

## INFLUENCE DU CHANGEMENT D'ECHELLE SUR LA QUANTIFICATION PAR IMAGERIE SATELLITAIRE ET PAR CARTOGRAPHIE

---

RAFFY M. <sup>1</sup>

### RESUME

Lorsqu'on quantifie le végétal, la glace, la pluie, l'humidité de surface..., à partir d'une image satellitaire, on calcule le pourcentage de pixels où la valeur d'un paramètre mesuré dépasse un seuil donné  $z$ . Par exemple, pour quantifier le végétal on calcule le pourcentage de pixels où le NDVI dépasse un seuil fixé.

En procédant ainsi pour quantifier la grandeur au sol, on sous-entend implicitement que ce pourcentage  $\bar{N}_z$  de dépend pas de résolution de l'image. On adopte alors la valeur  $\bar{N}_z(h)$  calculée par l'image comme pourcentage "au sol":  $\bar{N}_z(0)$ .

Cette pratique, même si on la pense grosso-modo acceptable, doit être examinée d'un point de vue théorique. C'est ce que se propose ce papier pour un capteur parfait.

On montre en particulier que sans connaissance a priori sur la grandeur à quantifier concernant sa structure géométrique, on peut faire de très grandes erreurs d'extrapolation.

On donne dans le cas général les bornes de l'erreur que l'on peut commettre:

$$A(h) \leq | \bar{N}_z(h) - \bar{N}_z(0) | \leq B(h)$$

où le nombre  $A$  et  $B$  sont calculables à partir de l'image. On montre que ces bornes sont optimales au sens où parmi toutes les distributions au sol (résolution  $h = 0$ ) du paramètre à quantifier qui ont la même image à la résolution  $h$ , il y en a pour lesquelles  $\bar{N}_z(0) = \bar{N}_z(h) + B(h)$  et d'autres pour lesquelles  $\bar{N}_z(0) = \bar{N}_z(h) \pm A(h)$ . On donne de tels exemples.

On discute les propriétés de  $A(h)$  et  $B(h)$  en fonction de  $h$ . On en déduit qu'il faut

---

<sup>1</sup>GSTS/ENSAIS BP 20,67037 Strasbourg Cedex, France

classer les paramètres à quantifier selon des types géométriques de façon à corriger dans chaque cas, au mieux, l'effet de la résolution quand  $h \rightarrow 0$ .

En particulier si la répartition au sol est du type fractal lacunaire, ce qui est le cas des champs de pluie (Lovejoy, 87), de la glace de mer (Kergomard, 89, Rothrock et al., 84), etc..., on a un facteur correcteur  $p(h)$  explicite et:

$$N_z(0) = p(h)N_z(h) \quad (h \rightarrow 0)$$

Par exemple, dans le cas des glaces de mer, leur quantification au niveau de la mer conduit à un facteur correcteur  $p(h)$  explicite. On est ainsi amené à définir thématiquement l'échelle la plus fine (qui est différente de zéro) où l'on donne un sens à la quantification "au sol".

## 1. INTRODUCTION

La quantification d'un paramètre réparti sur la surface du sol par imagerie satellitaire se ramène à calculer le pourcentage de pixels de l'image pour lesquels une fonction  $f(P)$  (constante sur chaque pixel  $P$  de l'image) dépasse un certain seuil fixé  $z$ .

Par exemple, quantifier le végétal consiste à calculer le pourcentage  $\bar{N}_z$  de pixels pour lesquels l'indice de végétation  $f$  dépasse un seuil fixé  $z$ . De même on quantifie la glace de mer, l'humidité de surface, etc...

En procédant ainsi, on suppose implicitement que le pourcentage mesuré  $\bar{N}_z$  à l'échelle de l'image reste le même au sol, c'est-à-dire à la résolution la plus fine.

La même hypothèse implicite de permanence par changement d'échelle est faite lorsqu'on effectue une quantification sur une carte réduite.

L'objet du présent travail est de montrer les dangers que cette technique peut présenter et de proposer dans certains cas des procédés correcteurs liés à l'échelle.

Le paragraphe 2 pose les notations et les hypothèses simplificatrices que l'on adopte. On rappelle et l'on discute au paragraphe 3 les résultats généraux obtenus dans (Raffy, 1991) et au paragraphe 4, les conséquences pour le cas où la quantité à mesurer est répartie à la surface du sol selon une loi fractale. Enfin, on examine au paragraphe 5 les conséquences sur la quantification du changement d'échelle par réduction cartographique.

## 2. NOTATIONS

Jusqu'au paragraphe 5, on considère un capteur parfait c'est-à-dire dont la réponse impulsionnelle soit une fenêtre parfaitement carrée. Donc, à une échelle  $h$ , le signal enregistré sur un pixel  $\omega_h$  de côté  $h$  sera

$$f_h = \frac{1}{h^2} \int_{\omega_h} f(P) dP \quad (1)$$

où  $f$  est la luminance dans une longueur d'onde donnée au niveau de la surface ou toute combinaison linéaire de luminances dans divers canaux.

La fonction mesurée  $f_h$  est constante sur chaque pixel  $\omega_h^k$  de l'image,  $k$  désignant le numéro du pixel. On notera sa valeur par

$$f_h(P) = \rho_k \quad \text{pour } P \in \omega_h^k \quad (2)$$

pour chacun des  $n^2$  pixels  $\omega_h^1, \dots, \omega_h^{n^2}$  de l'image  $\Omega$ .

Le problème abordé dans les paragraphes 3 et 4 est d'étudier le pourcentage  $\bar{N}_z(h)$  de pixels pour lesquels  $f_h \geq z$ , où  $z$  est un seuil fixé, lorsque  $h \rightarrow 0$ .

Dans ce qui suit, on choisira des valeurs de  $h$  correspondant à des divisions de l'image du type

$$h_i = p^{-i} \quad (i = 0, 1, 2, \dots) \quad (3)$$

où  $p$  est un entier  $\geq 2$  fixé.

