, 1973) ; les concentrations de  $HCO_3^-$ ,  $CO_3^{--}$ ,  $OH^-$  et  $H^+$  sont reprecisées à chaque calcul d'équilibre sans que les concentrations initiales de ces espèces soient prises en compte ni leur transfert simulé. Ce procédé permet de tenir compte du contrôle du pH par la  $P_{CO_2}$  dans le système  $H_2O-CO_2$  du sol (BOURRIÉ, 1976).
- Les stocks de calcite et de gypse cristallisés et la distribution des cations échangeables (Na, Ca, Mg à l'exclusion de K) sont déterminés pour chaque segment au laboratoire. Ces données sont réactualisées à chaque calcul d'équilibre.

La simulation de l'équilibre consiste à rechercher une distribution des différents composants en présence dans chaque segment de sol telle qu'il y ait compatibilité entre les concentrations des ions libres et complexes dans la solution, les quantités de sels précipités, la fugacité de  $CO_2$  et les proportions des cations adsorbés sur le complexe. Cette distribution doit vérifier en outre la conservation de la masse de chaque espèce et la neutralité électrique. L'équilibre général peut être envisagé comme l'équilibre simultané de trois sous-systèmes : solutions d'électrolytes et  $CO_2$ , solution d'électrolytes et masse de sels cristallisés, solution d'électrolytes et complexe d'échange.

Le modèle de calcul est l'œuvre de J.E. DUFÉY et col. Il a fait l'objet de nombreuses publications de la part de ces auteurs : DUFÉY *et al.* (1979), LAUDELOUT *et al.* (1979), GALLEZ *et al.* (1981). On en rappellera ici les éléments essentiels.

#### *Equilibres de dissociation*

Il s'agit de redistribuer dans la solution en équilibre avec une  $P_{CO_2}$  constante les quantités globales de  $Na^+$ ,  $Ca^{++}$ ,  $Mg^{++}$ ,  $Cl^-$  et  $SO_4^{--}$ , de sorte que les équilibres de dissociation où ces espèces interviennent soient respectés ainsi que la neutralité électrique.

Le domaine de conductivités électriques pour lequel est conçu le modèle s'étend jusqu'à 8 mmhos/cm ( $\sim 6-7$  g/l). Dans ce cas on estime que la force ionique  $I$  des solutions du sol reste inférieure à 0,098\*. Pour ces valeurs relativement faibles de  $I$ , l'activité de l'eau  $a_w$  est assimilable à celle que l'on mesure dans une solution de NaCl ou KCl de même force ionique\*\*. On estime ainsi :  $1 \leq a_w \leq 0,9967$ . Dans ces conditions il paraît possible de faire l'approximation que l'activité de l'eau est constante et égale à l'unité. Enfin les coefficients individuels d'activité peuvent être calculés par la loi de Debye-Hückel.

On ne cherche pas à calculer une distribution exhaustive mais à déterminer avec une précision suffisante les activités des ions libres  $Na^+$ ,  $Ca^{++}$ ,  $Mg^{++}$ ,  $SO_4^{--}$  et  $CO_3^{--}$  intervenant dans les équilibres de solubilité ou d'échange calculés à la suite. Etant donné les faibles valeurs de  $I$ , on néglige les paires d'ions formées avec le sodium ; on considère que si l'on tient compte des paires d'ions non chargées :  $CaCO_3^0$ ,  $CaSO_4^0$ ,  $MgCO_3^0$  et  $MgSO_4^0$ , la correction obtenue sur les concentrations totales correspondantes est suffisante. L'activité des espèces non chargées est assimilée à leur molarité.

Huit équilibres au total sont étudiés auxquels participent quinze espèces :  $P_{CO_2}$ ,  $CO_3^{--}$ ,  $HCO_3^-$ ,  $H_2CO_3^0$ ,  $H^+$ ,  $OH^-$ ,  $Na^+$ ,  $Cl^-$ ,  $SO_4^{--}$ ,  $Mg^{++}$ ,  $MgSO_4^0$ ,  $MgCO_3^0$ ,  $Ca^{++}$ ,  $CaSO_4^0$ ,  $CaCO_3^0$ . Dans le modèle de DUFÉY *et al.* (1979), le calcul peut être effectué soit à pH fixé, soit à  $P_{CO_2}$  fixée. C'est cette dernière option qui est utilisée ici. La méthode numérique adoptée pour résoudre le système repose sur l'imbrication de deux boucles de calculs convergentes.

- Le calcul des molarités des espèces chargées fait intervenir les coefficients individuels d'activité qui sont établis en fonction de la force ionique de la solution ; mais cette force ionique est elle-même fonction des espèces chargées. On initialise donc le calcul avec une force ionique nulle et des coefficients d'activité égaux à l'unité.

\* On utilise la relation empirique établie par GRIFFIN et JURINACK (1973) pour les eaux de surface :  $I = 0,0127 \cdot EC - 0,003$  (25° C).

\*\* Estimée à partir du diagramme de ROBINSON et STOCKES (1959) reproduit par GARRELS et CHRIST (1967).

