

non trouvé en Bque
non trouvé en CR

Cette détermination du coefficient d'abattement sur échantillon de N pluies moyennes déterminées à partir de nN pluies ponctuelles recueillies aux n postes d'un bassin, s'effectue en principe en 2 étapes:

1°/- Passage de pluie ponctuelle P_p de fréquence donnée F à la moyenne géométrique des pluies ponctuelles qui a même fréquence, par l'étude de la régression de $y = \log P$ en $x = \log P$. Le tableau de corrélation $y = \log P/x = \log P$, montre une régression linéaire de y en x et de x en y. Les 2 droites de régression sont:

$$\begin{aligned} \text{pour } y \text{ en } x & y = ax + b \\ \text{pour } x \text{ en } y & y = x \end{aligned}$$

Le coefficient de corrélation $r = (\sqrt{a})$ ou bien le coefficient de régression a de y en x permet (aux fluctuations d'échantillonnage près) le passage de la distribution log-normale des pluies ponctuelles à celle, log-normale également, des moyennes géométriques des pluies ponctuelles.

$$\text{Comme } \bar{y} = \bar{x}, \text{ l'on a: } y_F = \log P = (\sqrt{a}) (x_F - \bar{x}) + \bar{x}$$

Ici une remarque s'impose. La loi de référence log-normale des averse tropicales (loi de M. ROCHE) est une loi tronquée. Or dans la table de corrélation $y = \log P/x = \log P$ les 2 distributions marginales sont assez éloignées d'une distribution gaussienne pour les faibles valeurs de x et y puisque nous n'avons pas tronqué au préalable l'échantillon, c'est-à-dire éliminé un certain nombre de pluies faibles. Cela explique que la régression (bien que quasiment linéaire même pour les valeurs faibles de x et y) fournisse des valeurs centrales \bar{x}' et \bar{y}' sensiblement inférieures à la valeur obtenue par l'ajustement à une loi tronquée. Pour retrouver une estimation de \bar{x} et \bar{y} proche de cette valeur il faudrait soit tronquer notre échantillon $x = \log P$, $y = \log P$ ce qui est très délicat, soit introduire une constante positive P_1 de façon à rendre l'échantillon $x = \log (P + P_1)$ sensiblement gaussien sans troncature préalable (le paramètre d'ajustement est alors P_1 et non plus $F_1(0)$) et tracer alors le tableau $y = \log(P+P_1)/x = \log(P+P_1)$. Cela complique bien l'analyse.

Donc en fait nous partons dans le tableau de corrélation l'échantillon brut non tronqué, avec l'hypothèse que le rapport $\frac{s_y}{s_x} = (\sqrt{a})$ reste

sensiblement le même. Et nous adoptons comme valeurs s_x de \bar{x} la moyenne \bar{x} et de l'écart-type s_y les valeurs fournies par l'étude statistique des pluies ponctuelles du poste de MANGA.

D'autre part pour parfaire la linéarité de la régression nous introduisons dans le tableau de corrélation les valeurs pondérées de $x = \log P$ c'est-à-dire altérées des mêmes coefficients que ceux qui permettent le passage des n pluies ponctuelles à la pluie moyenne (méthode de THIESSEN), et cela parce que nos postes pluviométriques sont assez loin d'être répartis sur les bassins avec une densité uniforme.

2°/- Passage de la moyenne géométrique des pluies ponctuelles à la moyenne arithmétique correspondante, c'est-à-dire à la pluie moyenne.

Le passage moyenne géométrique - moyenne arithmétique s'exprime par:

$$\log \bar{P} = \overline{\log P} + \phi(V')$$

ϕ , fonction de SICHEL³, dépendant de n et surtout de la variance observée V' des $x = \log P$ autour de leur moyenne $y = \overline{\log P}$.

ϕ varie donc avec chaque pluie mais pour un bassin donné V' a pour valeur moyenne $V = \frac{s_y^2}{\bar{x}} = \frac{s_x^2}{\bar{x}} (1 - r^2) = \frac{s_x^2}{\bar{x}} (1 - a) = C^{te}$ pour un bassin donné.

Nous pouvons donc estimer \bar{P} à partir de $\overline{\log P}$ par :

$$\log \bar{P} = \overline{\log P} + \phi(a)$$

Et nous aurons:

$$\log \bar{P}_F = (\sqrt{a} (x_F - \bar{x}) + \bar{x} + \phi(a)) \text{ et en posant } \bar{x} = \log P_0$$

$$\bar{P}_F = 10^{\phi(a)} \cdot P_0 \cdot \left(\frac{P_F}{P_0}\right)^{\sqrt{a}}$$

d'où l'expression du coefficient d'abattement:

$$K = \frac{\bar{P}_F}{P_F} = k \cdot \left(\frac{P_F}{P_0}\right)^{(\sqrt{a} - 1)} \text{ en posant } 10^{\phi(a)} = k$$

La connaissance du coefficient de régression a de $y = \overline{\log P}$ en $x = \log P$ suffit donc à déterminer le coefficient d'abattement K.

En fait nous voyons que nous pouvons déterminer également a par corrélation directe entre $\log \bar{P}$ et $\log P$ et non plus entre $\overline{\log P}$ et $\log P$. Les moyennes conditionnelles obtenues dans le tableau de corrélation seront dispersées davantage puisque $\phi(a)$ varie avec V' et n'est constant qu'en moyenne, mais la régression là encore linéaire permet de mettre en évidence les 2 coefficients de régression a' ~~a~~ et 1, de $y = \log \bar{P}$ en $x = \log P$ et de $x = \log P$ en $y = \log \bar{P}$. Les valeurs centrales des 2 distributions marginales au lieu d'être $\bar{x} = \overline{\log P} = \bar{y}$ seront $\bar{x} = \overline{\log P}$ et $\bar{y} = \bar{x} + \phi(a)$.

Remarque:-

L'influence des fluctuations d'échantillonnage sur a, et par conséquent sur K, peut être facilement examinée. En effet la méthode de la corrélation transformée de FISHER permet une estimation du domaine de variation du coefficient de corrélation $r = \sqrt{a}$, avec un intervalle de confiance donné, 95% par exemple.

* : les valeurs de $\phi(V')$ sont données par une table de la fonction de SICHEL en fonction de V' et de n (cf.: Revue de l'Industrie Minérale "Probabilités et statistique" pages 47 et 116).

