

Fonctions de production, isoquantes et doses optimales d'azote, de phosphore et de potassium pour quelques cultures dans la moyenne vallée du fleuve Sénégal

□ □ □

J. P. Ndiaye* et B. Barry**

* Pédologue, ISRA Saint-Louis, B.P. 240, Sénégal

** Hydraulicien, ISRA Djibélor, B.P. 93, Sénégal

La recherche d'une formule de fumure minérale optimale exige que l'on tienne compte d'un certain nombre de facteurs dont les principaux sont :

- le milieu : sol et climat ;
- la plante cultivée ;
- l'engrais utilisé et son mode d'apport.

L'approche technique du problème de la mise au point d'une formule de fumure minérale optimale pour accroître le rendement, se double d'une préoccupation économique, visant la réalisation d'un bénéfice. La recherche d'une telle formule est donc un problème suffisamment complexe pour qu'on l'étudie sous tous ses aspects. Il faudrait, par exemple, qu'un essai de fumure NPK envisage toutes les combinaisons possibles entre les trois éléments nutritifs, afin que l'on ait la certitude que la plus favorable n'a pas été omise. Cependant, ce nombre est pratiquement illimité et par conséquent, il est nécessaire de n'en retenir qu'un certain nombre d'entre elles. Ceci pose le problème du choix des niveaux de chacun des éléments N, P et K, de leurs combinaisons et de leur répartition dans un espace factoriel.

La connaissance des facteurs limitants à un moment donné peut aboutir à préconiser des fumures complètes. Ceci peut se justifier dans certaines conditions où il faut n'engager que des dépenses présumées devoir être les plus génératrices de revenus, mais cela équivaut à exploiter les stocks des autres éléments dont certains ne sont pas reconstitués naturellement au rythme d'une utilisation accrue par la levée des premiers prélèvements (Garaudeaux. 1973). Dans le cas général, la fumure doit, plus ou moins rapidement, perdre son

caractère correctif des déficiences du sol en phosphore et en potassium, pour acquérir celui de complément à ce qui peut être fourni par le sol.

Dès lors, le problème n'est plus de savoir quels éléments on doit incorporer dans la fumure, mais bien de définir les quantités de chacun d'eux qu'il est économiquement raisonnable d'apporter (Garaudeaux, 1973).

L'emploi de la fumure minérale est une des pratiques les plus puissantes pour augmenter les rendements des cultures. Cela est généralement reconnu. La formule de fumure minérale N120 P60 K60 actuellement recommandée dans la vallée du fleuve Sénégal a été mise au point bien avant la mise en service des barrages de Diama et Manantali qui, avec la maîtrise de l'eau, crée des nouvelles conditions de culture. De plus on constate une certaine dérive de la part des agriculteurs dans l'application des recommandations de la recherche agronomique en matière de fertilisation. En effet certains critères tels la disponibilité financière, le coût des engrais, le rendement espéré *etc.*, qui ne sont pas toujours pris en compte dans les conseils de fumure actuels, sont déterminants dans le processus de décision de l'agriculteur en matière de fertilisation.

Les recherches dont nous présentons les résultats avaient pour objectif d'étudier la réponse de certaines cultures à différents équilibres d'azote, de phosphore et de potassium dans les conditions pédoclimatiques de la moyenne vallée du fleuve Sénégal afin de définir des formules d'engrais économiquement rentables.

MATÉRIELS ET MÉTHODES

Dispositif expérimental

L'arrangement composé rotatif central (Box and Hunter, 1957) a été utilisé dans les différents essais, pour déterminer les différents équilibres d'azote, de phosphore et de potassium à tester.

Cet arrangement est basé sur l'hypothèse selon laquelle la relation fonctionnelle entre rendement et niveaux des facteurs (NPK) mis à l'étude peut être adéquatement décrite par un polynôme du second degré. Le dispositif utilise 15 combinaisons de NPK qui sont présentées dans le tableau 1 sous forme de codes. Les huit premiers traitements du tableau 1 forment 2^k factoriel, les points étant situés aux arrêtes (sommets) d'un cube. Le neuvième traitement se trouve au centre du cube et les six traitements restants sont à des distances de $\pm a$ unités le long des axes du cube.

Il convient de noter que dans cet arrangement, le traitement au centre du cube dont les coordonnées sont (0.0.0.) est répété 6 fois. Par ailleurs, chaque facteur étudié (NPK) comprend 5 niveaux.

Le caractère rotatif de l'arrangement provient de la restriction imposée sur la valeur de a . En effet, a doit être égal à $2^{m/4}$, où m est le nombre de facteurs

étudiés, en l'occurrence N, P et K. Enfin le nombre de points choisis au centre du dispositif a une incidence sur la précision de l'estimation du rendement par la surface de réponse au centre ou au voisinage de celui-ci. Pour cela, ce nombre de points (répétitions) est déterminé de telle sorte que l'erreur standard soit la même pour les points situés à une distance d'une unité du centre du dispositif.

Pour calculer les niveaux des différents facteurs nous avons fait l'hypothèse d'une relation linéaire entre les coefficients du tableau 1 et les niveaux N, P, et K de la forme suivante :

$$D = a + bx$$

où D = niveau (dose) de N, P₂O₅ ou K₂O en kg/ha ; a et b sont choisis de telle sorte que la droite passe par les deux points représentés par les deux niveaux extrêmes de N, P₂O₅ ou K₂O. Les valeurs extrêmes suivantes de N, P₂O₅ et K₂O ont été choisies :

$$N = 0 \text{ et } 300 \text{ kg/ha}$$

$$P_2O_5 = 0 \text{ et } 150 \text{ kg/ha}$$

$$K_2O = 0 \text{ et } 150 \text{ kg/ha}$$

Les deux coefficients correspondant respectivement à ces deux valeurs extrêmes sont :

$$-a = -2^{3/4} = -1.682 \text{ et } +a = +2^{3/4} = +1.682$$

Ainsi les relations entre les coefficients du tableau 1 et les doses de N, P₂O₅ et K₂O sont les suivantes :

$$N \text{ (kg/ha)} = 150 + 89.28 X_1$$

$$P_2O_5 \text{ (kg/ha)} = 75 + 44.64 X_2$$

$$K_2O \text{ (kg/ha)} = 75 + 44.64 X_3$$

Il convient de noter qu'un essai factoriel complet avec 3 niveaux d'azote de phosphore et de potassium comprendrait 3³, soit 27 traitements.

