

L'ETHNOÉDUCATION EN COLOMBIE

**Un défi :
enseigner les mathématiques
en langues amérindiennes**

André Cauty
Université de Bordeaux I,
Talence (France)

*Toutes les interprétations sont bonnes et il peut s'agir
d'arithmétique, de géométrie, de mécanique ou d'optique.*

George Boole

Introduction

Tout système éducatif est à la fois le produit des systèmes de valeurs qui structurent une société et l'un des plus puissants facteurs de son évolution : l'éducation touche aux intérêts vitaux des peuples et des individus.

Il en résulte que l'éducation mobilise des forces énormes, qui tendent à en subordonner le développement aux moyens d'en contrôler les effets. En situation pluriethnique (1), ces tensions sont décuplées par la divergence des objectifs et des systèmes de valeurs des peuples en présence, notamment lorsque l'un d'entre eux se trouve en position dominante.

Les échanges, et le partage interethnique des connaissances, relèvent alors encore davantage de l'utopie (2) que de la réalité historique ; et l'accès aux connaissances de l'Autre ne pourrait naître que du désir de reconnaissance réciproque, et de la volonté politique commune de coexistence, dans le respect du droit à l'autodétermination de chaque peuple.

La nouvelle Constitution Politique de la République de Colombie (1991) reconnaît solennellement que la diversité ethnique et culturelle est une richesse que l'État s'oblige à protéger ; elle pose le principe que les langues des différentes ethnies (plus d'une soixantaine) sont, comme l'espagnol, des langues officielles dans les territoires où on les parle ; elle déduit, enfin, de ces principes un impératif nouveau : dans ces territoires, l'enseignement sera bilingue, respectera et développera les identités culturelles.

Enseigner les mathématiques en langues indiennes, en visant à respecter et à développer les identités culturelles, est donc une obligation légale, qu'il n'est plus de mise de discuter dans la République de Colombie. (3)

Notons cependant que cette décision lève de nombreux obstacles pédagogiques bien connus :

« C'est par l'utilisation de la langue maternelle que l'enfant cessera d'être quotidiennement aux prises avec deux mondes différents : celui de l'école et celui de la vie. L'affectivité de l'enfant, sa personnalité, ne seront plus constamment exposées au choc psychologique et au dépaysement d'un enseignement en langue étrangère. » (Moumouni, A. *L'éducation en Afrique noire*, Maspéro, 1964.)

« Très souvent l'expression étrangère est comme un revêtement étanche qui empêche notre esprit d'accéder au contenu des mots qui est la réalité. Le développement de la réflexion fait alors place à celui de la mémoire. » (Diop, A. « Nations nègres et culture », *Présence africaine*, 1965).

et qu'elle rencontre l'avis de mathématiciens professionnels :

*L'expression mathématique est en interaction avec les langues naturelles (...)
Un beau sujet de Mathématiques, c'est souvent un sujet qui s'exprime bien en langue naturelle.* (Kahane, J.-P. « A propos des mathématiques », *Alliage* n° 4, Anaïs.)

La révolution culturelle qu'impose la nouvelle Constitution colombienne pose, évidemment, d'innombrables problèmes, et les plus pessimistes mettent en doute la possibilité même de sa mise en application. Que penser, dans ces conditions, de cette décision, notamment pour l'enseignement des mathématiques en langues indiennes, à concevoir comme facteur de développement des identités culturelles ? A première vue : une utopie généreuse. Puis, à mesure que l'on s'interroge sur la nature de l'activité mathématisante, cette décision révolutionnaire paraît, à chaque pas, moins irréaliste, et finit par s'imposer comme une nécessité, celle d'un défilé par où il faut absolument passer. Et par où passent effectivement tous les pays développés, qui enseignent les mathématiques, de la maternelle à l'université, dans la langue maternelle que parlent leurs enfants (4).

L'essentiel, en mathématiques, est, à coup sûr, affaire de *contenus* logico-mathématiques et, peut-être plus encore, de *moyens de construire ces contenus* et, dans le même temps, *d'en établir le type*, très particulier à cette discipline, de *validité*. On sait aussi que le nerf de l'activité mathématique est la *résolution de problèmes*, et que sa pratique quotidienne se cristallise en démarches de *représentation*, de *modélisation*, et de *démonstration*.

L'activité mathématique est donc, essentiellement, une activité discursive de représentation, et de réflexion sur des représentations, dont les référents, autonomes depuis des lustres, ne sont plus que des êtres de raison, des Idéalités (au sens de Desanti), qui n'existent que dans et par les systèmes de représentation qui les font naître. Car, si les mathématiques parlent à l'occasion de nombre et d'étendue, elles s'occupent, bien davantage, de relations et de jugements, de prédicats et de réseaux de prédicats, de représentations et d'interprétations, de logiques et de modèles...

Les compétences que développe l'activité mathématique s'acquièrent donc en toutes sortes d'occasions sémiologiques, chaque fois qu'il est question de représenter, de modéliser, de comprendre, d'analyser, de prouver, de convaincre, de raisonner... En d'autres termes, elles s'acquièrent d'abord et avant tout dans la pratique de la langue naturelle, sans négliger le fait qu'aucune activité mathématique ne peut se déployer en faisant l'économie d'une langue naturelle.

Et si l'on ne peut mathématiser, et plus généralement raisonner, *que dans une langue*, il est probablement beaucoup plus simple et sans doute plus efficace, de le faire *dans sa langue maternelle* :

« Le jour même où le jeune africain entre à l'école, il a suffisamment de sens logique pour saisir le brin de réalité contenu dans l'expression : un point qui se déplace engendre une ligne. Cependant, si on a choisi de lui enseigner cette réalité dans une langue étrangère, il lui faudra attendre un minimum de 4 à 6 ans, au bout desquels il aura appris suffisamment de vocabulaire et de grammaire, reçu en un mot, un instrument d'acquisition de connaissance, pour qu'on puisse lui enseigner cette parcelle de réalité. » (Diop, A. « Nations nègres et culture », Présence africaine, 1965.)

Ajoutons que le temps de l'épigenèse sera peut-être aussi passé pour l'apprentissage naturel des moyens de représenter ce type de concepts.

La révolution culturelle proposée par la Constitution colombienne suppose donc que toute langue peut être écrite, et qu'elle est capable de construire les moyens de représenter les contenus logico-mathématiques les plus pointus, les relations les plus complexes, les réseaux de prédicats les plus enchevêtrés, ainsi que les objets les plus achevés de la pensée mathématique.

Nous supposons ce point largement démontré, malgré les idéologies qui soutiennent, contre les faits, l'opinion qu'il existerait une hiérarchie dans les langues, et que telle langue particulière (celle d'une culture dominante) serait plus apte que d'autres (celles des cultures dominées) à construire des notions abstraites et des concepts logico-mathématiques.

Dans une première partie, plus générale, nous montrerons que l'éducation souhaitée par l'État colombien est, malgré son apparent caractère utopique, un impératif humain : accepter la diversité des ethnies et promouvoir les échanges interethniques pour ce qu'ils sont, à savoir une condition nécessaire d'humanité, et prendre note qu'après cinq siècles d'ethnocides en Amérique le Monde est devenu moins intolérant, et semble avoir pris conscience de la nécessaire solidarité humaine devant les risques d'épidémies, de famines, d'injustices et de guerres.

Dans une deuxième partie, nous présenterons quelques aspects des travaux des ethnolinguistes présents en Colombie, et confrontés aux demandes indigènes de nouvelles formes d'éducation.

Une troisième partie traitera plus spécifiquement de quelques aspects du problème ethno-éducatif de l'enseignement d'une notion mathématique raisonnablement difficile, celle des nombres réels.

Une quatrième partie présentera quelques réflexions sur une présentation possible du concept de nombre, qui laisserait une place importante à l'intelligence indigène.

Le cœur de l'article s'articule sur quelques questions simples, et sur le témoignage des tentatives de réponses qu'elles font naître en Colombie dans le cadre du projet Kwibi Urraga « Maison de la sagesse ».

Un impératif : éduquer par la diversité des échanges interethniques

Il ne nous semble pas exagéré de dire que l'apparition de l'homme a profondément bouleversé l'ordre de la nature. Cette mutation, apparue dans la lignée des primates, s'est traduite par un changement des lois de l'évolution : à l'évolution des *espèces*, par *différenciation morphologique* inscrite dans le *patrimoine génétique*, s'est substituée, en effet, une évolution des *ethnies* par diversification *culturelle* codifiée dans les *institutions*.

Le résultat est spectaculaire : *une seule* espèce humaine, *homo sapiens sapiens*, culturellement répartie *en milliers d'ethnies*, face aux centaines d'espèces de simiens. Une seule espèce humaine dont les individus sont biologiquement interféconds, passent continuellement d'une culture à l'autre, s'échangent toutes sortes de biens matériels et culturels, se font des cadeaux ou la guerre, se parlent les uns aux autres même s'ils doivent, pour cela, en passer par des chaînes de truchements, et se construire des langues de contact. Bref, l'homme seul est capable de vivre dans n'importe quelle ethnie, d'échanger autant qu'il le désire et que les conditions le lui permettent ; alors que deux singes d'espèces différentes ne peuvent échanger que des coups, lorsqu'il leur arrive de convoiter la même niche écologique.

Cette liberté d'échanger, caractéristique de la condition humaine, et principe constitutif de l'ethnie dans ses principales dimensions (territoriale et économique, démographique et sociale, linguistique et institutionnelle), n'est, cependant, jamais acquise de manière automatique et définitive. Sartre disait qu'on ne naît ni homme ni esclave, mais qu'on le devient. Et les neurobiologistes précisent qu'un trait caractéristique de l'homme est justement de naître avec un cerveau immature. Comme s'il s'agissait d'un ordinateur incomplètement câblé, et qui n'aurait pas reçu sa pleine bibliothèque de logiciels ; un cerveau à « initialiser » au cours de son épigénèse : c'est en faisant des mathématiques que l'on devient mathématicien, et c'est en étant plongé dans un « bain » linguistique que l'on devient locuteur.

L'individu n'est homme que s'il le devient, par les voies de l'imitation et de l'éducation, c'est-à-dire s'il partage la vie de son ethnie, et si la communauté lui transmet les occasions d'acquérir les compétences de sa nature.

La toute première, étant, on le sait, de parler la langue de son ethnie, condition *sine qua non* de l'acquisition de toutes les autres compétences.

Bref, la condition humaine contraint les adultes au devoir d'éduquer et de transmettre les connaissances, comme elle prescrit aux enfants d'apprendre à être et d'apprendre pour être, à commencer par être un locuteur, à l'identité bien marquée, et solidement socialisé par son appartenance à une ethnie souveraine et, par là, ouverte à tous les échanges, tant énergétiques avec l'environnement, que culturels avec les autres.