- En l'absence de données sur les espèces carbonatées (autres que la  $P_{CO_2}$ ), le bilan initial anions/cations est déséquilibré. Il est nécessaire de déterminer le pH d'équilibre et de calculer les concentrations correspondantes de  $OH^-$ ,  $HCO_3^-$  et  $CO_3^{--}$ . A cet effet, on répète le calcul de distribution pour des valeurs successives et arbitraires du pH, jusqu'à ce que le déséquilibre électrique soit inférieur, en valeur absolue, à une valeur minimale préétablie.
- Une première force ionique est alors calculée, qui est utilisée pour la détermination de nouveaux coefficients d'activité. Une nouvelle séquence générale de calculs est alors amorcée. L'ensemble est répété jusqu'à ce que deux valeurs successives de la force ionique ne diffèrent pas sensiblement.

### Equilibres de solubilité

Le modèle calcule l'équilibre avec le gypse et la calcite seulement. On calcule le nombre de moles de calcite ou de gypse à précipiter ou à dissoudre, de sorte que les produits ioniques  $(Ca^{++}).(SO_4^{--})$  et  $(Ca^{++}).(CO_3^{--})$  soient égaux aux produits de solubilité du gypse et de la calcite respectivement.\* La dissolution n'est évidemment effectuée que dans la mesure du stock disponible, et les produits ioniques peuvent être inférieurs aux produits de solubilité (sous-saturation).

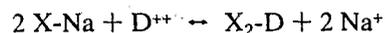
Le cas du gypse, plus soluble, est traité en premier lieu. On détermine les activités d'équilibre de  $Ca^{++}$ ,  $SO_4^{--}$ ,  $CaSO_4^0$ ,  $MgSO_4^0$  et  $CaCO_3^0$  ainsi que le nombre de moles de gypse à dissoudre ou à précipiter. Ces résultats sont ensuite repris dans le calcul d'équilibre avec la calcite où les activités de  $Ca^{++}$ ,  $CO_3^{--}$ ,  $HCO_3^-$ ,  $CaSO_4^0$  et  $CaCO_3^{0**}$  sont calculées ainsi que le nombre de moles de calcite à dissoudre ou précipiter.

Toute modification des activités des espèces impliquées dans l'équilibre avec un sel se traduit par un déséquilibre dans la distribution initiale qui doit être recalculée entièrement (à l'exception de  $P_{CO_2}$ ). Il peut en résulter des valeurs nouvelles pour les produits ioniques qui doivent être réajustés aux produits de solubilité. Une série d'ajustements successifs et convergents est ainsi nécessaire pour atteindre l'état d'équilibre avec les deux sels.

En raison de la fréquence élevée avec laquelle le calcul général d'équilibration est effectué par le modèle, les quantités de sels mises en jeu à chaque simulation des réactions de dissolution-précipitation sont très petites et les variations de la force ionique et des coefficients individuels d'activité sont très faibles. Dans le calcul, on fait l'approximation que les coefficients d'activité des espèces engagées dans les équilibres de solubilité ne sont pas sensiblement modifiés par la rééquilibration.

### Equilibres d'échange

Le modèle de calcul proposé par DUFEY *et al.* (1979) est limité aux échanges de  $Ca^{++}$ ,  $Mg^{++}$  et  $Na^+$ . Le plus souvent, on peut attribuer un rôle équivalent aux deux cations divalents (RIEU, 1981) et se contenter d'assurer une distribution sur le complexe qui soit à l'image des proportions de ces cations dans la solution d'équilibre. Cette approximation est utilisée dans le modèle : on traite d'abord l'échange  $Na^+-D^{++}$  (avec  $D^{++} = Ca^{++} + Mg^{++}$ ) et on redistribue ensuite  $D^{++}$ . En admettant que les réactions d'échanges sont stoechiométriques, on peut écrire :



où X représente un équivalent de l'échangeur, et  $D^{++}$  et  $Na^+$  sont exprimés en moles/l. A l'équilibre, le coefficient de sélectivité de l'échange (LAUDELOUT et THOMAS, 1965) est défini par :

$$Kc_{Na}^D = \frac{E_D}{E_{Na}^2} \cdot \frac{(Na^+)^2}{(D^{++})}$$

où les ( ) indiquent les activités dans la solution et  $E_D$  et  $E_{Na}$  les fractions équivalentes des cations adsorbés (ou bien les fractions molaires des pôles du mélange solide X-Na,  $X_2-D$ ).

\* Une seule valeur de produit de solubilité est utilisée pour chaque sel et pour la totalité du profil.

\*\* Etant donné la précision du modèle ( $10^{-3}$  équiv/litre), la variation de  $MgCO_3^0$  due à la rééquilibration avec la calcite s'avère négligeable.

La valeur moyenne de  $Kc^D_{Na}$  pour l'ensemble du profil est déterminée à partir d'isothermes de l'échange  $Na^+-D^{++}$  établies expérimentalement. DUFÉY *et al.* (1979) proposent un ajustement polynomial de la forme :

$$Kc^D_{Na} = A_0 + A_1Ye + A_2Ye^2 + A_3Ye^3$$

où  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $A_2$  et  $A_3$  sont des constantes expérimentales propres au sol étudié et  $Ye$  la fraction équivalente de divalents adsorbés à l'équilibre.