Étude des équilibres NPK sur maïs

L'étude a été conduite durant la contre-saison froide 1989/1990 à la station expérimentale de Fanaye de l'Institut Sénégalais de Recherches Agricoles dans la moyenne vallée du fleuve Sénégal. L'étude a été réalisée sur un sol hydro-morphe peu humifère à gley salé en profondeur sur limon argileux (*foonde waka*, selon la nomenclature *toucouleur*). Les différents équilibres NPK mis à l'étude sont consignés dans le tableau 1.

L'essai a été réalisé sur des parcelles de 18 m x 24 m. Après un travail du sol réalisé à l'offset sur une profondeur de 7 à 10 cm, l'engrais de fond (NPK) a

été apporté respectivement sous forme d'urée (25% de la dose totale de N), de supertriple (100% de la dose totale de P₂O₅) et de chlorure de potassium (100% de la dose totale de K₂O).

N° traitement	Echelle codifiée			Doses d'éléments fertilisants (kg/ha)		
	N	P ₂ O ₅	K ₂ O	N	P ₂ O ₅	K ₂ O
1	-1	-1	-1	60	30	30
2	1	-1	-1	240	30	30
3	-1	1	-1	60	120	30
4	1	1	-1	240	120	30
5	-1	-1	1	60	30	120
6	1	-1	1	240	30	120
7	-1	1	1	60	120	120
8	1	1	1	240	120	120
9	-1.682	0	0	0	75	75
10	1.682	0	0	300	75	75
11	0	-1.682	0	150	0	75
12	0	-1.682	0	150	150	75
13	0	0	-1.682	150	75	0
14	0	0	-1.682	150	75	150
15	0	0	0	150	75	75
16	0	0	0	150	75	75
17	0	0	0	150	75	75
18	0	0	0	150	75	75
19	0	0	0	150	75	75
20	0	0	0	150	75	75

Tableau 1 : équilibres NPK dans un arrangement composé rotatif central (cultures : riz, maïs, sorgho)

Le semis a été réalisé le 25 novembre 1989 en poquets de 3 graines à 80 cm x 25 cm à une profondeur de 2 - 4 cm. La variété Early Thai a été utilisée comme plant-test.

Au stade 4 - 5 feuilles, les poquets ont été démarriés à 1 pied par poquet. Le premier apport d'urée en couverture (50% de la dose totale) a été effectué au stade montaison et le second apport (25% de la dose totale) à la floraison mâle. La périodicité d'irrigation gravitaire était en moyenne de 7 jours. C'est ainsi que du semis à la récolte, 13 irrigations ont été effectuées. La récolte a

été réalisée le 25 Mars 1990 sur les deux lignes centrales, puis les rendements ramenés à l'hectare au taux d'humidité de 15,5%.

Durant l'hivernage 1990, l'essai a été reconduit sur les mêmes parcelles avec le même dispositif.

Etude des équilibres NPK sur riz

L'étude a été initiée en hivernage 1990 à la station expérimentale de Fanaye et s'est poursuivie sur les mêmes parcelles jusqu'en hivernage 1992.

Durant l'hivernage 1990, les essais ont été réalisés sur un vertisol topomorphe (à drainage externe nul) non grumosolique à caractères de salure à moyenne profondeur sur argile de décantation (Sonko, 1973). Deux variétés de riz ont été testées sur ce type de sol : I Kong Pao et Jaya. Les équilibres NPK mis à l'étude sont consignés dans le tableau 1. Les dimensions des parcelles élémentaires étaient de 5 m x 5 m. Après un travail du sol à l'offset sur une profondeur de 7 à 10 cm, l'engrais de fond (NPK) a été apporté respectivement sous forme d'urée (50% de la dose totale de N), de supertriple (100% de la dose totale de P_2O_5) et de chlorure de potassium (100% de la dose totale de K_2O). Deux apports d'urée en couverture ont été effectués au tallage (25% de la dose totale de N) et à l'initiation paniculaire (25% de la dose totale de N). Une lame d'eau de 5 à 10 cm a été maintenue au cours des essais avec de fréquentes vidanges.

A la récolte, les rendements en grain et en paille ont été déterminés sur une superficie de 16 m² puis ramenés à l'hectare au taux d'humidité de 14%. Certaines composantes du rendement ont également été déterminées : nombre de talles fertiles, nombre d'épillets par panicule, poids de 1 000 grains.

Ces essais ont été reconduits sur les mêmes parcelles avec le même dispositif en hivernage 1991, durant la contre-saison chaude 1992 et en hivernage 1992.

Etude des équilibres NPK sur sorgho

Cet essai a été implanté sur un sol hydromorphe peu humifère à gley salé en profondeur sur limon argileux (*foonde waka*). Les équilibres d'azote de phosphore et de potassium testés sont présentés dans le tableau 1.

Les dimensions des parcelles expérimentales étaient de 18 m x 4 m. Le travail du sol a été réalisé à l'offset sur une profondeur de 7 à 10 cm. Le semis en poquets espacés de 25 cm a été réalisé sur des billons distants de 80 cm. L'engrais de fond (NPK) a été apporté respectivement sous forme d'urée (1/3 de la dose totale de N), de supertriple (100% de la dose totale de P_2O_5) et de chlorure de potassium (100% de la dose totale de K_2O).

Après le démariage à un pied par poquet, le premier apport d'urée en couverture a été effectué (1/3 de la dose totale de N). Le deuxième apport d'urée en couverture (1/3 de la dose totale de N) a été réalisé au stade épiaison.

Le contrôle de l'enherbement s'est fait grâce à des sarclo-binages. La variété CE 151-262 a été utilisée comme plante-test. La périodicité de l'irrigation gravitaire était en moyenne de 7 jours. A la récolte, les rendements en grain et en paille ont été déterminés puis ramenés à l'hectare aux taux de 14%.

Analyse de variance

L'analyse de variance a été effectuée sur les rendements obtenus dans chaque essai.

L'analyse de variance d'un arrangement composé rotatif central est la suivante (Cochran and Cox, 1957) :

Source de Variation	dl
Linéaire	K
Quadratique	$K(K + 1)/2$
Ecart à la Régression	$n_2 - (K + 3)/2$
Résiduelle	$n_1 - 1$
Total	$n_1 + n_2 - 1$

où n_1 est le nombre de répétitions du point central, n_2 est le nombre de points extérieurs ($2K + 2^K$), K est le nombre de facteurs.