Rappelons, d'autre part, que l'histoire nous a largement démontré que les échanges interethniques revêtent des formes extrêmement différentes, selon qu'il existe entre

elles un climat de paix, de solidarité, de coopération... ou, au contraire, de guerre, d'intolérance, de compétition forcenée...

Et ce climat dépend directement du type d'éducation que les peuples réservent à leurs enfants, et du type de gouvernement qu'ils se donnent.

La première idée que nous développerons conduit à conclure que l'éducation nouvelle souhaitée par la nouvelle Constitution colombienne semble plus que jamais possible. Nous avons, en effet, *la chance historique de vivre dans une période de moins grande intolérance*, marquée, par exemple, par la chute des empires coloniaux, la fin de la Guerre froide, la ruine des idéologies racistes, et la chance de voir se développer, un peu partout, le désir de paix, le respect de la diversité et de l'environnement, bref, la volonté d'un développement durable, harmonieux et tolérant.

Ce ne fut pas toujours le cas, comme en témoigne ce décret de Carlos III, roi d'Espagne, daté du 5 mai 1770 :

« Par la présente, j'ordonne (...) que soit définitivement obtenue l'extinction des langues indigènes en usage (sur le territoire américain) et que seul soit parlé l'espagnol, comme cela a été ordonné (et insuffisamment appliqué) dans de nombreuses lois royales. »

Ce décret précisait les moyens (l'école coloniale monolingue) et les buts (la production de richesses exportables, la soumission et l'évangélisation) de cette politique d'éradication forcenée des langues autochtones :

« (Il faut) enseigner aux Indiens à lire et à écrire l'espagnol dans le but de les instruire dans les dogmes de notre Sainte Religion (...), de faciliter l'administration, d'éradiquer l'idolâtrie, d'inculquer l'amour de la Nation Conquérante, et pour qu'ils se civilisent et puissent commercer. »

Malgré cette politique d'éradication des langues et des cultures, malgré les chocs microbiens, la colonisation et l'esclavage, malgré les spoliations et l'exploitation, les Indiens d'Amérique survivent depuis plus d'un demi-millénaire. Ceux, du moins, qui réussirent à se replier vers des territoires-refuges inaccessibles à l'appétit des Blancs :

« Les Tarahumaras du nord de Mexico se révoltèrent en diverses occasions. Chaque fois ils furent décimés. Alors, ils se retirèrent dans les zones inhospitalières, et évitèrent tout contact avec les Blancs. Leurs voisins, les Apaches, les traitèrent dédaigneusement de "femmelettes" et continuèrent la lutte. Ils furent exterminés. Tandis que les Tarahumaras vivent toujours et conservent des pans entiers de leur culture ». (Queixalos, F. Para una educación contra el etnocidio, Chantiers Amerindia, Paris : 1984.)

La leçon est fort claire : dans un contexte d'intolérance, les ethnies qui s'opposent aux Blancs disparaissent (4), et celles qui s'en isolent survivent (6) et conservent des pans entiers de leur culture. Et, point tout à fait remarquable, elles refusent le plus souvent les modèles de développement que l'Occident leur propose, et continuent d'affirmer leur identité culturelle et linguistique, et de revendiquer leur droit à la différence :

« Nous ne voulons pas du Progrès si celui-ci nous oblige à courir derrière le monde civilisé. Actuellement, la seule action qui aurait un sens pour nous, serait de nous

rendre nos terres et d'étudier les conséquences sur la vie indigène de tous les projets gouvernementaux de développement des territoires où nous vivons (...). Nous pensons que tous les projets éducatifs élaborés dans les cabinets ministériels conduisent à l'extinction de nos traditions culturelles, qu'ils obligent l'Indien à penser et à vivre comme les civilisés, qu'ils visent à gommer toute différence, et qu'ils sont la cause de la contamination de l'homme et de la nature. » (Collectif rédigé par douze mamas (7) de la Sierra Nevada et adressé au gouvernement et à l'opinion publique.)

Du fait de leur ténacité, les Amérindiens commencent à être entendus par la communauté internationale, et par les gouvernements nationaux qui, les uns après les autres, reconnaissent certains droits (8) aux ethnies minoritaires qui habitent le territoire national dont ils furent spoliés. Voici un extrait du Programme d'action décidé par la *Conférence mondiale sur les droits de l'homme* réunie à Vienne en juin 1993 :

« Tous les peuples ont le droit de disposer d'eux-mêmes. En vertu de ce droit, ils déterminent librement leur statut politique et poursuivent librement leur développement économique, social et culturel. La Conférence considère que le déni du droit à l'autodétermination est une violation des droits de l'homme, et souligne qu'il importe que ce droit soit effectivement réalisé.

Les personnes appartenant à des minorités ont le droit de jouir de leur propre culture, de professer et de pratiquer leur propre religion, et d'utiliser leur propre langue, en privé et en public, librement et sans immixtion ni aucune discrimination que ce soit.

La Conférence reconnaît la dignité intrinsèque des populations autochtones et la contribution unique qu'elles apportent au développement et à la diversité des sociétés, et réaffirme énergiquement l'engagement pris par la Communauté internationale d'assurer leur bien-être économique, social et culturel, et de les faire bénéficier des fruits d'un développement durable. Les États devraient veiller à la pleine et libre participation de ces populations à tous les aspects de la vie sociale, en particulier dans les domaines qui les intéressent directement. »

Et quelques articles de la Constitution Politique de la République de Colombie (1991) :

« Art. 7. L'État reconnaît et protège la diversité ethnique et culturelle de la Nation colombienne.

Art. 8. Protéger les richesses culturelles et naturelles de la Nation est une obligation de l'État et des personnes.

Art. 10. L'espagnol est la langue officielle de la Colombie. Les langues et les dialectes des différentes ethnies sont aussi des langues officielles dans les territoires où on les parle. Dans les communautés ayant des traditions linguistiques propres, l'enseignement sera bilingue.

Art. 68. (...) Les personnes et les groupes ethniques auront droit à une formation qui respecte et développe leur identité culturelle. »

On le voit, un des points clefs est le droit à la reconnaissance des langues, des cultures et des ethnies, mais il suppose aussi la volonté de mettre en place un système

éducatif d'un type *nouveau*, condition essentielle pour que ce droit ne demeure pas dans l'abstraction des textes, mais qu'il pénètre la réalité des faits et des pratiques. Une éducation radicalement nouvelle que la Constitution colombienne qualifie timidement de *bilingue*, et que certains Indiens présentent comme un programme de lutte, une *Education contre les ethnocides*.

Avant de préciser quelques caractéristiques de cette éducation nouvelle, je voudrais signaler un phénomène nouveau, d'une grande importance, me semble-t-il, qui se développe depuis quelques dizaines d'années dans les communautés indiennes. Je prendrai le cas exemplaire de la Sierra Nevada de Santa Marta. Ce phénomène présente au moins trois aspects : un fait, une prise de conscience et le souvenir de l'histoire.

Le fait, c'est que depuis la seconde guerre mondiale, la Sierra Nevada n'est plus, pour les Indiens qui s'y réfugièrent après la chute des États chibchas, un territoire-refuge : les Blancs ont réussi à « coloniser » tout le pied du massif montagneux, environ jusqu'à l'altitude de 1 000 mètres. Il en résulte que *le face à face est désormais inévitable*, par exemple parce que les Indiens sont maintenant obligés d'acheter (9) les produits tropicaux qu'ils cultivaient eux-mêmes jusqu'alors dans les zones chaudes du pied du massif montagneux.

La prise de conscience de l'irréversibilité de cette nouvelle donne historique est l'un des facteurs qui ont conduit les Indiens de la région à exprimer, pour la première fois sans doute de leur histoire, la demande d'introduire certaines connaissances des Blancs dans l'éducation de leurs enfants. *Il faut savoir compter et se servir de la balance* pour ne plus se faire voler dans les transactions commerciales ; il faut connaître l'espagnol et le droit pour se défendre devant les tribunaux ; il faut étudier l'histoire pour qu'elle cesse d'être présentée systématiquement du point de vue des Blancs, qui font de 1492 le symbole d'un « grand pas de l'humanité », et ne voient que des héros dans les *Conquistadores*...

Cette situation radicalement nouvelle pour rendre caduques toutes les politiques de survies traditionnellement fondées sur l'évitement des Blancs et sur la recherche de territoires-refuges n'a cependant pas fait oublier aux Indiens de la Sierra Nevada les effets dévastateurs d'une expérience éducative datant de l'époque de la première guerre mondiale. Des missionnaires catholiques avaient réussi à implanter une école à Nabusimake, en pleine terre indigène, une école de triste mémoire pour les Indiens, puisque les enfants qui y entraient disparaissaient pour les communautés. Une école qui demanda, en tout cas, plus d'un demi-siècle de luttes, avant que les Indiens puissent obtenir sa fermeture, tout récemment, dans les années quatre-vingt.

Ce triple phénomène (disparition des sanctuaires, nécessité d'acquérir certaines connaissances des Blancs, souvenir cuisant de l'école coloniale) permet de comprendre qu'il n'est pas contradictoire, pour un Indien, de lutter pour la fermeture des écoles traditionnelles, et de revendiquer, dans le même temps, l'accès à certaines connaissances des Blancs comme, par exemple, l'art d'écrire, le droit, la comptabilité, les mathématiques... Puisqu'il s'agit d'acquérir ces connaissances dans le cadre d'un système éducatif nouveau, encore à inventer, mais que l'on sait déjà définir négativement comme devant être différent de l'école traditionnelle, héritière de l'école coloniale, dont la structure a « été conçue en grande mesure pour répondre aux besoins

des investisseurs de la métropole, de ses commerçants et de sa culture » (Carnoy, *L'éducation et l'emploi : une étude critique*, Unesco, 1977).

Une demande éducative ? Oui, disent les Indiens, mais à condition que le principal objectif de l'école ne soit pas de les « civiliser », et que le projet soit servi par une volonté politique ferme de respecter les cultures et les nécessités indigènes. Une éducation à concevoir, non plus en termes d'assimilation, mais en termes d'indigénisation, de socialisation, de participation. Une politique éducative qui ne peut être qu'un élément d'une politique générale de développement, radicalement nouvelle, non seulement durable (10), mais aussi équitable et complémentariste.