* : une estimation graphique de \bar{P} à partir de $\overline{\log P}$ est également possible (cf. exemple en annexe).

APPLICATION aux BASSINS de MANGA :

Nous rappelons que selon l'étude générale de Y. BRUNET-MORET sur les "Averses exceptionnelles en Afrique Occidentale" les paramètres de la distribution log-normale des averses tropicales (loi de M. ROCHE) sont les suivants à MANGA :

$$F_1(o) = 0,0952 \text{ (paramètre d'ajustement)}$$

$$s_x = \log P = 0,278$$

$$\bar{x} = \log P_0 = 1,286 \text{ ou } P_0 = 19,77 \text{ mm.}$$

Pour l'un des bassins (celui de BINNDE), nous avons également utilisé le paramètre d'ajustement P_1 en considérant $x = \log(P + P_1)$ et non plus $x = \log P$, ce qui nous a conduit à une loi log-normale équivalente de la loi ci-dessus, et définie par les paramètres suivants :

$F_1(o) = 0,16$, valeur très proche de la fréquence expérimentale.

$$s_x = 0,270$$

$$P_1 = 8 \text{ mm.}$$

$$\bar{x} = \log(P_0 + 8) = 1,303 \text{ ou } P_0 = 12,1 \text{ mm.}$$

Cette loi de référence a conduit à la même valeur de l'abattement que ci-après.

Nous avons retenu provisoirement pour les trois bassins de MANGA les valeurs suivantes de a :

BINNDE	S	=	10,6 km ²	a = 0,90	(r = 0,95)
KAZANGA	S	=	54,3 km ²	a = 0,80	(r = 0,895)
LOURE	S	=	98 km ²	a = 0,72	(r = 0,85)

Nous avons :

	$(\sqrt{a} - 1)$	$V \frac{x}{s} = 5,3019 \cdot s_x^2 \cdot (1-a)$	δ	10^{δ}	K
BINNDE	- 0,050	0,0418	10,00007	1,021	$1,021 \cdot \left(\frac{P}{19,77}\right)$ -0,05
KAZANGA	- 0,105	0,0835	10,01814	1,043	$1,043 \cdot \left(\frac{P}{19,77}\right)$ -0,105
LOURE	- 0,150	0,1170	10,02540	1,060	$1,060 \cdot \left(\frac{P}{19,77}\right)$ -0,15

* : Dans la table de la fonction de SICHTEL la variance est celle des logarithmes naturels. Comme nous utilisons les logarithmes décimaux nous introduisons le facteur $\left(\frac{1}{\log e}\right) = 5,3019$

Pour les pluies de fréquences annuelle et décennale nous obtenons les valeurs suivantes du coefficient d'abattement:

	Fréquence annuelle				Fréquence décennale			
	P_A	$\frac{P_A}{P_0}$	K_A	\bar{P}_A	P_D	$\frac{P_D}{P_0}$	K_D	\bar{P}_D
BINDE	66	3,34	0,96	63	116	5,87	0,93	108
KAZANGA	66	3,34	0,92	61	116	5,87	0,86	100
LOURE	66	3,34	0,87	57	116	5,87	0,80	93

La valeur de a (ou de $r = (\bar{y}/\bar{x})$) est soumise aux fluctuations d'échantillonnage. Si l'en adopte comme valeur théorique de r la valeur estimée ci-dessus, sur notre échantillon de 50 à 60 pluies supérieures à 10 mm (en fait la valeur théorique n'est pas connue et peut différer sensiblement de la valeur adoptée) la comparaison du coefficient de corrélation r à cette valeur (méthode de la corrélation transformée de FISHER) permet d'avoir une estimation de l'intervalle de confiance à 95% pour r donc pour K :

BINDE	$r = 0,97 - 0,915$	$K = 0,96 - 0,89$
KAZANGA	$r = 0,94 - 0,82$	$K = 0,92 - 0,78$
LOURE	$r = 0,91 - 0,76$	$K = 0,88 - 0,71$

Remarque: -

Dans la corrélation $y = \log P / x = \log P$ nous cherchons la valeur de $y = \log P$ qui a même fréquence qu'une valeur $\log P$ donnée, c'est-à-dire que nous considérons y tel que $\frac{y - \bar{y}}{s_y} = \frac{x - \bar{x}}{s_x}$ et cela pour répondre à la définition même du coefficient d'abattement: rapport à une pluie ponctuelle de la pluie moyenne qui a même fréquence que cette pluie ponctuelle.

Si nous considérons maintenant y_x , moyenne conditionnelle de y lié par x , c'est-à-dire la valeur moyenne de $y = \log P$ quand $x = \log P$ est donné, cette valeur est donnée cette fois par $\frac{y_x - \bar{y}}{s_y} = r \frac{x - \bar{x}}{s_x}$, et la fréquence de

cette moyenne conditionnelle ne sera plus celle de $\log P$, mais lui sera supérieure. Et toute valeur du coefficient d'abattement tirée de la moyenne conditionnelle et appliquée à $x = \log P$ sera assez largement sous-estimée.

Cette valeur K serait approximativement:

$$K = 10^{a-1} \cdot \left(\frac{P}{P_0}\right)$$

$$\text{soit pour nos trois bassins: } 1,02. \left(\frac{P}{19,77}\right)^{-0,10} \quad (\text{BINNDE})$$

$$1,04. \left(\frac{P}{19,77}\right)^{-0,20} \quad (\text{KAZANGA})$$

$$1,06. \left(\frac{P}{19,77}\right)^{-0,28} \quad (\text{LOURE})$$

Or dans une recherche antérieure du coefficient d'abattement par la méthode préconisée dans le rapport "NADJOUNDI" nous avons été conduits à adopter pour les variations de K en fonction de P (cf. résultats en annexe) un ajustement à une fonction puissance .

Si dans les relations trouvées nous explicitons $\frac{P}{P_0}$ nous avons pour les trois bassins:

$$K = 1,81. P^{-0,092} = 0,995. \left(\frac{P}{19,77}\right)^{-0,092} \quad (\text{BINNDE})$$

$$K = 1,73. P^{-0,198} = 0,96. \left(\frac{P}{19,77}\right)^{-0,198} \quad (\text{KAZANGA})$$

$$K = 2,64. P^{-0,334} = 0,975. \left(\frac{P}{19,77}\right)^{-0,334} \quad (\text{LOURE})$$

relations très voisines de celles ci-dessus et qui donnent respectivement 0,84 0,67 0,53 pour les valeurs du coefficient d'abattement correspondant à la pluie décennale.