## 3. RESULTATS GENERAUX

Le comportement de  $\bar{N}_z(h)$  dépend bien entendu du type de fonction  $f$  définie (en  $h = 0$ ) à la surface sur sol. On peut en première approximation classer ces fonctions selon deux types :  $f$  mesurable quelconque et  $f$  mesurable bornée :

$$0 \leq f(P) \leq A^* \quad \forall P \in \Omega \quad (4)$$

où  $A$  est une constante connue.

### 3.1. Cas $f$ non bornée

Soit une image à la résolution donnée correspondant à  $h_i = p^{-i}$ . On montre (Raffy, 1991) qu'à des résolutions plus fines  $h_{i+k} = p^{-(i+k)}$ , le pourcentage de pixels  $\bar{N}_z(h_{i+k})$  dépassant le seuil  $z$  appartient à l'intervalle

$$\frac{\bar{N}_z(h_i)}{p^{2k}} \leq \bar{N}_z(h_{i+k}) \leq 1 + \frac{\bar{N}_z(h_i) - 1}{p^{2k}} \quad (5)$$

Les bornes de cette égalité sont calculables à partir de l'image donnée (à la résolution la moins fine  $h_i$ ). On montre de plus qu'on peut toujours trouver des images à la résolution  $h_{i+k}$  pour lesquelles  $\bar{N}_z(h_{i+k})$  atteigne la borne inférieure de (5) et d'autres pour lesquelles  $\bar{N}_z(h_{i+k})$  atteigne la borne supérieure.

L'inégalité (5) montre que pour des résolutions  $h_{i+k}$  plus fines que  $h_i$ , le nombre  $\bar{N}_z(h_{i+k})$  est compris entre deux arcs de parabole (figure 1).

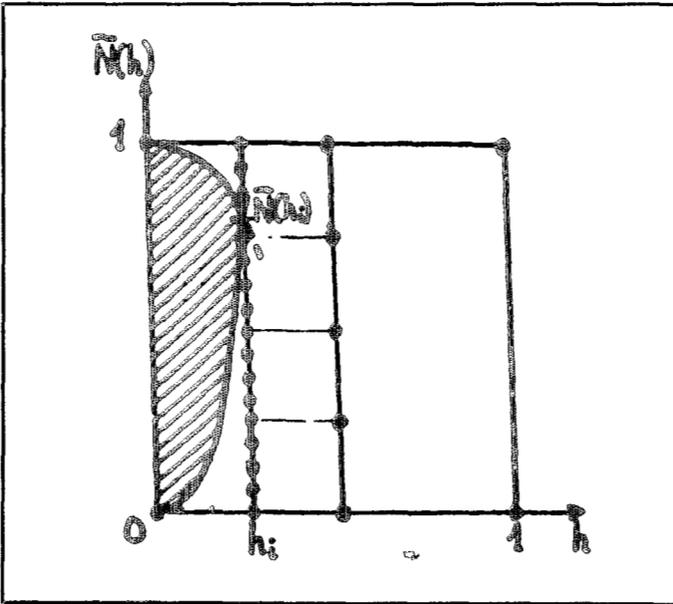


Figure 1 : L'inégalité (5) montre que les valeurs  $\bar{N}_z(h_{i+k})$  à des résolutions plus fines que  $h_i$  sont comprises entre l'arc de parabole de sommet (0,0) passant par le point  $(h_i, \bar{N}_z(h_i))$  et l'arc de parabole de sommet (0,1) passant par  $(h_i, \bar{N}_z(h_i))$ .

On voit enfin sur (5) que lorsque  $k \rightarrow +\infty$ , on a la majoration

$$0 \leq \bar{N}_z(0) \leq 1$$

qui montre que, sans information sur  $f$ , on ne peut rien prévoir sur  $\bar{N}_z(0)$ .

Néanmoins, le cas le plus fréquent est celui où l'on sait a priori que la fonction  $f$  est bornée.

### 3.2. Cas $f$ bornée

Dans le cas où  $f$  vérifie (4), on montre que la quantité au sol  $\bar{N}_z(0)$  est telle que

$$\bar{N}_z(h_i) - \frac{h_i^2}{\text{mes } \Omega_i} \sum_{j \in \bar{J}} \frac{A - \rho_j}{A - z} \leq \bar{N}_z(0) \leq \bar{N}_z(h_i) + \frac{h_i^2}{\text{mes } \Omega_i} \sum_{j \in \underline{J}} \frac{\rho_j}{z} \quad (6)$$

où

$$\bar{J} = \{ \text{indices } j \text{ tels que } \rho_j \geq z \}$$

$$\underline{J} = \{ \text{indices } j \text{ tels que } \rho_j < z \}$$

Pour une image donnée à la résolution  $h_i$ , les deux membres extrêmes des inégalités (6) sont mesurables à partir de celle-ci. On a ainsi un intervalle dans lequel toutes les valeurs sont possibles pour  $\bar{N}_z(0)$ , bornes comprises.

Pour illustrer ce point, considérons une image dont l'un des pixels de taille  $1 \times 1$  sera observé à des résolutions de plus en plus fines par un radiomètre parfait. La valeur du signal pour ce pixel est la moyenne  $M$  du signal sur ce pixel. On a donc

soit  $M < z$ , soit  $M \geq z$ . Toute image à la résolution  $h = 2^{-1}$  sera composée de 4 pixels dont les valeurs radiométriques seront de moyenne  $M$ . On répète alors le raisonnement pour chacun de ces pixels. Prenons le cas où  $A = 255$ ,  $M = 150$  et  $z = 180$  et affectons la couleur noire aux pixels où  $f_h \geq z$  et la couleur blanche à ceux où  $f_h < z$ . Le pixel de départ sera donc blanc puisque  $M < z$ .

La figure 2 montre des images à plus fines résolutions,  $h = 2^{-6}$ ,  $h = 2^{-8}$ ,  $h = 2^{-10}$  qui peuvent correspondre au pixel de départ. On a respectivement  $\bar{N}_z(2^{-6}) = 0.83$ ,  $\bar{N}_z(2^{-8}) = 0.32$ ,  $\bar{N}_z(2^{-10}) = 0.79$  sur les images 2a, 2b et 2c.

