

Modélisation inverse et variabilité altimétrique Application à une région de l'Atlantique Central Nord

Modélisation inverse
Altimétrie
Atlantique Central Nord
Expérience Topogulf
Seasat

Inverse modelling
Altimetry
Central North Atlantic
Topogulf experiment
Seasat

C. PROVOST, B. BOURLES, S. GANA, F. MARTEL, M. S. SUK
Laboratoire d'Océanographie Dynamique et de Climatologie
Université Pierre et Marie Curie, Tour 14-15
4 place Jussieu, 75252 PARIS Cedex 05, France.

Reçu le 26/2/86, révisé le 24/11/86, accepté le 18/12/86.

RÉSUMÉ

L'utilisation conjointe de données *in-situ* et de données satellitaires altimétriques est appliquée à une région limitée de l'Atlantique Central Nord contenant la 3^e boîte de l'expérience Topogulf. Cette application se divise en trois phases. La première est une « inversion » des données hydrographiques de cette 3^e boîte par modélisation variationnelle. La seconde consiste à utiliser la procédure de Ménard pour estimer la variabilité des courants géostrophiques de surface à partir des données des traces répétitives de Seasat. Enfin la synthèse de ces deux approches nous permet de discuter deux types très différents de solutions obtenus par inversion. Toutefois, nous devons nous garder d'interpréter hâtivement la variabilité obtenue par Seasat. Nous nous interrogeons également sur le concept de circulation générale.

Oceanol. Acta, 1987. Actes du Colloque Océanographie spatiale, Brest, 19-20 novembre 1985, 63-72.

ABSTRACT

Inverse modelling and altimetric variability : Application to a region of the central North Atlantic

We use satellite altimetry (Seasat data) together with *in-situ* ship measurements (CTD's from the Topogulf experiment) to investigate the general circulation in a limited area of the central North Atlantic (an area covering the third box of the Topogulf data set). The hydrographic data are inverted using the variational inverse method (Provost, Salmon, 1986). The 7 repetitive tracks of Seasat over the area are analysed with Ménard's procedure to provide estimates of the geopotential difference and geostrophic current variability (Ménard, 1983). The variability estimated from Seasat data leads to a quite different solution from that obtained by inversion of the hydrographic data alone. However, two difficulties prevent us from reaching a definite conclusion and from using the altimetric variability in the inverse model. The first difficulty arises from the interpretation of the variability obtained from Seasat, data, and the second arises from the concept of general circulation.

Oceanol. Acta, 1987. Spatial Oceanography Symposium, Brest, 19-20 November 1985, Proceedings, 63-72.

INTRODUCTION

Les données satellitaires altimétriques permettent d'estimer la variabilité temporelle de la hauteur du niveau de la mer (Cheney *et al.*, 1983), et moyennant

certaines hypothèses sur la dynamique océanique, d'interpréter cette variabilité de hauteur en variabilité de courants de surface et de suivre l'évolution spatio-temporelle de ces courants (Cheney, Marsh, 1981 ; Douglas *et al.*, 1983 ; Ménard, 1983 ; Thomson *et al.*,

© R.S.T.O.M., Fonds Documentaire

1983 ; Mallardé *et al.*, 1987 ; Périgaud *et al.*, 1986). En revanche, la détermination absolue des courants dans le temps et l'espace est limitée par l'insuffisance de notre connaissance du géoïde. Pour contourner ce problème et avoir un niveau de référence pour les vitesses, on peut utiliser, dans la mesure du possible, un géoïde gravimétrique ou un niveau moyen de la surface de la mer. On peut également recourir à des données *in situ* (positions de bouées dérivantes, de flotteurs subsurfaces, de XBT) (Byrne, Pullen, 1983), à des modèles océanographiques (Marshall, 1985), ou à la fois à des données *in situ* et à un modèle (De Mey, Robinson, 1986). Enfin, une autre possibilité provient des modèles de géoïde. Les modèles globaux du champ de gravité terrestre (Lerch *et al.*, 1981) fournissent une précision raisonnable pour le géoïde aux grandes longueurs d'onde. Ainsi pour estimer les courants moyens à l'échelle de bassins océaniques, Tai et Wunsch (1984) ont utilisé les données d'un modèle de géoïde (voir également Tai, 1983). Cependant, pour l'étude des courants moyens à des échelles plus petites, les modèles actuels du géoïde ne sont pas suffisamment précis.

Ici, nous considérons la circulation moyenne aux échelles spatiales de 100 à 1 000 km. Traditionnellement, la circulation générale est estimée avec une méthode inverse à partir des données hydrographiques. Nous montrons comment les données altimétriques sont sources d'informations complémentaires aux échelles moyennes, et comment elles peuvent être insérées dans une modélisation inverse grâce à l'information qu'elles apportent sur la variabilité des courants de surface. Nous présentons une application à un domaine limité (20° de latitude et longitude) dans l'Atlantique Central Nord. Cette étude se divise en trois phases. La première est une « inversion » d'une partie des données hydrographiques de l'expérience Topogulf par modélisation variationnelle. La seconde étape consiste à utiliser la procédure de Ménard pour estimer la variabilité des courants géostrophiques de surface à partir des données des traces répétitives du satellite Seasat. Finalement, la synthèse de ces deux approches nous permet de discuter deux types très différents de solutions (obtenus par inversion des seules données hydrographiques). Nous critiquons la variabilité altimétrique de Seasat et discutons la possibilité d'insérer une contrainte de variabilité dans une inversion.

LES DONNÉES

Les données Topogulf

L'expérience Topogulf est le résultat d'une coopération entre l'Institut für Meereskunde (IFM) de Kiel (RFA) et le Centre Océanologique de Bretagne (COB) de Brest. Divers types de mesures (hydrographie, courantométrie, flotteurs sub-surface positionnés acoustiquement...) ont été effectués pendant les années 1983-1985 dans le but d'éclaircir le rôle de la dorsale médio-atlantique dans la circulation générale de l'Atlantique Nord. Le déroulement expérimental et les objectifs scientifiques de cette mission sont présentés de façon complète et détaillée dans Topogulf Group (1987). Les mesures hydrographiques (fig. 1) ont été intentionnellement effectuées sur les

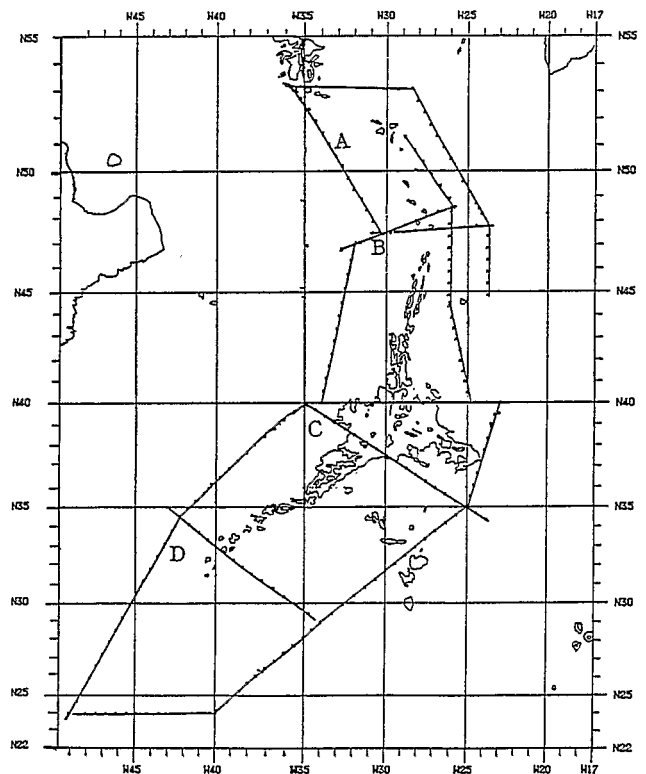


Figure 1

Position des données hydrographiques de la campagne Topogulf. Nous n'étudions ici que la boîte C. La ligne bathymétrique est celle des 2 000 m.