Car les Indiens savent qu'ils possèdent des connaissances et des richesses humaines essentielles, notamment culturelles et institutionnelles, et qu'ils peuvent, à ce titre, apporter une contribution originale aux problèmes graves et profonds qui se posent au monde (11) :

« On voit plus clairement aujourd'hui qu'on ne résoudra aucun des problèmes graves et profonds qui se posent dans le monde sans l'entière participation des populations autochtones, comme des minorités ethniques, des victimes de la répression et de l'arbitraire, des femmes, des veuves, des enfants, des personnes déplacées et des autres groupes vulnérables, de tous ceux-là qui composent la grande majorité des démunis de nos sociétés et dont il faut prendre en compte les expériences et les demandes. »

Une contribution qui passe par l'invention de formes d'éducation nouvelles :

« Il est essentiel, pour l'avenir de l'humanité, d'envisager un enseignement d'un type nouveau, qui fasse comprendre que les populations autochtones, ainsi que les minorités en général, exigent une coopération de tous les secteurs de la société pour éviter les affrontements, le racisme, la discrimination, et pour que la lutte qu'ils mènent en faveur du plein respect de leurs droits et de leur identité soit couronnée de succès. Reconnaître et respecter le pluralisme culturel, ce sont là des éléments-clés pour bâtir de nouvelles relations d'égalité et de coexistence pacifique entre nos peuples et les différentes nations du monde (Rigoberta Menchu, prix Nobel de la paix) ».

Les caractères idéaux essentiels de cette nouvelle éducation, que j'appellerai désormais l'*ethnoéducation*, sont :

- 1) l'éducation est une œuvre commune, à définir et à gérer collectivement ;
- 2) la scolarisation et l'alphabétisation sont à dispenser dans les langues vernaculaires ;
- 3) l'enseignement se fait dans la langue maternelle des apprenants ;
- 4) les contenus des programmes s'articulent sur la réalité familière de l'ethnie des apprenants ;
- 5) les rythmes scolaires s'articulent sur ceux de la vie sociale de l'ethnie ;
- 6) l'introduction aux réalités de la vie nationale et internationale, notamment à la langue espagnole, se fait prudemment et seulement lorsque l'identification aux valeurs de l'ethnie, notamment à sa langue, est assurée.

Les exigences précédentes résultent d'un double constat.

Le constat, par les responsables gouvernementaux, de l'échec des politiques de scolarisation, celles-ci ayant conduit, presque invariablement, en particulier dans les zones rurales et indigènes, à des retards scolaires massifs, et à des taux d'échec prohibitifs. Ce qui contribue à alimenter les fléaux sociaux que sont l'exode rural et l'explosion des bidonvilles.

Le constat, par les Indiens, des effets pervers de ces mêmes politiques, qui font que tout enfant qui réussit sa scolarité est un enfant perdu pour sa communauté d'origine, et que tout enfant qui échoue – ce qui est le cas le plus général – devient un éternel inadapté, aussi mal à l'aise chez les Blancs que dans son ethnie d'origine.

Voici, par exemple, quelques conclusions de la Commission éducation du premier Colloque indigène national réuni à Santa Fé de Bogota en 1991 :

« L'éducation officielle ne profite pas aux communautés indigènes parce qu'elle ne respecte pas notre culture, et qu'elle ne part pas de nos besoins ; elle ne profite, en fait, qu'aux classes dominantes. Toutes les formes d'éducation scolaire qui éloignent l'enfant indigène de sa propre identité doivent être rejetées, car elles sont un instrument de destruction culturelle (...). Il existe, depuis toujours dans nos communautés, différentes formes d'éducation fondées sur le caractère communautaire de nos cultures, et ces traditions doivent continuer à enrichir l'éducation d'aujourd'hui ».

Notons en particulier les moyens jugés nécessaires au développement de cette nouvelle éducation (12) :

« Les communautés indigènes doivent assumer le contrôle de l'école pour qu'elle soit au service des intérêts indigènes.

Nous devons continuer à utiliser notre tradition éducative, et à fortifier notre identité qui nous a permis jusqu'ici de défendre notre culture.

Nous devons approfondir par des recherches la connaissance de notre histoire, de nos connaissances, et de nos savoirs ».

Récapitulons quelques points, qui semblent autant de conditions préalables à la mise en place de l'ethnoéducation, et constituent autant de thèmes de recherches du Centre colombien d'études ethnoéducatives :

- 1) la définition et la mise en place d'une politique d'ethnoéducation sont des prérogatives indigènes garanties par la Constitution ; elles ne peuvent être réalisées qu'en accord avec les communautés, et avec la collaboration volontaire de tous ;
- 2) les communautés doivent au moins participer aux contrôles, notamment politiques, de tous les éléments du système ethnoéducatif ;
- 3) les responsables indigènes doivent disposer des moyens et être en mesure d'évaluer les conséquences, pour leur communauté, de l'accès aux connaissances et aux savoirs, notamment scientifiques, dispensés par le système ethnoéducatif ;
- 4) les « experts » non-indigènes impliqués dans le processus ethnoéducatif doivent avoir une connaissance substantielle des langues, des cultures, des besoins et des aspirations indigènes ; à tout le moins, ils doivent avoir un sens aigu de l'écoute, et un respect profond des autochtones, de leurs connaissances, de leurs savoir-faire,

de leurs savoir-vivre, de leurs systèmes de représentation, de leurs systèmes d'éducation et de socialisation traditionnels ;

- 5) la « transmission » des sciences, notamment des mathématiques, n'est qu'un élément très particulier de toute politique ethnoéducative ;
- 6) les mathématiques, par exemple, doivent être présentées aux responsables indigènes sous leurs divers visages, par exemple depuis une arithmétique « de marchands » jusqu'aux théories « formelles » des nombres, ou de la géométrie « physique » du positivisme naïf jusqu'aux géométries « axiomatiques » contemporaines ; ceci afin qu'ils puissent en comparer les enjeux, et décider en connaissance de cause du type ou des types de mathématiques qu'il leur paraît souhaitable de promouvoir dans leur communauté.

Ces points démontrent, s'il était nécessaire, la complexité de la tâche à accomplir. Une entreprise que je n'hésiterai pas à comparer aux grands défis technologiques, comme le percement du tunnel sous la Manche ou l'envoi d'un homme sur la lune, tant cette utopie suppose la coordination de multiples compétences, et la coopération de groupes humains fort étrangers les uns aux autres, et profondément meurtris par des siècles de génocides et d'ethnocides.

Quelques aspects des recherches en Colombie

La difficulté essentielle de toute entreprise ethnoéducative provient de l'immense distance culturelle qui sépare, par exemple, un chaman et un mathématicien d'aujourd'hui. Prenons seulement deux exemples en posant les questions simples suivantes. Qui va développer des mathématiques articulées sur une cosmovision amérindienne ? Comment présenter les mathématiques à un Indien de tradition orale, dans une langue qui n'a pas développé jusqu'ici ce qu'il est convenu d'appeler des vocabulaires scientifiques, sachant qu'il convient d'articuler la nécessité de l'écrit et le prestige de l'oral ?

L'Indien d'aujourd'hui ? Peut-être, s'il accepte l'effort d'entrer dans les principes de la pensée mathématique, et dans la mesure où celle-ci lui apporte des réponses, nouvelles ou plus économiques que celles qu'il peut inventer par ses propres moyens, aux problèmes qu'il se pose dans sa propre cosmovision.

Le mathématicien ? Peut-être, s'il accepte l'effort d'entrer dans la vision indigène du monde, et dans la mesure où il parvient à y poser des problèmes moteurs pour sa propre discipline.

Bien plus probablement, en tout cas, et à coup sûr de manière plus certaine, les réponses seront apportées par la collaboration de ces deux types d'acteurs. A supposer, bien sûr, qu'ils acceptent de relever le défi. Un défi raisonnablement réaliste, compte tenu du chemin déjà parcouru, notamment en Colombie :

- 1) un cadre constitutionnel solide ;
- 2) une tradition déjà longue de travail en commun des Indigènes, des chercheurs du Centre colombien d'études des langues aborigènes et des chercheurs français du Centre d'études des langues indiennes d'Amérique ;
- 3) des descriptions fiables et surtout comparables de dizaines de langues ;
- 4) la résolution, pour l'essentiel, des passages à l'écriture ;

- 5) des expériences exceptionnelles dans le domaine de la création de néonumérations et de textes aussi étrangers à la pensée indigène traditionnelle que la Constitution politique de la République colombienne ;
- 6) un Centre colombien d'études ethnoéducatives à l'université de la Guajira, à Rio Hacha, c'est-à-dire au cœur de l'ethnie indienne la plus nombreuse du pays ; ce centre a achevé de définir son projet, *Kwibi Urraga*, qui articule recherches, expérimentation, formation et développement ;
- 7) création de deux licences en ethnoéducation dans les universités du Cauca et de la Guajira.

Le premier résultat, essentiel mais rarement souligné et exceptionnellement respecté, aura été de ne pas se lancer précipitamment dans la course à l'ouverture d'écoles « expérimentales » en zone indigène, mais de construire au contraire les conditions d'un dialogue interculturel durable. Un dialogue indispensable pour ne pas reproduire, involontairement mais inévitablement, le modèle de l'école traditionnelle (héritière de l'école coloniale ou de l'école missionnaire), que l'on peut caractériser par la différence de statuts des connaissances : les unes, dites prétendument « universelles » ou « de Progrès », devant faire disparaître les autres, préalablement stigmatisées comme « primitives », « folkloriques », « pré-scientifiques », quand elles ne sont pas tout simplement niées et déclarées « irrationnelles ».

Les travaux des chercheurs du CCELA ne sont pas ceux d'experts, nationaux ou internationaux, cherchant à faire carrière mais voulant développer une œuvre collective à laquelle participent les principaux intéressés, c'est-à-dire les Indiens, qui seront, à terme, les véritables experts de la description de leurs langues et de leurs cultures, et les premiers, sinon les seuls, responsables de l'ethnoéducation et du programme *Kwibi Urraga* (13).

Une « retombée », comme on dit, de cette approche préliminaire des langues indigènes aura été la création de chaînes de *démultiplicateurs* ou de *truchements*, c'est-à-dire de personnes pouvant relier continuellement des extrêmes aussi différents qu'un *mama* de la Sierra Nevada et un scientifique occidental. L'importance incontournable de ces truchements résulte du fait qu'ils ont développé, dans l'exacte proportion de la réalité et de la profondeur de leurs échanges, des langues de contact, des habitudes de traduction, des techniques d'interprétation, des stratégies de diffusion... Sans parler du fait essentiel qu'ils ont appris à se connaître et à se respecter.

