

92
M
DOCUMENTATION

République du MALI

MINISTÈRE DU DÉVELOPPEMENT INDUSTRIEL
ET DES TRAVAUX PUBLICS

DIRECTION DE L'HYDRAULIQUE
ET DE L'ÉNERGIE
○○○○○○○○○○○○○○

OFFICE DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
ET TECHNIQUE OUTRE MER

MISSION AU MALI
○○○○○○○○○○○○○○

HYDROMÉTRIE DES OUVRAGES DE L'OFFICE DU NIGER

- Rappels des notions d'Hydraulique appliquée
à l'Hydrologie - Justification théorique de
la méthode - Première application -.

ORSTOM Fonds Documentaire

N° : 33 40 8 ex 1

Cote : B

BAMAKO, le 1er Février 1972

Jean - Pierre LAMAGAT
Chargé de Recherches de l'ORSTOM

ORSTOM
HYDROLOGIE
DOCUMENTATION

71304

71304

INTRODUCTION

Dans le cadre de la modernisation et de l'amélioration des méthodes d'utilisation des ressources hydrauliques, la Direction Générale de l'OFFICE du NIGER a prévu de réaliser un système de régulation de tout le complexe hydraulique des aménagements de la zone MARKALA - NIONO - KE MACINA. C'est-à-dire que les débits dérivés du NIGER à MARKALA, grâce au barrage, seront répartis dans une optique d'optimisation de la relation demandes-disponibilités

Jusqu'à présent les débits transités par les différents ouvrages de distribution et de régulation étaient très mal connus. Pour utiliser rationnellement l'eau amenée par le canal adducteur et mettre au point un système de régulation qui permette une utilisation optimale de cette eau, il convient de connaître correctement les débits transités aux ouvrages, et pour cela, étalonner ces ouvrages.

La Direction de l'OFFICE du NIGER s'est mise en relation avec la Direction Générale de l'Hydraulique et de l'Energie du MALI afin que cette dernière confie à son Service Hydrologique la réalisation d'un programme qui permette l'établissement des barèmes de tarage des ouvrages.

Ayant été chargé par la Direction de l'Hydraulique et par le Service Hydrologique Malien de mettre au point cette étude, nous nous sommes rendus à SEGOU et à MARKALA afin d'organiser les campagnes de mesures et de bien connaître les problèmes que rencontreraient les Agents de l'Hydraulique chargés des mesures. Nous avons pu constater que celles-ci ne poseraient pas de problèmes, par contre, le nombre extrêmement important des ouvrages nécessitait la mise au point d'une méthode permettant la généralisation des résultats obtenus à partir des différents types d'ouvrages. Il y a en effet plus de mille ouvrages et il n'est pas question de les tarer un à un, ce qui prendrait quelques dizaines d'années.

Nous avons donc essayé d'adapter une méthode mise au point à l'ORSTOM qui permet de traiter à l'ordinateur les informations fournies par les stations non univoques à deux échelles. Cette méthode a fait l'objet d'une publication dans la série des Cahiers de l'ORSTOM - Série Hydrologie - Volume VII - N°3-1970-DUBREUIL P.-LAMAGAT J.P.-VUILLAUME G.-: "Tarage et calcul des débits des stations hydrométriques non univoques".

Nous en avons profité pour glisser quelques éléments d'hydraulique appliquée: Définitions et bases des écoulements en canaux et rivières. Ces éléments, d'un niveau mathématique peu élevé devraient être assimilés assez facilement par les Agents Techniques de l'Hydraulique et de l'OFFICE, et, à plus forte raison par les Ingénieurs intéressés qui ne sont pas des spécialistes de l'Hydraulique.

Dans la deuxième partie de la présente note, nous avons exposé les premiers résultats enregistrés à la station du "Point A", sur le canal adducteur. Ce qui permettra, grâce à cet exemple d'application pratique une meilleure compréhension de l'utilisation de la méthode d'étalonnage d'un ouvrage.

BAMAKO, le 1er Février 1972

SOMMAIRE

I. RAPPELS DES THEORIES CLASSIQUES CONCERNANT LES ECOULEMENTS EN CANAUX ET RIVIERES

I.1. Hypothèses et définitions

- I.1.1. Section mouillée - Périmètre mouillé - Rayon hydraulique -
- I.1.2. Débit - Vitesse moyenne -
- I.1.3. Ligne piézométrique - Ligne de charge -
- I.1.4. Force de frottement sur la paroi -
- I.1.5. Radier du canal -

I.2. L'écoulement uniforme

- I.2.1. Formule de CHEZY

I.3. L'écoulement graduellement varié

- I.3.1. Perte de charge
- I.3.2. Profondeur normale
- I.3.3. Charge spécifique dans une section
- I.3.4. Variation du débit en fonction de la profondeur d'eau pour une charge donnée - Profondeur critique - Débit critique - Vitesse critique -
- I.3.5. Le ressaut
- I.3.6. Perte d'énergie dans le ressaut

I.4. Analyse du fonctionnement des ouvrages de l'OFFICE du NIGER

- I.4.1. Examen du problème
- I.4.2. Application de la formule de CHEZY

II. REALISATION PRATIQUE DES ETALONNAGES

II.1. Détermination de n

II.2. Utilisation pratique des barèmes (A) et (B)

III. APPLICATION DE LA METHODE AUX OUVRAGES DU " POINT A "

III.1. Exemple de calcul d'un débit réel

I. RAPPELS DES THEORIES CLASSIQUES CONCERNANT LES ECOULEMENTS EN CANAUX ET RIVIERES

I.1. Hypothèses et définitions

I.1.1. Section mouillée - Périmètre mouillé - Rayon hydraulique

On désigne par section mouillée du canal, S , à une abscisse donnée, la portion de la section du canal limitée par les parois et la surface libre. Le périmètre de cette section qui suit les parois solides, mais qui ne comprend pas la surface libre, est appelé le périmètre mouillé X .

Pour désigner le nombre de REYNOLDS de l'écoulement, on utilise une longueur caractéristique de la section appelée le rayon hydraulique, R , quotient de la section mouillée, S , par le périmètre mouillé, X :

$$R = \frac{S}{X}$$

I.1.2. Débit - Vitesse moyenne

Nous supposons que le fond et les parois du canal sont imperméables, l'écoulement est donc conservatif, le volume de liquide qui traverse une section est, en écoulement permanent, constant et indépendant de la section. C'est le débit du canal, Q . On désignera sous le nom de vitesse moyenne, U , le quotient:

$$U = \frac{Q}{S} \text{ du débit par la section mouillée.}$$

I.1.3. Ligne piézométrique - Ligne de charge

Pour un canal donné, dont la pente est faible, la ligne piézométrique est confondue avec la surface du canal. En effet, considérons un point M de la section du canal; si y est la distance de M à la surface, la pression qui s'exerce en M (la pression atmosphérique étant prise comme origine des pressions), est égale à: (Fig 1)

$$P = w \cdot y \cdot \cos a, \text{ soit: } \frac{P}{w} = y \text{ (a étant faible (10}^{-4}\text{))}$$

La pression au point M , évaluée en hauteur de liquide, est égale à la profondeur du point M au-dessous de la surface libre, confondue avec la surface du canal. En effet, lorsque la pente est très faible, on considère que l'on a affaire à un liquide au repos.