Les valeurs de K obtenues par cette méthode sont systématiquement trop faibles, car ainsi qu'il est exposé ci-dessus elles se rapportent aux couples de valeurs pluie ponctuelle - pluie moyenne liée au lieu de s'appliquer aux couples pluie ponctuelle - pluie moyenne de même fréquence.

Conclusion:- Nous attendrons d'avoir pu augmenter notre échantillon pluviométrique par la 3ème campagne d'études sur les bassins de MANGA pour avancer dans l'exploitation de cette méthode.

La substitution du tableau $\log \bar{P} / \log P$ au tableau $\overline{\log P} / \log P$ doit permettre de déterminer plus rapidement K, l'une des courbes de régression ($\log \bar{P}$ en $\log P$) étant la droite parallèle à la 1ère bissectrice, $y = x + \phi$ l'autre étant la droite de pente a' très voisin de a passant par le point $(\bar{x}, \bar{x} + \phi)$.

Lorsque nous aurons l'estimation la meilleure possible de a (ou a') ou r pour chacun des 3 bassins nous pourrions voir sur l'échantillon de surface (0 - 100 km²) comment varie l'abattement en fonction de la surface. Actuellement nous pensons à une variation du type $K = k. \left(\frac{P}{P_0}\right)^{-\frac{1}{\sqrt{S}}}$

Pour conclure provisoirement, en admettant que le coefficient de régression a (ou r), qui pour une surface donnée traduit en somme le degré d'homogénéité d'une averse tropicale, est constant dans une assez large bande d'ahyètes, voyons quelles valeurs nous obtiendrons pour le coefficient d'abattement sur le bassin du FLAKOHO, très voisin en superficie de celui de KAZANGA et pour lequel nous possédons les résultats de M. ROCHE (méthode des ellipses).

Avec les logarithmes décimaux les paramètres de la distribution des pluies ponctuelles sur ce bassin, sont les suivants:

$$\log P_0 = \bar{x} = 1,242 \text{ soit } P_0 = 17,46$$

$$s_x = 0,306$$

Comme pour KAZANGA nous adoptons pour a la valeur 0,8.

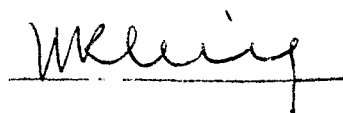
La variance théorique $s_{y_x}^2$ de $\log x$ est $5,3019 \cdot 0,306^2 \cdot (1 - 0,8)$

$$= 0,0992 \text{ d'où } \phi = 0,02154$$

$$\text{et } K = 10^{0,02154} \cdot \left(\frac{P}{17,46}\right)^{-0,105}$$

		K	K selon l'étude de M. ROCHE.
Averse annuelle	76 mm	0,90	0,87
quinquennale	116 mm	0,86	0,86
décennale	134 mm	0,85	0,86
cinquantenaire	190 mm	0,82	0,83