La figure 3 donne un ordre de grandeur relatif des échelles par rapport à des satellites actuels, bien que la comparaison ne puisse avoir de sens à cause de la disparité des grandeurs mesurées, les canaux n'étant pas les mêmes.

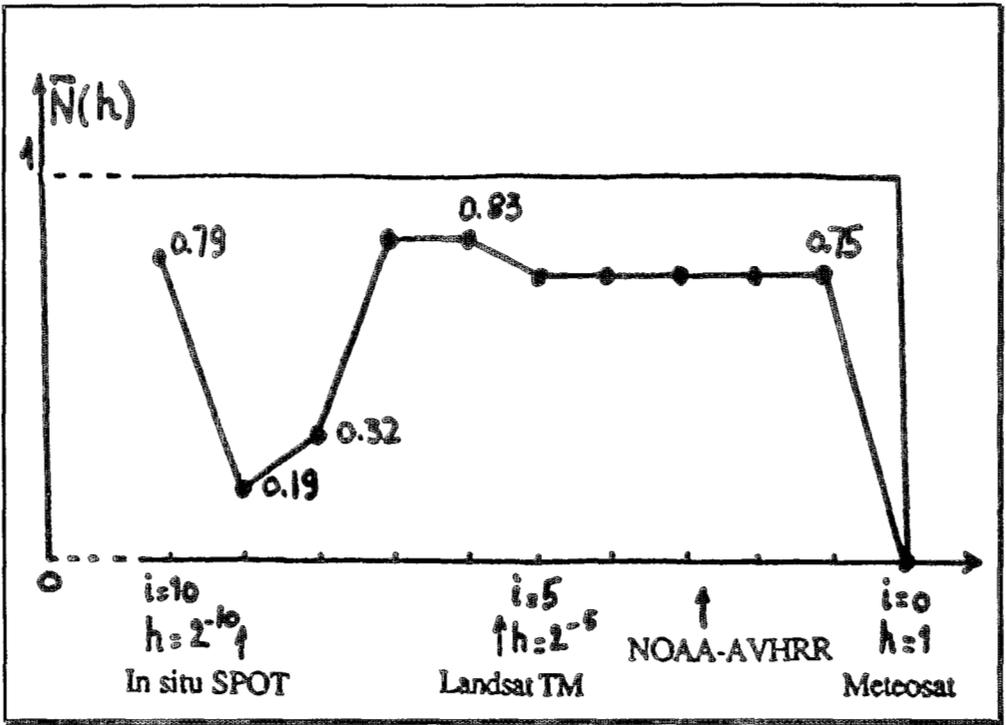


Figure 3 : Valeurs de  $\bar{N}_z(h)$  pour  $h = 1$  à  $h = 2^{-10}$  dont la séquence des images de la figure 2 sont des illustrations pour 3 résolutions.

Remarquons enfin que si l'on écrit (6) sous la forme

$$a(h_i) \leq N_z(0) \leq b(h_i)$$

on peut montrer (Raffy, 91) que la suite  $a(h_i)$  est croissante et  $b(h_i)$  décroissante, c'est-à-dire que quand la résolution  $h_i \rightarrow 0$ , l'intervalle

$$[a(h_i), b(h_i)]$$

qui contient les valeurs  $\bar{N}_z(h_i)$  et  $\bar{N}_z(0)$  a une longueur non croissante lorsque  $h_i \rightarrow 0$ . Cela signifie qu'il n'y a pas d'échelle privilégiée autre que la plus fine pour quantifier un paramètre. Autrement dit, la précision sur  $\bar{N}_z(0)$  ne peut décroître lorsque  $h_i \rightarrow 0$ .