La ligne piézométrique, lieu des points obtenus en portant au-dessus d'un point quelconque de chaque section, sur la verticale issue de ce point, une hauteur égale à P/w , est confondue avec la ligne d'eau de la surface libre. Pour obtenir la ligne de charge, on porte au-dessus du point ainsi obtenu, et sur la même verticale une hauteur égale à :

$$\frac{U^2}{2g}$$

Ce point de la ligne de charge représente l'énergie traversant la section considérée, l'évolution de la ligne de charge représentant la variation d'énergie. En effet, si nous choisissons un plan horizontal (P) de référence, l'énergie potentielle par unité de poids de liquide traversant la section considérée est égale à la cote z de la surface libre par rapport à ce plan de référence; l'énergie totale par unité de poids de liquide traversant la section considérée ou charge, H , sera obtenue en y ajoutant l'énergie cinétique $U^2/2g$:

$$H = h + y + \frac{U^2}{2g}$$

Soit: (Fig. 2), une section d'aire S , un point M dans la section S et dans l'élément ds de S . Si U est la vitesse en M , l'énergie traversant l'élément de surface ds s'écrit:

$$dE = \left(\frac{P}{w} + z + \frac{u^2}{2g} \right) \cdot w \cdot u \cdot ds$$

et l'énergie totale traversant la section:

$$E = \int_s \left(\frac{P}{w} + z + \frac{u^2}{2g} \right) \cdot w \cdot u \cdot ds$$

Or:

$$\frac{P}{w} + z = h + y$$

Donc:

$$E = (h + y) \int_s w \cdot u \cdot ds + w \int_s \frac{u^3}{2g} \cdot ds$$

Soit, puisque:

$$\int_s w \cdot u \cdot ds = w \cdot Q, \text{ et en posant:}$$

$$b = \frac{1}{S} \int_s \frac{u^3}{U^3} \cdot ds :$$

$$E = \left(h + y + b \cdot \frac{U^2}{2g} \right) \cdot w \cdot Q$$

La charge dans la section s'écrit donc:

$$H = \frac{E}{w \cdot Q} = h + y + b \cdot \frac{U^2}{2g}$$

b est un coefficient, très proche de l'unité dans les cas usuels, qui caractérise la répartition des vitesses dans la section. Pour des parois lisses, il est de l'ordre de 1,05 et peut atteindre en rivière des valeurs de 1,10 à 1,20 dans les cas exceptionnels.

La ligne de charge serait contenue dans un plan horizontal si la charge était constante le long du canal. En fait, la charge décroît par suite du frottement qui dissipe une partie de l'énergie en la transformant en chaleur et la ligne de charge est descendante.

I.1.4. Force de frottement sur la paroi

Sur un élément ds de la paroi, le liquide en mouvement exerce une force de frottement: (Fig. 3)

$T_0 \cdot ds$ T_0 étant la force de frottement par unité de surface, ou tension tangentielle, qui dépend de la position du point considéré.

Nous pouvons écrire:

$$T_0 = c_f \cdot \frac{\rho}{2} \cdot U^2$$

en introduisant le coefficient unitaire de frottement c_f ,

ρ est la masse spécifique de l'eau.

Dans les développements relatifs aux canaux et rivières, on n'a à considérer que la force de frottement moyenne que le liquide exerce sur une portion de paroi comprise entre deux sections infiniment voisines distantes de dx, et de surface égale à $x \cdot dx$, que l'on écrira encore:

$$T_0 \cdot X \cdot dx, \text{ X étant le périmètre mouillé.}$$

c_f dépend en principe du nombre de REYNOLDS, $\frac{VR}{\nu}$, et de la rugosité de la paroi. Celle-ci est représentée par un certain nombre de paramètres géométriques:

$$\frac{a}{R}, \frac{b}{R}, \dots$$

a, b, c, ... étant des dimensions caractéristiques de la rugosité.

Il dépend également de la forme de la section car la répartition des vitesses dépend des dimensions verticales et transversales. Le coefficient de frottement est fonction de 3 paramètres distincts: le nombre de REYNOLDS - la rugosité relative a/R, b/R, c/R, ..., et un facteur de forme de section B :