Le procédé de calcul adopté pour la recherche du point d'équilibre consiste à incrémenter progressivement la valeur initiale de  $E_D$  (en corrigeant en conséquence celles de  $E_{Na}$ ,  $D^{++}$  et  $Na^+$ ) et à calculer à chaque incrémentation le coefficient de sélectivité par les deux relations ci-dessus.  $Ye$  est déterminé lorsque les deux estimations donnent des résultats suffisamment voisins.

L'opération d'équilibration avec le complexe d'échange introduisant des modifications dans la distribution initiale, le calcul de cette dernière ainsi que l'équilibration avec les sels précipités doivent être repris.

La cohérence entre les différents aspects de l'équilibre est obtenue par itérations librement convergentes des trois calculs d'équilibre partiels jusqu'à ce que l'écart relatif pour deux calculs successifs de  $Ca^{++}$ ,  $Mg^{++}$  et  $Na^+$  soit inférieur ou égal à 0,01. A l'issue du calcul d'équilibration, les molarités totales des espèces en solution constituent les données initiales pour la simulation du transfert des solutés au cours de l'intervalle de temps suivant.

## II — LE PROGRAMME DE CALCUL

### 1. Structure du programme

Le programme SIMUL a été élaboré à partir des programmes TRASOL (RIEU *et al.*, 1980) et SOPREC (DUFÉY *et al.*, 1979). Outre le programme principal, il comprend huit sous-programmes et quatre fonctions. L'ensemble, écrit en Fortran IV, représente 1486 lignes d'instructions (RIEU, 1983 a).

Une première unité est chargée du calcul des bilans d'eau et de solutés (fig. 2) : les sous-programmes THE et VEGT déterminent la date du jour simulé et l'eau consommée dans la journée. La boucle CODI-SOLUTE calcule à chaque incrément de temps les valeurs de  $K(\theta)$  et  $D(\theta)$  ainsi que les flux, les contenus en eau et les concentrations globales.

Une deuxième unité est consacrée au calcul de l'équilibre thermodynamique. Dans la version actuelle du programme, elle peut être appelée à la fin de chaque journée simulée\* (fig. 3) : le sous-programme VENTIL assure le relais entre le programme principal et le groupe EQU SOL-GYP CAL-ECHANG qui fonctionne selon un système de va-et-vient de manière à assurer la convergence des équilibres partiels solution- $P_{CO_2}$  (EQU SOL), solution-sels cristallisés (GYPCAL) et solution-complexe échangeable (ECHANG).

### 2. Données initiales

Le sol initial est introduit par : un profil hydrique, les concentrations dans la solution du sol, la  $P_{CO_2}$ , les stocks de calcite et gypse, les cations échangeables.

Divers paramètres : coefficients des relations  $K(\theta)$  et  $h(\theta)$  ; teneurs en eau à la saturation, à l'entrée d'air, au point de flétrissement ; teneur en Na échangeable pour laquelle la perméabilité du sol commence à diminuer et coefficients de la relation  $K_{sat.} = f(p_{Na})$  ; constantes de la relation  $Kc^D_{Na} = f(D^{++})$  ; constantes de dissociation et produits de solubilité.

\* En toute rigueur, le calcul de l'équilibre devrait être repris à la fin de chaque intervalle de temps. En pratique, les quantités de solutés transférées pendant un intervalle de temps sont suffisamment faibles pour que l'équilibre ne soit pas sensiblement modifié. La limitation à un calcul d'équilibre par jour représente un gain de temps machine appréciable.