OUAGADOUGOU - Août 1965



J.-C. KLEIN

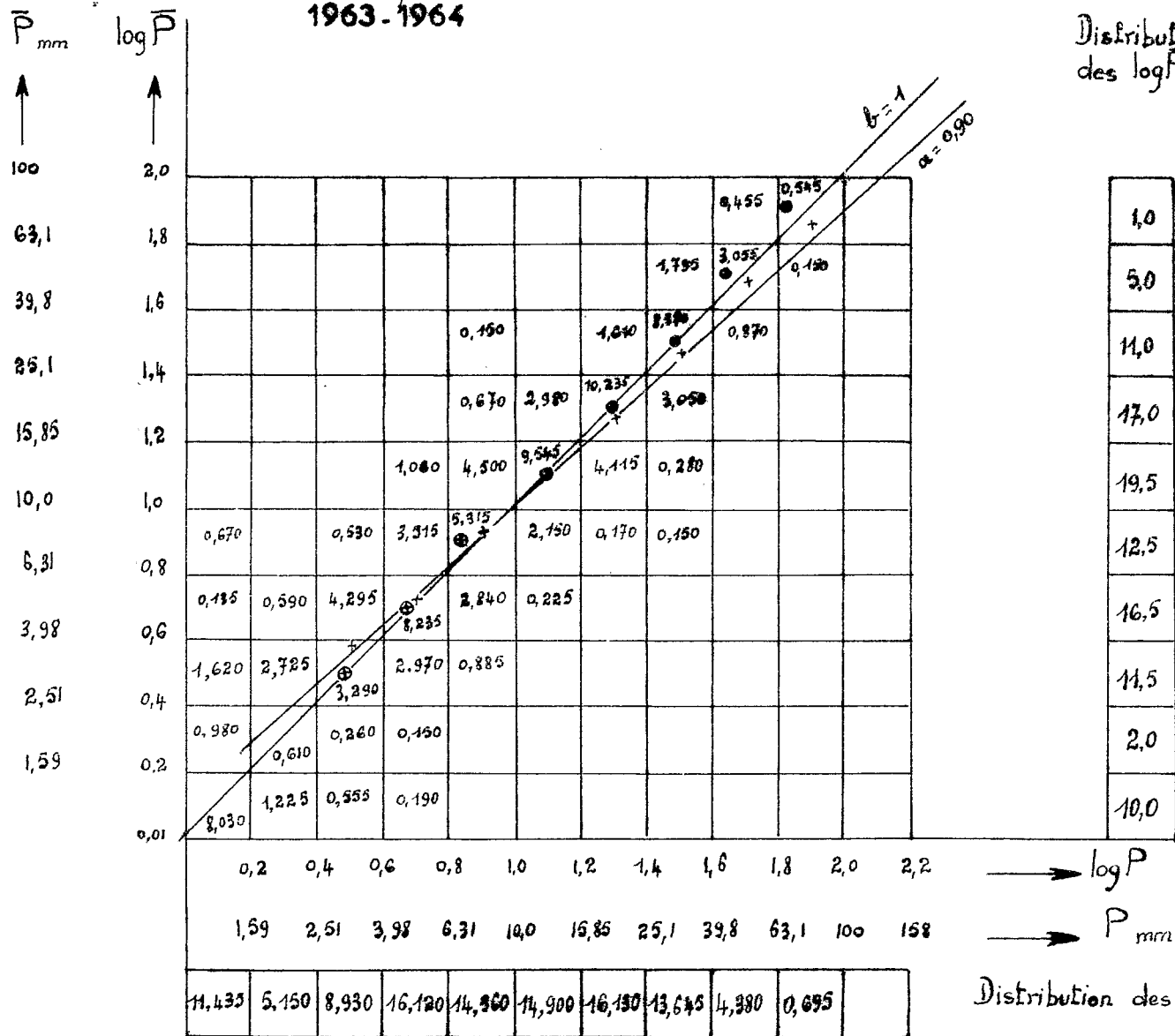
ANNEXES

Exemple de corrélation $\log P / \log P$

Bassin de BINNDE - $S = 10,6 \text{ km}^2$

(Valeurs pondérées)
1963-1964

Distribution des $\log P$



Distribution des $\log P$

Exemple de corrélation $\log(\bar{P} + 8) / \log(P + 8)$

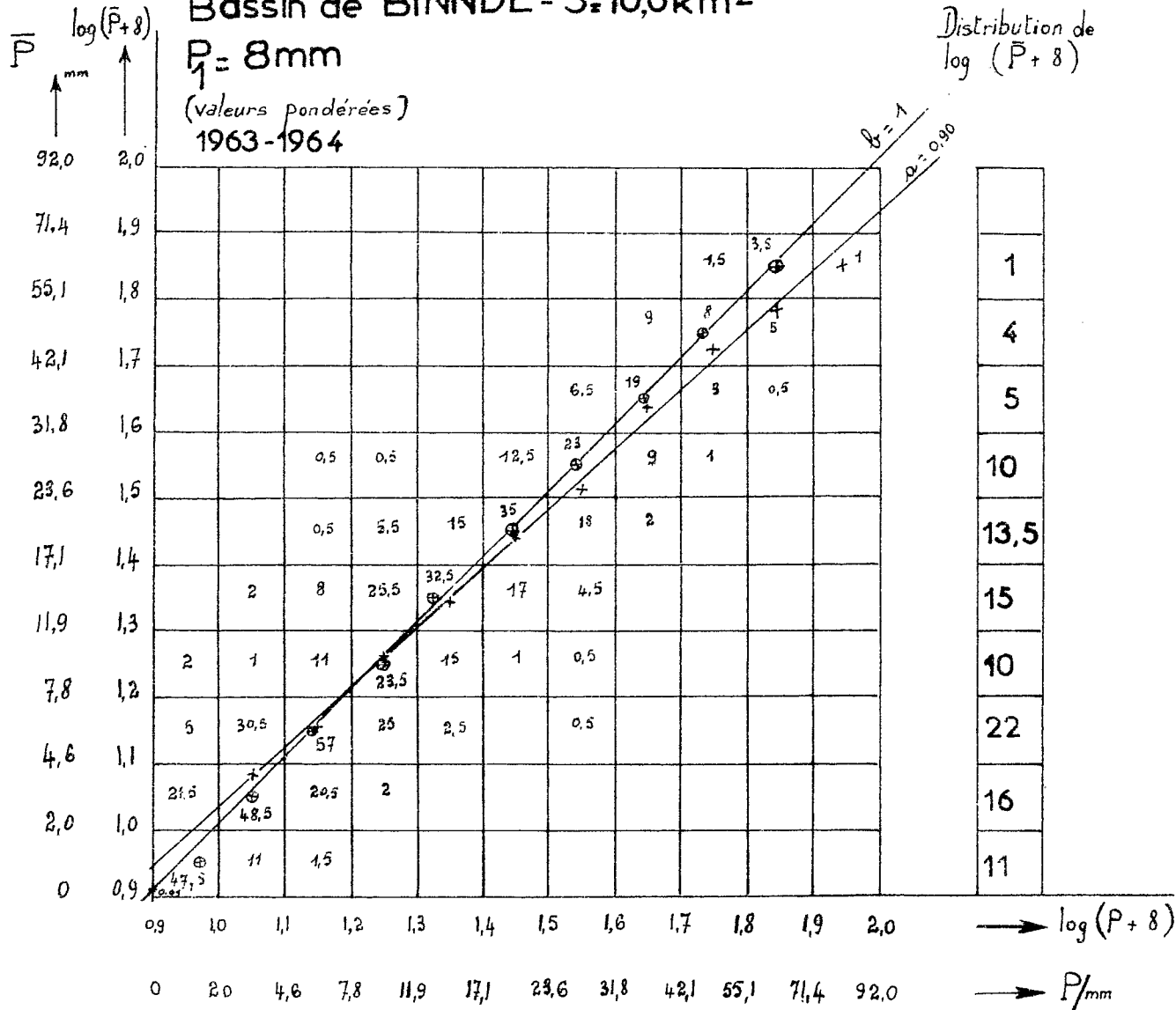
Bassin de BINNDE - $S = 10,6 \text{ km}^2$

$P_1 = 8 \text{ mm}$

(valeurs pondérées)