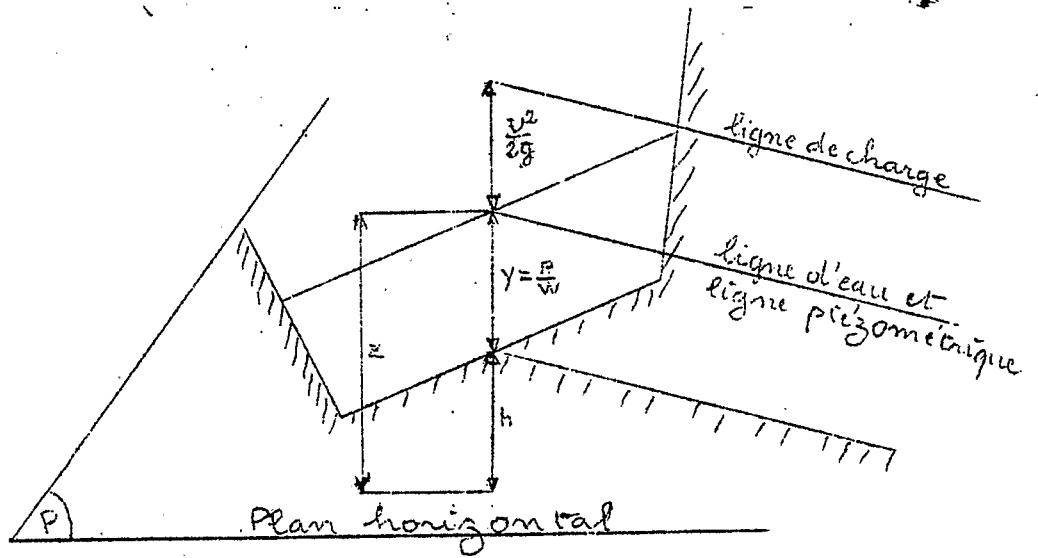


Fig. 1

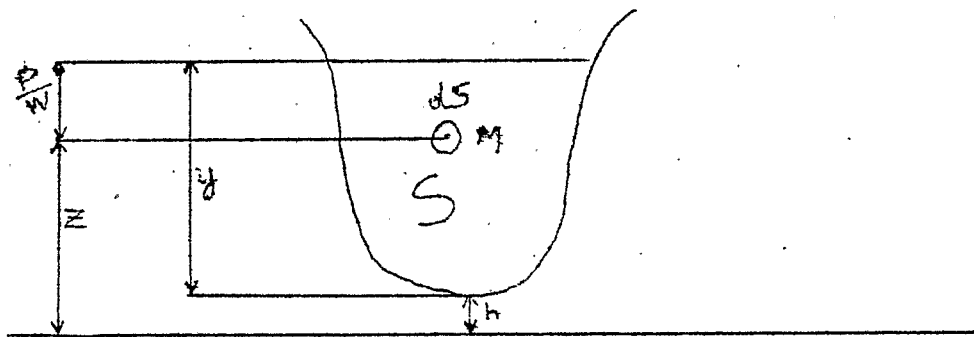


Fig. 2

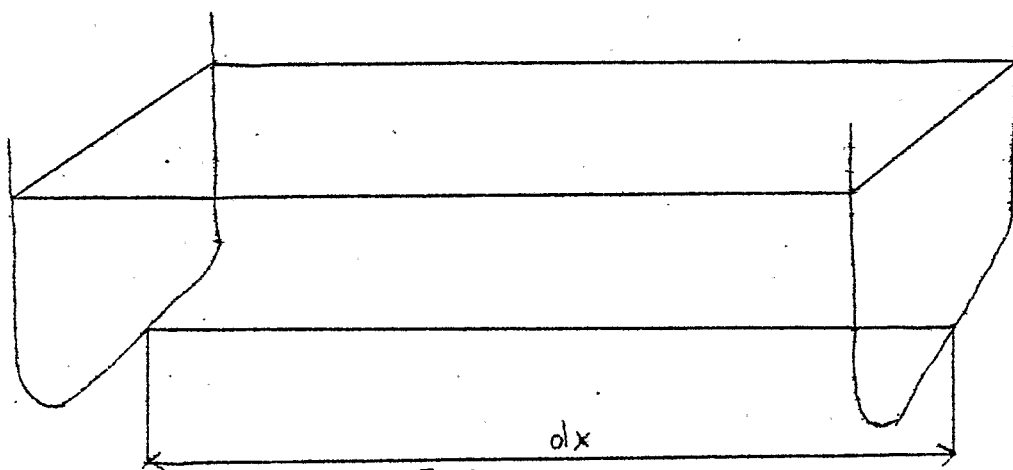


Fig. 3

$$c_f = F \left(\frac{VR}{v}, \frac{a}{R}, \frac{b}{R}, \dots, B \right)$$

I.1.5. Radier du canal - Repère de profondeur - Pente du canal

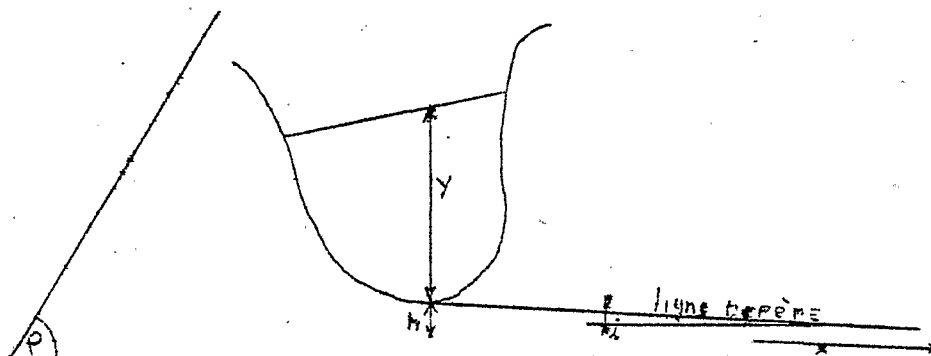
L'intersection de la surface libre avec le plan de la section est horizontale; la position de la surface libre dans une section est entièrement déterminée si on connaît la cote z de cette horizontale au-dessus du plan de référence. Mais, tout au moins pour un canal, il est plus important de connaître la position de la surface libre par rapport à celui-ci.

On choisit un repère sur la paroi du canal, dans la section, et on introduit la distance y de ce point à la surface libre. Cette distance est appelée profondeur d'eau dans la section. Ce point, repère de profondeur, est choisi sur le fond du canal, ou radier.

Pour repérer la position de la section sur l'ensemble du canal, on relève l'abscisse x , à partir de la section choisie comme origine, sur le lieu des repères de profondeur, appelé ligne de repère. Cette ligne de repère présente des courbes faibles et est faiblement inclinée sur l'horizontale. Sa pente est appelée pente du radier, ou plus simplement, pente du canal et sera désignée par i . Si h est la distance de la ligne de repère au plan de référence en une section d'abscisse x : (Fig. 4)

$$z = h + y \quad \text{et} \quad i = - \frac{dh}{dx}$$

i est compté positivement pour une pente descendante.



I.2. L'ÉCOULEMENT UNIFORME

Considérons un canal prismatique, c'est-à-dire un canal tel que la dimension et la forme de ses sections, ainsi que la pente de son radier restent invariables le long de son parcours. Supposons de plus que la nature des parois reste également uniforme à elle-même. Un tel canal est appelé parfois canal uniforme. L'écoulement sera dit uniforme dans ce canal lorsque la profondeur d'eau y conservera une valeur constante pour toute abscisse x . La surface libre est un plan incliné dont la ligne de plus grande pente est parallèle au radier et aux génératrices du canal. Un tel écoulement ne peut être observé que dans un canal prismatique, loin des extrémités et nécessite par conséquent un canal de très grande longueur. La vitesse moyenne U est alors constante tout le long du canal. La ligne de charge est une droite parallèle à la surface libre et au radier. La pente de cette ligne de charge j , comptée positivement pour une charge décroissante,

$$j = - \frac{dH}{dx}, \text{ perte de charge par unité de longueur ou } \underline{\text{perte de charge unitaire}}, \text{ est égale à la pente } i \text{ du radier.}$$

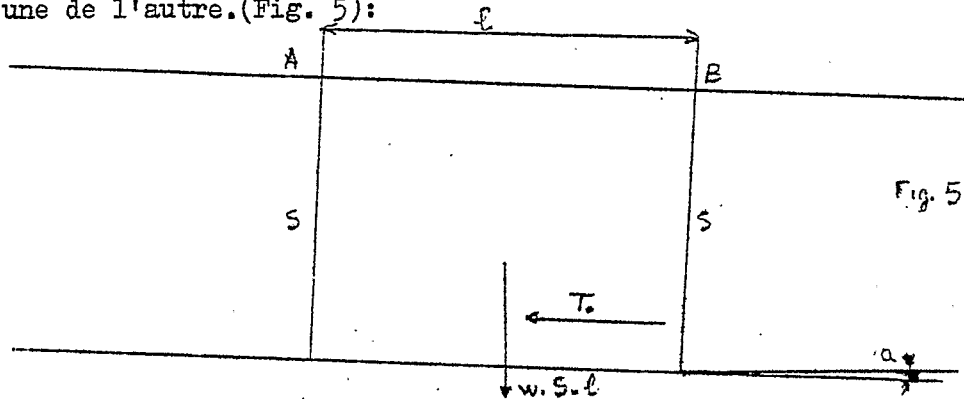
$$j = - \frac{dH}{dx} = i = - \frac{dh}{dx}$$

L'écoulement sera donc uniforme dans un canal lorsque la perte de charge unitaire, soit la perte d'énergie par frottement sera égale à la pente du radier.

I.2.1. Formule de CHEZY

Soit un canal prismatique de faible pente définie

par l'angle a que fait le radier avec le plan horizontal. Considérons la masse fluide comprise entre deux sections A et B, situées à la distance l l'une de l'autre. (Fig. 5):



Ecrivons que l'écoulement étant uniforme, la masse fluide considérée est en équilibre sous l'action de son poids $w.S.l$ et des forces de frottement sur les parois: $T_0 \cdot X \cdot l - w \cdot S \cdot l \cdot \sin a = 0$

a étant petit, on peut confondre le sinus et la tangente:

$$\sin a = i$$

de plus posons:

$$T_0 = c_f \cdot \frac{p}{2} \cdot U^2 \quad \text{et comme } w = p \cdot g \quad (\text{I.1.4.})$$

Nous obtenons:

$$c_f \cdot \frac{p}{2} \cdot U^2 = p \cdot g \cdot \frac{S}{X} \cdot i = p \cdot g \cdot R \cdot i$$

Et par suite:

$$U = \sqrt{\frac{2g}{c_f}} \cdot \sqrt{R \cdot i}$$

On pose:

$$C = \sqrt{\frac{2g}{c_f}}$$

C est le coefficient de CHEZY et on obtient la formule de CHEZY:

$$U = C \cdot \sqrt{R \cdot i}$$

Que l'on peut encore écrire en introduisant le débit:

$$Q^2 = C^2 \cdot S^2 \cdot R \cdot i$$

Beaucoup de formules empiriques sont utilisées pour traduire les variations du coefficient de CHEZY, nous ne citerons que les 3 usuelles:

Formule de BAZIN

$$C = \frac{87}{1 + \frac{Y}{\sqrt{R}}}$$

Y est un coefficient qui dépend de la nature des parois et dont la valeur a été donnée par BAZIN.

Formule de MANNING

$$j = \frac{n^2 \cdot U^2}{R^{4/3}}$$

soit pour le coefficient de CHEZY:

$$C = \frac{1}{n} \cdot R^{1/6}$$

n est un coefficient qui caractérise la nature des parois et dont

l'auteur a fourni des valeurs indicatives.

Formule de GANGUILLET - KUTTER

$$C = \frac{23 + \frac{0,00155}{j} + \frac{1}{n}}{1 + \left(23 + \frac{0,00155}{j}\right) \cdot \frac{n}{R}}$$

n caractérisant la nature des parois a les mêmes valeurs que dans les formules de MANNING.

Toutes ces formules sont empiriques et n'ont pas de bases théoriques elles ne sont destinées qu'à donner l'évolution du coefficient de CHEZY pour un canal de section donnée. Nous donnons ci-dessous quelques valeurs de n et de Y :

béton lisse	Y = 0,06	n = 0,011 à 0,015
" brut	Y = 0,16	n = 0,013 à 0,016
Terre régulière.....	Y = 0,85	n = 0,020 à 0,030
Gravier	Y = 1,30	n = 0,022 à 0,035
Galets ou herbes	Y = 1,75	n = 0,025 à 0,040

I.3. L'ÉCOULEMENT GRADUELLEMENT VARIE

Dans le cas où la profondeur de l'eau dans le canal n'est pas constante, mais varie en fonction de l'abscisse x, l'écoulement est dit varié.