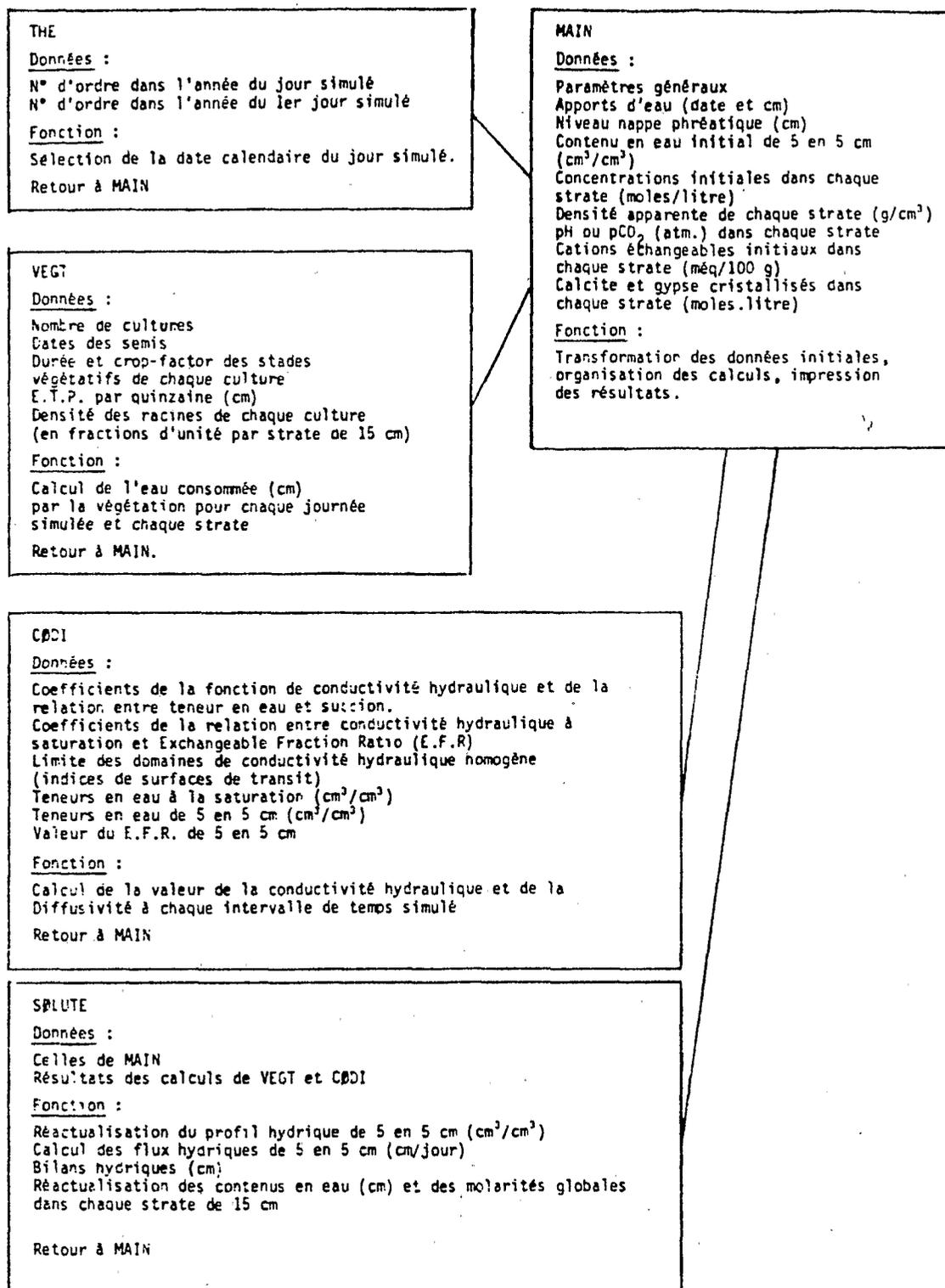


Fig. 2 — Organigramme de l'ensemble des programmes du calcul des teneurs en eau et des transferts.