Analyse de régression

L'analyse de régression multiple a permis d'ajuster les rendements à un polynôme de second degré (surface de réponse) :

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{22} x_1^2 + b_{22} x_2^2 + b_{33} x_3^2 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 \quad (5)$$

où y est le rendement calculé ; x_1 , x_2 et x_3 sont respectivement les doses d'azote, de phosphore et de potassium exprimées sous forme de codes variant entre + 1.682 et - 1.682 et consignés dans le tableau 1 ; b_0 , b_1 , b_2 , b_3 , b_{11} , b_{22} , b_{33} , b_{12} , b_{13} et b_{23} sont les coefficients de régression. Le coefficient b_0 représente le rendement au centre du dispositif pour des valeurs de $x_1 = 0$, $x_2 = 0$ et $x_3 = 0$.

Tous les coefficients de régression ont été retenus dans la surface de réponse, même dans le cas où ils ne sont pas statistiquement différents de zéro (seuil de probabilité de 5%). En effet, selon Box (1954), il n'est pas recommandé de supprimer du polynôme de second degré des coefficients non significatifs sur la base du test de Student. En effet, il est très improbable a priori que la valeur d'un coefficient de régression soit exactement égale à zéro. Supprimer des coefficients non significatifs équivaldrait à remplacer une estimation non biaisée et de très faible variance, par une estimation (zéro) qui n'a aucune de ces propriétés. La meilleure estimation n'est-elle pas celle fournie par les données ?

Analyse économique

L'équation (5) est une fonction de production qui relie les facteurs de production (N, P, K) au rendement de la culture. Deux données ou rapports ont ici une importance majeure (Ndiaye, 1988).

La première est le rapport entre l'accroissement de la quantité produite et la quantité de facteurs de production consommée, c'est-à-dire la productivité marginale de l'engrais. La seconde est le rapport de prix de l'engrais (P_x) rapporté au prix du produit (P_y). L'utilisation de la fonction de production (Equation 5) permet donc un calcul économique dont l'objectif principal est de déterminer les doses de N, P_2O_5 et K_2O qui procurent le maximum de profit. Pour y arriver, il est nécessaire de considérer les dérivées partielles de l'équation (5) par rapport à x_1 , x_2 et x_3 , c'est-à-dire le produit marginal qui est le rapport de la variation de rendement à la variation du facteur de production

$$dy/dx_1 = b_1 + 2 b_{11} x_1 + b_{12} x_2 + b_{13} x_3 \quad (6)$$

$$dy/dx_2 = b_2 + b_{12} x_1 + 2 b_{22} x_2 + b_3 x_3 \quad (7)$$

$$dy/dx_3 = b_3 + b_{13} x_1 + b_{23} x_2 + 2 b_{33} x_3 \quad (8)$$

Cas d'une trésorerie suffisante :

Dans le cas où l'agriculteur dispose d'une trésorerie suffisante, le maximum de profit est obtenu en égalant le produit marginal au rapport de prix facteur/produit :

$$b_1 + 2 b_{11} x_1 + b_{12} x_2 + b_{13} x_3 = P_n/P_y \quad (9)$$

$$b_2 + b_{12} x_1 + 2 b_{22} x_2 + b_3 x_3 = P_p/P_y \quad (10)$$

$$b_3 + b_{13} x_1 + b_{23} x_2 + 2 b_{33} x_3 = P_k/P_y \quad (11)$$

où P_n , P_p et P_k sont respectivement le prix d'une unité d'azote, de phosphore et de potassium et P_y est le prix d'une unité du produit récolté. En résolvant simultanément les équations (9), (10) et (11) on obtient les doses optimales (sous formes de codes) d'azote, de phosphore et de potassium à recommander à l'agriculteur et qui correspondent au maximum de profit.

Cas d'une trésorerie limitée :

Dans le cas d'une trésorerie limitée on peut obtenir l'optimum par d'autres formules, par exemple, en posant l'équation de profit (Heady, 1962) :

$$\pi = P_y Y - P_n x_1 - P_p x_2 - P_k x_3 \quad (12)$$

où π est le profit en valeur et Y est la fonction de production (Equation 5).

Pour tenir compte de la trésorerie dont dispose l'agriculteur, il convient d'employer les multiplicateurs de Lagrange pour introduire la restriction que la

somme consacrée aux trois ressources (N, P, K) ne peut dépasser les disponibilités :

$$P_n N + P_p P + P_k K = Q \quad (13)$$

où N, P et K sont les doses d'azote, de phosphore et de potassium dont les relations avec les codes sont données respectivement par les équations (2), (3) et (4).

Après avoir réarrangé l'équation (13) on la multiplie par le multiplicateur de Lagrange (λ) et on l'ajoute à l'équation de profit (13) :

$$\pi = P_y Y - P_n x_1 - P_p x_2 - P_k x_3 + \lambda [P_n (150 + 89.28 x_1) + P_p (75 + 44.64 x_2) + P_k (75 + 44.64 x_3) - Q] \quad (14)$$

On peut prendre les dérivées partielles de π par rapport à x_1 , x_2 , x_3 et (λ) :

$$d\pi/dx_1 = P_y [b_1 + 2 b_{11} x_1 + b_{12} x_2 + b_{13} x_3] - P_n + \lambda P_n (89.28) \quad (15)$$

$$d\pi/dx_2 = P_y [b_2 + b_{12} x_1 + 2 b_{22} x_2 + b_{23} x_3] - P_p + P_p (44.64) \quad (16)$$

$$d\pi/dx_3 = P_y [b_3 + b_{13} x_1 + b_{23} x_2 + 2 b_{33} x_3] - P_k + P_k (44.64) \quad (17)$$

$$d\pi/d\lambda = 89.28 P_n x_1 + 150 P_n + 44.64 P_p x_2 + 75 P_p + 44.64 P_k x_3 + 75 P_k - Q \quad (18)$$

En posant les dérivées partielles égales à zéro et en résolvant simultanément le système d'équations ainsi obtenues, on peut déterminer les doses de N, P_2O_5 et K_2O qui correspondent à la combinaison de facteurs qui assurera le profit maximum dans la limite des fonds disponibles.

La valeur du multiplicateur de Lagrange (λ) montre l'effet sur la fonction de production d'un changement d'une unité de la constante Q (trésorerie disponible).