Dans ce qui suit, nous n'examinerons que les cas d'écoulements graduellement variés, c'est-à-dire ceux pour lesquels les différents paramètres varient de façon continue, progressive et lente, de telle sorte que:

- a/ La forme et les dimensions des différentes sections du canal varient régulièrement et lentement, les courbures des parois étant elles-mêmes très faibles.
- b/ La profondeur de l'eau y varie de façon lente, la pente et la courbure de la ligne d'eau étant également très faible.

Dans ces conditions, comme nous l'avons dit plus haut, la charge dans la section, énergie par unité de poids de liquide traversant cette section, prend la forme simple:

$$H = h + y + \frac{U^2}{2g} = h + y + \frac{Q^2}{2gS^2}$$

I.3.1. Perte de charge

Par suite du frottement, une partie de l'énergie se transforme en chaleur et la charge H diminue dans le sens de l'écoulement. La perte de charge peut-être également exprimée à l'aide de la formule de CHEZY:

$$j = - \frac{dH}{dx} = \frac{Q^2}{C^2 \cdot S^2 \cdot R}$$

On admet généralement que le coefficient de CHEZY, pour un canal de parois, de formes, et de sections données, n'est fonction que de la profondeur d'eau y et est égal à sa valeur en écoulement uniforme pour la même profondeur y.

I.3.2. Profondeur normale

Nous avons vu que l'écoulement est uniforme dans un canal prismatique lorsque la perte de charge linéaire, j, est égale à la pente du radier, i; pour un canal donné et un débit Q, la profondeur d'eau y correspondante à l'écoulement uniforme sera fournie par la résolution en y de l'équation:

$$Q^2 = C^2(y_0) \cdot S^2(y_0) \cdot R(y_0) \cdot i \quad j \text{ étant remplacé par } i$$

$$Q^2 = C_0^2 \cdot S_0^2 \cdot R_0 \cdot i$$

$$Q^2 = K_0^2 \cdot i \quad K \text{ est la débitance du canal}$$

Cette profondeur est dite profondeur normale pour le débit Q. La débitance K étant une fonction croissante de y, nous voyons que la profondeur normale croît avec le débit et que, à débit constant, pour des canaux identiques de pentes différentes, elle décroît lorsque la pente du radier décroît.

I.3.3. Charge spécifique dans une section

La charge dans une section est égale à la distance verticale de la ligne de charge au plan horizontal (P) de référence. Si nous prenons comme référence le plan particulier (P'), passant par le repère de profondeur de la section considérée, la charge comptée à partir de ce plan s'appelle la charge spécifique et est désignée par H_s :

$$H_s = y + \frac{U^2}{2g} = y + \frac{Q^2}{2gS^2}$$

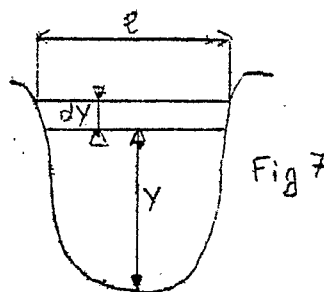
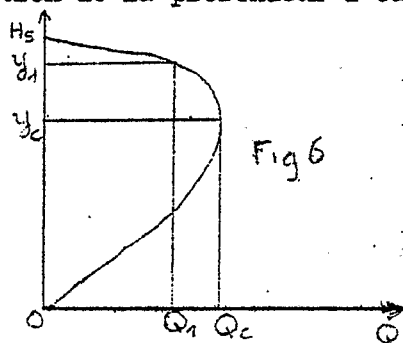
$$H = h + H_s$$

et nous avons:

$$Q = S \sqrt{2g (H_s - y)} \quad (1)$$

I.3.4. Variation du débit en fonction de la profondeur d'eau pour une charge spécifique donnée - Profondeur critique - Débit critique - Vitesse critique-

L'équation (1) donne l'évolution du débit en fonction de la profondeur d'eau pour une charge donnée:



Le débit Q (Fig. 6) s'annule pour $y = H_s$ et pour $S = 0$, c'est-à-dire pour $y = 0$, si le repère de profondeur a été choisi au point le plus bas de la section. Dérivons l'équation (1):

$$\frac{dQ}{dy} = \frac{2g(H_s - y) \frac{dS}{dy} - S \cdot g}{\sqrt{2g (H_s - y)}}$$

Or, on voit sur la figure 7 que tout accroissement de profondeur dy peut-être supposé à largeur constante l , d'où:

$$dS = l \cdot dy$$

Si nous posons:

$$y_m = \frac{S}{\text{profondeur moy.}} \quad \frac{dQ}{dy} = \frac{g \cdot l \cdot (2(H_s - y) - ym)}{\sqrt{2g (H_s - y)}}$$

Cette dérivée s'annule pour $y = y_c$, y_c est appelée profondeur critique, et est racine de l'équation:

$$2(H_s - y) - ym_c = 0 \quad (2)$$

Le débit passe donc par un maximum lorsque la profondeur atteint la valeur y_c . Ce débit est le débit critique pour la charge spécifique considérée:

$$Q_c = \sqrt{g \cdot ym_c} \cdot S_c$$

et il lui correspond la vitesse moyenne critique:

$$U_c = \sqrt{g \cdot ym_c}$$

Cette vitesse est égale à la propagation d'une onde infiniment petite dans un canal de profondeur moyenne ym . Le débit maximum est atteint lorsque la vitesse moyenne de l'eau est égale à la célérité d'une onde infiniment petite dans le canal.

La profondeur critique pour un débit donné sera:

$$\frac{U^2}{g \cdot ym} = \frac{Q^2/S^2}{g \cdot ym} = \frac{Q^2 \cdot l}{g \cdot S^3} = 1$$

Dans le cas du canal rectangulaire, la largeur l est constante:

$$S = l \cdot y \quad \text{et} \quad ym = y$$

Donc:

$$yc = \frac{2}{3} \cdot Hs \quad \text{d'après l'équation (2)}$$

et:

$$\frac{U^2}{g \cdot y} = \frac{q^2}{g \cdot y^3} = 1$$

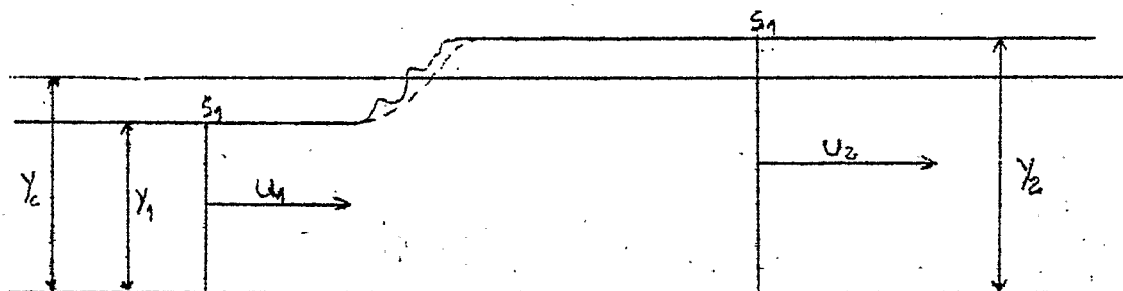
Si on introduit le débit par unité de largeur $q = Q/l$:

$$yc = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$$

1.3.5. Le ressaut

Le ressaut est un phénomène d'écoulement rapidement varié; il se produit lorsqu'un écoulement torrentiel, à faible profondeur d'eau et grande vitesse, se transforme brusquement en un écoulement fluvial à faible vitesse et profondeur d'eau plus élevée. Le ressaut est constitué par la zone de transition qui sépare les deux régimes, dont les profondeurs sont situées de part et d'autre de la profondeur critique. Il est accompagné d'une grande agitation, d'un bouillonnement continu de l'eau en surface et de formation d'écume.