Ces chaînes de truchements sont, en tout cas, devenus des spécialistes de la création de langues de contact, préalable indispensable à toute tentative de création de terminologies scientifiques et pédagogiques en langues vernaculaires. Rappelons qu'ils ont pu de cette manière produire six traductions de la Constitution colombienne. Elles ont permis, d'autre part, qu'un mathématicien français et un *mama* de la Sierra engagent un véritable débat cognitif à propos de la recherche d'une concrétisation du corps des nombres réels, qui serait compatible avec les cosmovisions indigènes et avec les exigences de la rigueur mathématique que l'on est en droit d'attendre d'un enseignant indigène après les travaux des mathématiciens comme Dedekind ou Cantor. Nous reprendrons ce point plus en détails dans les deux parties suivantes.

Ces chaînes de truchements ont également permis qu'un linguiste français et des instituteurs sikuanis mènent à terme le projet de créer une néonumération (14). Une telle réalisation contribue à détruire l'idée fausse que l'emprunt pur et simple de la numération espagnole serait la solution la plus simple et la moins coûteuse pour les Sikuanis ; et elle prouve, de plus, que toute communauté indigène peut, à tout moment, retrouver la fierté de sa langue, relancer ses mécanismes productifs, et relever le défi de créer des systèmes linguistiques spécialisés, plus performants que ceux de la langue du colon.

D'autres résultats, tout aussi importants, proviennent du fait que ces chaînes de truchements ne sont pas seulement un lieu d'échange interethnique, mais qu'elles constituent aussi un véritable milieu pluridisciplinaire, dans lequel collaborent des linguistes, des ethnologues, des sociologues, des historiens, des épistémologues, des pédagogues, des juristes, des travailleurs sociaux, des cadres administratifs...

Cette collaboration pluridisciplinaire permet, par exemple, de compenser l'absence fréquente de données historiques par l'analyse comparative des langues actuelles ; ce qui permet souvent de reconstruire des étymologies probables, et de conjecturer d'anciennes stratégies de représentation liées à la résolution de tel ou tel problème de mise en signes, par exemple des conceptualisations numériques. De cette manière, des scénarios, linguistiquement documentés et cognitivement vraisemblables, ont pu être reconstruits, notamment pour reconstituer quelques points de l'histoire de plusieurs numérations précolombiennes (nasa yuwe, misquito, chibcha), ou pour décrire les changements de type sémiotique survenus dans certaines numérations mayas, au contact des numérations positionnelles de l'Occident. De même, des chercheurs indigènes ont pu retrouver, dans la mémoire collective des Paez, une gestuelle ordinale traditionnelle, qui permet, sur des bases observationnelles solides, d'établir que la numération nasa yuwe traditionnelle n'est aucunement incohérente, comme le soutenait le premier descripteur européen de cette numération, même si les noms des nombres 7, 8 et 9 lui apparaissaient, à tort, comme les composés (2,6), (3,6) et (4,6).

Les réflexions sur les pratiques et les résultats produits par ces chaînes pluridisciplinaires de truchements génèrent des reprises épistémologiques générales de l'ensemble des faits observés alors d'un point de vue cognitif. Il devient ainsi possible de décrire les phases d'un cycle complet de l'évolution de certains concepts spécifiques (par exemple celui de nombre) de systèmes de représentations, (par exemple les numérations), de stratégies de mise en signes, de techniques de calcul..., depuis leur naissance dans l'obscurité des origines, jusqu'à leur mort dans l'oubli, leur disparition par changement de paradigme, ou leur fusion dans une nouvelle synthèse historique, en passant par tous les degrés de leur transformation par dé-re-contextualisation dans d'autres pratiques, cosmovisions, ou théories...

On montre ainsi, par exemple, que les connaissances nécessaires à la création d'un système de numération capable de générer l'expression de très grands nombres (par exemple de l'ordre du sextillion) se développent en cycles de trois phases : le *détachement* de l'expérience réelle ou conçue, qui prend les formes d'une simulation par signaux ou d'une modélisation par symboles, l'*autonomie* dans et par la langue naturelle, qui fournit les moyens de produire, selon les normes syntaxiques, tout autant que

de créer en jouant sur l'écart à ces normes, l'*asservissement* aux principes d'une discipline et d'une communauté de spécialistes qui fournit les types de rationalité, de preuves et d'acceptabilité qui font la science et décident des faits scientifiques.

Notons enfin que le travail réalisé au cours de ces échanges, notamment à propos d'un concept spécifique, produit nécessairement, en même temps, autant de propositions d'expression et de représentation, tant dans les langues des extrêmes que dans les langues de contact qui se construisent à mesure. C'est de ce matériel, nous semble-t-il, que pourront sortir les plus intéressantes propositions pour la production des terminologies scientifiques, que l'ethnoéducation devra nécessairement produire ; elles constituent une réelle alternative à la traduction mot à mot, que l'on observe généralement dans d'autres contextes de mise en place d'une langue nationale d'enseignement.

Tout ce travail, s'il permet l'observation des connaissances, ne suffit cependant pas à définir, et encore moins à gérer, les situations d'apprentissage proprement dites. Il devrait donc s'articuler sur des analyses didactiques et des expériences d'ingénierie didactique, nous ne parlerons pas ici de ces questions.

Après ces généralités qui permettent de prendre la mesure de la complexité des problèmes que pose l'ethnoéducation, nous présenterons quelques témoignages concernant la question plus particulière de la présentation de concepts mathématiques à des ethnies étrangères au développement contemporain de cette discipline dans le monde industriel d'aujourd'hui.

Une concrétisation indigène de la droite réelle

Rappelons, pour commencer, qu'une entité mathématique nouvelle reste toujours très difficile à concevoir, à accepter, et à communiquer, tant qu'aucune « concrétisation » convenable n'a été inventée ou découverte, qui permette au mathématicien de se la représenter, et de la ressentir comme un objet « réel ».

L'histoire des sciences fournit de nombreuses illustrations de cette difficulté, particulière aux mathématiques qui s'occupent davantage d'être de raison que d'être du monde, et de la libération qu'apporte la découverte d'une structure « concrète » représentative d'une certaine axiomatique. Ce fut successivement le cas pour les nombres que les mathématiciens disent « irrationnels », « négatifs », « complexes », et, tout récemment, « non standards ». Ou encore, en géométrie cette fois, lors de la découverte des géométries non euclidiennes, ou, en logique, des paradoxes de la théorie des ensembles.

Dans tous ces cas, l'effet d'une « concrétisation » fut toujours immédiat, et provoqua un changement d'attitude radical et immédiat dans la communauté mathématique. Prenons le cas de la découverte des nombres complexes, comme la fameuse racine carrée de moins un.

Ces nombres, découverts comme intermédiaires de calcul dans la résolution des équations du troisième degré, paraissaient si étranges qu'on les qualifia de nombres *impossibles* ou *imaginaires*, et, plus gravement, que l'on doutait de la validité des calculs où ils intervenaient. Bien sûr, les mathématiciens finirent par les utiliser, malgré leur réticence, en raison des services qu'ils rendaient, notamment dans la recherche des racines d'une équation. Ainsi, au XVIII^e siècle, l'outil était-il accepté (comme un

« sophisme »), mais l'entité impossible ou imaginaire, elle, ne l'était toujours pas, et les mathématiciens partageaient toujours l'opinion émise par Bombelli deux siècles plus tôt :

« De l'avis de beaucoup, c'était une idée insensée, et moi-même je fus longtemps de cette opinion ; toute la question semblait reposer sur un sophisme plutôt que sur une réalité ; cependant, je cherchai jusqu'à ce que j'eusse prouvé que c'était bien la vérité. »

comme, par exemple, Euler, qui écrivait en 1770 :

« Toutes les expressions comme $\sqrt{-1}$, $\sqrt{-2}$, etc. sont [...] des nombres impossibles ou imaginaires ; puisqu'ils représentent les racines carrées de quantités négatives ; de ces nombres nous pouvons seulement affirmer qu'ils ne sont ni zéro, ni supérieurs à zéro, ni inférieurs à lui, ce qui nécessairement les rend imaginaires ou impossibles. »

Longtemps encore, les racines de nombres négatifs ne devaient avoir aucune réalité objective, malgré la familiarité que les mathématiciens en avaient par leur pratique ; elles n'existaient que comme des constructions langagières, des sophismes, cependant nécessaires en vertu de cette sorte de droit à l'existence idéale que leur conféraient les règles d'un calcul rigoureux. Et les disputes allaient bon train.

Jusqu'au jour où quelques mathématiciens (15) découvrirent un moyen de les concrétiser. Il consiste, pour l'essentiel, à interpréter l'imaginaire $i = \sqrt{-1}$ comme un opérateur géométrique, une rotation d'angle droit. Dans cette identification, tout point M du plan représente (et est représenté par) un nombre complexe z de la forme $z = x + iy$, x et y étant le couple de réels correspondant aux coordonnées du point M dans un repère convenable.

Du coup, ces nombres perdirent leur caractère impossible ou imaginaire, et la concrétisation imaginée leur conféra une existence véritablement objective : on pouvait les saisir, les regarder, les dessiner réellement, et non plus les saisir seulement en pensée, dans le réseau des relations qui structurent en corps de nombres les ensembles munis d'une loi d'addition et d'une loi de multiplication. Gauss dira, par exemple, qu'il finit par considérer « cette partie importante des mathématiques à un point de vue différent, grâce auquel on peut attribuer une existence objective aux quantités imaginaires ».

La concrétisation par un modèle (les points du plan) avait permis ce que l'utilité indéniabla de l'outil n'avait pas réussi : donner un statut mathématique d'objet, et donc droit logique de cité, à des entités jusque là réputées impossibles. Les disputes s'arrêtèrent, et plus aucun mathématicien ne rouvrit, depuis lors, cette boîte de Pandore : un objet scientifique indiscuté sinon indiscutable.

Nous retiendrons que la découverte d'une concrétisation, c'est-à-dire d'une modélisation qui interprète dans une structure *plus familière* (et non pas plus réelle), est toujours un moment essentiel de la vie d'un concept mathématique, c'est son acte de naissance. Et c'est, en même temps, une condition *sine qua non* de son acceptation par une communauté, même de spécialistes. Soulignons, *a fortiori*, la nécessité des concrétisations pour tout enseignement des concepts mathématiques.

J'ai eu le privilège, en 1989 et 1990, dans la Sierra Nevada, de pouvoir entrer dans une chaîne de truchements, et d'animer, en tant que mathématicien, des groupes de

travail (16) sur le nombre et les numérations. Étaient présents : un *mama*, des « instituteurs » indigènes des trois ethnies de la Sierra Nevada, des responsables politiques indigènes, des chercheurs en linguistique colombiens et indigènes.