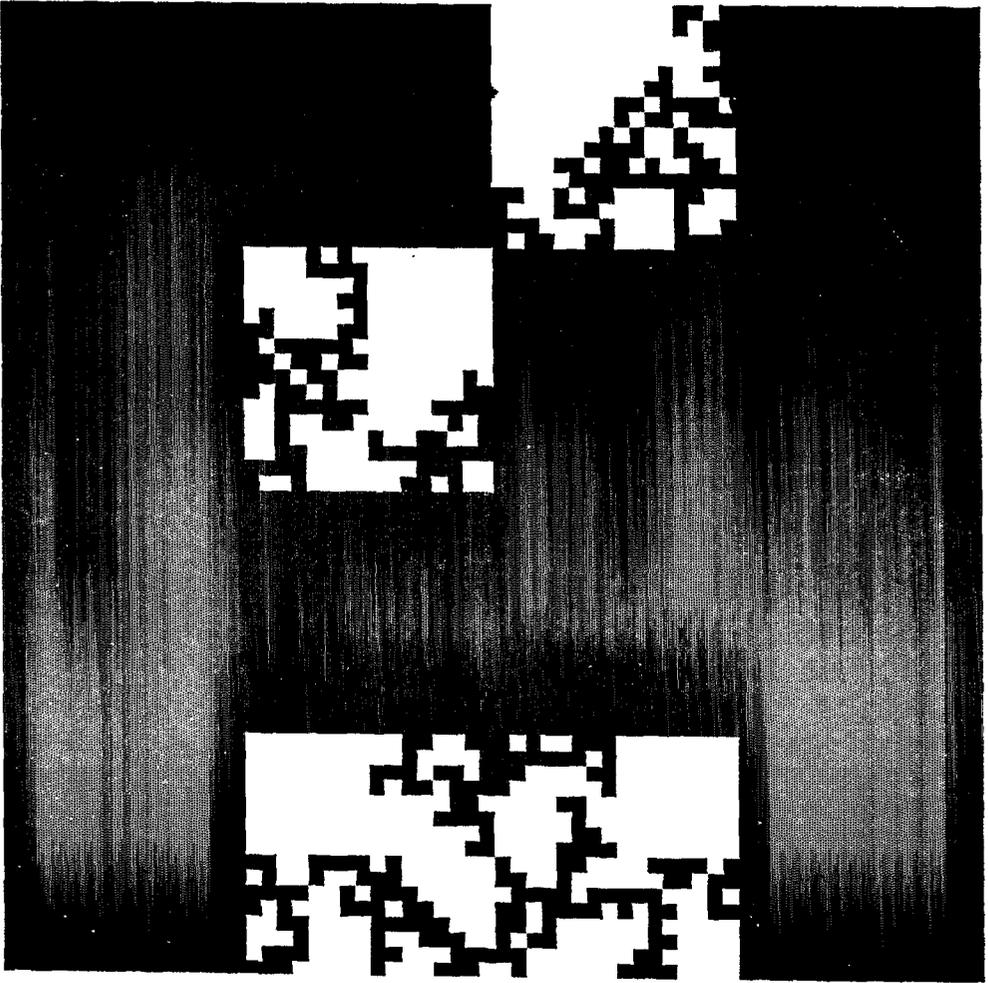


Figure 2 : a

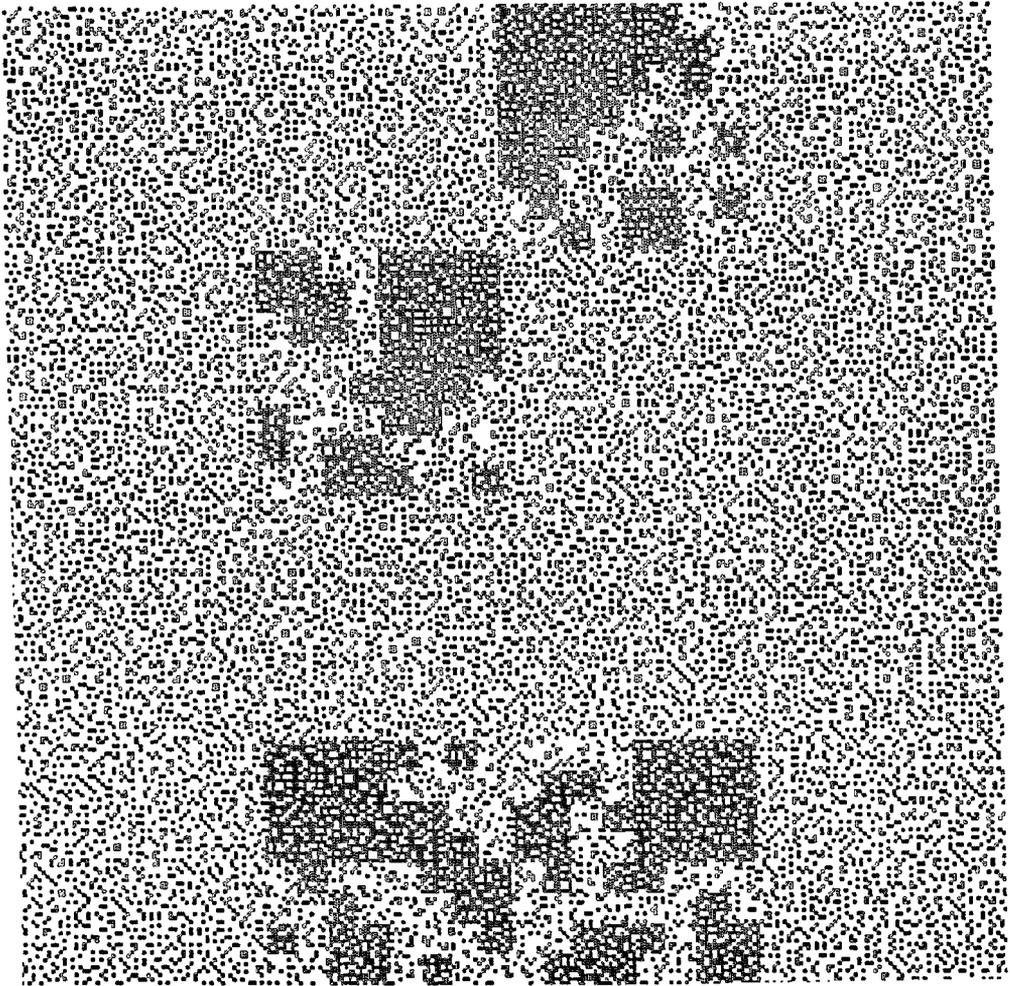


Figure 2 : b

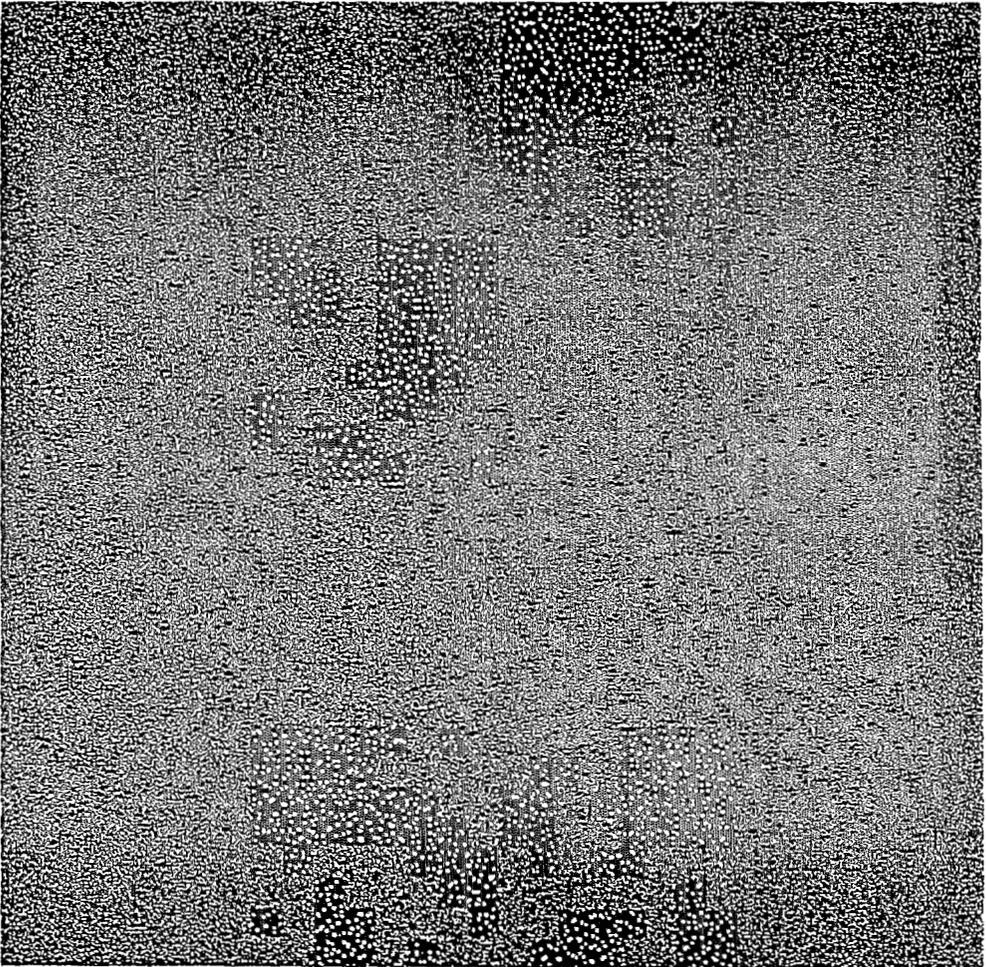


Figure 2: c

Différentes résolutions d'une même scène avec  $0 \leq f \leq 255$ ,  $n=180$   
et un pixel initial où  $f_1 = 150$ .

(a) :  $\bar{N}_z(2^{-6}) = 0.83$ , (b) :  $\bar{N}_z(2^{-8}) = 0.32$ , (c) :  $\bar{N}_z(2^{-10}) = 0.79$

#### 4. LE CAS FRACTAL LACUNAIRE

Soit  $U_h$  l'ensemble des points  $P \in \Omega$  pour lesquels le signal  $f_h(P)$  dépasse  $z$  :

$$U_h = \{P \in \Omega / f_h(P) \geq z\} \quad (7)$$

et soit

$$U = \{P \in \Omega / f(P) \geq z\} \quad (8)$$

L'ensemble  $U_h$  est constitué de  $N_z(h)$  pixels. Or on sait (B. Mandelbrot, 82, par exemple) que si  $U$  est un ensemble fractal lacunaire de dimension  $D$ , on a

$$\lim_{h \rightarrow 0} - \frac{\text{Log } N_z(h)}{\text{Log } h} = D$$

où  $D$  est la "dimension des "boîtes".

Donc, dans ce cas, pour  $h$  assez petit,

$$N_z(h) \propto h^{-D}$$

et

$$N_z(h) \propto h^{2-D} \quad (9)$$

(le symbole  $\propto$  montrant la proportionalité de chaque membre).

Notons que l'ensemble  $U$  défini par (8) est celui qui caractérise la répartition au sol du paramètre à quantifier. Si le choix de  $z$  est pertinent,  $U$  correspond à un paramètre qualitatif précis tels le végétal, l'eau, la glace, etc...

Les ensembles considérés étant contenus dans le plan, on doit avoir  $0 \leq D \leq 2$ , si bien que l'équation (9) montre que (sauf pour  $D = 2$ ) la quantité évaluée par l'image  $\bar{N}_z(h)$  tend vers zéro lorsque la résolution  $h \rightarrow 0$ . Ce fait paradoxal montre que les paramètres quantitatifs répartis à la surface du sol ne peuvent être fractals mais seulement obéir à une loi de type fractal pour des échelles correspondant à un intervalle  $[h_n, h_0]$  où  $h_n > 0$ .