Considérons un canal prismatique de section rectangulaire (Fig.8):



Soient $S1$ et $S2$ deux sections assez rapprochées situées à l'amont et à l'aval du ressaut, de façon que l'on puisse négliger devant les forces de pression, les forces de frottement et l'inclinaison du radier, c'est-à-dire le poids de la masse d'eau située entre ces deux sections, mais suffisamment éloignées du ressaut pour que les vitesses y puissent être considérées comme constantes et parallèles. Soient $y1$ et $y2$ les profondeurs d'eau, $U1$ et $U2$ les vitesses dans les deux sections et l la largeur du canal.

Ecrivons que le débit des quantités de mouvement sortant de ces deux sections et projeté sur la parallèle aux génératrices du canal est égal à la somme des forces agissant sur cette masse d'eau, réduites aux seules poussées sur les sections $S1$ et $S2$:

$$(1) \quad p \cdot y2 \cdot l \cdot U2 - p \cdot y1 \cdot l \cdot U1 = p \cdot g \cdot y1 \cdot l \cdot \frac{y1}{2} - p \cdot g \cdot l \cdot \frac{y2}{2} \cdot y2$$

L'équation de continuité donne:

$$(2) \quad U1 \cdot y1 = U2 \cdot y2$$

L'équation (3) peut s'écrire:

$$U_2^2 \cdot y_2^2 \cdot \frac{1}{y_2} = U_1^2 \cdot y_1^2 \cdot \frac{1}{y_1} + g \cdot \frac{y_1^2 - y_2^2}{2}$$

en tenant compte de (4):

$$\frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{U_1^2 \cdot y_1^2}{g \cdot y_1 \cdot y_2} = \frac{U_2^2 \cdot y_2^2}{g \cdot y_1 \cdot y_2}$$

d'où:

$$U_1 = \sqrt{g \cdot y_1} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{y_2}{y_1} \cdot \left(1 + \frac{y_2}{y_1}\right)}$$
$$U_2 = \sqrt{g \cdot y_2} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{y_1}{y_2} \cdot \left(1 + \frac{y_1}{y_2}\right)}$$

Si on introduit le débit q par unité de largeur:

$$q = U_1 \cdot y_1 = U_2 \cdot y_2$$
$$\frac{q^2}{g} = y_1 \cdot y_2 \cdot \left(\frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

I.3.6. Perte d'énergie dans le ressaut

Les sections S1 et S2 étant très voisines, la variation de la charge est égale à la variation de la charge spécifique:

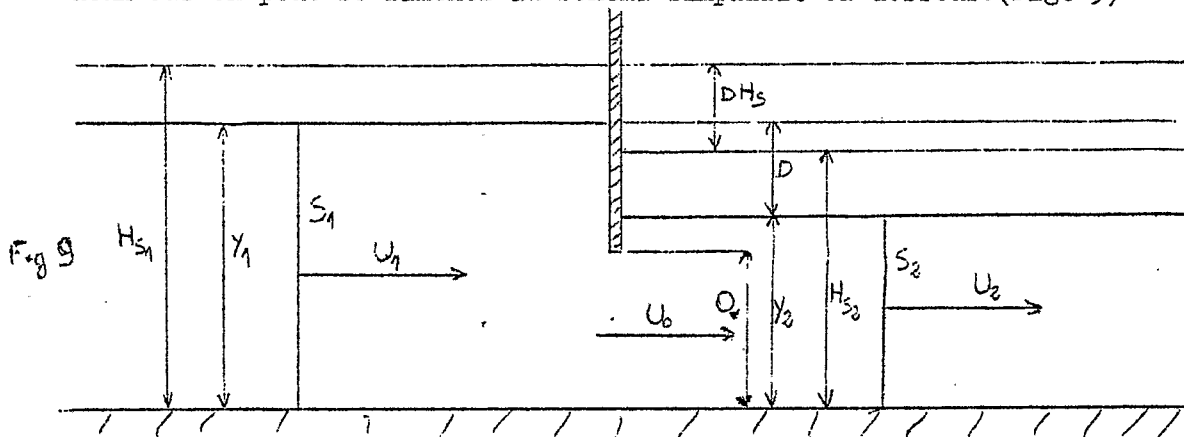
$$DH_s = \left(y_1 + \frac{U_1^2}{2g}\right) - \left(y_2 + \frac{U_2^2}{2g}\right)$$

Soit en tenant compte des formules précédentes:

$$DH_s = - (y_2 - y_1)^3 / 4 \cdot y_1 \cdot y_2$$

I.4. ANALYSE DU FONCTIONNEMENT DES OUVRAGES DE L'OFFICE DU NIGER

Les ouvrages des aménagements de l'OFFICE du NIGER se divisent en deux catégories: - les ouvrages régulateurs - les ouvrages de distribution. Dans les deux cas on peut se ramener au schéma simplifié ci-dessous: (Fig. 9)



Dans le cas des ouvrages de distribution, on peut considérer que la vitesse U_1 est nulle, et la partie à l'amont de la vanne est assimilée à un réservoir. Nous commencerons par traiter le cas des ouvrages de régulation qui correspond au cas général.

I.4.1. Examen du problème

Il consiste à déterminer une relation entre le débit transité sous la vanne et certains paramètres aisément mesurables. Ces paramètres sont: O_v , ouverture de la vanne, et, D , qui est la différence de niveau entre l'amont et l'aval.

I.4.2. Application de la formule de CHEZY

Le débit étant conservatif, nous pouvons écrire:

$$Q = U_1 \cdot S_1 = U_0 \cdot S_0 = U_2 \cdot S_2$$

avec $S_0 = O_v \cdot b$ si b est la largeur de la vanne.

D'après la formule de CHEZY, nous avons:

$$U_0^2 = C^2 \cdot R \cdot i^{n'}$$

L'écoulement étant permanent, à l'ouverture de la vanne constante, si on considère plusieurs états d'équilibre après avoir fait varier le niveau amont ou le niveau aval, C étant une constante et R étant fixe pour O fixe n' peut être considéré comme constant. En effet, il ne dépend que des matériaux composant la vanne et le radier; nous pouvons poser:

$$U_0 = K \cdot i^n$$

et:

$$Q = O_v \cdot b \cdot K \cdot i^n$$

Nous poserons ici une hypothèse simplificatrice en supposant que i est peu différent de Dy ; en fait, i est égal à la variation de la charge spécifique, soit:

$$DH_s = y_1 + \frac{U_1^2}{2g} - y_2 - \frac{U_2^2}{2g}$$

$$DH_s = D - \left(\frac{U_2^2 - U_1^2}{2g} \right)$$

La variation d'énergie cinétique est toujours faible devant la variation d'énergie potentielle et l'expérience montre qu'on peut la négliger. Nous avons donc:

$$Q = O_v \cdot b \cdot K \cdot D^n \quad (a)$$

Si pour une même ouverture, nous avons une dénivellation différente; soit: D1 et D2, le rapport des débits est:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = (D1/D2)^n$$

Faisons varier maintenant l'ouverture de la vanne, pour des écoulements permanents, nous aurons Q qui sera déterminé par l'équation (a). Avec:

$$K = C^2 \cdot R \quad \left\{ \begin{array}{l} R = \frac{S}{X} \\ C = \frac{2g}{c_f} \end{array} \right.$$

c_f ne dépend que des matériaux qui constituent l'ouvrage. Par contre R peut varier avec l'ouverture O_v .

Dans la pratique, nous considérerons globalement K, fonction des divers paramètres de forme. En fait, K n'intervient que pour des ouvertures faibles, dès que O_v est supérieur à 10% environ de b, l'influence de K disparaît et Q est directement proportionnel à O_v .