Positions of the Topogulf hydrographic stations. (We use only Box C stations). The bathymetric contour corresponds to the 2 000-m depth.

bords de quatre « boîtes » consécutives entourant la dorsale de 25° N à 53° N. Nous nous limitons à l'étude de la boîte C, c'est-à-dire aux stations 40 à 101. La distance moyenne entre deux stations est 40 km. Les variables température (*T*) salinité (*S*), pression (*P*) et oxygène dissous (O_2) sont mesurées à chaque station. La boîte C correspond d'une part à une des deux zones privilégiées de franchissement de la dorsale par le Gulf Stream (Stommel *et al.*, 1978), et d'autre part à la latitude du détroit de Gibraltar. Les eaux méditerranéennes sont aisément repérables vers 1 000 m de profondeur. Les données de la boîte sont quasi-synoptiques : elles ont été prises du 16 août au 1^{er} septembre 1983.

Les données Seasat

Nous estimons la variabilité des courants géostrophiques de surface à partir des données des traces répétitives de Seasat dans la région 20° W à 50° W et 20° N à 45° N, recouvrant la boîte C de Topogulf (fig. 2) ; ces données s'étendent du 15 septembre au 10 octobre 1978. La répétitivité est de 3 jours et la distance entre les traces du satellite est de 700 km dans la région étudiée. Les données Seasat et les données Topogulf ne sont pas simultanées. L'hypothèse faite est que les 24 jours de données répétitives Seasat permettent une estimation non biaisée de la variabilité des courants géostrophiques de surface, et que cette variabilité est celle des données Topogulf. Ces hypothèses sont discutées *a posteriori* dans les deux dernières sections.

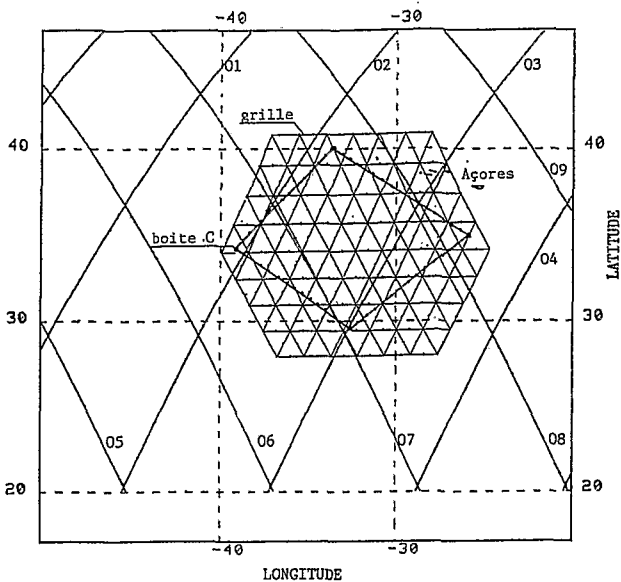


Figure 2
Traces répétitives du satellite Seasat et données hydrographiques (boîte C) sur la grille d'éléments finis.

Repetitive Seasat tracks and positions of hydrographic stations (Box C) on the finite-elements grid.

ANALYSE DES DONNÉES TOPOGULF (BOÎTE C)

Nous utilisons la méthode variationnelle inverse (Provost, Salmon, 1986) dont les principes généraux sont rappelés ici. C'est une optimisation globale tridimensionnelle qui permet de trouver une circulation lisse, compatible avec les données hydrographiques et avec les équations dynamiques des mouvements océaniques aux grandes échelles. Différents critères de lissage peuvent être utilisés. La solution qui représente la circulation moyenne ne doit pas être en parfait accord avec les données, qui sont des mesures instantanées, et contiennent ainsi la contribution des mouvements transitoires de petite échelle, non représentatifs de la circulation générale. Plus précisément, on spécifie *a priori* une quantité Q_d qui mesure le désaccord, appelé ici « misfit », entre la solution et les données. Les équations dynamiques sont les équations linéarisées des mouvements stationnaires aux grandes échelles : ce sont des approximations de la dynamique réelle et elles ne peuvent être imposées rigoureusement dans le modèle. On définit un second misfit Q_c qui correspond à une estimation des termes négligés dans les équations dynamiques approchées, c'est-à-dire au degré d'incapacité de ces équations à représenter un écoulement géophysique stationnaire réel de moyenne et grande échelle. Le problème peut s'exprimer en fonction d'une seule variable, la « fonction de courant » (*) $\psi(\lambda, \theta, z)$ définie par :

$$u = - \frac{g}{\rho_0 a 2 \Omega \sin \theta} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta}$$

(*) $\Psi(\lambda, \theta, z)$ n'est pas exactement une fonction de courant : la vitesse horizontale est divergente en raison de la variation du paramètre de Coriolis avec la latitude.

et

$$v = \frac{g}{\rho_0 a 2 \Omega \sin \theta \cos \theta} \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda} \quad (1)$$

D'après la relation hydrostatique, on a :

$$\rho = - \frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad (2)$$

où (λ, θ, z) sont les coordonnées sphériques locales, Ω est la vitesse angulaire de la Terre, a son rayon, g l'accélération de la pesanteur, ρ la densité *in situ* calculée à partir des mesures de température T et salinité S , et ρ_0 la densité moyenne. Le problème variationnel consiste à minimiser la fonctionnelle $J[\Psi]$:

$$J[\Psi] = \iiint_V \{ L^2[\Psi] + \mu \sum_{j=1}^{ND} \left[D^2[\Psi] - \frac{Q_d^2}{ND} \right] \delta(\underline{x} - \underline{x}_j) \} dV + \lambda \iint_{\Sigma} [T^2[\Psi] - Q_c^2] dS \quad (3)$$

où * $L^2[\Psi]$ est la contrainte de lissage :

$$L^2[\Psi] = \nabla \Psi \nabla \Psi + \mu_0^2 \nabla^2 \Psi \nabla^2 \Psi \quad (4)$$

* $D[\Psi]$ est la contrainte des données :

$$D[\Psi] = \frac{\partial \Psi}{\partial z} + \rho$$

avec

$$Q_d^2 = \sum_{j=1}^{ND} \iiint D^2[\Psi] \delta(\underline{x} - \underline{x}_j) d\underline{x} \quad (5)$$

(ND est le nombre total de données, \underline{x}_j la position de la $j^{\text{ème}}$ donnée).