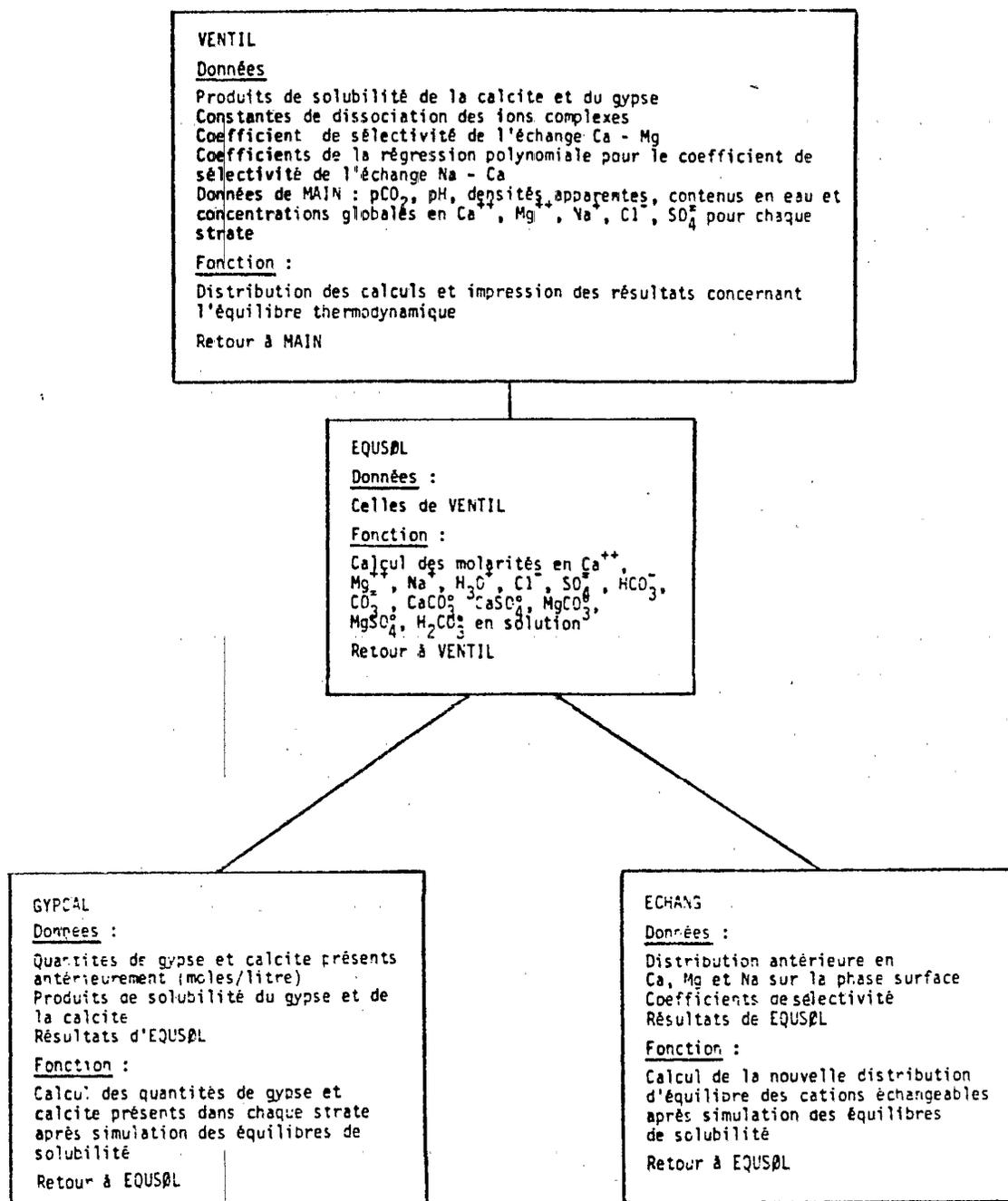


Fig. 3 — Organigramme de l'ensemble des programmes du calcul de l'équilibre thermodynamique.

On introduit enfin une série de données sur l'environnement agro-climatique du sol : hauteur journalière des pluies et irrigations et concentrations dans l'eau d'irrigation (pour l'eau de pluie : pH et  $P_{CO_2}$  atm.) ; évapotranspiration ; stades végétatifs, coefficients culturaux et enracinement des cultures ; profondeur et composition de la nappe phréatique.

### 3. Sorties

En ce qui concerne les transferts d'eau et de solutés, le programme prévoit l'impression automatique à la fin de chaque jour simulé (ou groupe de jours, par exemple décade ou quinzaine\*) : du nouveau profil hydrique, des éléments du bilan hydrique (variation de stock, eau infiltrée, drainée et consommée depuis la situation initiale), des concentrations globales dans chaque segment de sol.

Les résultats traduisant l'équilibre dans chaque segment de sol sont imprimés automatiquement à la suite : molarité et activité des espèces en solution  $\text{CO}_3^{--}$ ,  $\text{HCO}_3^-$ ,  $\text{H}_2\text{CO}_3^0$ ,  $\text{H}^+$ ,  $\text{OH}^-$ ,  $\text{Na}^+$ ,  $\text{Cl}^-$ ,  $\text{SO}_4^{--}$ ,  $\text{Mg}^{++}$ ,  $\text{MgSO}_4^0$ ,  $\text{MgCO}_3^0$ ,  $\text{Ca}^{++}$ ,  $\text{CaSO}_4^0$ ,  $\text{CaCO}_3^0$  ; molarités des espèces cristallisées  $\text{CaCO}_3\text{c}$ ,  $(\text{CaSO}_4, 2\text{H}_2\text{O})\text{c}$  ; cations échangeables  $\text{Ca}^{++}$ ,  $\text{Mg}^{++}$ ,  $\text{Na}^+$ , et taux de sodium échangeable  $\text{Na}/\text{T}$  et  $\text{EFR}^{**}$  ; pH,  $\text{P}_{\text{CO}_2}$  et charge électrique résiduelle ; force ionique et  $\text{SAR}^{***}$  de la solution du sol ; produits ioniques  $(\text{Ca}^{++}) \cdot (\text{CO}_3^{--})$  et  $(\text{Ca}^{++}) \cdot (\text{SO}_4^{--})$  dans la solution du sol.

### 4. Utilisation du modèle

La simulation d'épisodes circonscrits et connus dans le détail a permis de vérifier la validité des calculs : l'infiltration, la redistribution et le drainage de l'eau sont fidèlement reproduits ; l'allure des profils hydriques est simulée de façon satisfaisante (RIEU, 1983 a). Le calcul de la distribution des cations entre la solution et le complexe adsorbant est en bon accord avec les résultats expérimentaux (DUFÉY *et al.*, 1979 ; LAUDELOUT *et al.*, 1979). Un extrait de la simulation d'un sol cultivé et irrigué est présenté à titre d'exemple. L'épisode simulé correspond à la redistribution d'un apport d'eau de 30 mm dans un sol alluvial, de texture limoneuse, peu structuré et peu perméable (sol d'Arani, Andes boliviennes, RIEU, 1983 a). Les résultats reproduits concernent l'état hydrique et l'équilibre du sol 48 h après l'apport d'eau (fig. 4 et 5).