II. REALISATION PRATIQUE DES ETALONNAGES

Nous avons à déterminer deux paramètres n et K de la formule:

$$Q = O_v \cdot b \cdot K \cdot D^n$$

II.1. Détermination de n

En général, une campagne de 10 jaugeages suffit amplement pour étalonner un ouvrage correctement, si les mesures sont bien réparties dans la gamme des ouvertures possibles des vannes. On aura intérêt à serrer les mesures dans le bas de la gamme, c'est-à-dire pour les ouvertures faibles lorsque K varie.

A chaque jaugeage, on notera la cote amont et la cote aval et leurs possibles variations pendant la mesure. La campagne de jaugeage étant terminée, on procède de la manière suivante pour la détermination des paramètres:

1°) On choisit une valeur de D , dite dénivelée nominale, cette valeur sera toujours égale à 1,00 mètre ou à 0,50 mètre de façon à faciliter les calculs. Nous appellerons D_N cette valeur de la dénivelée.

2°) Q et D étant les valeurs mesurées du débit et de la dénivelée correspondante, on calcule n par tâtonnements. On sait par expérience que la valeur de n est proche de 0,5. On calcule donc 3 ou 4 séries de valeurs du débit nominal en transformant les valeurs mesurées grâce à la formule:

$$Q_N = Q \cdot (D_N/D)^n \quad \text{chaque série correspondant à un } n \text{ différent.}$$

Dans la pratique on pourra essayer:

- $n = 0,4$
- $n = 0,5$
- $n = 0,6$
- $n = 0,7$

On porte ensuite sur un graphique et pour chaque série, Q_N en fonction de O_v . On trace les courbes moyennes définies par chaque série de points. On cherche ensuite quelle est la série qui présente la somme des écarts absolus la plus faible par rapport à la courbe moyenne correspondante. La courbe moyenne est une droite dès que O_v dépasse 10% de b . Il arrive que l'on soit obligé d'essayer une autre valeur de n , comprise entre 0,5 et 0,6, par exemple, qui peut correspondre à un meilleur alignement pour les valeurs élevées de O_v . De toutes façons, il est inutile de rechercher une trop grande précision, celle-ci étant elle-même rarement inférieure à 3% pour les mesures.

3°) Ayant ainsi déterminé n , on dresse le barème $Q_N = f(O_v)$ qui correspond à une courbe de tarage univoque, D_N étant fixé. Soit (A) ce barème.

4°) On dresse un second barème (B) de la fonction $(D/D_N)^n$, n ayant la valeur que l'on a choisie. Dans ce barème, D variera de cm en cm de 0,00 mètre à la valeur maximum enregistré à l'ouvrage. On majorera cette valeur maximale de 20 ou même 30% de façon à n'avoir aucun calcul à effectuer par la suite en raison d'une dénivelée trop importante qui ne serait pas prévue dans le barème.

II.2. Utilisation pratique des barèmes (A) et (B)

Soit à calculer le débit correspondant à un couple de valeurs: D_x et O_{vx} .

- a) dans le barème (A), on lit Q_{Nx} correspondant à O_x .
- b) dans le barème (B), on lit $(D_x/D_N)^n$ qui correspond à D_x .
- c) on effectue le produit: $Q_x = Q_{Nx} (D_x/D_N)^n$

On obtient ainsi la valeur de Q_x réelle correspondant aux valeurs D_x et O_{vx} .

III. APPLICATION PRATIQUE AUX OUVRAGES DU "POINT A"

A la station dite du "Point A" se trouvent deux ouvrages du même modèle, le premier régularisant les débits transités par le canal du SAHEL, le second ceux du canal du MACINA. Chaque ouvrage est constitué de 5 pertuis qui sont eux-mêmes équipés chacun d'une vanne wagon dont l'ouverture peut varier de 0,00 à 5,00 mètres. Les repères des ouvertures sont gradués tous les 10 cm, ce qui entraîne des erreurs de lectures surtout sensibles pour les faibles ouvertures. En général les ouvertures sont les mêmes pour les vannes d'un ouvrage. Dans le courant du mois de décembre 1971 nous avons effectué des mesures qui ont donné les résultats suivants:

N°	H ₁	H ₂	D	O	Q
1	300,32	298,42	1,90	0,70	17,4
2	300,38	299,00	1,38	0,15	21,8
3	300,32	299,18	1,14	0,25	31,6
4	300,10	298,79	1,31	0,40	41,9
5	300,38	299,18	1,20	0,50	60,7
6	300,32	299,12	1,20	0,50	61,2
7	299,84	299,01	0,83	0,75	60,8
8	300,11	299,80	0,31	1,15	52,9
9	300,32	299,82	0,50	1,50	89,3
10	299,85	299,67	0,18	1,75	59,3
11	300,04	299,92	0,12	2,25	58,3

H₁, H₂, D, O sont exprimés en mètres.
Q en m³/s

où:

H₁ = hauteur amont et H₂ = hauteur aval

D = H₁ - H₂

O_v = ouverture des 5 pertuis

Q = débit mesuré en m³/s

Nous choisissons une dénivelée nominale de 0,50 mètre et nous calculons les 4 séries de valeurs prévues pour:

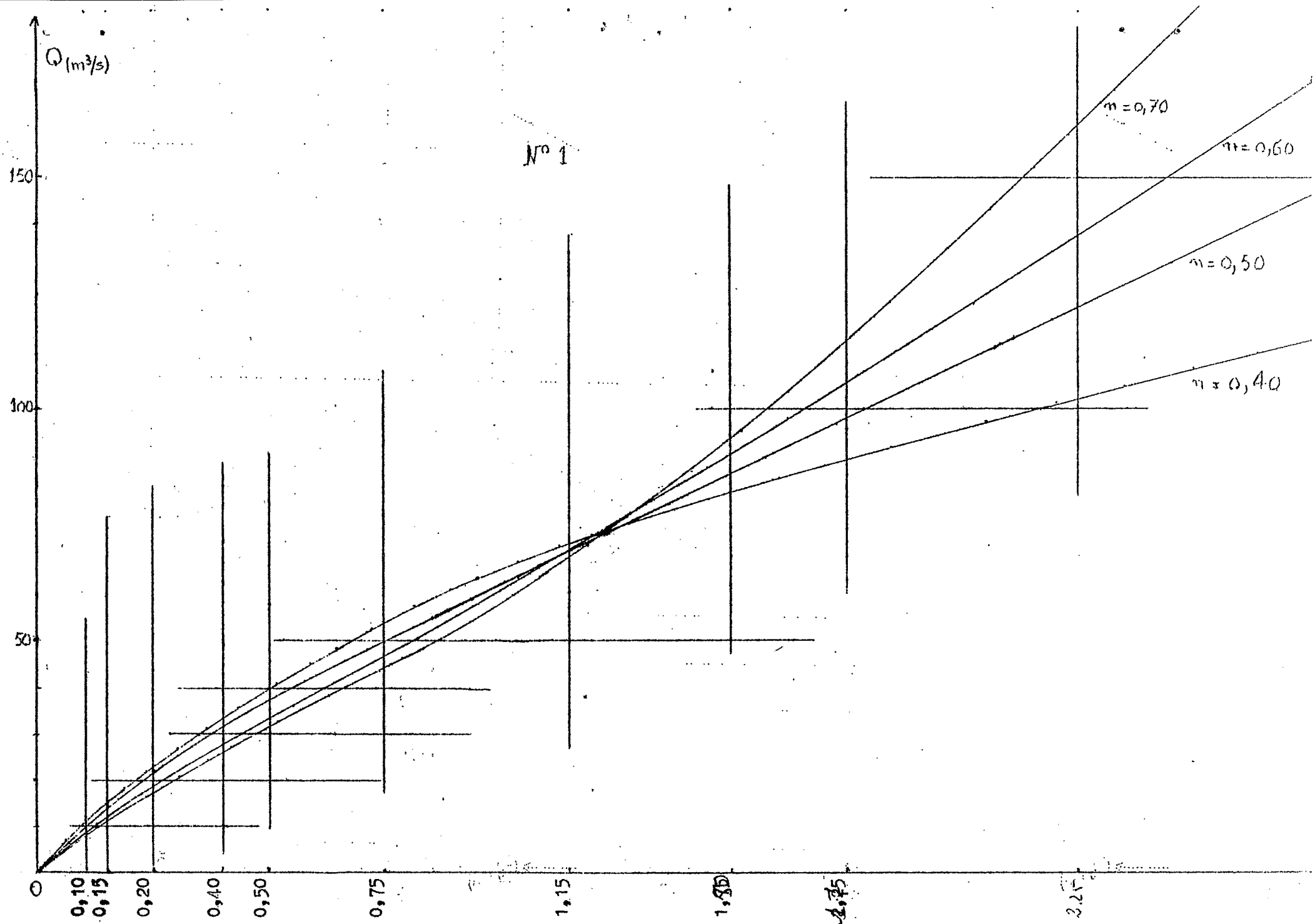
n = 0,40 - 0,50 - 0,60 - 0,70 avec $Q_N = Q \cdot (D_N/D)^n$