* $T[\Psi]$ est la contrainte du transport de Sverdrup :

$$T[\Psi] = \text{rot } \underline{\tau} - \frac{g}{a^2 \cos \theta} \frac{\partial(H, \Psi)}{\partial(\lambda, \theta)} \Big|_{\lambda, \theta, -H(\lambda, \theta)} - \frac{g}{a^2 \sin \theta} \int_{-H(\lambda, \theta)}^0 \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda} dz \quad (6)$$

avec

$$Q_c^2 = \iint T^2[\Psi] a^2 \cos \theta d\lambda d\theta$$

et où $H(\lambda, \theta)$ est la topographie du fond.

Le choix de la contrainte de lissage est discuté en annexe. Les approximations faites dans la formulation (6) de la contrainte de Sverdrup (les termes non linéaires et le rotationnel du vent moyen sont négligés) ont été étudiées en détail par Provost et Salmon (1986). Le domaine de validité de l'équation (6) concerne les mouvements d'échelle supérieure à 100 km. La limite supérieure tolérable du misfit Q_c est estimée à partir d'une analyse d'ordre de grandeur des termes négligés.

Alors que seul le cisaillement vertical de la vitesse

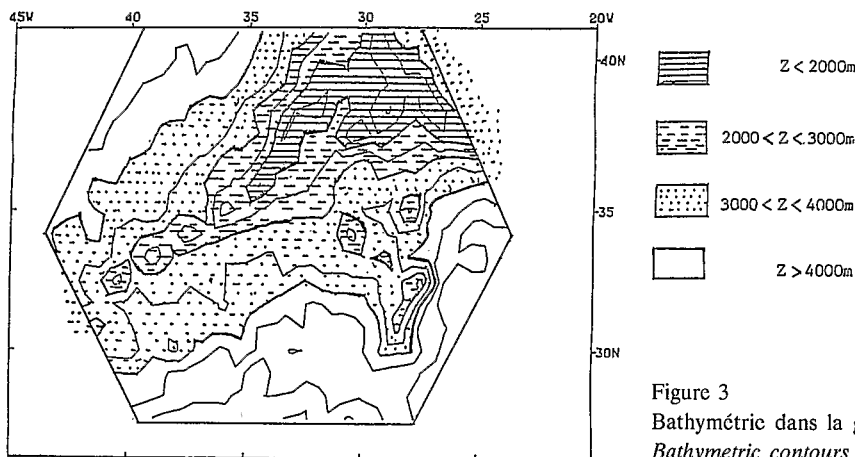


Figure 3
Bathymétrie dans la grille d'éléments finis.
Bathymetric contours on the finite-element grid.

horizontale intervient dans la contrainte de données, la vitesse absolue est prise en compte dans la contrainte de Sverdrup.

La résolution numérique de l'équation (3) est détaillée dans Provost (1983). Pour la représentation numérique, on utilise des éléments finis du second degré sur le plan horizontal (grille des éléments finis dans la figure 3) et des modes empiriques calculés à partir des données pour la direction verticale (pour la méthode voir Suk, 1985).

Les multiplicateurs de Lagrange μ et λ mesurent l'importance relative accordée à chaque contrainte. Plus un multiplicateur de Lagrange est grand, plus la contrainte associée est respectée et plus le misfit correspondant est petit. En faisant varier la valeur des multiplicateurs de Lagrange, on modifie les misfits et on peut ainsi étudier tout l'ensemble de solutions compatibles avec les données et les dynamiques à l'intérieur des limites tolérables par la physique. Ainsi, l'ensemble des solutions acceptables peut-il se représenter schématiquement comme indiqué sur la figure 4. Toute solution se caractérise par son misfit avec les données et son misfit avec la contrainte dynamique. Elle est donc représentée par un point sur le plan (Q_d, Q_c). Le domaine des solutions acceptables est limité par la droite $Q_d = 0,017$ unités sigma qui représente le misfit maximal tolérable sur les données, par la droite $Q_c = 5 \cdot 10^{-4}$ m/s qui correspond au misfit maximal tolérable sur la contrainte de Sverdrup et par la courbe C qui correspond à une limite de caractère lisse. Tous les points en dessous de

cette courbe C correspondent à des solutions qui ne sont pas assez lisses pour être acceptées. Les misfits maximaux tolérables sont estimés à partir de données hydrographiques suivant la méthode décrite en détail dans Provost (1987) pour prendre en compte les échelles spatio-temporelles que l'on cherche à représenter. Le misfit maximal tolérable sur les données est relativement grand, ce qui correspond à une relativement importante variabilité spatio-temporelle. Le misfit maximal tolérable sur la contrainte de Sverdrup est également grand. La distribution verticale de ces misfits dans les solutions est ajustée par des pondérations (voir Provost, 1987). Le domaine de solutions acceptables qui correspond à ces grands misfits est vaste. Les solutions sont relativement peu contraintes par les seules données hydrographiques et la contrainte de Sverdrup.

Nous présentons deux solutions extrêmes de ce domaine de solutions acceptables. L'une Ψ_1 correspond à un petit misfit sur les données (0,010 unités sigma) tandis que l'autre Ψ_2 correspond à un misfit sur les données assez grand (0,017 unités sigma). Le misfit sur la contrainte de Sverdrup est le même pour Ψ_1 et Ψ_2 : $2 \cdot 10^{-5} \text{ms}^{-1}$. Ψ_1 correspond à une solution « synoptique », elle présente davantage de structures fines, tandis que Ψ_2 correspond à une solution « climatique » (fig. 5). Ces deux solutions correspondent à des courants d'amplitude très différente à 100 m (dans un rapport de 1 à 4), mais elles ont certaines propriétés en commun. Elles indiquent toutes deux dans les couches de surface un courant moyen orienté vers le Sud-Est sur une épaisseur d'environ 600-700 m qui correspond à la branche sud du Gulf Stream (Gould, 1985 ; Käse, Siedler, 1982). A plus grande profondeur, le courant s'oriente au contraire vers l'Ouest.

La première solution Ψ_1 , la solution « synoptique », peut être comparée avec les calculs de vitesse obtenus par Sy (1985) sur les sections nord-sud de Topogulf. Il a utilisé la méthode dynamique (sans misfit) en prenant un niveau de référence à 2 000 m. L'accord entre Ψ_1 et la solution de Sy est relativement bon sur la section Ouest (fig. 6 a), ce qui tend à prouver que le choix du niveau de référence à 2 000 m s'avère judicieux. Par contre, sur la section Est (fig. 6 b), nos vitesses sont différentes des siennes (plus fortes) et le niveau de référence n'est pas horizontal à 2 000 m pour Ψ_1 . Sur toutes les sections en revanche, on observe dans les couches de surface des cisaillements

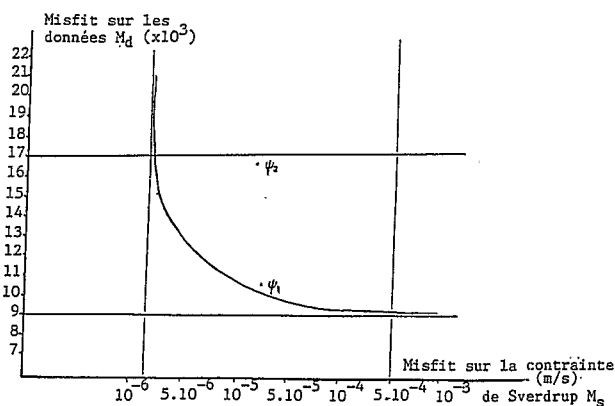


Figure 4
Domaine de solutions acceptables dans le plan des misfits.
Domain of acceptable solutions in the misfit plane.