L'objectif que je m'étais fixé était de rechercher, en vue d'un futur et hypothétique enseignement des mathématiques en langues amérindiennes, une concrétisation *culturellement acceptable* de la structure mathématique du corps des nombres réels (17). Le modèle le plus courant en Occident de cette structure est ce qu'on appelle la droite réelle, c'est-à-dire une droite graduée par les nombres réels. L'interprétation est réalisée techniquement par une mise en correspondance bijective des nombres x du corps R et des points M de la droite D , par une application qui associe à tout point M son abscisse x_M , et qui est astreinte à vérifier certaines propriétés. C'est évidemment ce modèle qui guidait mes questions et mes suggestions tout au long du débat.

Une grave difficulté ne tarda pas à se présenter. Le *mama* me fit savoir que cette image de la droite ne pouvait pas être retenue pour l'enseignement chez les Kaggaba, parce qu'elle heurtait l'image indigène traditionnelle du temps. Apprécions la profondeur du jugement, et la subtilité de la pensée de l'Indien, qui reliait mes dessins de droites graduées aux représentations qu'il se fait du temps. Nous fûmes ainsi conduit à discuter des cosmovisions occidentale et indienne du temps (grammatical et cosmologique), ainsi que de leurs représentations. Et à prendre acte de différences notables, par exemple, pour le temps grammatical, puisque le futur est souvent imaginé par un Occidental comme se trouvant devant l'observateur ; tandis que l'Indien se représente le futur derrière lui. Une raison avancée pour placer le passé devant soi, étant qu'il est généralement mieux connu que le futur. Donc plus visible...

Une différence plus importante avait cependant motivé la réaction négative du *mama*. Les temps occidental et indigène s'opposant souvent comme le linéaire et le cyclique, et, plus profondément encore, comme le profane et le sacré. Il ne pouvait être question de représenter le temps sous la forme linéaire profane d'une droite, et interdire ainsi l'intuition du temps cyclique sacré, aux enfants de la communauté.

Mais je n'avais pas plus de raisons d'abandonner le modèle occidental de la droite réelle, ce modèle mathématique que nous croyons volontiers « universel », que mes interlocuteurs n'en avaient de renoncer à leur cosmovision. La situation était bloquée, et aurait fort bien pu en rester là.

Pour autant que je m'en souvienne, c'est une remarque du *mama* qui est venu tout débloquent :

« Une droite est comme cette corde. Tendue ou détendue, déroulée ou enroulée, c'est toujours une corde. »

Puis, il m'emmena au centre de la maison des réunions sociales traditionnelles, et me fit regarder vers le toit conique qui la couvre. Il me fit, par interprète interposé, un discours dont je n'ai capté que trois informations :

« Regarde. Tu vois cet escargot qui relie les poutres et descend du sommet. C'est aussi une corde. Elle est comme notre temps. »

Effectivement, une corde végétale descendait du sommet, et reliait, en formant une hélice, les poutres qui constituaient la charpente, et qui étaient disposées comme les génératrices et les sections orthogonales d'une nappe de cône.

Le *mama* venait de me rappeler une propriété d'invariance importante, celle de la structure topologique qui définit l'ordre des points d'un continu unidimensionnel. L'image de la droite modélisant les réels peut bien être « droite » ou « enroulée en hélice », cela ne change en rien son aptitude à représenter ces nombres, ou à modéliser les structures dont leur ensemble peut être muni. On sait d'ailleurs, depuis les travaux mathématiques de Peano, Frege, Cantor, Dedekind... que les questions d'ordre et de type d'ordre sont au centre des axiomatiques visant à fonder le concept de réel, ou à définir les continus. Bref le *mama*, qui refusait l'image de la droite des Blancs tracée à la règle sur un plan, proposait celle d'une droite enroulée en hélice sur la nappe d'un cône.

Aucun mathématicien n'y trouverait à redire.

Il ne restait plus qu'à exploiter cette concrétisation possible des réels par l'image de la corde en escargot, qui court sous le toit de la maison de la sagesse des Indiens de la Sierra Nevada.

Je n'ai pas encore eu l'occasion d'aborder ces questions dans les ateliers de la Sierra ; par contre, j'ai pu en discuter longuement à Bordeaux, avec Rubiel Zalabatta, un Ika alors étudiant de linguistique à l'École pratiques des hautes études de Paris, et maintenant recteur de l'école bilingue de Nabusimake.

Il ressort de nos discussions que cette concrétisation pourrait être particulièrement fructueuse dans le cadre des recherches ethnoéducatives.

Ce modèle indigène permet, en effet, de présenter de manière « immédiate », et de façon « naturelle », un grand nombre de questions qui paraissent « fondamentales » au mathématicien occidental. Il s'agit notamment de :

- 1) la possibilité d'introduire simplement le problème du concept de nombre (entier naturel) dans sa fonction première d'être un outil qui « en dépit de l'identité que revêt pour la perception un ensemble d'objets semblables [fondus dans l'unité d'un genre] sera capable de faire obstacle à la fusion mentale (18) », c'est-à-dire de déterminer par la pensée, dans un acte énumératif, que *a*, *a*, *a*, font *trois* aussi bien que *une* lettre *a* ;
- 2) la possibilité d'introduire simplement les négatifs, par une symétrie introduisant la deuxième nappe du cône ;
- 3) la possibilité d'introduire simplement les décimaux, ou les rationnels, en affinant autant qu'on le désire la structure du maillage du cône, en augmentant le nombre de génératrices et de sections orthogonales que l'on considère ;
- 4) la possibilité d'opposer deux types d'ordre profondément distincts : l'ordre oméga des naturels (ou zêta des entiers) à l'ordre éta des rationnels et des décimaux (19) ;
- 5) la possibilité d'aborder concrètement la question des rôles des systèmes de numération, ainsi que celui des changements de base dans les numérations positionnelles ;
- 6) la possibilité d'opposer les « logiques » additive des décimaux et multiplicative des rationnels. Ce point délicat renvoie au fait que la division n'est pas partout définie dans les décimaux, contrairement à ce qui se passe dans les rationnels, et qu'il faut construire une théorie des rapports et des proportions (*a* est à *b* comme *c* est à *d*, *x* se trouve entre *a* et *b* comme *y* entre *c* et *d*) pour pouvoir mesurer certains objets que construisent les mathématiciens.

Il reste, évidemment, à construire et à expérimenter des séquences pédagogiques précises, non pas tellement pour lancer déjà des programmes dans les écoles bilingues de la Sierra Nevada, mais bien plutôt pour accompagner les communautés dans la difficile tâche de saisir les tenants et les aboutissants d'une culture mathématique, et, si elles le jugent alors utile, pour se lancer dans l'aventure de la création lexicale des terminologies mathématiques, préalable indispensable à tout enseignement des mathématiques en langues amérindiennes. Les figures suivantes mettent en évidence quelques uns des moments possibles de cet enseignement :

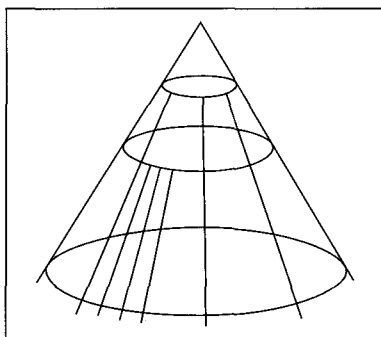


Figure 1.
Apprentissage de l'énumération

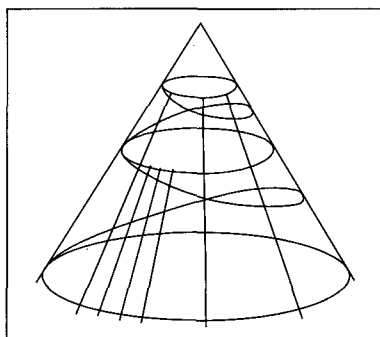


Figure 2.
Apprentissage d'une concrétisation de R

Réflexions sur une présentation possible de la notion de nombre

Rappelons que notre objectif est de présenter, le plus « naturellement » possible, à de futurs enseignants indigènes, les principaux problèmes que pose la construction des nombres, au sens des mathématiques d'aujourd'hui.

Il nous revient donc d'imaginer des problèmes suffisamment riches pour que les principales difficultés mathématiques de cette construction soient susceptibles d'apparaître et d'être discutées, et dont la solution oblige à engager les concepts mathématiques visés ; mais des problèmes qui doivent aussi pouvoir être saisis et, au moins partiellement, résolus sans culture mathématique préalable, par exemple par un Indien non acculturé et ne parlant pas l'espagnol.

Nous admettons, sans le discuter ici, un principe majeur de l'ethnoéducation : un concept n'a de sens qu'en relation aux problèmes qu'il permet de résoudre, ceux-ci étant d'ailleurs en relation avec les besoins culturels, qui permettent de les identifier. Nous admettons, de plus, que les connaissances sont, de manière fort générale, des constructions collectives.

Le point de départ, dont nous ne traiterons pas ici, semble bien pouvoir être une réflexion commune, développant des compétences linguistiques et métalinguistiques indispensables, sur le système de la langue. Toute langue, en effet, a développé des solutions spécifiques à de nombreux problèmes de mise en signes de conceptualisations fort générales. Ces solutions font intervenir des connaissances « naturelles » (au sens de liées au système de la langue), spécifiquement articulées aux cosmovisions et aux cultures, et qui permettent de conjecturer des pans entiers de l'organisation attri-

buée au domaine du quantitatif, de son articulation au qualitatif, de dégager des stratégies (souvent « inconscientes », même pour le locuteur) pour traiter de grandes distinctions comme celles du discret et du continu, du singulier, du collectif et du pluriel, de l'ordinal et du cardinal, de l'ordre et de la mesure, ou encore pour déterminer, voire énumérer, les éléments d'un ensemble ou pour définir les parties d'un tout.

L'étude, par exemple, des quantités du français, c'est-à-dire des termes qui marquent de manière ambiguë soit l'ordinal soit la fraction, comme les mots **tiers** ou **cinquième**, montre que cette ambiguïté est levée par la situation. Chaque fois que celle-ci, ou le contexte, déclenche la vision d'un référent *continu* (respectivement d'un référent *discret* ou conçu comme discret), le quantième est perçu sémantiquement comme renvoyant à une *partie*, définie par son *étendue* (propriété « inaliénable », respectivement comme un *élément* identifié par une *position*, propriété extrinsèque), et ceci, relativement à un *tout présumé divisible* (respectivement, à une *diversité présumée énumérable*). Des phénomènes de ce type sont fréquents, notamment dans les langues mayas. Leur étude, dans des chaînes de truchements comprenant linguistes et mathématiciens, me paraît tout à fait essentielle pour commencer à dégager ce que j'appelle des pierres d'attente naturelles de la pensée mathématique du nombre (20).