Il est intéressant de former l'équation des isoquantes ("iso" = égal et "quant" = quantité), c'est-à-dire la relation donnant toutes les combinaisons d'éléments fertilisants (N,P,K) qui correspondent à un rendement donné. En effet, on peut imaginer qu'une fois trouvée la surface de réponse, on la coupe par des plans parallèles au plan de base des fumures, déterminant ainsi sur cette surface des courbes d'égal rendement. L'équation des isoquantes est tirée de la fonction de production (Equation 1) en égalant le rendement (Y) à une constante et en exprimant l'un des facteurs (par exemple x_1) en fonction des autres. Cette équation est de la forme :

$$x_1 = [- b \pm (b^2 - 4 ac)^{1/2}] / 2a \quad (19)$$

où

$$b = b_1 + b_{12} x_2 + b_{13} x_3, \quad a = b_{11}, \quad c = b_{22} x_2 + b_{23} x_2 x_3 + b_{33} x_3^2 + b_3 x_3 + b_0 - Y$$

On peut donc obtenir toute une famille de ces isoquantes en donnant à Y dans l'équation des isoquantes de rendement ainsi qu'à x_2 et x_3 différentes valeurs.

Ce faisant on s'aperçoit que l'expérience conduit à la constatation qu'un même rendement peut s'obtenir avec une série de fumures très différentes. Il ne fait guère de doute que ce fait explique en partie, pourquoi des formules d'engrais complets, assez souvent employées sans discernement technique, ont, sur le plan des rendements physiques, des résultats suffisants pour soutenir leur emploi croissant. Cependant, il en va différemment du point de vue économique. En effet, les éléments nutritifs ne se remplacent pas poids par poids.

RÉSULTATS ET DISCUSSION

Caractérisation des sols

Les caractéristiques des sols utilisés dans ces essais sont consignés dans le tableau 2.

Type de sol	CE (10 ⁻³ mS/cm) extrait 1/5	PH Susp. 1/25		Arg (%)	Lim (%)	Sab (%)	C (‰)	N (‰)	P ₂ O ₅ total (‰)
		H ₂ O	KCl						
<i>Hollalde balere</i>	40	6.6	4.6	57.0	33.4	9.0	3.45	0.34	0.36
<i>Faux hollalde</i>	713	5.3	4.3	38.5	41.4	19.4	4.50	0.44	0.38
<i>Foonde waka</i>	117	6.6	4.8	38.0	33.6	27.7	3.72	0.33	0.32

Type de sol	Complexe adsorbant (me/100g)						S/T x 100
	Ca	Mg	Na	K	S	T	
<i>Hollalde balere</i>	11.5	10.2	0.48	0.49	22.67	29.6	77
<i>Faux hollalde</i>	6.8	9.3	2.14	0.22	18.46	20.2	91
<i>Foonde waka</i>	7.5	9.9	1.48	0.20	19.08	20.80	92

Tableau 2 : quelques caractéristiques des sols (horizon 0 - 40 cm)

Le sol *hollalde-balere* a une texture très fine (argileuse) et homogène tout au long du profil. La structure est prismatique en surface et massive en profondeur. La seule porosité apparente dans ce sol est représentée par les fentes de retrait et les fissures (macroporosité) en saison sèche. Du fait de sa structure large et grossière, de sa porosité et perméabilité faibles, ce sol a une fertilité potentielle physique moyenne à médiocre.

Ce sol est assez pauvre en matière organique (environ 1%), qui est néanmoins bien évoluée (C/N = 9). Les réserves en phosphore total sont moyennes (0,36% soit 360 ppm). Elles sont susceptibles d'être mobilisables par les plantes (riz) du fait de la submersion qui augmente la solubilité des phosphates, notamment les phosphates de fer.

Quant à la salure, elle ne concerne que les horizons profonds où on enregistre des conductivités qui varient entre 695 et $1\ 200 \cdot 10^{-3}$ mS/cm. Cette salinité est du type sulfato-sodique.

Le sol est bien pourvu en bases échangeables avec une nette dominance du calcium et du magnésium. Cette teneur élevée en Mg a une incidence défavorable sur les propriétés structurales. La teneur en potassium est correcte bien que des phénomènes de fixation (rétention) du potassium ne soient pas à exclure dans ce type de sol. La capacité d'échange cationique (CEC) est de l'ordre de 30 me/100 g et le taux de saturation est relativement élevé.

Le sol faux *hollalde* ou *hollalde-waka* a une texture fine argilo-limoneuse. La structure est relativement bonne en surface mais tend à devenir massive en profondeur en raison de l'augmentation du taux d'argile en profondeur et de l'incidence défavorable de certains cations du complexe absorbant (le magnésium et le sodium en particulier). La perméabilité de ce sol est très faible. Du point de vue chimique il convient de noter que ce sol est pauvre en matière organique et en azote total. Les réserves en phosphore sont de l'ordre de 380 ppm. Ce sol est bien pourvu en bases échangeables, le calcium et le magnésium étant les plus importants. Le taux de saturation est très élevé. La salure concerne les horizons profonds. La conductivité électrique varie de 1 500 à $2\ 200 \cdot 10^{-3}$ mS/cm.

Le sol *foonde waka* a une texture limono-argileuse en surface. L'horizon de surface a une structure polyédrique, celle-ci devient massive en profondeur. La porosité de ce sol diminue très rapidement avec la profondeur. La fertilité potentielle physique de ce sol est moyenne à médiocre. Du point de vue chimique, ce sol est naturellement pauvre en matière organique (moins de 1%). La teneur en phosphore total est de 320 ppm. Le sol est bien pourvu en bases échangeables, la teneur en magnésium échangeable très élevée explique en partie les propriétés structurales très défavorables de ce sol. Le taux de saturation est de 92%. La salure concerne les horizons profonds. Cette salinité est du type sulfato-sodique.

Réponse du maïs aux équilibres NPK

L'analyse de variance effectuée sur les rendements a mis en évidence un effet linéaire et quadratique statistiquement significatif au seuil de probabilité de 5%. Le coefficient de variation de l'essai est de 8.32%.

Analyse de régression

L'ajustement de rendements au polynôme de second degré (Equation 5) a donné les résultats suivants :

$$\begin{aligned}
 Y = & 3917.30 + 388.15 x_1 + 116.09 x_2 + 132.07 x_3 \\
 & - 403.22 x_1^2 + 48.71 x_2^2 - 103.98 x_3^2 + 164.00 x_1 x_2 \\
 & - 10.5 x_1 x_3 + 257.75 x_2 x_3
 \end{aligned} \tag{20}$$

L'examen des coefficients de régression montre une plus forte réponse à l'azote, suivi de potassium. Ce fait est à mettre en rapport avec la pauvreté du sol tant en matière organique qu'en azote total, mais également avec la faiblesse des teneurs en potassium échangeable (0.2 me/100 g).

Le coefficient de détermination ($R = 0.797$) indique que 79.70% de la variation du rendement sont expliqués par le polynôme de second degré (surface de réponse). D'autres facteurs de l'environnement (fertilité intrinsèque du sol, etc.) peuvent être crédités de 20,30% de la variation de rendement.