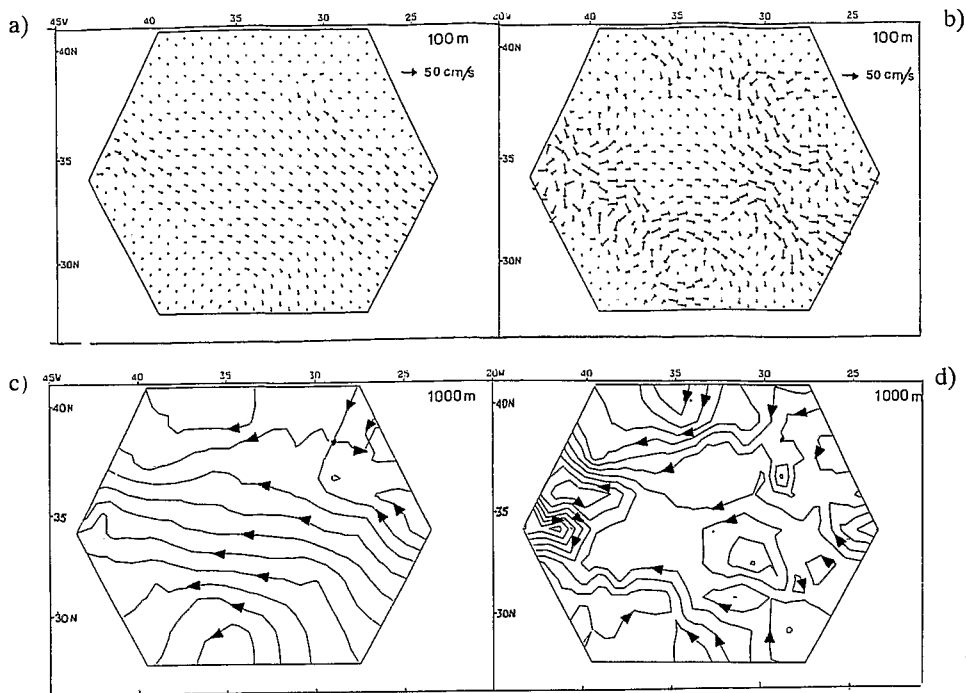


Figure 5

a : courants à 100 m de la solution « climatologique » (1 cm = 150 cm/s).
 b : courants à 100 m de la solution « synoptique » (1 cm = 150 cm/s).
 c : fonction de courant à 1 000 m de la solution « climatologique ».
 d : fonction de courant à 1 000 m de la solution « synoptique ».

a : Currents at 100-m depth in the « climatological » solution (1 cm = 150 cm/s)
 b : Currents at 100-m depth in the « synoptic » solution (1 cm = 150 cm/s)
 c : Stream function at 1 000-m depth in the « climatological » solution.
 d : Stream function at 1 000-m depth in the « synoptic » solution.

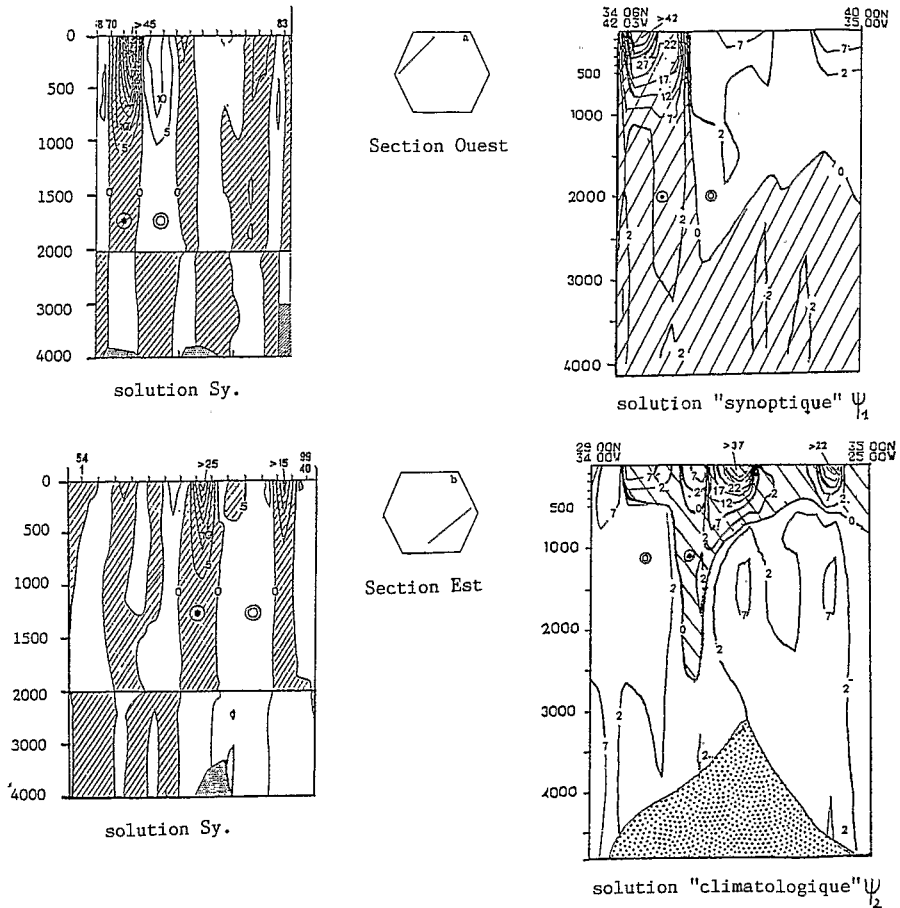


Figure 6

a : coupe verticale de la section Ouest à gauche celle de Sy ; à droite la nôtre.
 b : coupe verticale de la section Est à gauche celle de Sy ; à droite la nôtre.

a : Vertical section along the western hydrographic track : left, Sy's section ; right, our « synoptic » solution.
 b : Vertical section along the eastern hydrographic track : left, Sy's section ; right, our « climatological » solution.