Les témoignages de la partie précédente, mais aussi de l'épistémologie et de l'histoire des mathématiques, suggèrent que l'une des fonctions essentielles du nombre est de permettre de maintenir distinct, de discerner et de déterminer, ce que l'intelligence ou les sens ne peuvent concevoir qu'indistincts, confondus dans l'homogénéité d'un genre, comme des billes toutes semblables et qu'un tiers ferait circuler dans les mains d'un aveugle, ou comme les parties d'un tout qui ne serait pas effectivement divisé (21). Ce qui suggère, pour construire les systèmes de nombres, de partir du problème du repérage des points d'un continu, et, plus précisément des points d'une nappe de cône.

Un premier pas est réalisé par la prise de conscience de l'impossibilité de la tâche, et de la nécessité de se contenter de réaliser une sorte de « maillage » discret du continu proposé, de « quadriller » la surface du cône. Ceci apparaît généralement après avoir pris conscience de l'insuffisance du premier référentiel qui vient à l'esprit, lié le plus souvent à l'origine déictique, le *moi-ici-maintenant* du sujet linguistique, qui pointe tel ou tel endroit du cône, et qui tente de le faire voir ou saisir à son interlocuteur.

D'importantes conditions apparaissent, plus ou moins rapidement, au cours des discussions du problème de l'identification des points d'une nappe de cône. En voici quelques unes :

- 1) Différents types de quadrillages peuvent être mis en place pour discrétiser le continu donné ;
- 2) Tous doivent comporter un nombre *infini* de « mailles » ;
- 3) Même un nombre infini (dénombrable) de mailles discrètes est insuffisant pour nombrer l'infini (continue) des points du cône ;
- 4) L'infini (dénombrable) des mailles doit pouvoir être étiquetée ;
- 5) Il faut donc (commencer par ?) construire (séparément ?) le système des « étiquettes » ou des « numéros », en nombre suffisant (une infinité dénombrable) pour désigner sans ambiguïté tous les points du quadrillage

Arrêtons-nous un instant sur ce dernier point. La construction de notre système d'étiquettes est fondamentalement un problème linguistique. Il peut donc facilement être saisi et résolu par les Indiens eux-mêmes. Du point de vue de l'arithmétique, c'est le problème fondamental de la numération : construire un système d'expressions, qui permettent de désigner individuellement chacune des entités d'un ensemble dénombrable.

Aucune liste finie, aucun alphabet, ne permet de résoudre ce problème. Il faut un système générateur, c'est-à-dire muni de règles qui permettent, à partir de certaines expressions, d'en produire de nouvelles, évidemment plus complexes que les premières.

Ce point apparaît généralement après avoir épuisé les pseudo-solutions, qui consistent à inventer de nouveaux éléments pour augmenter la taille de l'alphabet ou la longueur de la liste, ou encore, à multiplier les alphabets en ajoutant des marques diacritiques aux éléments du premier. Ces pseudo-solutions ne sont, en effet, effectives, et même optimales, que dans le cas fini (22).

Une solution plus théorique consiste à construire le « monoïde libre engendré par un alphabet fini », c'est-à-dire utiliser récursivement l'alphabet lui-même comme système de marques diacritiques : après a, b, c, etc., z ; on prend aa, ab, ac, etc., az ; puis ba, bb, bc, etc., bz ; et ainsi de suite jusqu'à za, zb, zc, etc., zz ; où on passe à deux marques diacritiques, prenant aaa, aab, aac, etc., aaz ; et ainsi de suite récursivement. Ce procédé revient à former tous les « mots » de toutes les « longueurs » possibles, avec les « lettres » de l'alphabet initialement donné.

Il est facile de comprendre et de faire comprendre qu'il est nécessaire, pour s'y retrouver dans cette infinité de « mots », de définir un « ordre » sur le monoïde libre. Les débats organisés sur ce sujet montrent qu'il est très instructif d'analyser et de comparer différents types d'ordre qu'il est possible de définir, puis d'en comparer les avantages et inconvénients respectifs.

Deux types d'ordre sont particulièrement intéressants : l'ordre *alphabétique* ou lexicographique (celui des dictionnaires). Il est d'ailleurs très naturellement découvert, même par des enfants. Et l'ordre que l'on pourrait dire *alphanumérique*, celui selon lequel sont rangés, en numération décimale de position, les entiers naturels ; dans l'ordre alphanumérique, on commence par ranger les « mots » par longueur (par exemple le nombre de chiffres de leur écriture positionnelle) puis, ceux qui sont de même longueur. Les propriétés de ces deux types d'ordre ne sont évidemment pas les mêmes (23).

Le problème dit « du bibliothécaire » permet de réfléchir aux propriétés de différents types d'ordre, et de saisir, notamment, une opposition entre les entiers naturels et les rationnels.

Une cotation des livres d'une bibliothèque étant réalisée, il arrive souvent que de nouveaux ouvrages viennent s'ajouter au stock initial. Il est rarement satisfaisant de placer ces nouveaux titres systématiquement à la fin du rayonnage, en tout cas le bibliothécaire voudrait bien les intercaler entre des ouvrages initialement consécutifs, sans avoir à reprendre entièrement la cotation initiale.

Le bibliothécaire est ainsi confronté à la construction d'un type d'ordre qui jouit de la propriété qu'entre deux éléments différents il puisse toujours en intercaler un troi-

sième, et donc autant qu'il le désire, voire même une infinité. Placer, par exemple, cinquante-deux nouveaux ouvrages entre les cotes successives 1492 et 1493.

Une solution bien connue, et qu'il est inutile de rappeler ici, revient à construire les décimaux, ou à intercaler de nouvelles génératrices sur la nappe de notre cône.

Les avantages didactiques de l'approche que nous venons d'esquisser ne seront pas davantage traités ici ; pas plus que son intérêt pour la création, dans les chaînes de truchements dont nous avons parlé, des terminologies scientifiques.

Un point toutefois mérite d'être commenté, parce qu'il permet d'opposer assez clairement les pratiques mathématiques des autres pratiques scientifiques. Nous partions de l'exemple du dénombrement des objets d'une collection. D'un point de vue naïvement empiriste, ce problème ne diffère guère du problème de la numération, puisqu'il s'agit de compter des objets : les objets d'une collection matérielle, dans un cas, et les objets que les mathématiciens appellent des entiers naturels, dans l'autre. Pourtant, un point important distingue les deux situations : seul l'ensemble N des entiers naturels est canoniquement muni d'un ordre total. Il n'a donc pas à être préalablement énuméré.

Dans le cas du dénombrement, outre la nécessité de disposer d'une numération performante, il faudra donc décider d'une stratégie d'énumération des objets de la collection, et se débrouiller pour mettre en correspondance les objets énumérés avec les entiers ordonnés. Dénombrer une collection X , c'est donc définir, ou plutôt établir, une fonction de l'ensemble N , muni de son ordre canonique oméga, dans l'ensemble X , sur lequel une fonction successeur s a, préalablement, été définie :

$$d : (N, \Sigma) \longrightarrow (X, s)$$

Les outils cognitifs nécessaires à tout dénombrement sont donc : la connaissance des entiers naturels, de leur ordre total, la construction d'une fonction successeur sur la collection (c'est-à-dire un moyen d'en identifier et d'en énumérer les objets), et la connaissance de ce que Gallistel appelle le « principe ordinal », consistant à pouvoir juger que le dernier ordinal énoncé dans le comptage fournit, ou n'est autre que le cardinal de la collection.

Dénombrons les nœuds du quadrillage du cône de la figure 1. Très vite, on découvre que ce n'est pas une, mais deux stratégies énumératives, qui apparaissent assez « naturellement ». La première est celle du sujet, qui décide de parcourir les points du maillage en épuisant successivement tous les nœuds qui se trouvent sur une même section orthogonale du cône, en allant du sommet vers les « étages » successifs. La seconde est celle du sujet, qui décide de descendre les nœuds en empruntant les génératrices du cône... et qui se rend compte qu'il est incapable de passer effectivement d'une génératrice à l'autre, puisqu'il faudrait pour cela pouvoir descendre à l'infini, jusqu'au dernier point de ces droites.

Examinons plus en détails cette curieuse situation où l'un semble pouvoir, et l'autre pas, énumérer effectivement un ensemble que nous savons dénombrable (infini). Et posons, pour fixer les idées que les nœuds sont numérotés par des étiquettes.

On peut d'abord constater qu'il est impossible de réaliser concrètement une énumération alphabétique. Soit, par exemple, l'alphabet $A = \{a, b\}$. Le premier mot du dictionnaire est « a », son successeur immédiat dans l'ordre alphabétique est « aa », suivi de

« aaa », puis de « aaaa », et ainsi de suite. On devine qu'il est impossible d'écrire un mot commençant par la lettre b, ou plus généralement comprenant une occurrence de b, puisqu'il faudrait, en effet, avoir atteint et écrit effectivement le « dernier » des mots qui ne comprennent que des occurrences de la lettre a. Or, ce dernier n'existe pas, car nous nous sommes donné le droit d'écrire des mots de longueur infinie, et que, pour l'ordre oméga, caractéristique des systèmes de numérotation par les entiers naturels, il n'y a jamais de dernier élément.

Négligeons cet interdit, et supposons avoir néanmoins écrit le mot « ab ». Ses successeurs alphabétiques sont « aba », « abaa », « abaaa », « abaaaa », et ainsi de suite. La même difficulté pratique se présente à nouveau : nous ne pouvons atteindre aucun mot contenant une seconde occurrence de la lettre b. Nous pouvons recommencer l'expérience en prenant l'alphabet $C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ et en adoptant la convention (la règle d'orthographe) qu'aucun mot ne doit commencer par 0 ou par une chaîne de 0. Comme précédemment, il est impossible d'atteindre pratiquement un mot commençant par la lettre 2, avant d'avoir épuisé la liste des successeurs de 1 : 10, 100, 1000, 10000, et ainsi de suite.

Reprenons les mêmes expériences, en adoptant cette fois l'ordre alphanumérique. (les mots sont d'abord rangés par longueur).