On peut alors envisager la simulation d'épisodes plus complexes et de longue durée. La précision des calculs reste en rapport avec celle des mesures expérimentales : les écarts observés peuvent être attribués aussi bien à des erreurs de mesure ou d'analyse qu'à la modélisation proprement dite. Dans tous les cas, il est nécessaire de procéder au préalable à des essais de calage qui permettent de réajuster le cas échéant l'épaisseur des différents horizons distingués dans le profil (RIEU, 1983 b), ainsi que de tester les paramètres expérimentaux utilisés, en particulier les caractéristiques hydrodynamiques, très « sensibles » pour le calcul des transferts ; il en va de même pour les constantes thermodynamiques utilisées, produits de solubilité et coefficient de sélectivité.

```

JOUR SIMULE NUMERO 2

EAU A INFILTRE C. CM
PROFONDEUR DU SOL 105CM ( 22 SURFACES, 8 SEGMENTS )

*****

SIMULATION DU 3 10 (JOUR SIMULE NUMERO 2)

DUREE SIMULEE 1.000 JOUR
NOMBRE ITERATIONS EFFECTUEES 20

EAU INFILTREE DEPUIS LE DEBUT DE LA SIMULATION 3.000CM
EAU DRAINEE DEPUIS LE DEBUT DE LA SIMULATION 0.003CM
EAU REMONTEE DEPUIS LE DEBUT DE LA SIMULATION 0. CM
EAU CONSOMMEE DEPUIS LE DEBUT DE LA SIMULATION 1.170CM
DEFICIT HYDRIQUE CUMULE DEPUIS LE DEBUT DE LA SIMULATION 0. CM

BILAN GAINS/PERTES DEPUIS LE DEBUT DE LA SIMULATION 1.827CM
VARIATION DE STOCK DEPUIS LE DEBUT DE LA SIMULATION 1.827CM

```

Fig. 4 a — Simulation du sol d'Arani. Eléments du bilan 48 h après l'apport d'eau.

\* Ces mêmes résultats peuvent aussi être imprimés à la fin de chaque intervalle de temps ou de chaque 0,1 jour. Dans ce cas on imprime aussi la valeur des flux tous les 5 cm.

\*\* Exchangeable Fraction Ratio :  $(\text{Na}/\text{T}) \cdot (1 - \text{Na}/\text{T})^{-1/2}$ .

\*\*\* Sodium Adsorption Ratio (activités) :  $10^{1.5} \cdot (\text{Na}^+) \cdot [(\text{Ca}^{++}) + (\text{Mg}^{++})]^{-1/2}$ .

PROFIL HYDRIQUE

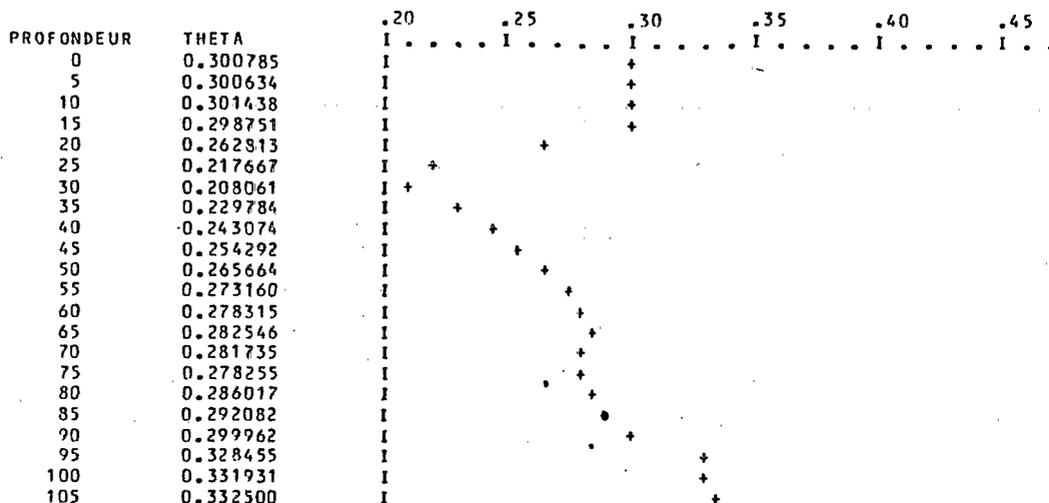


Fig. 4 b — Simulation du sol d'Arani. Etat hydrique 48 h après l'apport d'eau.