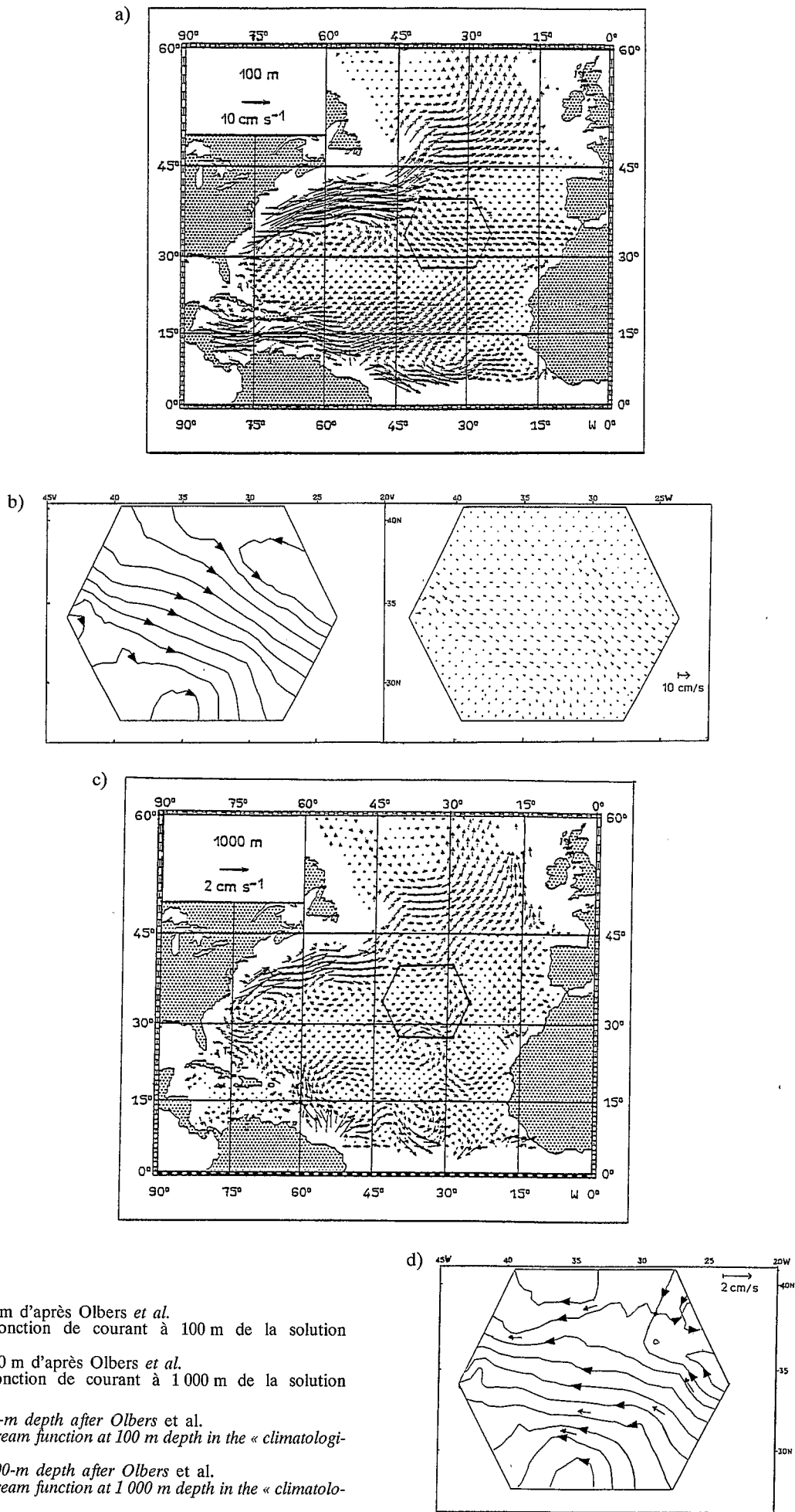


Figure 7

a : courants à 100 m d'après Olbers *et al.*
 b : courants et fonction de courant à 100 m de la solution « climatologique ».
 c : courants à 1000 m d'après Olbers *et al.*
 d : courants et fonction de courant à 1000 m de la solution « climatologique ».
 a : Currents at 100-m depth after Olbers *et al.*
 b : Currents and stream function at 100 m depth in the « climatological » solution.
 c : Currents at 1000-m depth after Olbers *et al.*
 d : Currents and stream function at 1000 m depth in the « climatological » solution.

torts correspondant à la branche sud du Gulf Stream. La seconde solution Ψ_2 , la solution « climatique », ressemble beaucoup à la solution de Olbers *et al.* (1985) obtenue à partir des données climatologiques de Levitus (1982) et la méthode de la spirale bêta (fig. 7, 8). Dans ces 2 solutions (celle de Olbers *et al.* et la solution Ψ_2 , les vitesses maximales n'excèdent jamais 4 cm/s à 100 m et on observe un mouvement diffus vers l'Est sans pouvoir distinguer de front correspondant à la branche sud du Gulf Stream. L'accord global entre Ψ_2 et la solution de Olbers *et al.* est assez bon, excepté à 1000 m où nous avons des vitesses de directions opposées. Leurs vitesses vers l'Est pour l'eau méditerranéenne semblent suspectes.

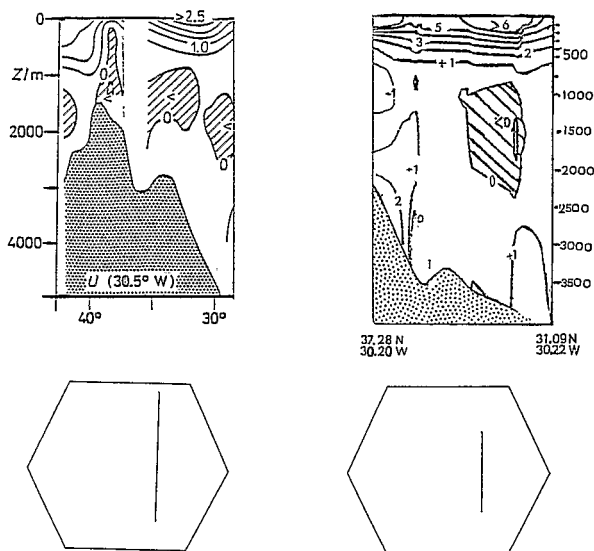


Figure 8

Coupe verticale de la section Nord Sud à 30,5° Ouest à gauche d'après Olbers ; à droite notre solution « climatologique ».

Vertical section along the North-South track at 30.5° W : left, after Olbers' ; right, our « climatological » solution.

Avec les seules données hydrographiques, nous ne pouvons réduire le domaine de solutions acceptables. Nous avons choisi ici d'examiner la variabilité des courants géostrophiques à partir des données Seasat.

ANALYSE DE LA VARIABILITÉ DES TRACES RÉPÉTITIVES DE SEASAT

Les données Seasat sont analysées à l'aide de la procédure de Ménard (1983) dont nous rappelons brièvement le principe. Pour estimer la variabilité des courants quasi géostrophiques, c'est-à-dire l'importance des écarts par rapport à leur valeur moyenne, nous ne considérons que les données des traces répétitives Seasat. La répétitivité des passages permet de prendre comme niveau de référence le passage moyen, obtenu en faisant la moyenne de tous les passages répétitifs au-dessus d'une même trace.

Dans le domaine d'étude, nous avons 7 traces de 8 passages chacune. Les données obtenues du Centre National d'Etudes Spatiales (CNES) ont déjà été corrigées des effets ionosphériques, troposphériques et de pression atmosphérique. Nous visualisons chaque profil, et éliminons les données aberrantes à la

main, ce qui supprime 1 % des points. Les données manquantes sont remplacées par la moyenne entre le passage précédent et le passage suivant. Pour ne retenir que la partie de la variabilité due aux courants quasi géostrophiques, les effets de grandes longueurs d'onde (erreur d'orbite, marée) sont réduits en calant les passages d'une même trace sur le polynôme du second degré passant par le passage moyen.