D'après (9), si  $h \in [h_n, h_0]$  est la résolution à laquelle on quantifie le paramètre

donné par  $\bar{N}_z(h)$ , on peut en déduire la quantification à toute autre échelle  $h' \in [h_n, h_0]$  par

$$\bar{N}_z(h') = [\bar{N}_z(h) h^{D-2}] (h')^{2-D} \quad (10)$$

(pour  $h'$  et  $h$  petits). La grandeur entre crochets est mesurable sur l'image de résolution  $h$  donnée. Le coefficient  $\rho(h') = (h')^{2-D}$  est donc un coefficient correcteur d'échelle qui dans le cas fractal lacunaire est donc parfaitement explicite.

Un exemple de tel ensemble fractal, étudié par Rothrock et al. (1984) est celui des glaces de mer. Ces auteurs observent que la surface aquatique  $U$  contenant les glaces de mer est un fractal lacunaire de dimension  $D_g$ .

La dimension  $D_g$  est variable selon les saisons et les régions.

D'après (10), on a

$$\bar{N}_z(h_n) = [\bar{N}_z(h) h^{D_g-2}] h_n^{2-D_g}$$

où  $h_n$  correspond à l'échelle la plus fine où la loi fractale n'est plus vraie et  $h$  correspond à la résolution de l'image où l'on fait la mesure  $\bar{N}_z(h)$ .

## 5. QUANTIFICATION UTILISANT UNE CARTOGRAPHIE QUALITATIVE

Soit une carte d'échelle  $h_1$  en  $K$  couleurs.

Le procédé standard de réduction cartographique (la régularisation par critère majoritaire, (voir par exemple Rimbart, 1990)) consiste à transformer la carte donnée en une carte d'échelle

$$h_2 = q h_1$$

(où  $q$  est un entier) de la façon suivante : chaque nouveau pixel de la nouvelle carte est le transformé d'un bloc de  $q \times q$  pixels de la première carte et prend la couleur dominante (i.e. majoritaire) du bloc de pixels qu'il représente.