STRATE 0- 15CM						STRATE 15- 30CM					
PCO2 FIXEE A 0.110E-01 ATM						PCO2 FIXEE A 0.587E-02 ATM					
		MEQ/100G			MOLE/L			MEQ/100G			MOLE/L
SOLUBLES	CA	0.141E 00	0.346E-02			SOLUBLES	CA	0.509E-01	0.160E-02		
	MG	0.761E-01	0.186E-02				HG	0.400E-01	0.126E-02		
	NA	0.171E 00	0.834E-02				NA	0.171E 00	0.108E-01		
	CL	0.284E 00	0.139E-01				CL	0.174E 00	0.110E-01		
	SO4	0.292E-01	0.715E-03				SO4	0.203E-01	0.639E-03		
PRECIPITES	CALCITE	0.390E 02	0.955E 00			PRECIPITES	CALCITE	0.330E 02	0.104E 01		
	GYPSE	0.	0.				GYPSE	0.	0.		
ECHANGEABLES	CA	0.412E 01				ECHANGEABLES	CA	0.362E 01			
	MG	0.231E 01					MG	0.321E 01			
	NA	0.299E 00					NA	0.574E 00			
RAPPORT SOL/SOLUTION 4890.00 G/L						RAPPORT SOL/SOLUTION 6295.26 G/L					
COEFF.REG.POLYN. KC SUR Y 0.500E 01						COEFF.REG.POLYN. KC SUR Y 0.500E 01					
0.400E 01 Y						0.400E 01 Y					
0. Y**2						0. Y**2					
0. Y**3						0. Y**3					
KCAMG 1.000						KCAMG 1.000					
KSP.CALCITE 0.400E-08						KSP.CALCITE 0.400E-08					
KSP.GYPSE 0.200E-04						KSP.GYPSE 0.200E-04					
ESPECE	MOLARITE	ACTIVITE	*	ESPECE	MOLARITE	ACTIVITE	*	ESPECE	MOLARITE	ACTIVITE	*
CO3	0.426E-05	0.236E-05	*	MG	0.181E-02	0.107E-02	*	HG	0.120E-07	0.749E-03	*
HCO3	0.336E-02	0.290E-02	*	MGS040	0.547E-04		*	MGS040	0.404E-04		*
H2CO3	0.372E-03		*	MGC030	0.635E-05		*	MGC030	0.983E-05		*
H	0.649E-07	0.573E-07	*	CA	0.323E-02	0.184E-02	*	CA	0.135E-02	0.809E-03	*
OH	0.203E-06	0.174E-06	*	CAS040	0.113F-03		*	CAS040	0.524E-04		*
NA	0.828E-02	0.720E-02	*	CAC030	0.132E-03		*	CAC030	0.129E-03		*
CL	0.139E-01	0.119E-01	*	GYPSE	0.		*	GYPSE	0.		*
SO4	0.547E-03	0.300E-03	*	CALCITE	0.955E 00		*	CALCITE	0.104E 01		*
ECHANGEABLES(MEQ/100G) CA 0.4123E 01						ECHANGEABLES(MEQ/100G) CA 0.3618E 01					
MG 0.2307E 01						MG 0.3215E 01					
NA 0.2999E 00						NA 0.5771E 00					
NA/T 0.4456E-01						NA/T 0.7788E-01					
EXCHANGEABLE FRACTION RATIO 0.4559E-01						EXCHANGEABLE FRACTION RATIO 0.8110E-01					
PCO2 0.110E-01 * PH 7.242 * FORCE IONIQUE 0.239E-01						PCO2 0.587E-02 * PH 7.550 * FORCE IONIQUE 0.188E-01					
ELECTRONEUTRALITE -0.422E-05 EQUIV/LITRE * SAR 0.421E 01						ELECTRONEUTRALITE -0.398E-05 EQUIV/LITRE * SAR 0.742E 01					
KS(CACO3) 0.435E-08 * KS(CASO4) 0.552E-06						KS(CACO3) 0.423E-08 * KS(CASO4) 0.257E-06					
IT1 3 * IT3 1 * ITCA 1 * ITHG 1 * ITC03 15						IT1 1 * IT3 1 * ITCA 1 * ITHG 1 * ITC03 17					
ITSOPR 1 * ITERPR 1						ITSOPR 1 * ITERPR 2					

Fig. 5 — Simulation du sol d'Arani. Equilibre des deux premiers segments de sol.

## CONCLUSION

Né de la connexion de deux modèles indépendants, SIMUL représente une tentative de modélisation de la dynamique de l'eau et des sels dans les sols de la zone semi-aride. En dépit de son apparente complexité, le modèle hydrodynamique s'avère indispensable : non seulement il apporte une prévision de l'évolution annuelle de la teneur en eau d'un sol stratifié en fonction de son exploitation agricole et du climat, mais il permet de connaître à chaque instant les proportions sol-eau-solutés, fondamentales pour une description réaliste de l'état d'équilibre. Le modèle d'équilibration peut paraître d'une rusticité excessive. Toutefois, en raison de la qualité souvent médiocre des données analytiques courantes sur les sols et les eaux, il ne semble pas qu'un modèle plus élaboré puisse apporter un gain de précision ou un supplément d'informations appréciables. C'est d'ailleurs l'imprécision des analyses qui nous paraît autoriser quelques simplifications comme la confusion entre Ca et Mg échangeables ou l'invariance de  $P_{CO_2}$ . D'autres approximations ont un caractère limitatif : les mouvements de l'eau doivent être essentiellement verticaux, les sols ne doivent pas être trop salés et d'une salinité suffisamment homogène pour que puissent être négligés les gradients de pression osmotique ; le potassium ne doit pas excéder quelques % de la somme des cations. Enfin, on ne peut simuler que l'évolution d'un profil unique, sans prendre en compte l'hétérogénéité latérale. Dans la limite de ces restrictions, le modèle est d'un emploi assez souple et rapide : la simulation d'une année, avec impression des résultats chaque quinzaine, demande une vingtaine de minutes sur DPS8 de CII Honeywell Bull.

REMERCIEMENTS — L'auteur remercie MM. G. MICHARD, de l'Université Paris VII, et G. BOURRIÉ, de l'INRA de Rennes, pour leurs remarques et critiques.

---

 Abstract

## Numerical simulation of vertical solute transfer and of exchange and precipitation equilibria in calcareous and gypsiferous soils

This paper presents a numerical computer program that allows to simulate the one-dimensional water and solute transfer in the saturated - non saturated soils and to calculate the equilibrium composition of soil-water-electrolyte systems. Gypsum and calcite precipitation-dissolution and  $Ca^{++}$ ,  $Mg^{++}$ ,  $Na^+$  cations exchange subroutines were interfaced with a deterministic water movement - salt transport model based on finite differences. The Fortran program was designed in order to print, every simulated day, the soil-moisture content and the equilibrium composition of successive 15 cm thick soil layers.