En prenant les dérivés partielles par rapport à x_1 , x_2 et x_3 et en les posant égales à zéro, on peut obtenir les valeurs de x_1 , x_2 et x_3 qui procurent le rendement maximum en résolvant simultanément le système d'équations ainsi obtenues. Le rendement maximum de 3926 kg/ha est obtenu avec $x_1 = 0.33$,

$$x_2 = - 0.46 \text{ et } x_3 = - 0.36$$

ce qui correspond à 179 kg N/ha, 54 kg P_2O_5 et 59 kg K_2O /ha.

Analyse économique

Cas d'une trésorerie suffisante :

Dans le cas où l'agriculteur dispose d'une trésorerie suffisante, l'optimum économique est obtenu avec les combinaisons suivantes :

$$N = 179 \text{ kg/ha, } P_2O_5 = 40 \text{ kg/ha, } K_2O = 59 \text{ kg/ha}$$

Au prix de 130 F/kg N, 200 F/kg P_2O_5 et 143 F/kg K_2O cela représente un investissement de 39 662 F CFA par hectare. Le rendement espéré avec ces combinaisons d'azote, de phosphore et de potassium est de 3 911 kg/ha et le bénéfice net serait de 351 445 F CFA si le maïs est vendu à 100 F/kg.

Cas d'une trésorerie limitée :

Si l'agriculteur dispose d'un capital limité le calcul aboutit aux résultats suivants :

$Q = 35\ 000 \text{ F CFA}$	$Q = 30\ 000 \text{ F CFA}$
$N = 185 \text{ kg/ha}$	$N = 191 \text{ kg/ha}$
$P_2O_5 = 20 \text{ kg/ha}$	$P_2O_5 = 0 \text{ kg/ha}$
$K_2O = 48 \text{ kg/ha}$	$K_2O = 37 \text{ kg/ha}$
$\lambda = 1.06$	$\lambda = 2.17$

On constate que plus la trésorerie de l'agriculteur diminue, moins il doit apporter de phosphore et de potassium.

Isoquantes de rendement :

Les courbes isoquantes de rendement sont présentées sur la figure 1 pour des quantités de potassium fixes. Elles montrent les combinaisons d'azote et de phosphore susceptibles de produire des rendements donnés. On constate qu'à

mesure que le rendement augmente le nombre de combinaisons d'azote et de phosphore susceptibles de procurer un rendement donné avec une dose de potassium fixe diminuent sensiblement. La pente des isoquantes change notablement quand on accroît le niveau de rendement.

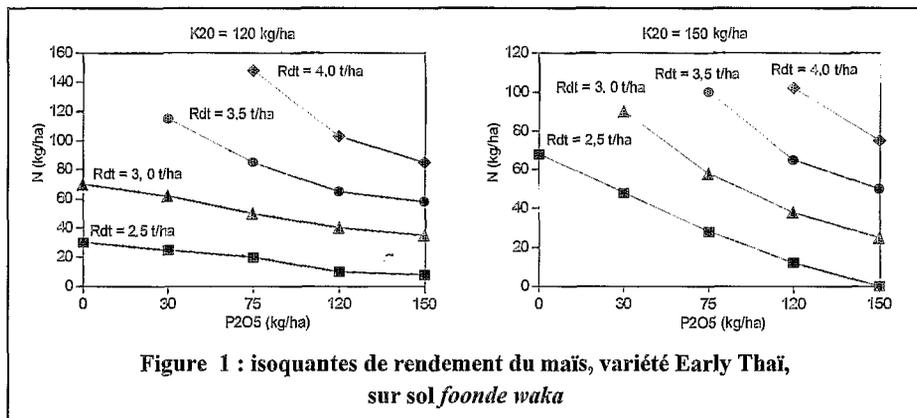


Figure 1 : isoquantes de rendement du maïs, variété Early Thai, sur sol foonde waka

Réponse du sorgho aux équilibres NPK

L'analyse de variance effectuée sur les rendements a mis en évidence un effet linéaire et quadratique statistiquement significatif au seuil de probabilité de 5%. Le coefficient de variation de l'essai est de 9.60%.

L'utilisation du modèle mathématique représenté par l'équation 5 a produit les résultats suivants :

$$\begin{aligned}
 Y = & 2185.77 + 251.80 x_1 + 62.34 x_2 + 64.06 x_3 - 90.04 x_1^2 \\
 & + 213.09 x_2^2 + 200.71 x_3^2 + 41.50 x_1 x_2 - 34.75 x_1 x_3 \\
 & - 165.25 x_2 x_3
 \end{aligned} \tag{21}$$

Ce modèle mathématique permet d'expliquer 73.73% de la variation du rendement. Les valeurs des coefficients de régression b_1 et b_3 indiquent respectivement une très forte réponse à l'azote et au potassium ce qui de toute évidence est lié à la pauvreté du sol (*foonde waka*) en azote total, en matière organique et en potassium échangeable. On note également que seule l'interaction entre azote et phosphore est positive.

Le rendement maximum de 2.347 kg/ha est obtenu avec $x_1 = 1.35$, $x_2 = -0.15$ et $x_3 = 0.19$, ce qui correspond respectivement à 271 kg/ha d'azote, 68 kg/ha de phosphore et 67 kg/ha de potassium.

Analyse économique

Cas d'une trésorerie suffisante :

Dans le cas où l'agriculteur dispose d'une trésorerie suffisante, la combinaison de facteurs de production qui procure le profit maximum est la suivante :

$N = 271$ kg/ha, $P_{205} = 59$ kg/ha et $K_{20} = 67$ kg/ha si le sorgho est vendu à 70 F/kg.

Si l'azote, le phosphore et le potassium sont apportés respectivement sous forme d'urée, de supertriple et de chlorure de potassium, cela représente un investissement de 56.497 F/ha (prix/kg : $N = 130$ F, $P_{205} = 200$ F, $k_{20} = 143$ F), et un bénéfice net de 107.217 F CFA

Cas d'une trésorerie limitée :

Si l'agriculteur dispose d'un capital limité, le calcul aboutit aux résultats suivants :

$Q = 55\ 000$ F CFA	$Q = 50\ 000$ F CFA
$N = 227$ kg/ha	$N = 102$ kg/ha
$P_{205} = 73$ kg/ha	$P_{205} = 110$ kg/ha
$K_{20} = 76$ kg/ha	$K_{20} = 102$ kg/ha
$\lambda = -0.55$	$\lambda = -2.15$

On note que les doses de phosphore et de potassium à apporter augmentent significativement à mesure que la trésorerie disponible pour acheter des engrais diminue.