Pour chaque passage j de hauteur η_j au-dessus d'une même trace, on calcule alors la valeur η'_j de la surélévation instantanée de l'océan due au champ tourbillonnaire :

$$\eta'_j = \eta_j - \bar{\eta} \quad \text{avec} \quad \bar{\eta} = \frac{1}{8} \sum_{j=1}^8 \eta_j$$

$j = 1, \dots, 8 \text{ N}^\circ \text{ de passage.}$

La quantité $\hat{\eta}$ définie par :

$$\hat{\eta} = \sqrt{\sum_j \eta_j'^2 / 8} \quad (7)$$

représente la variabilité de la hauteur dynamique le long de la trace considérée.

Les hauteurs dynamiques permettent de calculer le long de chaque passage de direction Ox, la valeur de la vitesse géostrophique dans la direction perpendiculaire Oy par la relation :

$$v_{\theta_j} = \frac{g}{f} \frac{\partial \eta'_j}{\partial x} \quad (8)$$

En supposant une distribution isotrope du champ des vitesses, la variance de la vitesse géostrophique permet d'avoir une estimation de l'énergie cinétique tourbillonnaire en surface :

$$E_c = \frac{1}{8} \sum_{j=1}^8 v_{\theta_j}^2 = \frac{1}{8} \frac{g^2}{f^2} \sum_{j=1}^8 \left(\frac{\partial \eta'_j}{\partial x} \right)^2 \quad (9)$$

Toutes les traces sont étudiées une à une ; on obtient la variabilité de hauteur dynamique en chaque point de mesure. Nous retenons les valeurs obtenues à l'intérieur du domaine couvert par la grille d'éléments finis, soit 255 points. Nous utilisons alors la méthode variationnelle pour obtenir un champ bidimensionnel de variabilité de la hauteur dynamique (fig. 9 a). La procédure variationnelle, dans ce cas, est simplement équivalente à un lissage et une interpolation. De la même façon, on obtient le champ d'énergie cinétique turbulente (fig. 9 b).

La forte variabilité de la hauteur dynamique dans le coin nord ouest du domaine (0,10 m) correspond à la branche sud du Gulf Stream. En tendance générale, la variabilité décroît vers l'Est à partir de son maximum au Nord Ouest. Tout le nord-est du bassin échappe à cette règle : on retrouve là une variabilité importante. On ne peut s'empêcher de remarquer la similitude entre le contour 0,04 m de variabilité de hauteur dynamique (fig. 9 a) et le contour 2000 m de bathymétrie au Nord Est (dorsale médio-atlantique fig. 3). Cette concordance traduit une nette augmentation de l'activité tourbillonnaire en présence de topographie, phénomène déjà observé avec les données altimétriques (Daniault, Ménard, 1985).

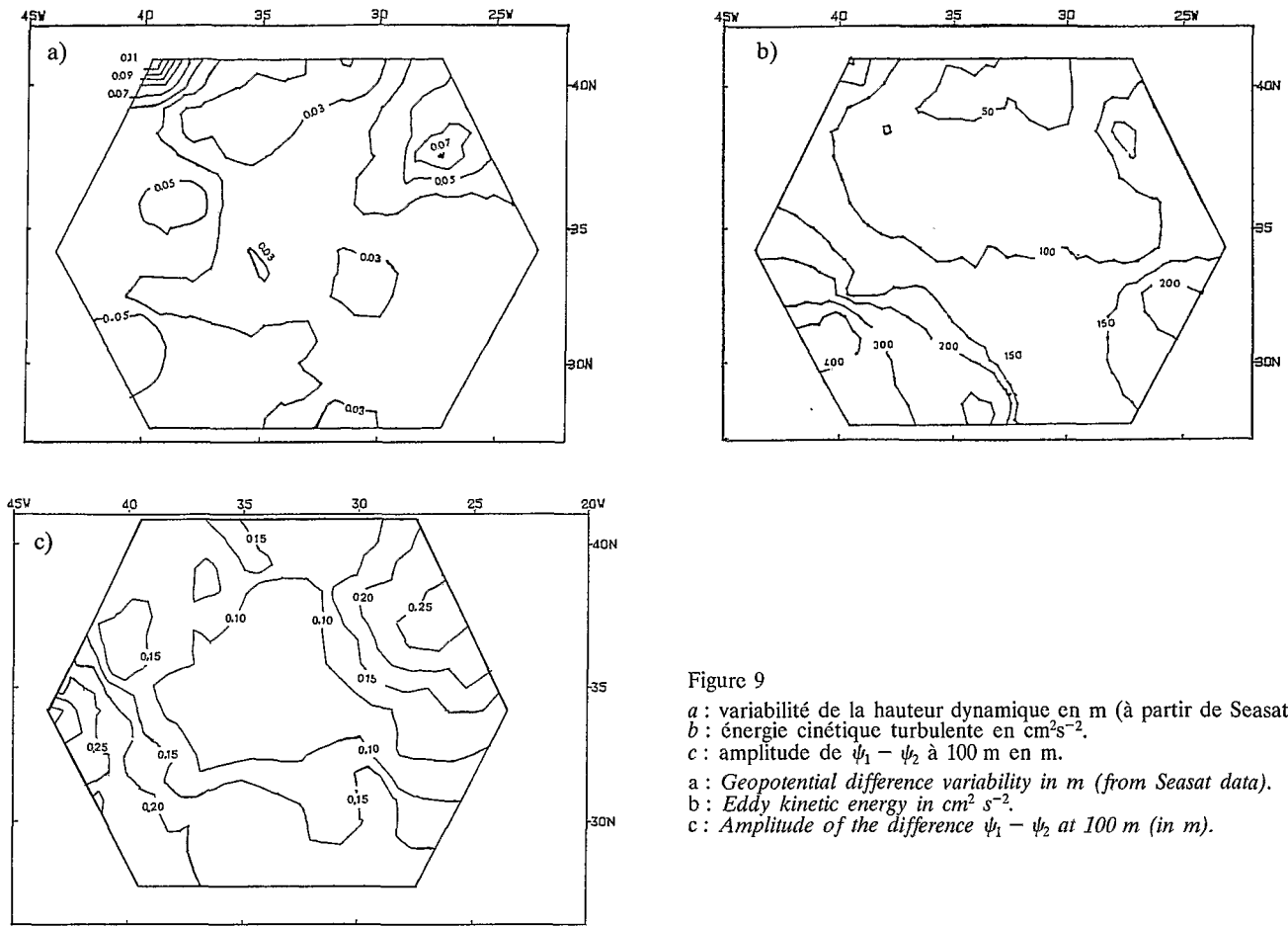


Figure 9

- a : variabilité de la hauteur dynamique en m (à partir de Seasat).
 - b : énergie cinétique turbulente en $\text{cm}^2 \text{s}^{-2}$.
 - c : amplitude de $\psi_1 - \psi_2$ à 100 m en m.
- a : Geopotential difference variability in m (from Seasat data).
 b : Eddy kinetic energy in $\text{cm}^2 \text{s}^{-2}$.
 c : Amplitude of the difference $\psi_1 - \psi_2$ at 100 m (in m).