1963-1964

Distribution de $\log(\bar{P} + 8)$



1
4
5
10
13,5
15
10
22
16
11

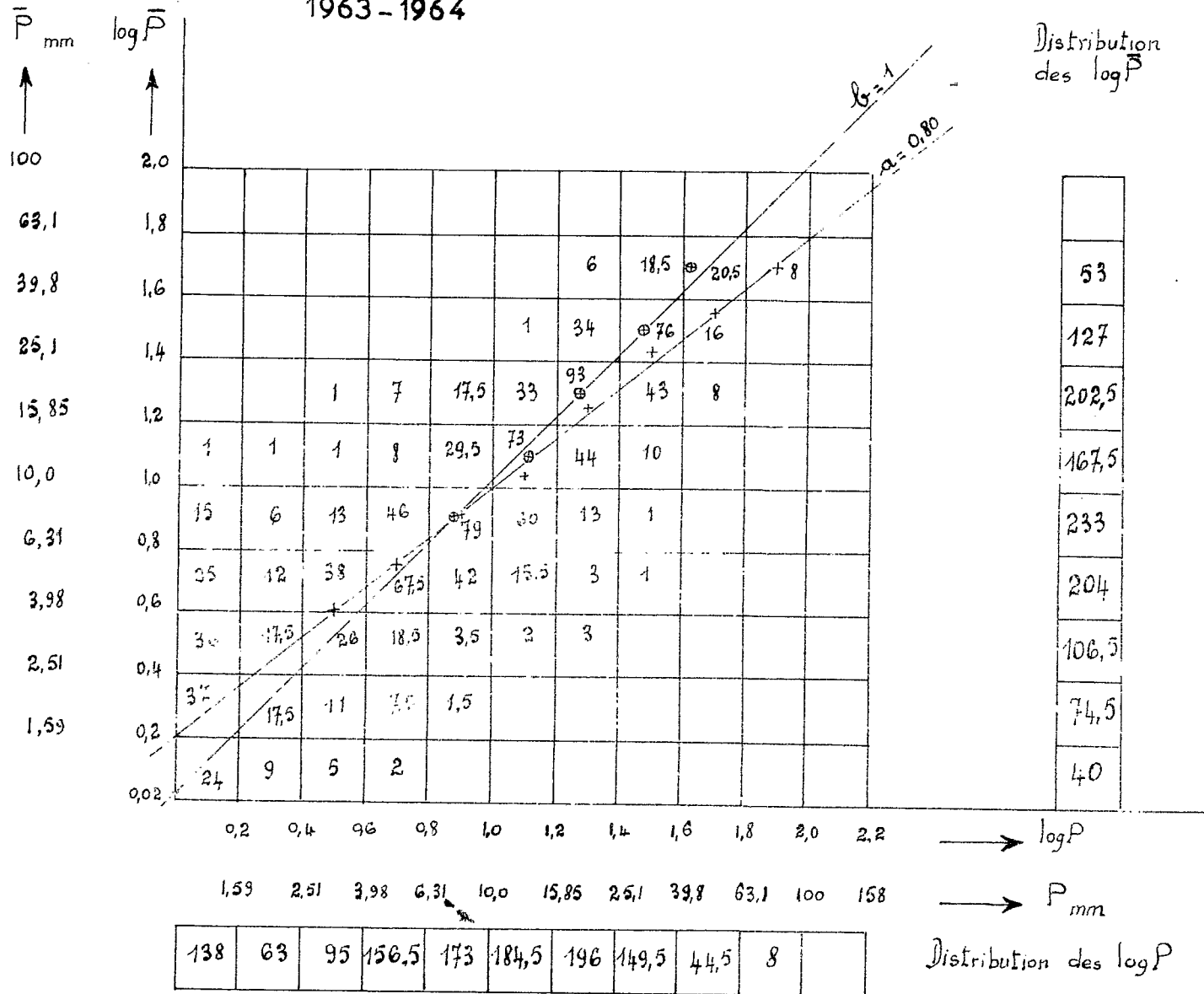
76	93	99	82	65	65,5	63	39	13,5	9	1	Distribution de $\log(P + 8)$
----	----	----	----	----	------	----	----	------	---	---	-------------------------------

Exemple de corrélation $\log \bar{P} / \log P$

Bassin de KAZANGA - S = 54,3 km²

(Valeurs non pondérées)