Isoquantes de rendement :

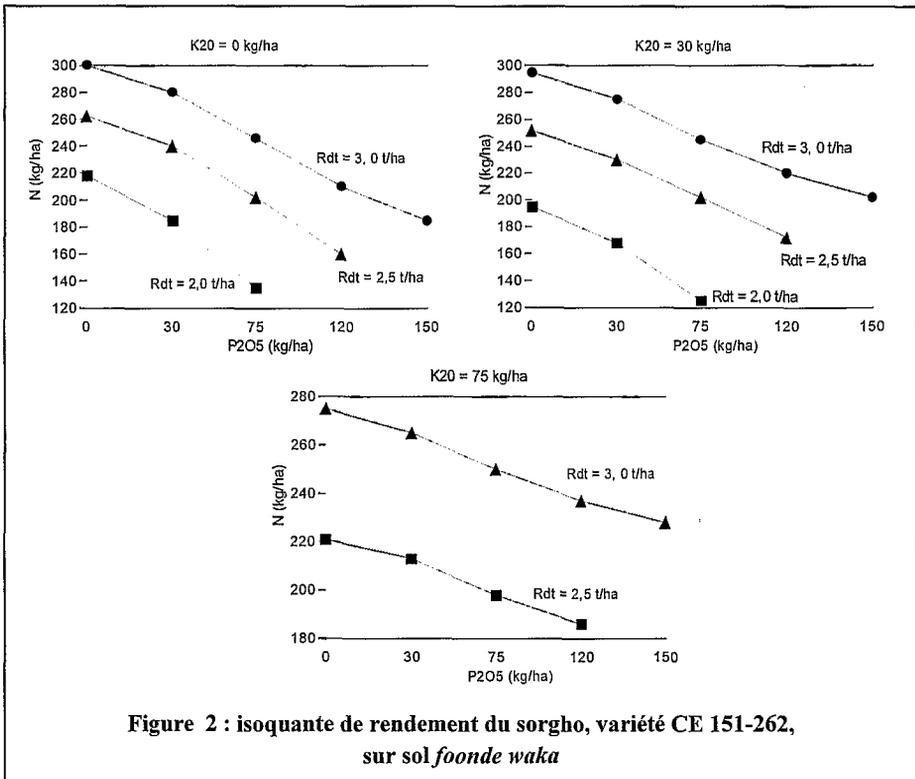


Figure 2 : isoquante de rendement du sorgho, variété CE 151-262, sur sol foonde waka

Les courbes isoquantes de rendement calculées à partir de l'équation 19 sont présentées sur la figure 2 pour des valeurs de K_2O égales à 0, 30 et 75 kg/ha. Ces courbes, qui ont la même allure pour les différentes valeurs de K_2O , mettent en évidence une réduction notable de doses d'azote à mesure que les quantités de phosphore apportées augmentent.

Réponse du riz aux équilibres NPK

Pour les deux variété de riz testées (I Kong Pao et Jaya) l'analyse de variance des rendements montre des effets linéaires et quadratiques très hautement significatifs (seuil de probabilité de 1%). Les coefficients de variation enregistrés dans ces essais sont de 3.66 et 4.37% respectivement pour la variété I Kong Pao et Jaya. Ceci indique une très bonne précision des essais réalisés.

Analyse de régression

L'analyse de régression a permis d'obtenir les surfaces de réponse suivantes.

Pour la variété IKP :

$$Y = 5860.91 + 1203.38 x_1 + 45.70 x_2 - 90.10 x_3 - 387.10 x_1^2 - 182.78 x_2^2 - 77.08 x_3^2 + 255.38 x_1 x_2 + 53.62 x_1 x_3 + 14.38 x_2 x_3. \quad (22)$$

Pour la variété JAYA :

$$Y = 5932.46 + 499.67 x_1 + 203.44 x_2 - 218.64 x_3 - 590.09 x_1^2 - 7.70 x_2^2 - 165.00 x_3^2 - 207.62 x_1 x_2 - 386.62 x_1 x_3 + 123.62 x_2 x_3 \quad (23)$$

L'utilisation des deux modèles mathématiques (22) et (23) permet d'expliquer respectivement 98.47% et 88.29% de la variation du rendement. Aussi bien avec la variété IKP que la variété Jaya on note une très forte réponse positive à l'azote, une réponse positive au phosphore mais moins forte que la réponse à l'azote et enfin une réponse négative au potassium. Celle-ci est à mettre en rapport avec la teneur relativement élevée du sol en potassium échangeable (0.49 me/100 g). Les coefficients négatifs des termes quadratiques indiquent que les augmentations de rendement dues à chaque accroissement de la dose d'éléments fertilisants ont diminué avec l'augmentation de ces doses.

Par ailleurs on note des interactions positives entre les trois éléments fertilisants pour la variété I Kong Pao, tandis que pour la variété Jaya seule l'interaction entre le phosphore et le potassium est positive.

Analyse économique

Cas d'une trésorerie suffisante :

Si l'agriculteur a assez de capital pour investir sur l'engrais minéral, les combinaisons d'azote, de phosphore et de potassium qui procurent le profit maximum sont les suivantes :

Pour la variété IKP : $N = 300 \text{ kg/ha}$, $P_2O_5 = 147 \text{ kg/ha}$, $K_2O = 88 \text{ kg/ha}$

Pour la variété JAYA : $N = 190 \text{ kg/ha}$, $P_2O_5 = 129 \text{ kg/ha}$, $K_2O = 42 \text{ kg/ha}$

Ces combinaisons ont été calculées en supposant que le kilogramme de paddy est vendu à 85 F CFA et que l'azote, le phosphore et le potassium sont apportés respectivement sous forme d'urée, de supertriple et de chlorure de potassium. Dans ces conditions, le prix du kilogramme d'azote, de phosphore et de potassium est respectivement de 130, 200 et 143 F CFA.