Les résultats de ces calculs sont portés dans le tableau suivant: posons: $A = D/0,5$ et $A_x = A^n$

avec: x = 1 pour n = 0,4
x = 2 " " = 0,5
x = 3 " " = 0,6
x = 4 " " = 0,7

N°	Q	D	A	A ₁	Q ₁	A ₂	Q ₂	A ₃	Q ₃	A ₄	Q ₄	O _v
1	17,4	1,90	3,80	1,705	10,2	1,949	8,93	2,225	17,83	2,546	16,84	0,10
2	21,8	1,38	2,76	1,501	14,5	1,661	13,1	1,840	11,8	2,037	10,7	0,15
3	31,6	1,14	2,28	1,390	22,7	1,510	20,9	1,639	19,3	1,780	17,8	0,25
4	41,9	1,31	2,62	1,470	28,5	1,612	26,0	1,783	23,5	1,962	21,4	0,40
5	60,7	1,20	2,40	1,418	42,8	1,549	39,2	1,691	35,9	1,846	32,9	0,50
6	61,2	1,20	2,40	1,418	43,2	1,549	39,5	1,691	36,2	1,846	33,2	0,50
7	60,8	0,83	1,66	1,224	49,6	1,288	47,2	1,356	44,8	1,426	42,6	0,75
8	52,9	0,31	0,62	0,826	64,0	0,788	67,1	0,751	70,5	0,716	73,9	1,15
9	89,3	0,50	1,00	1,000	89,3	1,000	89,3	1,000	89,3	1,000	89,3	1,50
10	59,3	0,18	0,36	0,665	89,2	0,600	100	0,542	111	0,489	123	1,75
11	58,3	0,12	0,24	0,565	103	0,490	119	0,425	137	0,368	158	2,25

Dans le tableau ci-dessus, Q est exprimé en m³/s, D en mètres ainsi que A et O_v.



Après avoir porté les valeurs ci-dessus dans le graphique N° 1, nous voyons que la courbe moyenne correspondant à $n = 0,60$ a sa concavité tournée vers le haut; pour $n = 0,50$, la concavité est tournée vers le bas pour les fortes valeurs de O_v . Nous faisons donc un essai complémentaire avec $n = 0,55$ qui donnera sûrement de meilleurs résultats:

N°	A_5	Q_5	O_v
1	2,082	8,36	0,70
2	1,748	12,5	0,15
3	1,573	20,1	0,25
4	1,698	24,7	0,40
5	1,619	37,5	0,50
6	1,619	37,8	0,50
7	1,321	46,0	0,75
8	0,769	68,8	1,15
9	1,000	89,3	1,50
10	0,571	104	1,75
11	0,457	128	2,25

Tableau (C)

$A_5 = A^{0,55}$

Portons ces valeurs dans le graphique N° 2. Nous constatons que l'alignement est bon pour la majeure partie des points. Seuls deux s'écartent notablement de la courbe moyenne, ce sont ceux qui sont caractérisés par les ouvertures 0,40 et 0,50 mètre. Or, le système de réglage des ouvertures n'a pas une précision supérieure à 5cm, les erreurs constatées sur le graphique sont donc compatibles avec cette précision.

La courbe du graphique N° 2 a été traduite dans le tableau (D) et les valeurs de la fonction A_5 , dans le tableau (E).

III.1. Exemple de calcul d'un débit réel

Soit à calculer le débit Q correspondant aux données:

Ouverture	=	0,45 m
Cote amont	=	300,27 m
Cote aval	=	299,13 m

1/ Calcul de la dénivelée : $D = 300,27 - 299,13 = 1,14$ m

2/ Dans le tableau (D), on lit en face de $O_v = 0,45$:

$$Q_N = 30,0 \text{ m}^3/\text{s}$$

3/ Dans le tableau (E), on lit en face de $D = 1,14$ m :

$$c = 1,573$$

4/ On obtient le débit transité par l'ouvrage en effectuant le produit:

$$Q = Q_N \cdot c$$

$$Q = 30,0 \cdot 1,573 = 47,19 \text{ m}^3/\text{s}$$

d'où:

$Q = 47,2 \text{ m}^3/\text{s}$

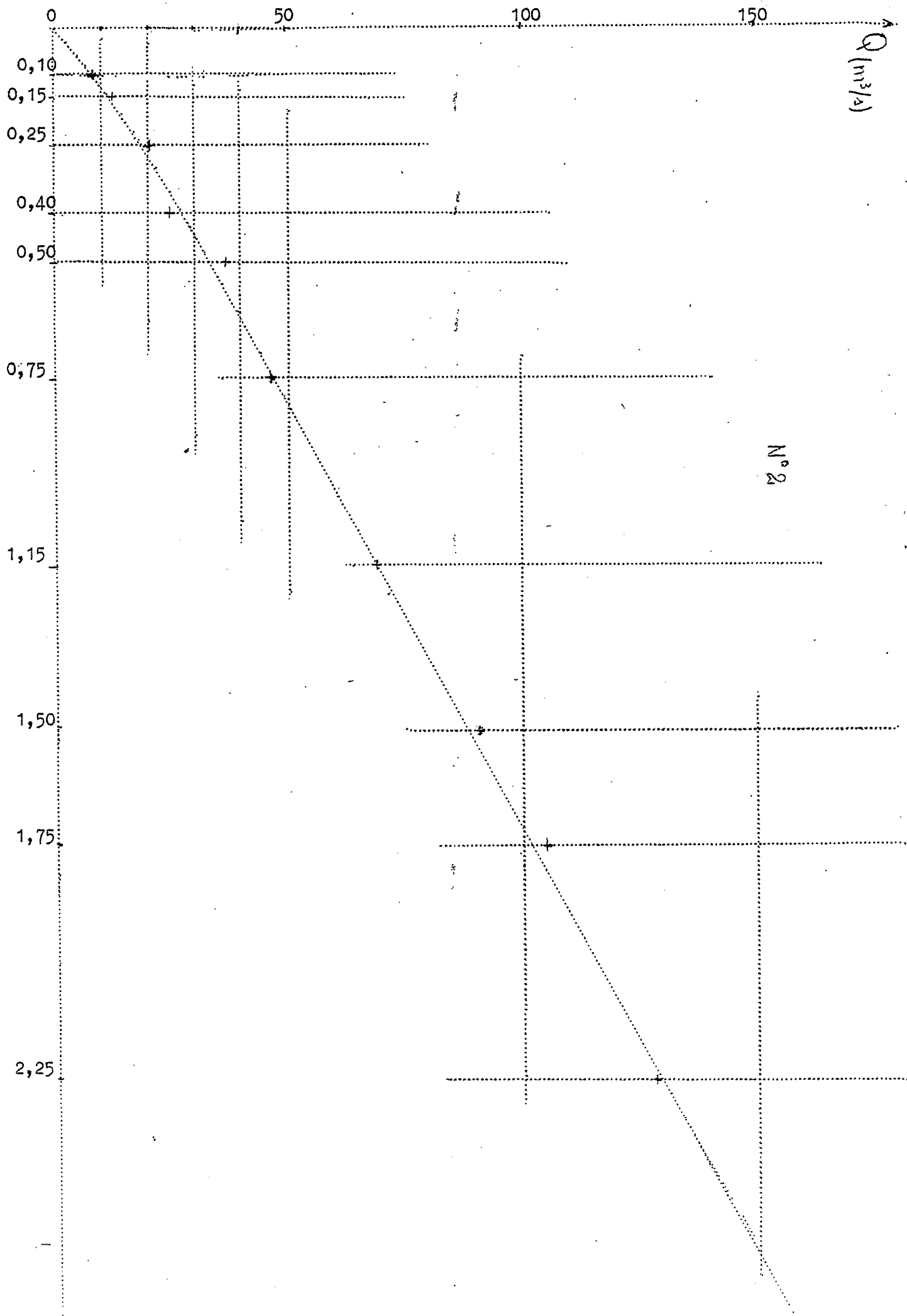


TABLEAU N° 1 "DEBIT NOMINAL"

Ce tableau donne la valeur du débit nominal (qui correspond à une dénivelée de 0,50 mètre) en fonction de l'ouverture des 5 vannes d'un ouvrage.