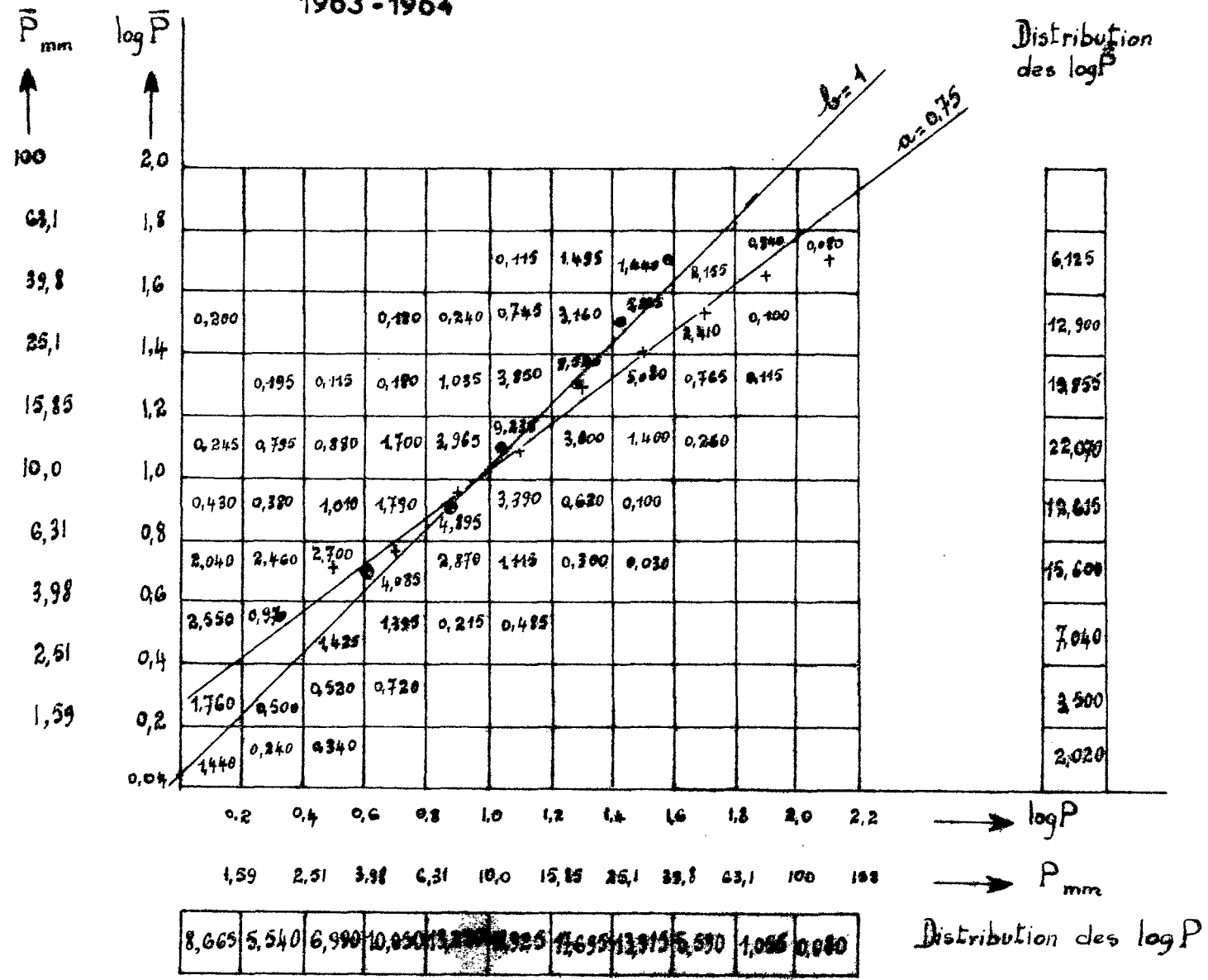
1963 - 1964



Exemple de corrélation $\log \bar{P} / \log P$

Bassin de LOURE - S = 98 km²

(Valeurs pondérées)
1963 - 1964



Exemple de détermination graphique de la relation entre la moyenne arithmétique et la moyenne géométrique des valeurs ponctuelles des pluies sur un bassin versant.

Bassin de LOURE (1964) - $S = 98 \text{ km}^2$

\bar{P} moyenne arithmétique de "pluies moyennes"

Pour chaqueaverse nous avons n pluies ponctuelles. Leur moyenne arithmétique est \bar{P} ("pluie moyenne" du bassin) leur moyenne géométrique est G telle que: $\log G = \frac{1}{n} \sum \log P_i$ (moyenne arithmétique des logarithmes des n valeurs ponctuelles).

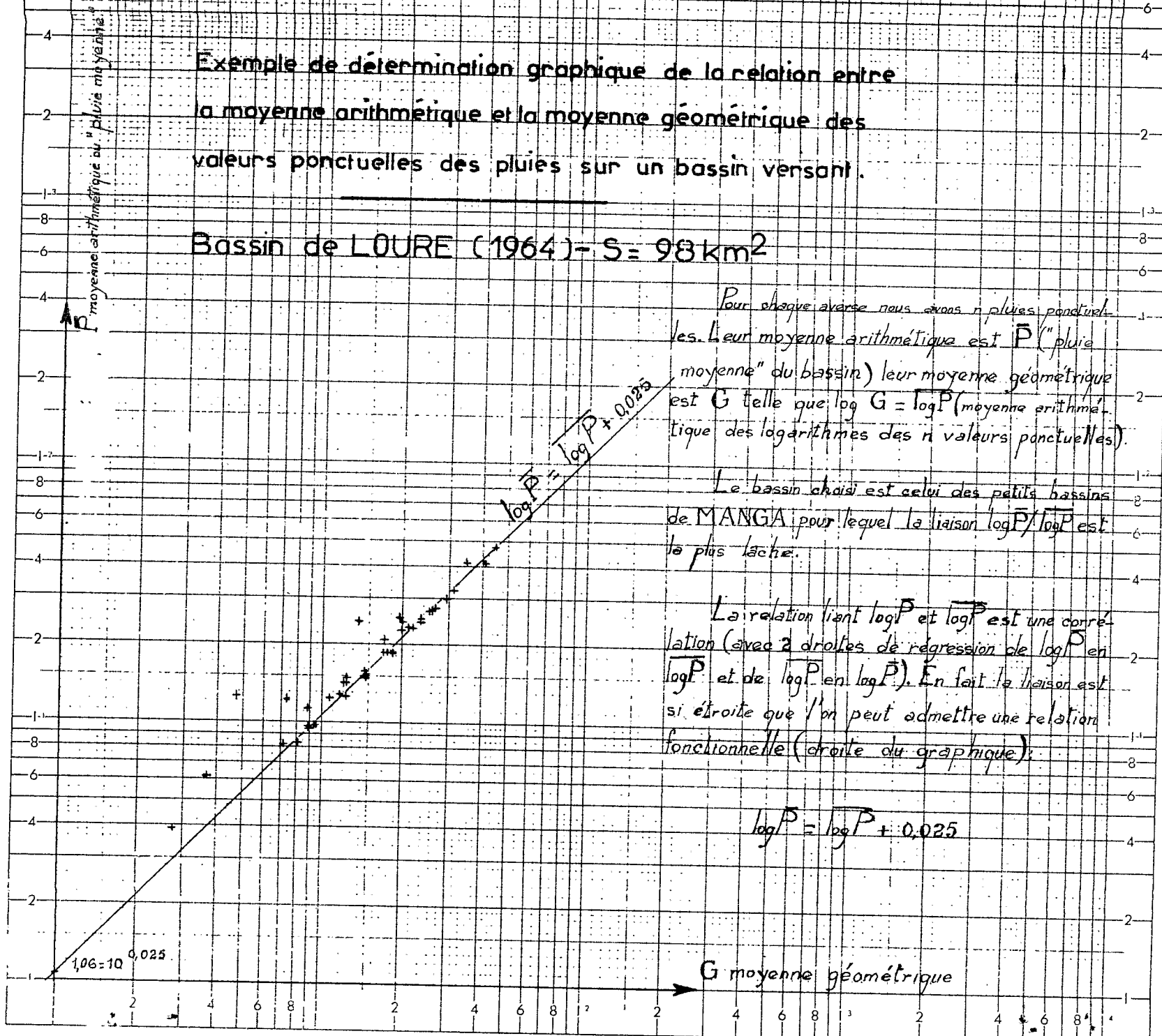
Le bassin choisi est celui des petits bassins de MANGIA pour lequel la liaison $\log \bar{P} / \log G$ est la plus lâche.

La relation liant $\log \bar{P}$ et $\log G$ est une corrélation (avec 2 droites de régression de $\log \bar{P}$ en $\log G$ et de $\log G$ en $\log \bar{P}$). En fait la liaison est si étroite que l'on peut admettre une relation fonctionnelle (droite du graphique):

$$\log \bar{P} = \log G + 0,025$$

$$1,06 = 10^{0,025}$$

G moyenne géométrique



VARIATION DU COEFFICIENT D'ABATTEMENT EN FONCTION DE LA HAUTEUR
DE PRECIPITATION PAR LA METHODE DU RAPPORT NADJOUNDI.