### 5.1. Cas d'une seule réduction

Examinons l'écart entre les quantifications d'un paramètre donné lorsqu'on utilise la carte à l'échelle  $h_1$  et la carte à l'échelle  $h_2$ . Cela revient à examiner l'évolution du nombre de pixels d'une couleur donnée choisie parmi les  $K$  couleurs de la carte.

Le procédé décrit conduit aisément à la proposition :

Pour qu'un bloc de  $q \times q$  pixels se réduise à un pixel de couleur donnée il faut que le nombre  $N$  de pixels du bloc ayant cette couleur vérifie :

$$N \geq \text{Ent} \left( \frac{q^2}{K} \right) + 1 \quad (11)$$

où  $\text{Ent}(x)$  désigne la partie entière d'un nombre  $x$ .

Notons bien que la condition (11) n'est pas suffisante, mais seulement nécessaire. Toutefois, la valeur

$$a = \text{Ent} \left( \frac{q^2}{K} \right) + 1 \quad (12)$$

est optimale au sens où l'on peut trouver un bloc dans lequel on ait  $N = a$  pixels de la couleur donnée qui soit réductible selon la règle majoritaire à un pixel de cette couleur.

Soit maintenant  $N_1$  le nombre total de pixels de la couleur donnée dans la carte 1 (d'échelle  $h_1$ ) et  $N_2$  le nombre de pixels de cette couleur dans la carte 2 (d'échelle  $h_2$ ). On peut montrer que dans ces conditions

$$A(N_1, p, q) \leq N_2 \leq B(N_1, p, q, K) \quad (13)$$

avec

$$A(N_1, p, q) = \max \left\{ 0, \text{Ent} \left( \frac{N_1 - p^2 \text{Ent} \left( \frac{q^2}{2} \right) - 1}{q^2 - \text{Ent} \left( \frac{q^2}{2} \right)} \right) + 1 \right\} \quad (14)$$

$$B(N_1, p, q, K) = \min \left\{ p^2, \text{Ent} \left( \frac{N_1}{\text{Ent} \left( \frac{q^2}{K} \right) + 1} \right) \right\} \quad (15)$$

Si l'on exprime cela en pourcentages de pixels, on a

$$\bar{N}_1 = \frac{N_1}{p^2 q^2} \quad \text{et} \quad \bar{N}_2 = \frac{N_2}{p^2}$$

où  $\bar{N}_i$  est le pourcentage de pixels de la couleur donnée dans l'image  $i$  ( $i = 1$  ou  $2$ ) et les inégalités (13) deviennent :

$$\bar{A}(\bar{N}_1, p, q) \leq \bar{N}_2 \leq \bar{B}(\bar{N}_1, p, q, K)$$

où

$$\bar{A}(\bar{N}_1, p, q) = \max \left\{ 0, \frac{\bar{N}_1 q^2 - \text{Ent} \left( \frac{q^2}{2} \right) - \frac{1}{p^2}}{q^2 - \text{Ent} \left( \frac{q^2}{2} \right)} + \frac{1}{p^2} \right\}$$

$$\bar{B}(\bar{N}_1, p, q, K) = \min \left\{ 1, \frac{1}{p^2} \text{Ent} \left( \frac{\bar{N}_1 p^2 q^2}{\text{Ent} \left( \frac{q^2}{K} \right) + 1} \right) \right\}$$

L'inégalité (13) se traduit graphiquement sur la figure 4 où les valeurs de  $N_2$  peuvent se trouver n'importe où dans la zone hachurée. Donc, lorsque l'entier  $N_1$  est compris entre 0 et a, on a :  $N_1 = N_2 = 0$  et lorsque  $N_1$  est compris entre a ( $p^2 - 1$ ) et  $p^2 q^2$ , on a :  $N_1 = N_2 = p^2$ .

Mais pour toutes les autres valeurs de  $N_1$ , on peut trouver des pourcentages  $\bar{N}_1$  et  $\bar{N}_2$  différents. En particulier (figure 4) lorsque  $b \leq c$ , et que

$$b \leq N_1 \leq c$$

ce qui correspond à un pourcentage de couleur  $\bar{N}_1$  tel que

$$\frac{1}{q^2} \left[ \text{Ent} \left( \frac{q^2}{K} \right) + 1 \right] \leq \bar{N}_1 \leq \frac{1}{q^2} \text{Ent} \left( \frac{q^2}{2} \right), \quad (16)$$

on peut avoir à l'échelle  $h_2$  une carte avec 100 % de la couleur donnée aussi bien que 0 %. La figure 5 illustre ce cas. Dans cette figure, on a une réduction

$q = \frac{h_2}{h_1} = 3$ . Donc chaque bloc de  $q^2 = 9$  pixels se réduit en 1 pixel de la carte 2.

On a  $K = 4$  couleurs et la carte 1 se transforme en  $p^2 = 16$  pixels de sorte que :

$$b = p^2 \cdot 3 = 48 \quad \text{et} \quad c = p^2 \cdot 4 = 64$$

D'après (16), si le pourcentage  $\bar{N}_1$  est tel que

$$\frac{1}{3} \leq \bar{N}_1 \leq \frac{4}{9}$$

on peut obtenir par réduction  $\bar{N}_2 = 0$  ou  $\bar{N}_2 = 1$ . La figure 5 donne un tel exemple.

Les cartes de la figure 5a et 5b comportent  $N_1 = 48$  pixels noirs.

La première est réduite en une carte ayant 100 % (i.e. 16 pixels) de pixels noirs (fig. 5c), la deuxième en 0 % de pixels noirs (fig. 5d).