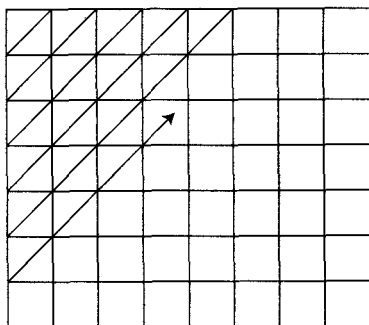
Cette fois les mots du dictionnaire se rangent dans l'ordre : « a », « b », « aa », « ab », « ba », « bb », « aaa », « aab », « aba », « abb », « baa », « bab », « bba », « bbb », « aaaa », et ainsi de suite. Avec l'alphabet C et la convention orthographique précédente, on obtient la suite habituelle des écritures décimales des entiers naturels : « 1, 2, 3, ..., 9, 10, 11, 12, ..., 99, 100, 101, 102... ».

Des expériences de ce type conduisent « naturellement » à l'idée, importante pour le mathématicien, que les aspects cardinal (vision du tout, sans individuation de ses constituants) et ordinal (vision individuant des constituants) présentent, dans le cas infini, une dissymétrie, puisque la même collection peut être énumérée par des ordres aux propriétés différentes et donc eux-mêmes différents ; en d'autres termes à un même cardinal peuvent fort bien correspondre des ordinaux différents, contrairement à l'intuition que nous avons des cas finis.

Le même ensemble, les mailles de notre quadrillage du cône, énumérées selon une stratégie alphanumérique donne pour résultat ce que nous pouvons noter $\Sigma = o \rightarrow o \rightarrow o \rightarrow o \rightarrow \dots$. Tandis qu'en l'énumérant selon une stratégie alphabétique (lexicographique), et en passant outre à l'impossibilité pratique signalée ci-dessus, on obtient une répétition infinie (dénombrable) du résultat précédent, soit $\Sigma + \Sigma + \Sigma + \Sigma + \dots$; le fait qu'il s'agit de deux énumérations du même ensemble peut se noter comme l'égalité suivante (démontrée par Cantor) : $\Sigma = \Sigma + \Sigma + \Sigma + \Sigma + \dots$.

Cette égalité constitue un théorème important. Elle peut s'interpréter en disant que tout ensemble dénombrable (dont les éléments peuvent être numérotés par les entiers naturels), par exemple N ou encore l'ensemble des nœuds de notre quadrillage (dans l'ordre alphanumérique), est équipotent à son carré cartésien, par exemple $N \times N$ ou l'ensemble Q des rationnels, ou encore les nœuds de notre quadrillage (dans l'ordre alphabétique).

La démonstration de l'équipotence des ensembles $\mathbb{N} \mid \mathbb{N}$ (ou $\mathbb{Q}$) et $\mathbb{N}$ se fait ostensiblement en exhibant une bijection de l'un sur l'autre. Ce qui revient à montrer que l'on peut énumérer $\mathbb{N} \mid \mathbb{N}$, c'est-à-dire en étiqueter les éléments avec seulement les numéros de $\mathbb{N}$; ou encore à montrer que l'on peut définir un « balayage » linéaire du produit cartésien :



D'où la mise en évidence du fait logique que deux ensembles peuvent avoir le même cardinal sans pour autant être du même type ordinal :

$(\mathbb{N}, \Sigma)$ et $(\mathbb{Q}, /)$ ont même cardinal (la figure ci-dessus illustre la possibilité de construire une bijection de l'un sur l'autre), et ils sont, en même temps, de type d'ordre différent. Pour l'ordre oméga, tout élément de $\mathbb{N}$ possède un successeur unique, tandis que pour l'ordre éta, tout couple d'éléments différents de $\mathbb{Q}$ jouit de la propriété d'intercalation. Entre deux entiers successifs, il n'y a rien. Entre deux rationnels différents, il y en a toujours une infinité d'autres.

Les réflexions de cette partie contribueront, je l'espère, à montrer que les enjeux de l'ethnoéducation sont aussi à la mesure de l'image que l'on se fait des langues naturelles et des mathématiques. Comment considérons-nous les langues et les systèmes de représentation des Indiens, comment ferons-nous découvrir les divers visages des mathématiques. Les réponses à ces questions sont des variables à ne pas négliger, car elles déterminent différents styles d'éducation.

Conclusion

Nous nous sommes demandé s'il est possible, et comment, de présenter à des Indiens nos concepts et nos théories mathématiques, alors que nous ne savons presque rien des systèmes de représentation et des cosmovisions qu'ils possèdent et pratiquent, sauf, peut-être, qu'ils nous sont aussi peu familiers que sont étranges, pour eux, nos mathématiques prématurément dites « universelles ». Le débat a pu être passablement écourté, et repris par la question plus simple et plus précise de savoir s'il est possible, et comment, de respecter la lettre et l'esprit de la Constitution colombienne, notamment de présenter les mathématiques dans les langues vernaculaires, et en les articulant à la diversité et à la réalité de chacune des cultures des minorités qui font la Nation colombienne.

La réponse, en Colombie, ne fait aucun doute : cette utopie est non seulement possible, mais elle constitue exactement le programme *Kwibi Urraga* du Centre colom-

bien d'études ethnoéducatives, que l'université de la Guajira (à Rio Hacha) est actuellement en train de développer pour en faire, grâce notamment à l'appui des chercheurs du Centre colombien d'étude des langues autochtones, un Centre national de recherches et d'expérimentation en sciences de l'ethnoéducation, et un Centre de formation des maîtres qui enseigneront en territoires indigènes.

Ces chercheurs ont déjà réussi à développer des stratégies efficaces pour traduire, à ce jour dans six langues indiennes du pays (24), des passages importants d'un texte aussi aride et difficilement transposable que la Constitution politique.

Le maître mot de ces expériences exceptionnelles est qu'il serait vain de confier ce genre de tâche à quelque spécialiste bilingue que ce soit. Car l'entrée dans une logique et une cosmovision vraiment étrangères, l'univers politique des Blancs, n'a pu se faire que parce que les communautés indiennes ont reconstruit, elles-mêmes et pour elles-mêmes, cette logique et cette vision ; ce que ne pouvait réussir aucune traduction mot à mot (emprunt, néologisme ou spécialisation d'un terme de la langue), car l'enjeu était de comprendre des réseaux d'oppositions et de relations, qui sont la réalité même des logiques et des cosmovisions.

En d'autres termes, la saisie d'une réalité vraiment étrangère n'a de chances de se faire que si celle-ci est d'abord présentée comme un problème à saisir, puis à reconceptualiser et à résoudre, pour enfin seulement chercher à l'exprimer dans la langue autochtone. La difficulté est double. Essentiellement *cognitive* (reconceptualisation dans les cadres indigènes des notions occidentales, saisie des problèmes que ces notions permettent de résoudre, transposition de ces problèmes, résolution), mais aussi *linguistique* (représentation, traduction, création langagière).

En conséquence, les tâches de cette nature ne peuvent être accomplies ni par les Blancs, ni même par des Indiens déracinés, mais seulement par les équivalents indigènes de nos savants et de nos sages, c'est-à-dire des Adultes ou des Anciens, qui sont généralement monolingues, et à qui il est, dès lors, quasiment impossible de présenter les problèmes à résoudre. La solution proposée, et largement expérimentée, est de construire des chaînes de truchements, pluridisciplinaires, pour débattre des problèmes cognitifs, liés et donnant sens aux connaissances mathématiques.

A commencer par les notions les plus fondamentales, celles de nombre, d'étendue et démonstration, parce qu'elles ont déjà nécessairement été abordées par les cultures indigènes, et parce que leurs langues contiennent des solutions spécifiques à la saisie d'oppositions et de relations fort « abstraites ». Des solutions spécifiques sur lesquelles pourrait venir s'articuler la présentation des solutions mathématiques en vue de leur enseignement et de leur appropriation collective.

NOTES

- 1) Le terme « ethnie », emprunté à Roland Breton, renvoie à une communauté humaine historiquement durable, et dont la définition fait intervenir au moins trois doubles composantes : territoriale et économique, démographique et sociale, linguistique et culturelle. Au regard du droit international, le terme « peuple » serait préférable car il implique, dans ce contexte, le droit à l'autodétermination. Breton, R. « Les langues de l'Inde depuis l'Indépendance. Étude de géographie culturelle du monde indien : Inde, Pakistan, Ceylan, Népal », *Travaux et mémoires*, n° XXIX, Aix : Publications des Annales de la Faculté des lettres, 2^e édition augmentée, 1968.
- 2) Même s'ils se respectent l'un l'autre, quel intérêt aurait un chasseur-cueilleur amazonien à accéder à la définition mathématique des bijections, et un médecin occidental à acquérir les connaissances d'un chamman ? Déjà au moins le plaisir de découvrir la complexité des systèmes de pensée de l'Autre.
- 3) Rappelons que tous les pays développés, et à tous les niveaux (maternelle, primaire, secondaire, supérieur), enseignent les mathématiques dans la langue maternelle de leurs enfants, et que les pays en voie de développement s'alignent de plus en plus sur cette attitude : « On recense actuellement 41 États africains (sur 47) qui ont donné ou s'apprêtent à donner aux langues nationales un statut plénier de langue d'enseignement dans leur système éducatif. Quand on considère qu'en 1976 – il y a seulement 13 ans – moins de 16 États étaient engagés dans un tel processus, on ne peut manquer d'être frappé par la brusque accélération de l'histoire » (Poth, J. « Les langues nationales dans l'enseignement », *Le courrier ACP*, n° 119, 1990).
- 4) Ce n'est qu'au niveau de la publication des recherches que la situation diffère : l'anglais étant devenu, en ce domaine, une sorte de langue internationale (le français, l'allemand et le russe essaient de se maintenir), en ce sens que les chercheurs des pays non anglophones, quand ils veulent élargir le cercle de leurs lecteurs, en passent par cette langue qui domine le monde de la communication scientifique.
- 5) Toutes les études de démographie amérindienne le démontrent : « Les chercheurs de Berkeley ont tracé pour la région de l'Anahuac la courbe de dépopulation. Elle est terrifiante, puisque des 25 millions d'Indiens en 1500, il n'y en a plus que 1 million en 1605. Wachtel donne pour l'empire Inca des chiffres à peine moins accablants : 10 millions en 1530, 1 million en 1600 » (Clastres, « Éléments de démographie amérindienne », *L'homme*, XIII, n. 1-2, 1973).
- 6) Ce que confirme l'exemple des missions jésuites chez les Guaranis : « Ce n'est pas le cas chez les Guaranis, puisque, entre 1690 et 1730, la population passe de 200 000 à 130 000 » (*id.*).
- 7) Chamans. Contrairement à la définition des dictionnaires, ce n'est pas le « nom donné aux sorciers des sociétés inférieures », mais un terme qui désigne, dans les peuples à tradition orale, de véritables « bibliothèques vivantes », l'équivalent de nos savants et de nos sages.
- 8) Cette reconnaissance juridique, parfois constitutionnelle, n'est pas toujours suffisante pour changer les comportements forgés par des siècles de violences : « Le gouvernement ne peut fermer les yeux devant la gravité des accusations portées de façon réitérée contre ses agents, ni ignorer l'ampleur de l'impunité dont jouissent les auteurs de violations des droits de l'homme » (César Gaviria Trujillo, président de la République de Colombie, cité par Amnesty International dans son dossier *Colombie. Arrêtez les massacres !* Paris, 1994).
- 9) Dans des conditions d'échange inégal qui se font, on ne le sait que trop, généralement au détriment du plus faible, c'est-à-dire de l'Indien.
- 10) Dans le jargon des organisations internationales, le développement est dit durable lorsqu'il préserve les ressources des générations suivantes. Des Indiens m'ont fait remarquer que cette définition est le plus souvent entendue par les politiciens comme si les générations futures n'étaient constituées que de leurs propres enfants. Et ils ajoutent que la définition serait plus novatrice en disant que le développement serait durable s'il laissait à chacun, notamment aux minorités rurales et ethniques, le droit de participer au contrôle des projets de développement, notamment de ceux qui les affectent directement.