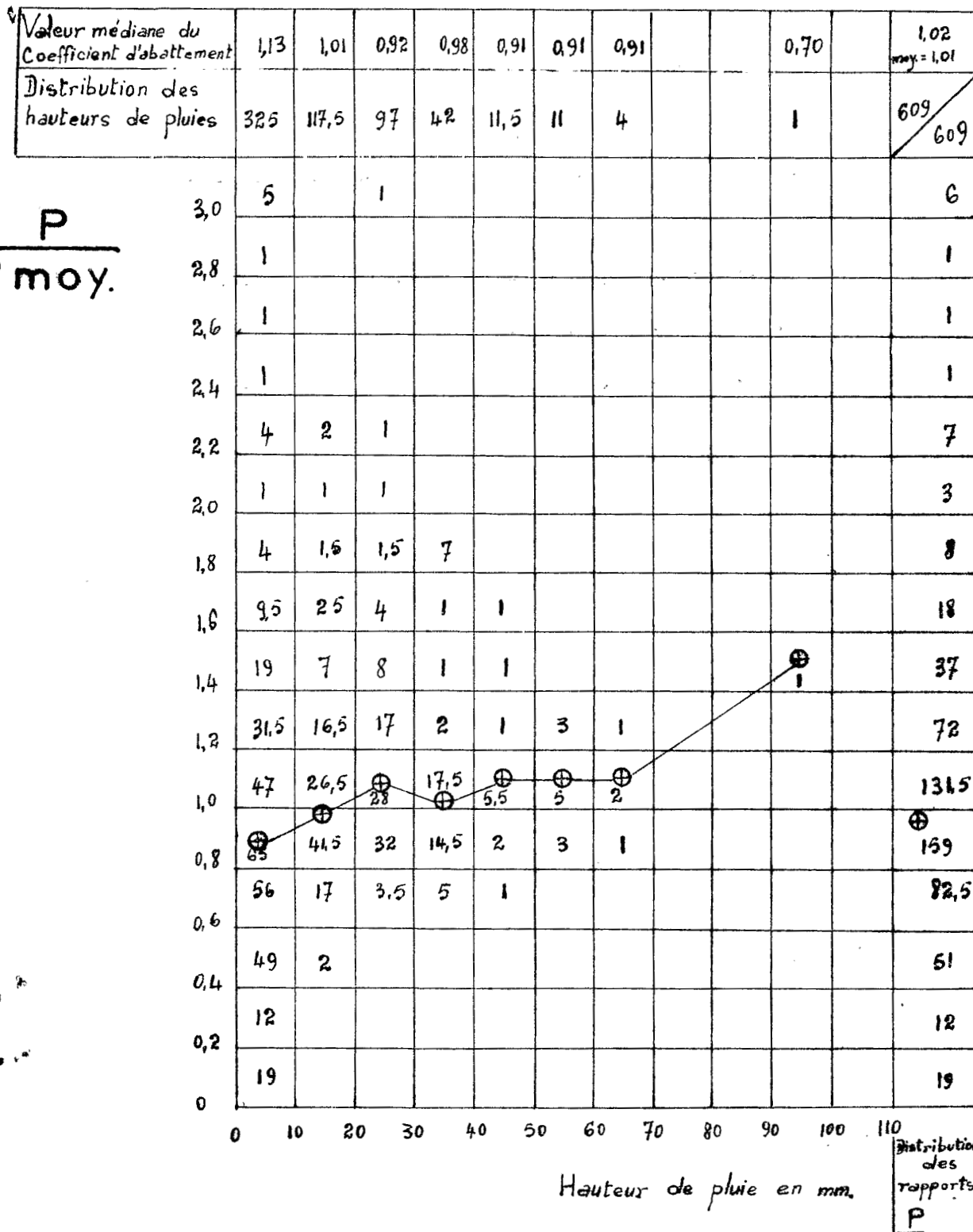
AJUSTEMENT DES VALEURS TROUVEES A UNE FONCTION PUISSANCE.

Valeurs "décennales" du coefficient d'abattement :

Bassin de BINNDE	(10,6 km ²)	K = 0,84
Bassin de KAZANGA	(54,3 km ²)	K = 0,67
Bassin de LOURE	(98 km ²)	K = 0,53