O_v = Ouverture des 5 vannes exprimée en mètres.

Q = Débit nominal en m³/s pour un ouvrage comprenant 5 pertuis fonctionnant à la même ouverture.

O_v	Q
0,05	4,60
0,10	8,70
0,15	12,3
0,20	15,7
0,25	18,8
0,30	21,8
0,35	24,7
0,40	27,3
0,45	30,0
0,50	32,8
0,55	35,5
0,60	38,3
0,65	41,0
0,70	43,8
0,75	46,5
0,80	49,3
0,85	52,0
0,90	54,8
0,95	57,5
1,00	60,3

O_v	Q
1,05	63,0
1,10	65,8
1,15	68,6
1,20	71,3
1,25	74,0
1,30	76,8
1,35	79,6
1,40	82,3
1,45	85,0
1,50	87,8
1,55	90,6
1,60	93,3
1,65	96,1
1,70	98,8
1,75	102
1,80	104
1,85	107
1,90	109
1,95	113
2,00	115

O_v	Q
2,05	118
2,10	121
2,15	124
2,20	126
2,25	129
2,30	132
2,35	135
2,40	137
2,45	140
2,50	143
2,55	146
2,60	148
2,65	151
2,70	154
2,75	157
2,80	159
2,85	162
2,90	165
2,95	168
3,00	170

O_v	Q
3,05	173
3,10	176
3,15	179
3,20	181
3,25	184
3,30	187
3,35	190
3,40	192
3,45	195
3,50	198
3,55	201
3,60	203
3,65	206
3,70	209
3,75	212
3,80	214
3,85	217
3,90	220
3,95	223
4,00	225

TABLEAU N° 2 " CORRECTION DE DENIVELEE "

Ce tableau donne les valeurs de la fonction $c = (D / 0,5)^{0,55}$

D	c	D	c	D	c	D	c
0,01	0,1163	0,51	1,011	1,01	1,472	1,51	1,837
2	0,1703	2	1,022	2	1,480	2	1,843
3	0,2128	3	1,032	3	1,488	3	1,850
4	0,2493	4	1,043	4	1,496	4	1,856
0,05	0,2818	0,55	1,054	1,05	1,504	1,55	1,863
6	0,3116	6	1,064	6	1,512	6	1,870
7	0,3391	7	1,074	7	1,520	7	1,876
8	0,3650	8	1,085	8	1,527	8	1,883
9	0,3894	9	1,095	9	1,535	9	1,889
0,10	0,4126	0,60	1,105	1,10	1,543	1,60	1,896
1	0,4348	1	1,115	1	1,115	1	1,902
2	0,4562	2	1,125	2	1,558	2	1,909
3	0,4767	3	1,135	3	1,566	3	1,915
4	0,4965	4	1,145	4	1,573	4	1,922
0,15	0,5157	0,65	1,155	1,15	1,581	1,65	1,928
6	0,5343	6	1,165	6	1,589	6	1,934
7	0,5525	7	1,175	7	1,596	7	1,941
8	0,5701	8	1,184	8	1,604	8	1,947
9	0,5873	9	1,193	9	1,611	9	1,954
0,20	0,6041	0,70	1,203	1,20	1,619	1,70	1,960
1	0,6206	1	1,212	1	1,626	1	1,966
2	0,6367	2	1,222	2	1,633	2	1,973
3	0,6524	3	1,231	3	1,641	3	1,979
4	0,6678	4	1,241	4	1,648	4	1,986
0,25	0,6830	0,75	1,250	1,25	1,655	1,75	1,992
6	0,6979	6	1,259	6	1,662	6	1,998
7	0,7125	7	1,268	7	1,669	7	2,004
8	0,7270	8	1,277	8	1,677	8	2,011
9	0,7411	9	1,286	9	1,684	9	2,017
0,30	0,7551	0,80	1,295	1,30	1,691	1,80	2,023
1	0,7688	1	1,304	1	1,698	1	2,029
2	0,7824	2	1,313	2	1,705	2	2,035
3	0,7956	3	1,321	3	1,713	3	2,042
4	0,8089	4	1,330	4	1,720	4	2,048
0,35	0,8219	0,85	1,339	1,35	1,727	1,85	2,054
6	0,8347	6	1,348	6	1,734	6	2,060
7	0,8469	7	1,356	7	1,741	7	2,066
8	0,8594	8	1,365	8	1,748	8	2,072
9	0,8719	9	1,373	9	1,755	9	2,078
0,40	0,8843	0,90	1,382	1,40	1,762	1,90	2,084
1	0,8962	1	1,390	1	1,769	1	2,090
2	0,9081	2	1,398	2	1,776	2	2,096
3	0,9200	3	1,407	3	1,782	3	2,102
4	0,9319	4	1,415	4	1,789	4	2,108
0,45	0,9437	0,95	1,423	1,45	1,796	1,95	2,114
6	0,9552	6	1,431	6	1,803	6	2,120
7	0,9665	7	1,439	7	1,810	7	2,126
8	0,9777	8	1,448	8	1,816	8	2,132
9	0,9887	9	1,456	9	1,823	9	2,138
0,50	1,0000	1,00	1,464	1,50	1,830	2,00	2,144

TABLEAU N° 2 " CORRECTION DE DENIVELEE " (suite)

D	c	D	c
2,00	2,144	2,50	2,420
1	2,150	1	2,425
2	2,155	2	2,431
3	2,161	3	2,436
4	2,166	4	2,441
2,05	2,172	2,55	2,447
6	2,178	6	2,453
7	2,183	7	2,458
8	2,189	8	2,463
9	2,194	9	2,469
2,10	2,200	2,60	2,474
1	2,206	1	2,480
2	2,212	2	2,485
3	2,218	3	2,491
4	2,224	4	2,496
2,15	2,230	2,65	2,501
6	2,236	6	2,506
7	2,242	7	2,511
8	2,248	8	2,516
9	2,254	9	2,521
2,20	2,260	2,70	2,526
1	2,265	1	2,531
2	2,271	2	2,536
3	2,276	3	2,541
4	2,282	4	2,546
2,25	2,287	2,75	2,551
6	2,292	6	2,556
7	2,297	7	2,561
8	2,303	8	2,567
9	2,308	9	2,572
2,30	2,313	2,80	2,577
1	2,318	1	2,582
2	2,324	2	2,587
3	2,329	3	2,592
4	2,335	4	2,597
2,35	2,340	2,85	2,602
6	2,346	6	2,607
7	2,351	7	2,612
8	2,357	8	2,617
9	2,362	9	2,622
2,40	2,368	2,90	2,627
1	2,373	1	2,632
2	2,378	2	2,637
3	2,384	3	2,643
4	2,389	4	2,648
2,45	2,394	2,95	2,653
6	2,399	6	2,658
7	2,404	7	2,663
8	2,410	8	2,669
9	2,415	9	2,675
2,50	2,420	3,00	2,679