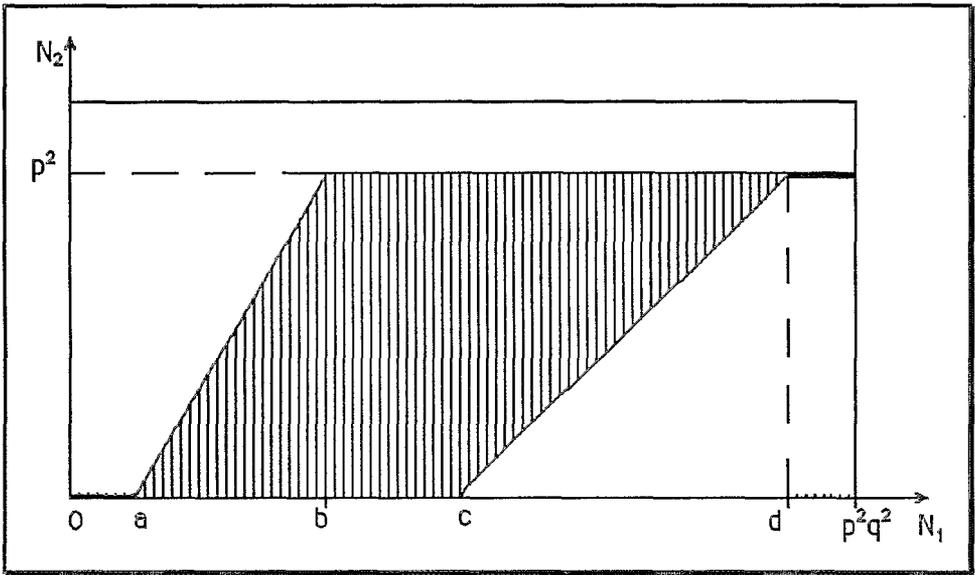


Figure 4 : Pour toutes les valeurs de  $N_1 =$  nombre de pixels de couleur donnée dans la carte 1, le nombre de pixels  $N_2$  de cette couleur dans la carte 2 se trouve dans l'enveloppe des deux courbes définies par (13). On a

$$a = \text{Ent} \left( \frac{q^2}{K} \right) + 1$$

$$b = p^2 a$$

$$c = p^2 \text{Ent} \left( \frac{q^2}{2} \right)$$

$$d = (p^2 - 1) \left( q^2 - \text{Ent} \left( \frac{q^2}{2} \right) \right) + 1$$

Remarque : On peut avoir  $b > c$  (fig. 4), c'est-à-dire  $\text{Ent} \left( \frac{q^2}{K} \right) + 1 > \text{Ent} \left( \frac{q^2}{2} \right)$ . Cela se produit lorsque le nombre des couleurs est faible par rapport à l'échelle de

la réduction  $q = \frac{h_2}{h_1}$ .

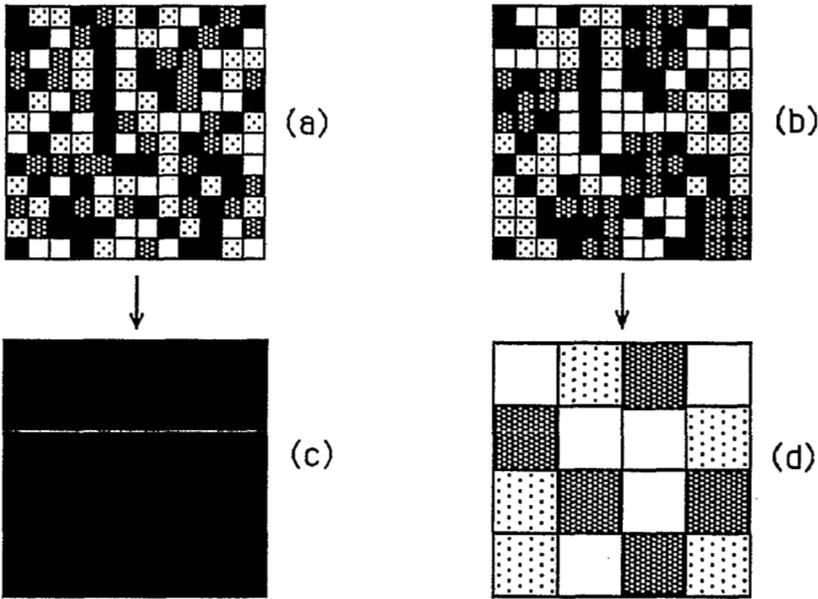


Figure 5 : Les figures (a) et (b) contiennent chacune  $N_1 = 48$  pixels noirs et 32 pixels de chaque autre couleur. D'autre part,  $q = 3$ ,  $p = 4$ ,  $K = 4$ . Donc d'après (16) on peut avoir à la réduction un pourcentage  $\bar{N}_2$  de pixels noirs quelconques :  $0 \leq \bar{N}_2 \leq 1$ . Les cas (a) et (b) montrent que (a) est réduite en (c) ( $\bar{N}_2 = 1$ ) et (b) réduite en (d) ( $\bar{N}_2 = 0$ ).

### 5.2. Cas de deux réductions

Examinons brièvement le cas de deux réductions. Considérons donc une carte comportant  $N_1$  pixels de couleur donnée parmi  $K$  couleurs. On suppose qu'elle

est réduite selon le procédé décrit en 5.1 dans un rapport  $\frac{h_2}{h_1} = q$ .

Supposons que la nouvelle carte obtenue soit à nouveau réduite dans un rapport

$\frac{h_3}{h_2} = p$ . Alors on peut montrer aisément le résultat suivant, analogue à la proposition énoncée en 5.1. :

Pour qu'un bloc de  $q \times q$  pixels de la première carte se réduise à un pixel de couleur donnée après les 2 réductions, il faut que le nombre  $N$  de pixels du bloc ayant cette couleur vérifie :

$$N \geq \left( \text{Ent} \left( \frac{q^2}{K} \right) + 1 \right) \left( \text{Ent} \left( \frac{p^2}{K} \right) + 1 \right) \tag{17}$$

On voit ainsi qu'avec 2 réductions, pour qu'une couleur majoritaire persiste à coup sûr, sa représentation dans le bloc de pixels initial doit être beaucoup plus forte

que dans le cas d'une seule réduction (voir (11)).

Un exemple est donné par la figure 6 qui montre qu'une deuxième réduction aggrave la dérive de la quantification.