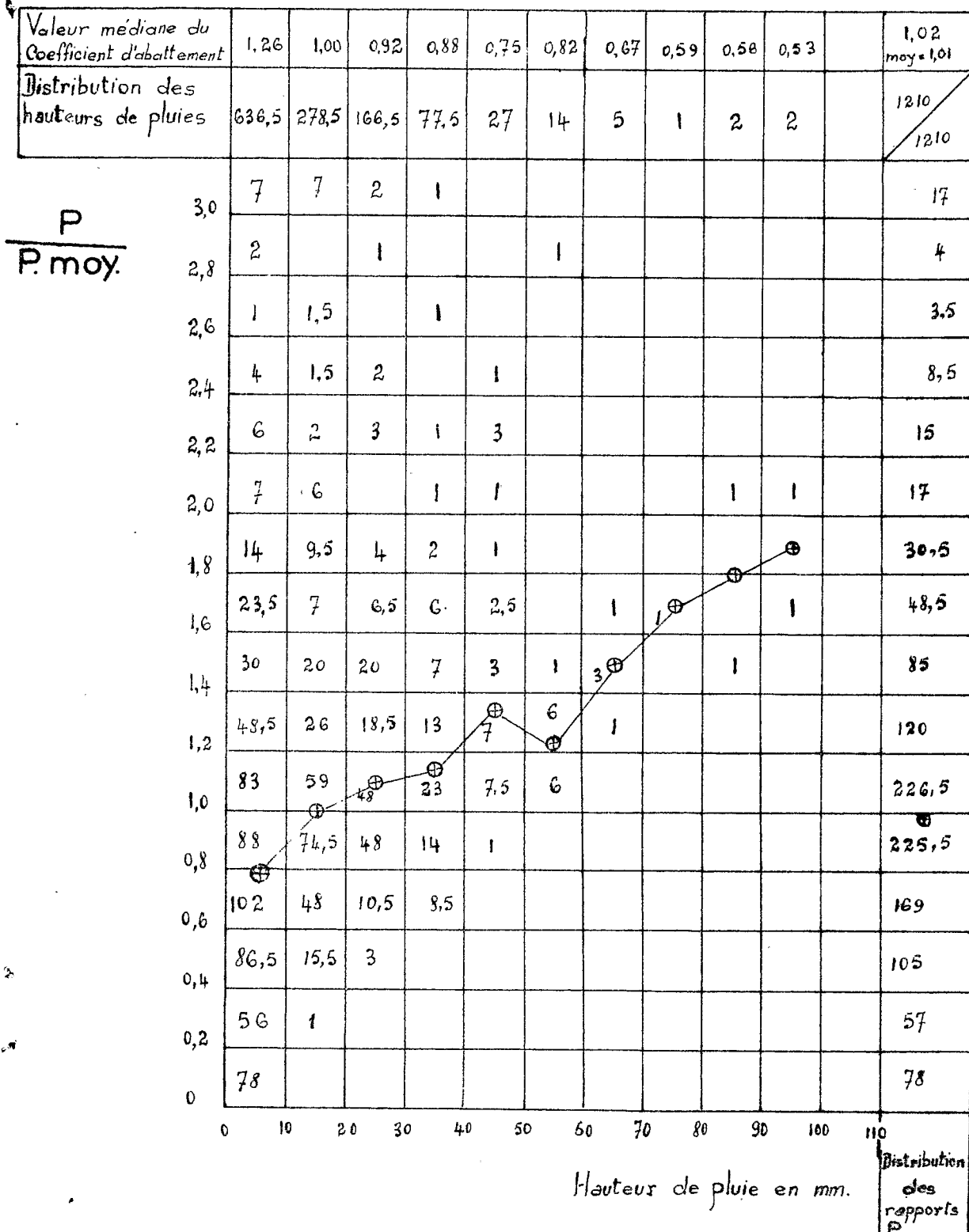
Bassin Versant de BINNDE - S=10,6 km²

REPARTITION du COEFFICIENT d'ABATTEMENT POUR LA PERIODE 1963-1964.



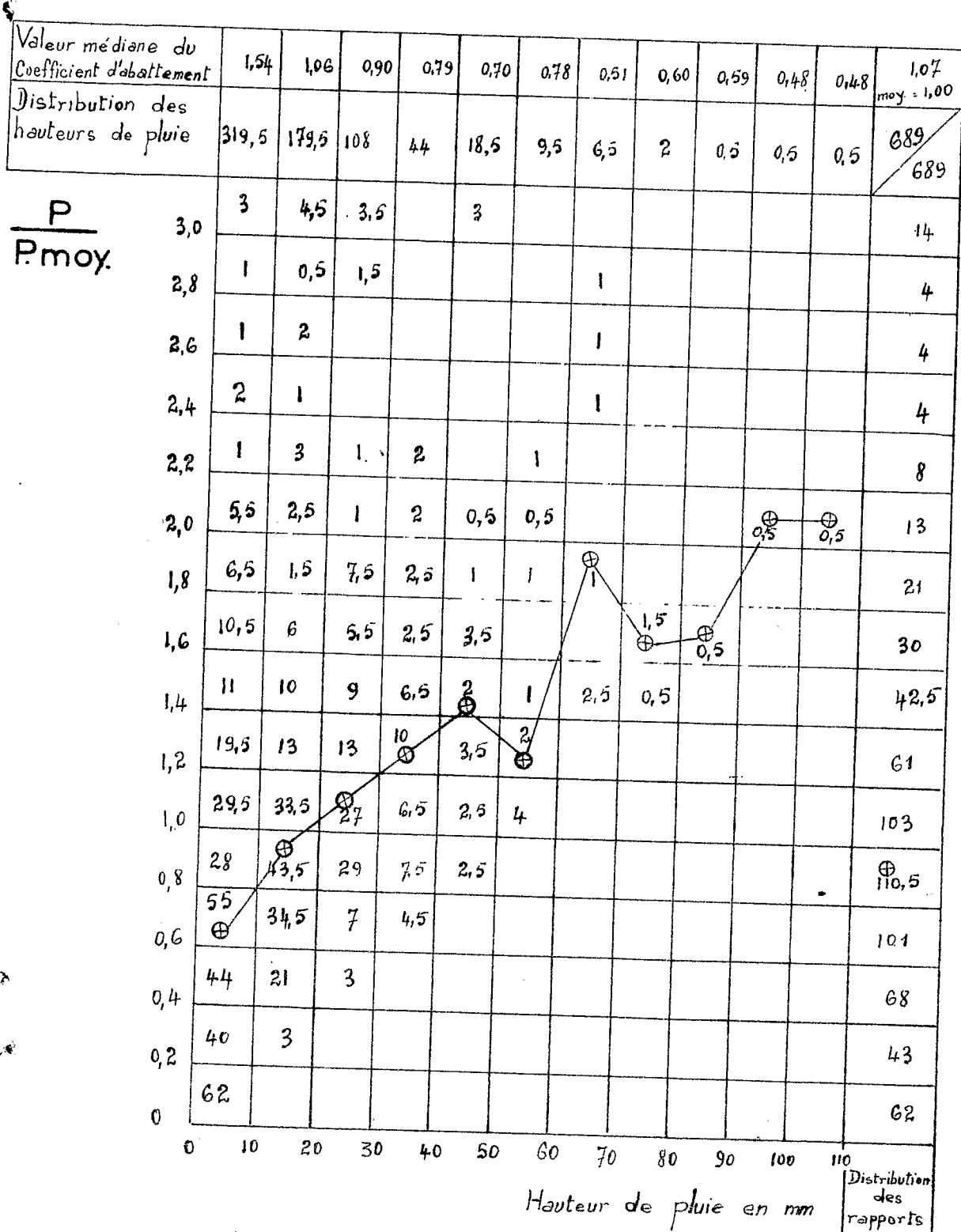
BV de KAZANGA - S: 54,3 km²

REPARTITION du COEFFICIENT d'ABATTEMENT POUR LA PERIODE 1963-1964.



PARTITION du COEFFICIENT d'ABATTEMENT POUR LA PERIODE 1963-1964.

B.V. de LOURE - S = 98 km²



Bassins Versants de M A N G A

Variation du Coefficient d'Abattement K en fonction de la hauteur de précipitation -