L'allure générale de la carte d'énergie cinétique tourbillonnaire est assez différente de celle de la variabilité de hauteur dynamique. Cela s'explique simplement : il n'y a pas de relation claire entre $\hat{\eta}$ et E_c , en particulier :

$$\left(\frac{\partial \hat{\eta}}{\partial x}\right)^2 \propto \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\sqrt{\sum_{j=1}^8 \eta_j^2}\right)\right]^2 \neq \sum_{j=1}^8 \left(\frac{\partial \eta_j}{\partial x}\right)^2. \quad (10)$$

Ainsi, on peut obtenir une énergie cinétique importante associée à une variabilité de hauteur de surface de mer relativement faible dans le cas où l'échelle spatiale des écarts de hauteur par rapport à l'élévation moyenne est petite et les pentes de ces écarts (*i. e.* les vitesses turbulentes) relativement grandes. C'est ce qui se passe dans les régions sud-ouest et sud-est du domaine où la variabilité de hauteur de mer est faible (respectivement 0,05 m et 0,04 m) et l'énergie turbulente associée relativement élevée (respectivement 400 et 200 $\text{cm}^2 \text{s}^{-2}$). La variabilité de l'élévation de la surface libre est à peu près du même ordre de grandeur que la précision de la mesure altimétrique (quelques centimètres) sur une grande partie de la région étudiée. On ne peut dire que les valeurs obtenues soient des mesures significatives ; mais tout au moins elles indiquent un ordre de grandeur. Les incertitudes associées à l'énergie cinétique tourbillonnaire, qui est obtenue en différenciant les écarts de hauteur le long des traces, rendent périlleuse toute tentative d'interprétation.

Avant toute synthèse, nous devons réfléchir à ce que représente vraiment cette variabilité obtenue à partir des seuls passages répétitifs Seasat, c'est-à-dire seulement sur 24 jours. Fu (1983) a étudié les spectres de variabilité de hauteur dynamique et d'énergie cinétique tourbillonnaire obtenus à partir des données répétitives de Seasat. La forme des spectres semble en accord avec la théorie et les observations ; en revanche, l'énergie cinétique intégrée est environ 5 fois plus petite que celle calculée à partir de mesures *in situ*. Trois raisons principales sont invoquées pour expliquer cette différence.

Tout d'abord, la courte durée de la période répétitive de la mission Seasat limite le spectre à des fréquences supérieures à 1 cycle par 24 jours. Une étude comparative des analyses de variabilité des données altimétriques de Geos 3 et de Seasat, satellites de caractéristiques différentes (altimètres, orbite, durée, époque) fait cruellement défaut et serait fort instructive.

Une deuxième raison est le biais introduit par les mesures *in situ*. Les mesures *in situ* sont plus abondantes dans les endroits où le signal est important. De plus, elles ne distinguent pas variabilité spatiale et variabilité temporelle. Une troisième raison, non négligeable, est la différence de nature du signal. La variabilité de hauteur dynamique obtenue par Seasat est une grandeur intégrée verticalement sur toute la colonne d'eau. Elle est comparée à la variabilité observée à la surface. On ne peut espérer un accord que si les mouvements profonds sont négligeables ou varient peu. Ce n'est pas le cas en général dans l'océan. Cette différence dans la nature des deux signaux comparés peut agir dans le sens d'une

compensation et la variabilité altimétrique devrait être moindre que la variabilité *in situ* de surface, ou bien les variations à l'intérieur de la colonne d'eau peuvent s'ajouter et la variabilité altimétrique devrait être plus grande que la variabilité de surface. Ce problème de la différence entre variabilité de surface et variabilité altimétrique mérite plus d'attention.

SYNTHÈSE DES DEUX APPROCHES

Nous avons obtenu, à l'aide de la méthode variationnelle inverse, deux types de champs de vitesse, tous deux compatibles avec les données hydrographiques et la contrainte de Sverdrup. Un de ces champs ψ_1 , qualifié de « synoptique », semble décrire les tourbillons de moyenne échelle (50-100 km) présents dans les données hydrographiques ; l'autre ψ_2 , le champ « climatologique », très lisse, filtre les tourbillons et semble s'approcher de la définition traditionnelle de la circulation générale. Si cette interprétation de ψ_1 et ψ_2 est correcte, alors $\psi_1 - \psi_2$ est une mesure du champ tourbillonnaire présent dans les données hydrographiques. Si de plus, la variabilité obtenue par les données Seasat est fiable, alors le champ $\psi_1 - \psi_2$ doit être compatible avec elle.

Pour appréhender cette compatibilité, on calcule le champ $h(x, y)$ défini par :

$$h(x, y) = \{[\psi_1(x, y, 0) - \psi_2(x, y, 0)]^2\}^{1/2} \quad (11)$$

D'après les équations (1) et (8), h est une grandeur analogue à η' et si l'interprétation des champs ψ_1 et ψ_2 présentée ci-dessus est bonne, alors $h(x, y)$ quantifie l'écart de la solution « synoptique » ψ_1 par rapport à la solution « climatologique » ψ_2 . Cet écart (fig. 9 c) est toujours plus important que la variabilité de hauteur dynamique fournie par Seasat par un facteur 4 en moyenne. On ne peut donc parler de compatibilité.

Cette incompatibilité, si on accepte l'hypothèse de la représentativité de la variabilité obtenue par Seasat, tend à prouver que les forts courants de ψ_1 font partie de la circulation générale ou tout au moins que les tourbillons apparents dans ψ_1 ont une période (variabilité) supérieure à 24 jours.

On se heurte ici à deux problèmes qui empêchent une conclusion tout à fait définitive. Le premier, évoqué dans le paragraphe précédent, est le problème de la représentativité de la variabilité obtenue par Seasat. Le second problème vient du concept de circulation générale.

Dans la conception traditionnelle, on cherche un schéma de circulation à partir de données s'étalant sur plusieurs décennies (données de Levitus par exemple). On obtient une circulation diffuse, peu énergétique, très lisse, et de forts coefficients de viscosité turbulente. Cette approche fut longtemps celle qui a prévalu en océanographie, en partie à cause du manque de données. Notre solution « climatologique » relève de cette idée de la circulation générale.

Avec l'amélioration du nombre et de la précision des mesures, le concept de circulation générale évolue. Des phénomènes transitoires, tels que El Niño, font indiscutablement partie de la circulation générale. Il devient souhaitable et possible de traiter les données à l'échelle de temps de chaque campagne, ce qui va

permettre d'étudier l'évolution de la circulation générale. Notre solution « synoptique » appartient à cette nouvelle conception. C'est dans cette optique d'étude de l'évolution de la circulation générale que se dessinent le programme World Ocean Circulation Experiment (WOCE) et l'utilisation des données satellitaires.

Remerciements

Nous tenons à remercier Y. Ménard, J. F. Minster, C. Périgaud et J. P. Malardé pour leur aide. L'un de nous, S. Gana, a bénéficié d'un séjour d'une semaine au CNES-GRGS (Groupe de Recherche de Géodésie Spatiale). Nous remercions également A. Colin de Verdière et M. Arhan de nous avoir introduits dans le groupe Topogulf. Pour ces travaux, nous avons bénéficié d'un contrat de l'ATP Télédétection (n° 950035).