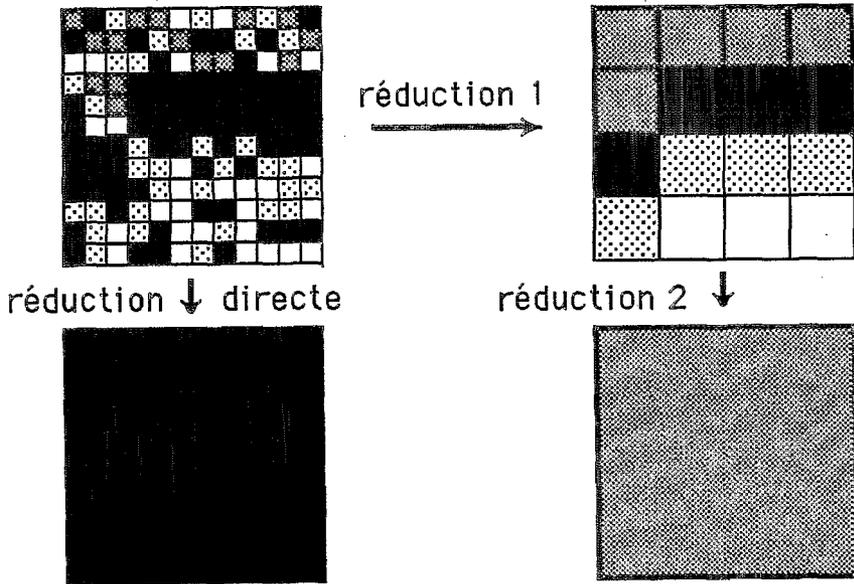


Figure 6 : La réduction directe est de rapport  $\frac{h_2}{h_1} = 12$ .

La réduction 1 de rapport  $\frac{h_2}{h_1} = q = 3$ . La réduction 2 de rapport  $\frac{h_3}{h_2} = 4$

### 5.3. Information complémentaire d'une carte

Pour éviter partiellement les inconvénients ci-dessus, on peut remarquer que ceux-ci se produisent lorsque l'hétérogénéité du bloc  $q \times q$  de pixels initiaux est forte.

Une façon de quantifier cette hétérogénéité est d'associer à chaque pixel  $\omega_j$  de la carte réduite le nombre

$$A_j = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K p_k \text{Log} \frac{1}{p_k}$$

où  $p_k$  est la proportion de pixels de couleur  $k$  dans la zone de  $q^2$  pixels qui donne  $\omega_j$  par réduction.

Le nombre  $A_j$  est une mesure de l'"entropie" de la zone initiale. Par exemple, l'image obtenue après réduction 1 de la figure 6 donne comme tableau des valeurs de  $A_j$  :

$$\begin{pmatrix} 0.342 & 0.342 & 0.388 & 0.382 \\ 0.342 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.265 & 0.265 & 0.265 \\ 0.265 & 0.265 & 0.265 & 0.265 \end{pmatrix}$$

Ce tableau montre que les valeurs faibles des  $A_j$  correspondent à des couleurs représentatives dans l'image réduite.

Une autre possibilité serait d'associer le tableau des valeurs  $B_j$  défini par

$$B_j = \text{pourcentage de pixels de la couleur majoritaire.}$$

Ainsi, la réduction 1 de la figure 6

$$\begin{pmatrix} 3/9 & 3/9 & 3/9 & 3/9 \\ 3/9 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4/9 & 4/9 & 4/9 \\ 4/9 & 4/9 & 4/9 & 4/9 \end{pmatrix} \tag{18}$$

On arrive aux mêmes conclusions que sur le tableau précédent sauf que les grandes valeurs correspondent ici aux blocs stables. L'utilisation de tels tableaux permet d'obtenir des règles algébriques de tableaux correspondant à des réductions successives. Ainsi, le passage de la réduction 1 à la réduction 2 permet d'obtenir le tableau à un élément associé à cette dernière :

$$B = \frac{1}{p^2} \left( \sum_{j \in J} B_j \right)$$

où  $J$  représente l'ensemble des indices des pixels majoritaires dans la réduction. Dans la réduction 2, cinq pixels donnent la couleur du pixel réduit et les coefficients associés sont  $B_j = 3/9$ . D'où

$$B = \left( \frac{1}{16} \times 5 \times \frac{3}{9} \right) = \left( \frac{15}{144} \right)$$

qui indique le pourcentage de pixels de la carte initiale à l'origine de la couleur. On quantifie ainsi le rôle d'une double réduction dans l'erreur que l'on commet.

## 6. CONCLUSION

La quantification d'un paramètre au sol à partir d'images numérisées est fortement associée à l'échelle à laquelle on a obtenu l'image. On a montré que la quantification varie d'autant plus fortement que l'hétérogénéité de l'image est forte. Dans le cas général, l'estimation est d'autant meilleure que la résolution est plus fine, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de résolution optimale non nulle pour quantifier un paramètre.

Le cas fractal lacunaire présente la particularité de donner une quantification à toute échelle à partir d'une seule image (à une résolution donnée), si l'on connaît la dimension fractale de l'objet à quantifier.

Dans le cas de la quantification à partir d'une cartographie qualitative obtenue après régularisation par critère majoritaire, on donne aussi les bornes des erreurs que l'on peut commettre par changement d'échelle. Cela conduit, par exemple, à proposer d'associer à toute réduction cartographique, une matrice mesurant l'hétérogénéité de la carte originale.

## BIBLIOGRAPHIE

- Mandelbrot, B., 1982. *The Fractal Geometry of Nature*. Freeman ed., San Francisco.
- Raffy, M., 1991. Remotely Sensed Quantification and Spatial Resolution. *Int. Journ. of Rem. Sens.*
- Rimbert, S., 1990. *Carto-Graphies*. Hermès ed., Paris.
- Rothrock, D.A., A.S. Thorndike, 1984. Measuring the Sea in Floe Size Distribution. *Journ. of Geoph. Res.*, vol. 89, n° C4, pp. 6477-86.