Cas d'une trésorerie limitée :

Si l'agriculteur a une somme déterminée à investir sur l'engrais minéral alors le calcul donne les résultats suivants :

Pour la variété IKP :

$Q = 70\ 000 \text{ F CFA}$	$Q = 60\ 000 \text{ F CFA}$	$Q = 50\ 000 \text{ F CFA}$	$Q = 40\ 000 \text{ F CFA}$
$N = 298 \text{ kg/ha}$	$N = 272 \text{ kg/ha}$	$N = 246 \text{ kg/ha}$	$N = 220 \text{ kg/ha}$
$P_2O_5 = 117 \text{ kg/ha}$	$P_2O_5 = 99 \text{ kg/ha}$	$P_2O_5 = 80 \text{ kg/ha}$	$P_2O_5 = 62 \text{ kg/ha}$
$K_2O = 55 \text{ kg/ha}$	$K_2O = 34 \text{ kg/ha}$	$K_2O = 13 \text{ kg/ha}$	$K_2O = 0 \text{ kg/ha}$
$l = -1.06$	$l = -1.7$	$l = -2.4$	$l = -3.00$

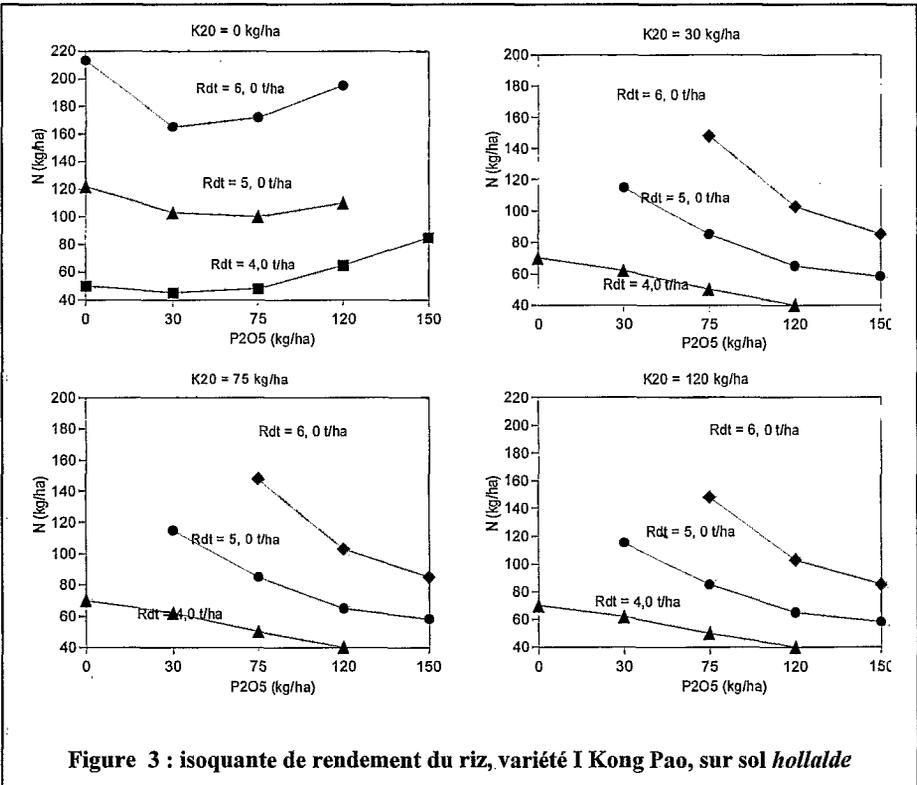


Figure 3 : isoquante de rendement du riz, variété I Kong Pao, sur sol hollalde

Pour la variété JAYA :

Q = 50 000 F CFA

N = 250 kg/ha

P₂O₅ = 80 kg/ha

K₂O = 9 kg/ha

l = 2.04

Q = 45 000 F CFA

N = 295 kg/ha

P₂O₅ = 44 kg/ha

K₂O = 0 kg/ha

l = 3.55

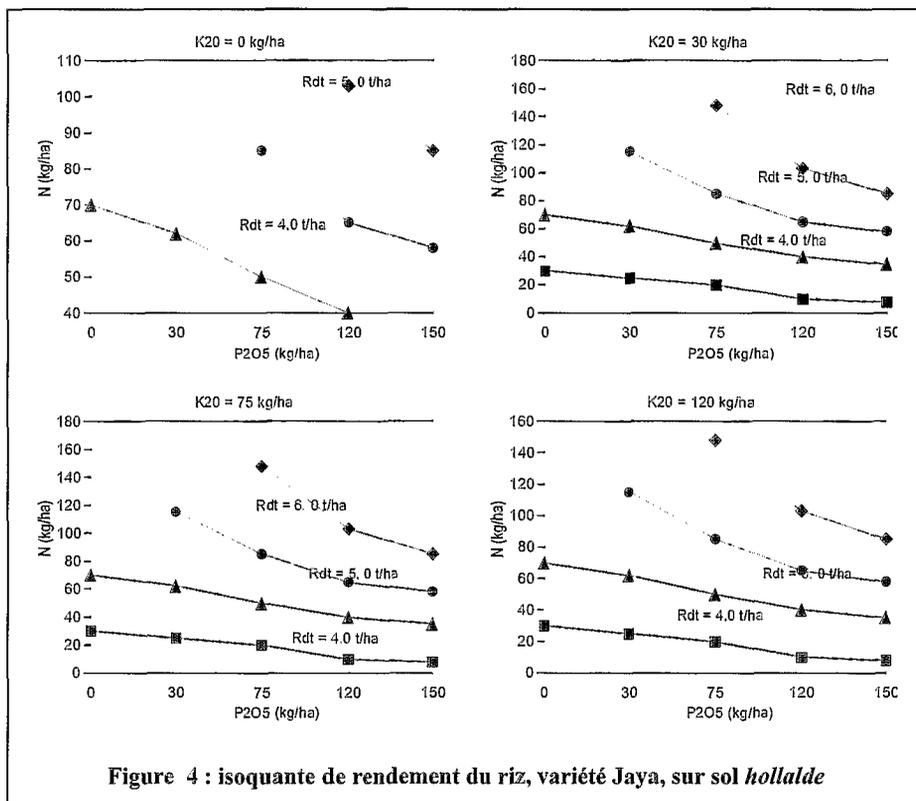


Figure 4 : isoquante de rendement du riz, variété Jaya, sur sol hollalé

Isoquantes de rendement :

Les courbes isoquantes de rendement calculées à partir de l'équation 19 sont présentées sur les figures 3 et 4 respectivement pour la variété I Kong Pao et la variété Jaya.

Ces courbes isoquantes ont été calculées pour des valeurs fixes de K₂O égales à 0, 30, 75 et 120 kg/ha. Une caractéristique importante de ces isoquantes est le fait que globalement l'intervalle entre les isoquantes successives augmente lorsque le niveau de rendements s'accroît. Cela signifie que lorsque les rendements augmentent de 1 000 kg/ha des quantités plus élevées d'azote sont nécessaires pour une même quantité de phosphore. Ce fait est plus apparent encore avec la variété I Kong Pao.