ANNEXE

Le lissage dans la méthode variationnelle inverse

L'élément le plus arbitraire dans la formulation variationnelle inverse est le choix de la contrainte de lissage. La méthode n'aurait que peu d'intérêt si le résultat dépendait de façon cruciale du choix de la norme. Provost et Salmon (1986) ont montré que les solutions ne sont pas sensibles au choix de la norme si les données et les dynamiques sont suffisamment contraignantes. Cependant, il nous a semblé utile de justifier le choix (4).

Un champ est lisse si sa norme est petite. On obtiendra le champ le plus lisse satisfaisant les données et les dynamiques si sa norme $J_m[\psi]$ est minimale. La forme générale de la norme de ψ est $J_m[\psi]$:

$$J_m[\Psi] = \sum_{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = m} \frac{m!}{\alpha_1! \alpha_2! \alpha_3!} \iiint \left(\frac{\partial^m \psi}{\partial x^{\alpha_1} \partial y^{\alpha_2} \partial z^{\alpha_3}} \right)^2.$$

Plus m , l'ordre de la norme $J_m[\psi]$, est élevé, plus les petites échelles sont pénalisées et plus le critère de lissage est rigoureux. En général, les normes qui contiennent des dérivées d'ordre supérieur produisent des champs avec moins de variabilité de petite échelle et un comportement moins singulier aux points de données. Whaba et Wendelberger (1980) ont montré que le degré de la dérivée la plus haute dans la contrainte de lissage doit au moins être supérieur de deux unités au degré de la dérivée la plus haute de la contrainte de données pour obtenir une solution continue et de dérivée première continue en tout point.

Dans le cas présent, un laplacien horizontal est suffisant pour assurer une solution continue et continûment dérivable puisque la contrainte de données (5) ne contient pas de dérivées dans la direction horizontale. (Le lissage dans la direction verticale est garanti par la décomposition en modes verticaux). Cependant, un opérateur de lissage ne contenant que des dérivées d'ordre élevé conduit à une convergence numérique lente. Le choix de la norme (4) correspond à la volonté d'obtenir des solutions sans singularités (présence du laplacien) et une convergence numérique rapide (présence de dérivées premières).

Cette norme a une interprétation physique, puisque le carré du gradient de la fonction de courant correspond à l'énergie cinétique et le carré du laplacien à l'énstrophie relative. Le paramètre μ_0 a la dimension d'une

longueur, et nous observons que le choix optimal correspond à $\mu_0 = 30 \cdot 10^3$ m ce qui correspond à la distance moyenne entre deux points de la grille.

REFERENCES

- Byrne H. M., Pullen P. E., 1983. Seasat-derived Ocean Surface Topography : Comparison With Coincident Kuroshio Hydrographic Data, *J. Geophys. Res.*, **88**, C4, 2621-2625.
- Cheney R. E., Marsh J. G., 1981. Seasat Altimeter Observations of Dynamic Topography in the Gulf Stream Region, *J. Geophys. Res.*, **86**, C1, 473-483.
- Cheney R. E., Marsh J. G., Beckley B. D., 1983. Global mesoscale variability from collinear tracks of Seasat altimeter data, *J. Geophys. Res.*, **88**, 4343-4354.
- Daniault N., Menard Y., 1985. Eddy kinetic energy distribution in the southern ocean from altimetry and FGGE drifting buoys, *J. Geophys. Res.*, **90**, C6, 11877-11899.
- De Mey P., Robinson A. R., 1987. Assimilation of altimeter eddy fields in a limited area quasi-geostrophic model, *J. Phys. Oceanogr.*, sous presse.
- Douglas B. C., Cheney R. E., Agreen R. W., 1983. Eddy Energy of Northwest Atlantic and Gulf of Mexico, determined by GEOS 3 altimetry, *J. Geophys. Res.*, **88**, C14, 9595-9603.
- Fu L. L., 1983. On the wave spectrum of oceanic mesoscale variability observed by Seasat altimeter, *J. Geophys. Res.*, **88**, 4331-4341.
- Gould W. J., 1985. Physical Oceanography of the Azores Front, *Prog. Oceanogr.*, **14**, 167-190.
- Käse R. H., Siedler G., 1982. Meandering of the subtropical front southeast of the Azores, *Nature*, **300**, 5889, 245-246.
- Lerch F. J., Klosko S. M., Laubster R. E., Wagner C. A., 1981. Goddard Earth Models for oceanographic observations (GEM 10B and 10C), *Mar. Geod.*, **5**, 145-186.
- Levitus S., 1982. Climatological atlas of the world ocean, National Oceanic and Atmospheric (NOAA), Administration Technical Paper.
- Malardé J. P., De Mey P., Périgaud C., Minster J. F., 1987. Observations of long equatorial waves in the Pacific Ocean by Seasat altimetry, *J. Phys. Oceanogr.*, sous presse.
- Marshall J. C., 1985. Determining the ocean circulation and improving the geoid from satellite altimetry, *J. Phys. Oceanogr.*, **15**, 330-349.
- Menard Y., 1983. Observations of eddy fields in the Northwest Atlantic and Northwest Pacific by Seasat altimeter data, *J. Geophys. Res.*, **88**, C3, 1953-1966.
- Olbers D. J., Wenzel M., Willebrand J., 1985. The interference of North Atlantic circulation patterns from climatological hydrographic data, *Rev. Geophys.*, **23**, 4, 313-356.
- Périgaud C., Minster J. F., Reverdin G., 1986. Zonal slope variability in the tropical Indian ocean studied from Seasat altimetry, *Mar. Geod.*, **10**, 53-68.
- Provost C., 1983. A variational method for estimating the general circulation in the ocean, *Ph. D. thesis Univ. of California*, San Diego, 1983, 95 p.
- Provost C., 1987. The variational inverse method revisited, *Annales Geophysicae* **87/03 B**, 213-219.
- Provost C., Salmon R., 1986. A variational method for inverting hydrographic data, *J. Mar. Res.*, **44**, 1-34.
- Stommel H., Niiler P., Anati D., 1978. Dynamic topography and recirculation of the North Atlantic, *J. Mar. Res.*, **36**, 449-469.
- Suk M. S., 1985. On the seasonal mean circulation in the tropical equatorial Atlantic Ocean using the variational inverse method. *Thèse 3^{ème} cycle, univ. Pierre-et-Marie Curie*, Paris, 1985, 122 p.
- Tai C. K., 1983. On determining the Large scale Ocean Circulation from Satellite Altimetry, *J. Geophys. Res.*, **88**, C14, 9553-9565.
- Tai C. K., Wunsch C., 1984. An estimate of global absolute-dynamic topography, *J. Phys. Oceanogr.*, **14**, 457-463.
- Thomson J. D., Born G. H., Maul G. A., 1983. Collinear-Track Altimetry in the Gulf of Mexico From Seasat : Measurements, Models, and Surface Truth, *J. Geophys. Res.*, **88**, C3, 1625-1636.
- Topogulf Group, 1987. Topogulf, A study of the effect of the Mid Atlantic Ridge on the North Atlantic Circulation (en prép.).
- Whaba G., Wendelberger J., 1980. Some new mathematical methods for variational objective analysis using splines and cross validation, *Mon. Weather Rev.*, **108**, 1122-1143.