- 11) Les ethnies de la Sierra Nevada (Ika, Wiwa, Kaggaba) se considèrent, non sans orgueil, comme les Aînés de la Mère Universelle, la Mère Terre, et s'estiment, à ce titre et devant Elle, garants de l'harmonie du monde, et responsables des conséquences des erreurs que nous, les Blancs, leurs frères cadets, commettons dans l'irresponsabilité de notre immaturité d'enfants. Celles du Cauca (Paez, Guambiano) soulignent davantage leur sens ancestral des valeurs communautaires, qu'ils opposent à l'individualisme excessif dans le monde industriel.
- 12) Les analyses et les conclusions de cette Commission rejoignent celles, déjà anciennes (1977) et toujours d'actualité, de Martin Carnoy dans *L'éducation et l'emploi : une étude critique*, Unesco : Institut International de Planification de l'Éducation.
- 13) Illustrons ce point important. En 1989, un mama réalisa un jour, à l'insu de Maria Trillos, chercheur au CCELA, responsable à l'époque d'ateliers destinés à produire un système de transcription des langues damana et kogian. Le mama interrompit l'atelier en cours, fit venir un enfant qui avait appris à écrire le damana, et lui dicta un texte en langue indienne. Il renvoya l'enfant et fit contrôler par tous les membres de l'atelier le texte ainsi transcrit. Quelques corrections mineures furent apportées, que le mama fit vérifier par l'enfant. Le mama fit alors venir un autre enfant, qui avait également appris à transcrire le damana. Il lui fit lire le texte écrit par le premier. Après que ce second enfant ait réussi cette épreuve, le mama donna officiellement aux membres de l'atelier l'autorisation de poursuivre les recherches sur cette transcription de la langue, et de continuer à l'enseigner aux enfants qui le désiraient. C'est alors qu'il nous précisa qu'aucun des deux enfants ne pouvaient comprendre le texte qu'il avait dicté, parce que ce texte était en terruna, c'est-à-dire en langue des *mamas*, probablement une forme archaïque du damana.
- 14) Cf. Queixalos, F. « Autobiographie d'une néonumération », *Amerindia* n° 11, 1986.
- 15) Argand, Gauss et Wessel, entre 1797 et 1831.
- 16) Ces groupes s'inscrivaient dans les ateliers pluriannuels organisés depuis 1986 par la linguiste colombienne Maria Trillos, membre du CCELA et professeur à l'Université de l'Atlantique.
- 17) Le corps **R** des réels comprend les entiers, les rationnels (nombres de la forme p/q) et les irrationnels algébriques (comme $\sqrt{2}$) et transcendants (comme π le rapport de la circonférence au diamètre). Cet ensemble est structuré par deux lois de composition interne (addition, multiplication) qui possèdent chacune un élément neutre (0 et 1), et qui ont telles que chaque élément possède un inverse pour chacune d'elles.
- 18) Brunschvicg, L. *Les étapes de la philosophie mathématique*, Paris : Blanchard (1912, nouvelle édition 1981) page 477. Notons que l'étymologie du nom du nombre deux, quand elle est possible, fait souvent apparaître que ce nombre est le premier que nomment les langues ; et qu'elles ne le nomment jamais comme la somme $1 + 1$, mais à partir de la saisie d'une opposition, qui institue les constituants complémentaires d'un tout, par exemple, en *añun* (Venezuela), c'est le TU, qui s'oppose au JE, dans le NOUS de l'interlocution. (Cf. Patte, M.-F. Thèse de troisième cycle en linguistique, Paris IV, 1985)
- 19) Dans le premier type, tout élément possède un successeur unique et, entre deux éléments successifs, il n'y a aucun autre élément ; dans le type *êta*, un élément donné n'a aucun successeur, et entre deux éléments distincts, on peut toujours en intercaler une infinité d'autres.
- 20) Ce jeu possible entre les situations à volonté discrète ou continue permet de présenter de fort nombreux et fort profonds problèmes, tant en géométrie qu'en théorie des nombres. Notons par exemple que le geste qui consiste à prendre le suivant dans un référent discret, convenablement étiqueté, peut produire la suite 1, 10, 100, 1000... en adoptant une stratégie d'énumération décimale. Tandis que le geste de partager successivement un tout continu peut conduire à la suite 1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16... (les parties de l'œil d'Horus des Anciens Égyptiens) si l'on adopte une stratégie d'énumération dyadique.
- 21) On peut, avec de jeunes enfants, demander combien il y a de rectangles dans un rectangle divisé en six petits rectangles, sans donner aucune autre précision. Le problème posé ne peut être résolu qu'en se donnant une définition opérationnelle de la notion de rectangle, et en construisant un système de marques qui permette de déterminer très concrètement tous les rectangles de la figure, en leur attribuant une expression. On observe que les enfants inventent des systèmes d'écriture qui calquent la définition opérationnelle qu'ils ont déclenchée pour saisir conceptuellement les rectangles de la figure.

- 22) Pour une démonstration de ce point, cf. Cauty, A. *L'énonciation mathématique et les numérations parlées*, Thèse d'état ès-sciences, Université de Nantes, 1987.
- 23) Prenons l'exemple des mots que l'on peut écrire avec l'alphabet des dix chiffres « arabes » habituels. Selon l'ordre alphabétique, l'ordre des dictionnaires, le mot 157 est placé avant le mot 160 et après le mot 1560 ; on aurait donc : $1560 < 157 < 160$. Selon l'ordre alphanumérique, on aurait : $157 < 160 < 1560$. Comme on le constate sur cet exemple l'ordre alphanumérique respecte l'ordre de grandeur des entiers naturels.
- 24) Guambiano, Ika, Inga, Kamëntsa, Kubeo, Nasa yuwe.



RÉFÉRENCES

- Cauty, A., 1985. « Contribution ethnoarithmétique à l'histoire des sciences à propos de la numération maya », *Sciences et techniques en perspective*, vol. X, Nantes : Société française d'histoire des sciences et des techniques, p. 10-38.
- 1988. « Sémantique de la mise en signes du nombre : une vision ordinale », *Amerindia*, n° 13, Paris : Association d'ethnolinguistique amérindienne, p. 43-74.
- 1990. « Vigilancia etnocultural : el caso de la numeracion nasa yuwe », *Boletín de lingüística Aborigen*, n° 2, Bogota (Colombie) : Centro Colombiano de Estudios en Lenguas Aborígenes, p. 3-15.
- 1991. « L'allatif, le sociatif... et le pied. Changement de type sémiotique en numération parlée chibcha », *Amerindia*, n° 16, Paris : Association d'ethnolinguistique amérindienne, p. 17-67.
- 1992. *Notes de cours : les quantités du français, ou de l'infinité du zéro*, Talence : Université Bordeaux 1, 18 p. (manuscrit).
- 1993. « Un animal qui compte. Mise en signes du nombre dans la diversité des langues », *Actes du Colloque « Qu'est-ce que le Nombre ? »*, Paris, 10-12 juin 1993 : Collège international de philosophie, 25 p. (inédit).
- 1993. « Regards échangés avec les Naturels de Colombie », *Actes de la Première Université Européenne « Histoire et épistémologie dans l'éducation mathématique »*, Montpellier, 19-23 juillet 1993 : Commission InterREM d'épistémologie et d'histoire des mathématiques, 15 p. (à paraître).
- 1994. « Monoculture coloniale et/ou ethnoéducation contre les ethnocides. De l'origine et de la place des mathématiques », *Cahiers de Didactique des Mathématiques*, Thessalonique (Grèce) : Université Aristote, 13 p.
- 1995. « A propos de « Comment comptaient les Mayas, histoire universelle des chiffres (Ifrah 1994) », *Bulletin APMEP*, n° 398, p.534-542.
- Cauty, A. & Trillos Amaya, M., 1990. « De certaines solutions au problème de la néonumération », *Amerindia*, n° 15, Paris : Association d'ethnolinguistique amérindienne, p. 95-122.
- 1990. *Kwibi urraga. Reflexiones para el desarrollo integral de la Educación Bilingüe en la Costa Caribe Colombiana*, Universidad del Atlántico, Université Bordeaux 1, 10 p. (inédit).
- Cauty, A. & Perez Van Leenden, F-J., 1995. *Kwibi urraga*, « La Casa de la Sabiduría », Universidad de la Guajira, Université Bordeaux 1, 15 p. (diffusion restreinte).



**LES SCIENCES HORS D'OCCIDENT
AU XX^e SIÈCLE**

**SÉRIE SOUS LA DIRECTION
DE ROLAND WAAST**



VOLUME 5

**SCIENCES
ET
DÉVELOPPEMENT**

MARTINE BARRÈRE
ÉDITEUR SCIENTIFIQUE

CRISTOM
éditions

**LES SCIENCES HORS D'OCCIDENT
AU XX^e SIÈCLE**

20TH CENTURY SCIENCES:
BEYOND THE METROPOLIS

**SÉRIE SOUS LA DIRECTION
DE ROLAND WAAST**

VOLUME 5

**SCIENCES
ET
DÉVELOPPEMENT**

SCIENCES AND DEVELOPMENT

MARTINE BARRÈRE
ÉDITEUR SCIENTIFIQUE

ORSTOM Éditions

L'INSTITUT FRANÇAIS DE RECHERCHE SCIENTIFIQUE POUR LE DÉVELOPPEMENT EN COOPÉRATION
PARIS 1996