DISCUSSION GÉNÉRALE

La comparaison d'arrangements lorsqu'on emploie des équations de régression a été proposée par Box and Wilson (1951). En se référant à cette étude et en examinant la comparaison d'arrangements factoriels avec des arrangements composés centraux, Chochran and Cox (1957) relèvent que les coefficients des termes carrés (quadratiques) dans l'équation de régression sont estimés avec une précision relativement faible à partir d'un arrangement factoriel 3^K .

Ces types d'arrangements composés centraux ont été largement utilisées et avec succès dans les études sur la réponse des cultures aux éléments fertilisants (Hader *et al.*, 1957, Moore *et al.*, 1957, Hermanson *et al.*, 1964, Voss *et al.*, 1970, Baird & Mason, 1957). Les arrangements composés centraux permettent un choix judicieux d'un nombre relativement réduit de traitements, mais suffisant pour estimer les paramètres du polynôme d'une manière satisfaisante. Une difficulté peut cependant apparaître dans la définition de la nature de la relation entre niveaux (doses) réels des différents facteurs et niveaux exprimés sous forme codifiée. Dans le cas de cette étude une relation linéaire a été utilisée. Cependant dans certaines conditions une transformation logarithmique peut être préférable (Hader *et al.*, 1957).

L'interprétation économique des essais de fumures minérales exige la connaissance des variations continues des rendements et des prix, en fonction des doses de fumure appliquées (fonction de production). Un premier problème se pose, qui est celui de rechercher les expressions de rendements en fonction des fumures à partir des résultats discontinus fournis par les essais. C'est le problème de "l'ajustement" qui est du domaine de la statistique. Dans le cadre de cette étude une surface polynomiale de réponse de second degré a été utilisée. Il convient cependant de noter que ce polynôme n'est qu'un modèle empirique dont les paramètres (coefficients de régression) n'ont aucune signification biologique. Par ailleurs il est nécessaire de se mettre en garde contre un résultat (dose optimum) correspondant à une fumure plus grande que la plus forte dose employée dans un essai donné. En effet, autant on peut avoir confiance dans le mode de représentation choisi quand il s'agit "d'intrapoler", autant on doit être réservé pour s'en servir pour "extrapoler" en utilisant la surface de réponse (modèle mathématique). Dans un tel cas, ce qu'on peut dire avec certitude, c'est que la plus forte fumure utilisée dans l'essai a correspondu au meilleur rendement.

L'emploi d'une fertilisation équilibrée permet d'obtenir des rendements élevés en fournissant des quantités appropriées d'éléments nutritifs au sol. Cependant, la notion de fertilisation équilibrée devient complexe lorsqu'on tient compte de différents facteurs variables, tels que teneur en éléments nutritifs du sol, variétés utilisées, gestion de l'exploitation, *etc.*

Le rapport coût/bénéfice met en évidence la rentabilité d'une fertilisation équilibrée et fait ressortir l'intérêt de l'optimisation, plutôt que de la maximisation du rendement. Un autre aspect qui prend de l'importance est de savoir si l'agriculteur va accepter l'engrais équilibré dans le cadre de sa capacité d'investissement en engrais.

Dans le cadre de cette étude on a admis, comme cela se fait usuellement, que l'objectif majeur de la fertilisation est d'obtenir le maximum de profit pour ceux des agriculteurs qui ont la possibilité financière de payer une fumure minérale.

La méthode de raisonnement de la fumure minérale utilisée dans cette étude a l'avantage de prendre en compte au moins une des contraintes majeures à l'application de l'engrais : le capital disponible. Cependant comme dans toutes études biologiques (réponse des cultures aux apports d'éléments fertilisants), une certaine imprécision demeure et il serait vain de penser que la méthode de raisonnement utilisée dans cette étude va la réduire sensiblement.

□ □ □

BIBLIOGRAPHIE

□ Box, G.E.P. 1954. The exploration and exploitation of response surfaces. *Biometrics*. 10 : 16 - 60.

□ Box, G.E.P. and Hunter, J.S. 1957 Multifactor experimental designs for exploring response surfaces. *Math. Stat.* 28 : 195 - 241.

□ Box, G.E.P. and Wilson K.B. 1951. On the experimental attainment of optimum conditions. *J. Roy. Stat. Soc. B.* 13 : 1 - 45.

□ Bair B.L. and Mason D.D. 1957. Multi-variable equations describing fertility - corn yield response surfaces and their agronomic and economic interpretation. *Agronomy Journal* vol 49 pp. 152 - 156.

□ Cochran, W.G. and Cox, G.M. 1957. Experimental designs. *Second Edition*, John Wiley Sons.

□ Garaudeaux J. 1973. Aspects théoriques de l'étude de l'action des fertilisants. *Revue de la potasse - Section 28 n° 2* pp. 1 - 12.

□ Hader R.J. Harward M.E., Mason D.D. and Moore D.P. 1957. An investigation of some of the relationships between copper, iron and molybdenum in the growth and nutrition of lettuce : I. Experimental design and statistical methods for characterizing the response surface. *Soil Sei. Soc. Am. Proc.* vol 21 pp. 59 - 64.

□ Heady, E.O. 1962. Modèles économiques Conception des Expériences Techniques et de la Coopération Interdisciplinaire entre Economistes et Scientifiques. In : *Coopération entre les disciplines de recherche technique et économique en agriculture. OCDE Documentation dans l'Agriculture et l'Alimentation N° 50* pp. 59 - 98.

□ Hermanson H.P., Gates C.E., Chapman J. W. and Farnham R.S. 1964. An agronomically useful three factor response surface design based on dodecahedron symmetry. *Agronomy Journal* vol 56 pp. 14 - 17.

□ Moore D.P., Harward M.E., Mason D.D., Hader R.J., Lott W.L. and Jackson W.A., 1957. An investigation of some of the relationships between copper, iron, and molybdenum in the growth and nutrition of lettuce : II. Response surfaces of growth and accumulations of Cu and Fe. *Soil Sci. Am. Proc.* vol 21 pp. 65 - 74

□ Ndiaye, J.P. 1988. Recherche d'une formule de fumure minérale optimum : Aspects méthodologiques. *Doc. ISRA*, 54p.

□ Sonko, M. 1973. Etude pédologique du PAPEM de Fanaye (Moyenne Vallée). *Doc. IRAT Secteur Fleuve Richard-Toll*. 91 p.

□ Voss R.E., Hanway J.J. and Fuller W.A. 1970. Influence of soil, management, and climatic factors on the yield response by corn (*Zea mays* L) to N, P and K fertilizer. *Agronomy Journal* vol 62 pp. 736 - 740.

□ □ □