Numerical simulation, Solute transfer, Soil-solution equilibria, Saline soils

---

 BIBLIOGRAPHIE

- ALLEGRE C.J. et MICHARD G. (1973) — Introduction à la géochimie. PUF, Paris, 220 p.  
 BOURRIÉ G. (1976) — Relations entre le pH, l'alcalinité, le pouvoir tampon et les équilibres de  $CO_2$  dans les eaux naturelles. *Bull. AFES, Sci. du Sol*, 3, p. 141 - 159.  
 BROOKS R.H. et COREY A.T. (1964) — Hydraulic properties of porous media. Colorado State Univ., Fort Collins, *Hydrol. Pap.*, 8, 27 p.  
 BRUCKLER L. (1983) — Analyse théorique des erreurs de mesure de teneur en eau et de masse volumique par atténuation gamma. *Bull. Gr. franç. Humidimétrie Neutronique*, 13, p. 7 - 33.  
 CRANK J. (1956) — The mathematics of diffusion. Oxford Univ. Press, London, VII - 348 p.

- DROUBI A., FRITZ B. et TARDY Y. (1976) — Equilibres entre minéraux et solutions. Programmes de calcul appliqués à la prédiction de la salure des sols et des doses optimales d'irrigation. *Cah. ORSTOM*, sér. Pédol., XIV, p. 13 - 38.
- DUFEY J.E., PETIT C.M., GOBLET Y. et LAUDELOUT H. (1979) — Modélisation des équilibres physico-chimiques d'échange et de précipitation dans les systèmes sol-eau-électrolyte. *Ann. Agron.*, 30, p. 53 - 62.
- GALLEY A., STITOU M. et DUFEY J.E. (1981) — Dessalage et désodification d'un sol marocain irrigué. *Agronomie*, 1, 4, p. 265 - 272.
- GARRELS R.M. et CHRIST C.L. (1967) — Equilibre des minéraux et de leurs solutions aqueuses. Gauthier-Villars, Paris, 335 p.
- GAUDET J.P. (1978) — Transferts d'eau et de solutés dans les sols non saturés. Mesures et simulations. Thèse Sci., USMG Grenoble, 246 p.
- GRIFFIN R.A. et JURINACK J.J. (1973) — Estimation of activity coefficients from the electrical conductivity of natural aquatic systems and soil extracts. *Soil Sci.*, 116, 1, p. 26 - 30.
- LAUDELOUT H., DUFEY J.E. et SHETA T.A. (1979) — Ionic equilibria in semi-arid soils. 14th Coll. Internat. Potash Inst. on Soils in mediterranean type climates and their yield potential, Sevilla, Spain, Prepr., p. 99 - 114.
- LAUDELOUT H. et THOMAS H.C. (1965) — The effect of water activity on ion exchange selectivity. *J. Phys. Chem.*, 69, p. 339 - 340.
- MARSILY G. de (1978) — De l'identification des systèmes hydrogéologiques. Thèse Sci., Univ. Paris VI (Tome 2; Annexes ; An. III-1 « Modélisation du transfert des radio-éléments en solution dans les formations géologiques profondes », G. de MARSILY, P. GOBLET, E. LEDOUX et A. BARBEAU, LHM/RD/78/17, 52 p.).
- RIEU M. (1978) — Eléments d'un modèle mathématique de prédiction de la salure dans les sols irrigués. Application aux polders du Tchad. Thèse 3e cycle, Univ. Toulouse, 134 p.
- RIEU M. (1981) — Sodium Adsorption Ratio et estimation du pouvoir alcalinisant des eaux. *Cah. ORSTOM*, sér. Pédol., XVIII, p. 123 - 128.
- RIEU M. (1983 a) — Simulation numérique des flux hydriques et prédiction de la salinité dans les sols. Rap. int. ORSTOM, Paris, 161 p., 1 prog. Fortran, ISBN 2-7099-0684-8.
- RIEU M. (1983 b) — Essais de simulation en vraie grandeur de l'évolution de la salinité des sols irrigués. Problème de calage des modèles. *Bull. Gr. franç. Humidité Neutronique*, 13, p. 35 - 50.
- RIEU M., VALDES M. et RICO R. (1980) — Prevision de la salinizacion de los suelos de regadio. Rap. int. Univ. Mayor San Simon, Cochabamba, Bol., Biling., Fr/Esp, 207 p.
- ROBINSON R.A. et STOCKES R.H. (1959) — Electrolyte solutions. Butterworths, London, 559 p.
- SWARTZENDRUBER D. (1969) — The flow of water in unsaturated soils. In : « Flow through porous media », R.J.M. de WIEST (éd.), Academic Press, New York, p. 215 - 292.
- VACHAUD G., DANCETTE C., SONKOM M. et THONY J.L. (1978) — Méthode de caractérisation hydrodynamique *in situ* d'un sol non saturé. Application à deux types de sols du Sénégal en vue de la détermination des termes du bilan hydrique. *Ann. Agron.*, 29, p. 1 - 36.